

ЗБІРНИК

С Е К Ц І Ї

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛІКАРСКОЇ

НАУКОВОГО ТОВАРИСТВА ІМЕНІ ШЕВЧЕНКА.

~~~~~  
*Т. I.*  
~~~~~

ПІД РЕДАКЦІЄЮ

Івана Верхратського і Володимира Левицького.



У ЛЬВОВІ, 1897.

♦—♦

Накладом Наукового Товариства імені Шевченка.

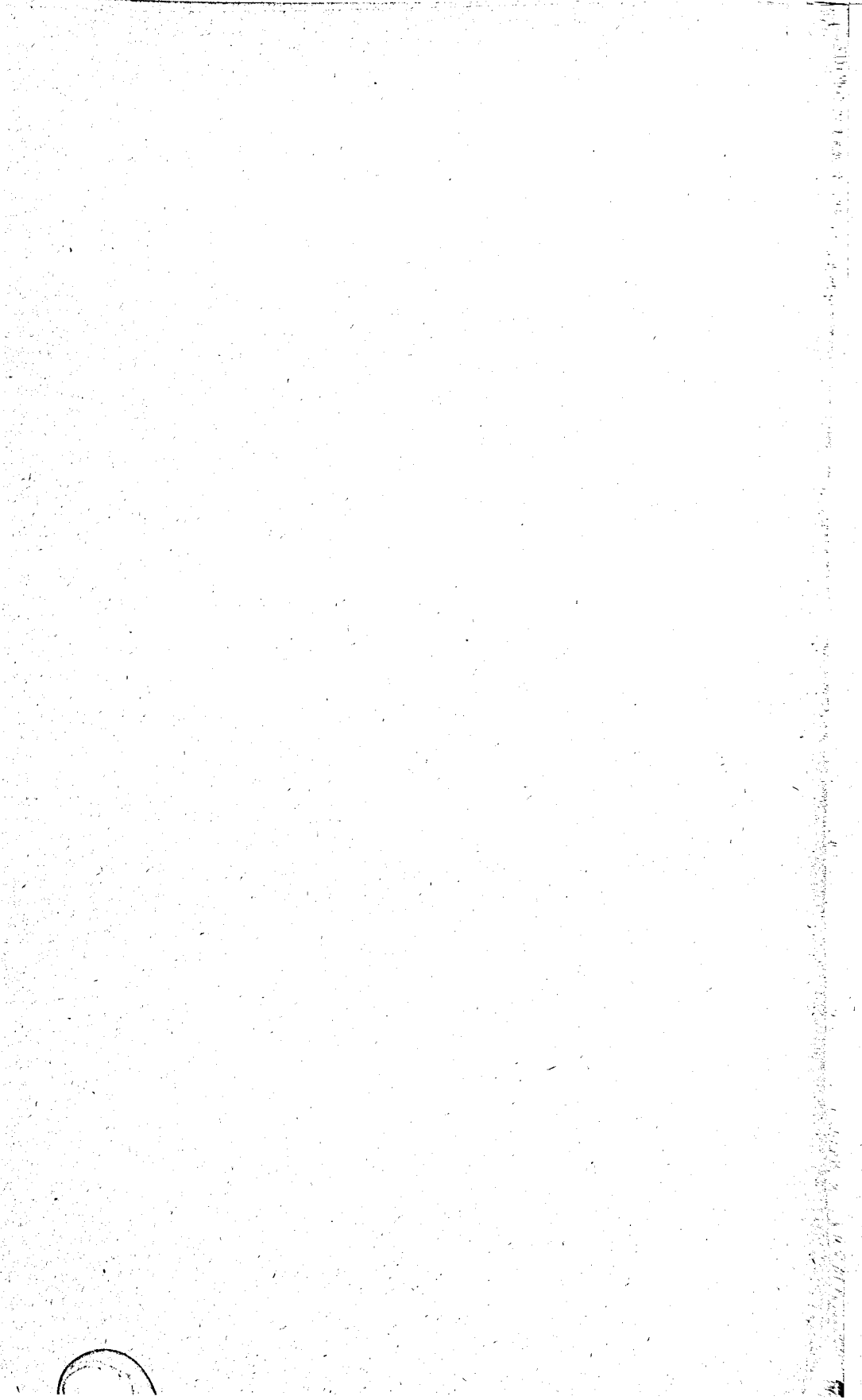
З друкарні Наукового Товариства імені Шевченка
під зарядом К. Беднарського.

З м і с т.

	стор
1. Про переступ чисел e і π . Нап. В. Левицкий	1—28
2. Докази істнованія інтегралів рівнянь різничкових. Нап. В. Левицкий	1—30
3. О кристалізованім ксантині і гуаніні. Нап. Др. Г. Горбачевский	1—4
4. Причинок до анатомії порівнятельної судин кровних у хробаків. Нап. І. Раковский (таблиця)	1—12
5. Скільки часу потребують мотилі свіжо виляглі до повного розвитку своїх крил? Нап. І. Верхратский	1—4
6. До механіки нормальних і патологічних змін положення матеріниці. Нап. Др. Щ. Сельский	1—14
7. Причинок до діагностики клінічної тифу кишкового. Нап. Др. О. Дакура	1—20
8. VI. Пироговський з'їзд лікарів у Кїєві. Нап. Др. О. Ч.	1—38

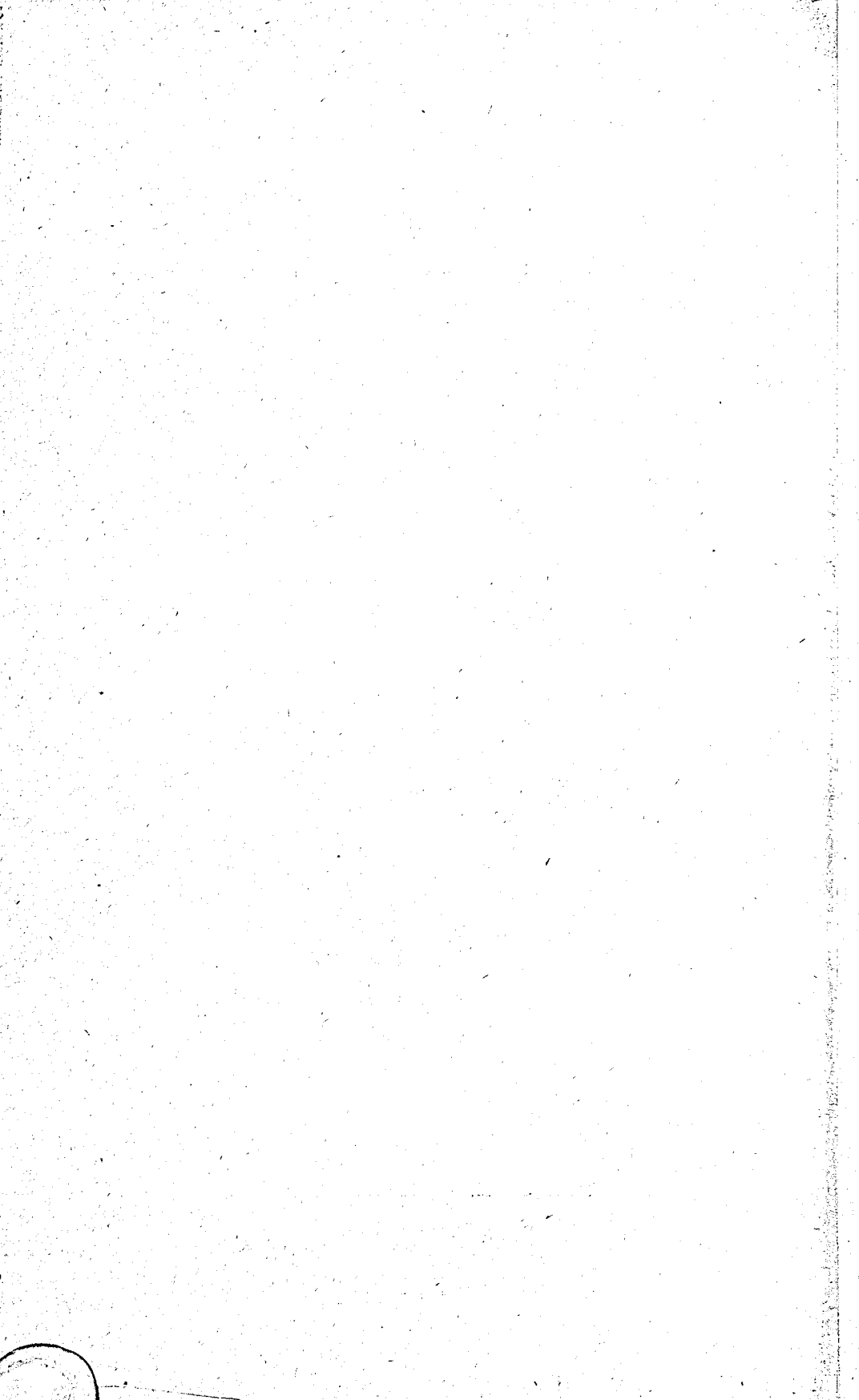
I N H A L T.

1. Ueber Transcendenz der Zahlen e und π . Von W. Lewickij	1—28
2. Existenzbeweise für Integralfunctiōnen der linearen Differentialgleichungen. Von W. Lewickij	1—30
3. Krystallisiertes Xanthin und Guanin Von Dr. I. Horbačewskij	1—4
4. Beitrag zur vergleichenden Anatomie der Blutgefäße der Würmer. Von J. Rakowskij	1—12
5. Ueber die zur völligen Flügelentwicklung frisch geschlüpfter Lepidopteren nöthige Zeitdauer. Von I. Werchratskij	1—4
6. Zur Mechanik der normalen und pathologischen Lageveränderungen der Gebärmutter von Dr. F. Selskij	1—14
7. Beitrag zur klinischen Diagnostik des Typhus abdominalis. Von Dr. J. Dakura	1—20
8. VI. Pirogows'cher Congress der Aerzte in Kijew. Von Dr. O. Č.	1—38



ВІД ТОВАРИСТВА.

Скорий поступ в розвою роботи наукової в Товаристві і його виданнях дає спрому — а zarazом і потребу дальшого помноження наукових публікацій і їх поділу відповідно галузям наук, що входять в круг роботи секцій Товариства. Періодичний орган Товариства — „Записки“, не можучи містити в собі розправ всіх секцій, на далі стають видавництвом для історії з її помічними науками (археологією, історичною географією etc.) та філології з історичною літератури — для розвідок і дрібних матеріалів, переважно що до України-Руси, себто органом (періодичним) секцій — філологічної й історично-філософської, а по при нього заснують ся неперіодичні „Збірники“ поодиноких секцій, отже філологічної, історично-правничої і математично-природописно-лікарської. Таким чином секція математично-природописно-лікарська дістає свій особний орган, подібно як правничі секції історично-правничої давнійше вже мали особне видавництво в „Часописи правничій“, секції же — філологічна і історична в згаданих „Збірниках“ дістають певного рода архиви, де можуть містити в потребі більші розвідки, більші матеріали, систематичні збірники статей вже давнійше друкованих, одно слово — все те, що з того чи иншого погляду становило би технічні труднощі для друку в „Записках“. Товариство при тім згрупуванню матеріалу відповідно певним групам наук мало на меті з одного боку — досягнути більшу одність і суцільність в поодиноких публікаціях, з другого — згрупувавши фахових робітників в спеціальних органах, піддати їм тим самим більшої енергії й охоти старати ся про дальший розвій наукової роботи.



ВІД РЕДАКЦІЇ.

Отсе видаємо вперше збірник статей з наук математики, природознав і лікарства. Перший раз являють ся в рускім язичі розвідки фахові згаданих наук зібрані разом в одну книжку. І передше, правда, печатано статі із згаданих царин наукових в ріднім язичі; тільки-ж були они або розсіяні по різних письмах періодичних і мали понайбільше ціль популяризувати науку, або понадались в ряді-годі фахові статі в періодичних „Записках“ Наукового Товариства імені Шевченка тулячись меж иньшими розвідками науковими, переважно історичними або фізльоґічними. Коли-ж прибуло більше трудителів на полі наук природознавчих, задумав виділ Товариства основати для Секції математично-природознавчо-лікарської осібний „Збірник“ видаваний в термінах неозначених.

О скілько зможе уснівати праця піднята в тім напрямі, окаже будуччина. Передовсім іде нам о розвиток науки на нашій цптомений ниві. Наш язик лише тогді зможе добути собі одвітного і гідного становища, коли розвине ся о стілько, щоби міг стати поруч з образованими язиками других народів Европейских, яко довідний середник звязкого і опрєділеного виражання мислей на всіх полях людского умства. Мусить проте наш язик виробити собі одвітну термінольоґію в різних вітах людского знання, мусить одвітно використати все баґатство рідної словні а заразом прямовати до потрібної прецизні, яку стрічаєм у других язиках счаслівійше розвитих. Без тих підвалин і думати годі про ширший розвиток науки в рідній бесїді.

В нашій „Збірнику“ поміщати муть ся оригінальні наукові розвідки з царин математики, фізики, хемії, природної історії і медицини. Окрім того подавати муть ся також оновітки і рецензії нових праць наукових відносною фаху а іменно таких, котрі окажуть ся важнійшими.

Про вагу наук математично-природописних тут розводитись не будем, бо їх вплив на культуру всего людства загально звісний — а лише виражаємо бажанє, щоби Всечесні Родимці зволени віднести ся прихильно до нашого діла і після сьм підсобляти нашим змаганням і замислам.

I. B.

Про переступ чисел e і π .

Написав

ВОЛОДИМИР ЛЕВИЦКИЙ.

(Носвячено О. Петриков).

Числа e і π мають у всіх теоріях математичної аналізи первостепенне значіння; тому то змагання найбільших математиків стрімili до цього, щоби розелідити натуру тих чисел, бо блиснее снізнанне їх власностей могло кинути ярке сьвітло на много інтересних проблемів аналітичних, от хоч би н. пр. на звисний проблем квадратури кола, що побіч kwestії „perpetuum mobile“ займав умн многих учених аж по часи нинішні.

Вже Lambert доказав, що число π не є раціональне, а подібно і число e^x не може бути раціональним на случай, коли x є числом раціональним. Дальше еще пішов Legendre, бо показав, що не лиш π , але і π^2 не є числом раціональним, отже що π не є другим коренем, а Liouville доказав,¹⁾ що так e , як і e^2 не є коренями рівняня квадратного з цілковитими сочинниками.

Овид математичний розширив ся завдяки розелідам згаданого вже Liouville'a, котрий виказав,²⁾ що є числа, які не можуть бути коренями рівнянь альгебраїчних, отже, що побіч чисел альгебраїчних існує велике множество чисел т. зв. переступних. Ріжнять ся они тим, що накопи числа альгебраїчні — як їх назвав Kronecker — є коренями рівняня:

$$x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \dots + a_m = 0,$$

¹⁾ Journal de Mathématiques т. 5.

²⁾ loc. cit. т. 16.

Про переступ чисел e і π ,

Н а п и с а в

ВОЛОДИМИР ЛЕВИЦКИЙ.

(Посвячено О. Петрикови).

Числа e і π мають у всіх теоріях математичної аналізи первостепенне значіння; тому то змагання найбільших математиків стрімко до сього, щоби розслідувати натуру тих чисел, бо блище спізнання їх властивостей могло кинути ярке світло на багато інтересних проблемів аналітичних, от хоч би н. пр. на звідний проблем квадратури кола, що побіч kwestії „perpetuum mobile“ займав уми многих учених аж по часи нинішні.

Вже Lambert доказав, що число π не є раціональне, а подібно і число e^x не може бути раціональним на случай, коли x є числом раціональним. Дальше ще пішов Legendre, бо показав, що не лиш π , але і π^2 не є числом раціональним, отже що π не є другим коренем, а Liouville доказав,¹⁾ що так e , як і e^2 не є коренями рівняня квадратного з цілковитими сочинниками.

Овид математичний розширив ся завдяки розслідам згаданого вже Liouville'а, котрий виказав,²⁾ що є числа, які не можуть бути коренями рівнянь алгебраїчних, отже, що побіч чисел алгебраїчних існує велике множество чисел т. зв. переступних. Різняться ся они тим, що наколи числа алгебраїчні — як їх назвав Kronecker — є коренями рівняня:

$$x^m + a_1 x^{m-1} + a_2 x^{m-2} + \dots + a_m = 0,$$

¹⁾ Journal de Mathématiques т. 5.

²⁾ loc. cit. т. 16.

де a_s є числа раціональні, то числа переступні не є коренями такого рівняня, отже не мож їх одержати з сочинників рівняня через раціональні ділання, до яких що найбільше можна еще зачислити витягане коренів.

Довгі часи стояла непорішена квестія, чи згадані числа e і π , а бодай їх степені є числами альгебраїчними, чи ні, але аж в найновійших часах виказав Hermite, що число e є переступне, а в кілька літ пізнійше доказав сього твердження також і що до числа π Lindemann. Докази тих математиків є доволі скомпліковані, опирають ся на певних інтегралах і свойствах рівнянь альгебраїчних, тому-то для ширшого загалу математичного були досить недоступні; для того пізнійші математики старали ся звести ті докази до форми можливо простої. І так Weierstrass подав простійший доказ переступу числа π , хоть і сей доказ потребує помічних тверджень і знакомости розслїдів Hermite'а. Доперва послїдними роками подав Hilbert доказ переступу чисел e і π , де вистане просте знанє рахунку інтегрального; еще дальше пішов Hurwitz, що подав доказ переступу числа e лиш при помочи рахунку різнничкового, а найдальше в тім згляді пішов Gordan, бо його доказ переступу чисел e і π зовсім обходить ся без знакомости рахунку інфінітезімального, а що найбільше до его зрозуміння треба знати деякі понятія з теорії рядів.

Розвідка нинїшня має за завданє представити всі ті розслїди способом ієнетичним, так як они слїдували по собі від глибоких, в женїяльний спосіб при помочи висших средств аналізи математичної переведених розслїдів Hermite'а і Lindemanna до простих розслїдів Gerdana. Перша часть містити-ме розслїди про число e , друга розслїди про число π ; окінченєм сеї розвідки є згадана уже квестія квадратури кола.

ЧАСТЬ ПЕРША.

Розслїдл Hermite'а.¹⁾

1. Основною точкою розслїдів Hermite'а є твердження, що для якої небудь степені μ всегда дасть ся пайти якась

¹⁾ Поміщені они в Hermite'а: Sur la fonction exponentielle, Paris 1874, як також в Journal f. r. u. a. Mathematik, том 76. ст. 303 і 342.

функція $\frac{M(x)}{N(x)}$, що в приближеню (яко дроб приближений) представляти-ме функцію виложну e^x . Твердження сього докажемо тепер.

Возьмім функцію цілковиту $f(z)$ степені μ і положім:

$$\frac{f(z)}{x} + \frac{f'(z)}{x^2} + \dots + \frac{f^{(\mu)}(z)}{x^{\mu+1}} = F(z),$$

то через частне інтегруванє інтегралу:

$$\int e^{-zx} f(z) dz.$$

дістанемо:

$$\int e^{-zx} f(z) dz = - e^{-zx} F(z),$$

або в границях ζ і Z :

$$\int_{\zeta}^Z e^{-zx} f(z) dz = e^{-\zeta x} F(\zeta) - e^{-Zx} F(Z). \quad 1)$$

Наколи приймемо, що e h -кратним, Z k -кратним коренєм рівняня $f(z)=0$, отже що:

$$\text{для } \zeta \quad f(\zeta) = f'(\zeta) = \dots = f^{(h-1)}(\zeta) = 0.$$

$$\text{для } Z \quad f(Z) = f'(Z) = \dots = f^{(k-1)}(Z) = 0,$$

то дістанемо:

$$F(\zeta) = \frac{f^{(h)}(\zeta)}{x^{h+1}} + \dots + \frac{f^{(\mu)}(\zeta)}{x^{\mu+1}}$$

$$F(Z) = \frac{f^{(k)}(Z)}{x^{k+1}} + \dots + \frac{f^{(\mu)}(Z)}{x^{\mu+1}}$$

або:

$$F(Z) = \frac{M(x)}{x^{\mu+1}}, \quad F(\zeta) = \frac{N(x)}{x^{\mu+1}},$$

де $M(x)$ є цілковита функція степеня $m=\mu-h$, $N(x)$ степеня $n=\mu-k$.

Рівнянє 1) дасть тепер:

$$e^{-\zeta x} N(x) - e^{-Zx} M(x) = x^{\mu+1} \int_{\zeta}^Z e^{-zx} f(z) dz, \quad 2)$$

а наколи ще заложу $z=0$, то:

$$e^{zx}N(x) - M(x) = x^{\mu+1}e^{zx} \int_0^z e^{-zx}f(z)dz.$$

Наколи по правій стороні за e^{zx} і e^{-zx} положимо їх розвинення, то побачимо, що розвинення починає ся від $x^{\mu+1}$; за тім e^{zx} дасть ся представити через дроб $\frac{M(x)}{N(x)}$ з приближенем до μ -тої степені; q. e. d.

2. Возьмім:

$$f(z) = (z-z_0)^{m_0} (z-z_1)^{m_1} \dots (z-z_n)^{m_n},$$

а крім цього возьмім ще функцію:

$$f_1(z) = (z-z_0)^{\mu} (z-z_1)^{\mu} \dots (z-z_n)^{\mu},$$

$$\mu = m_0 + m_1 + \dots + m_n,$$

то з загальної форми на $F(z)$ слідно, що:

$$F(z_0) = \frac{N(x)}{x^{\mu+1}}, F(z_1) = \frac{M_1(x)}{x^{\mu+1}}, \quad F(z_n) = \frac{M_n(x)}{x^{\mu+1}},$$

де $N(x)$ є цілковита функція аргументу x степеня $(\mu-m_0)$, $M_1(x)$ степеня $(\mu-m_1)$, $M_n(x)$ степеня $(\mu-m_n)$. З рівняня 2) дістанемо для $i = 1, 2, 3, \dots, n$:

$$e^{-z_0x}N(x) - e^{-z_1x}M_1(x) = x^{\mu+1} \int_{z_0}^{z_1} e^{-zx}f(z)dz,$$

а наколи ще заложимо $z_0=0$, то дістанемо:

$$e^{z_1x}N(x) - M_1(x) = x^{\mu+1} \int_0^{z_1} e^{(z_1-z)x}f(z)dz.$$

$$e^{z_2x}N(x) - M_2(x) = x^{\mu+1} \int_0^{z_2} e^{(z_2-z)x}f(z)dz.$$

$$e^{z_nx}N(x) - M_n(x) = x^{\mu+1} \int_0^{z_n} e^{(z_n-z)x}f(z)dz.$$

Позаяк розвинення правих сторін починають ся від $x^{\mu+1}$, то ті рівняня дадуть приближення для величин e^{z_1x} , e^{z_2x} ,

e^{z_nx} в виді приближених дробів: $\frac{M_1(x)}{N(x)}$, $\frac{M_2(x)}{N(x)}$, $\frac{M_n(x)}{N(x)}$ о рівних знаменниках.

3. Заложім тепер:

$$m_0 = m_1 = \dots = m_n,$$

то: $f(z) = f_1(z)^m.$

Тоді дістанемо точно означений систем дробів приближених; систем сей змінить ся однак, наколи ми поступно за m будемо класти $m+1$, $m+2$, Однак кожний слідуочий систем дасть ся обчислити на основі попередних системів, а то на основі обчислення інтегралів:

$$\int_{z_0}^{z_1} e^{-zf_1(z)} m dz, \quad \int_{z_0}^{z_1} e^{-zf_1(z)} (m+1) dz, \quad \int_{z_0}^{z_1} e^{-zf_1(z)} (m+2) dz,$$

і то слідуочих з попередних.

Нерміте обчисленє се веде слідуочим способом:

Через частне інтегрованє і увагу, що:

$$\frac{f_1'(z)}{f_1(z)} = \frac{1}{z-z_0} + \frac{1}{z-z_1} + \dots + \frac{1}{z-z_n}$$

маємо:

$$\int_{z_0}^{z_1} e^{-zf_1(z)} m dz = m \int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_0} dz + \dots + m \int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1'(z)^m}{z-z_n} dz.$$

Нерміте доказує далі, що кожний інтеграл:

$$\int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1(z)^{m+1}}{z-\zeta} dz,$$

де ζ є одною з вартостей: $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$, дасть ся представити в виді:

$$\begin{aligned} \int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1(z)^{m+1}}{z-\zeta} dz = & m\varphi(z_0, \zeta) \int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_0} dz + \dots + \\ & (i = 1, 2, \dots, n) \quad 3) \\ & + m\varphi(z_n, \zeta) \int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1'(z)^m}{z-z_n} dz \end{aligned}$$

де $\varphi(z)$ є функцією цілковитого виду:

$$\varphi(z) = x_0 z^n + x_1 z^{n-1} + \dots + x_n;$$

x_i обчислюють ся з рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} x_0 &= 1, \\ x_1 &= z_1 + s_0 + n \\ x_2 &= z_2 + (s_0 + n - 1) z_1 + (s_0 + n) (s_0 + n - 1) + s_1 \\ x_3 &= z_3 + (s_0 + n - 2) z_2 + [(s_0 + n - 1) (s_0 + n - 2) + s_1] z_1 + \\ &\quad + (s_0 + n) (s_0 + n - 1) (s_0 + n - 2) + (2s_0 + 2n - 2) s_1 + s_2 \end{aligned} \right\} 4)$$

де:

$$s_i = m (z_0^i + z_1^i + z_2^i + \dots + z_n^i);$$

$\varphi(z, s)$ показує залежність функції $\varphi(z)$ від параметру

Скоро возьмем сталу вартість z_i , а переходить всі вартості, дістанемо з 3) $(n+1)$ рівнянь. Коли для скорочення положимо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_m &= \frac{1}{m!} \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} f_1(z)^m dz \\ \varepsilon_m^h &= \frac{1}{(m-1)!} \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z - z_h} dz \end{aligned} \quad 5)$$

отже:

$$\varepsilon_m = \varepsilon_m^0 + \varepsilon_m^1 + \varepsilon_m^2 + \dots + \varepsilon_m^n,$$

і наколи за m возьмемо в наших рівнянях $(m-1)$, то — $\varphi(z)$ змінить вартість, але не вид — дістанемо слідуючі рівняня:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_m &= \varphi(z_0 z_0) \varepsilon_{m-1}^0 + \varphi(z_1 z_0) \varepsilon_{m-1}^1 + \dots + \varphi(z_n z_0) \varepsilon_{m-1}^n \\ \varepsilon_m^1 &= \varphi(z_0 z_1) \varepsilon_{m-1}^0 + \varphi(z_1 z_1) \varepsilon_{m-1}^1 + \dots + \varphi(z_n z_1) \varepsilon_{m-1}^n \\ \varepsilon_m^h &= \varphi(z_0 z_n) \varepsilon_{m-1}^0 + \varphi(z_1 z_n) \varepsilon_{m-1}^1 + \dots + \varphi(z_n z_n) \varepsilon_{m-1}^n \end{aligned} \right\} 6)$$

Коли будемо класти $m = 2, 3$, дістанемо цілий систем рівнянь лінейних, з котрих зможемо $\varepsilon_m^0, \varepsilon_m^1, \varepsilon_m^n$ лінійно представити через $\varepsilon_1^0, \varepsilon_1^1, \varepsilon_1^n$, отже:

$$\left. \begin{aligned} \varepsilon_m &= a_0 \varepsilon_1^0 + a_1 \varepsilon_1^1 + \dots + a_n \varepsilon_1^n \\ \varepsilon_m^1 &= b_0 \varepsilon_1^0 + b_1 \varepsilon_1^1 + \dots + b_n \varepsilon_1^n \\ \varepsilon_m^n &= l_0 \varepsilon_1^0 + l_1 \varepsilon_1^1 + \dots + l_n \varepsilon_1^n \end{aligned} \right\} \quad 7)$$

В визначнику рівнянь 6):

$$D = \begin{vmatrix} \varphi(z_0 z_0) & \varphi(z_1 z_0) & \dots & \varphi(z_n z_0) \\ \varphi(z_0 z_1) & \varphi(z_1 z_1) & \dots & \varphi(z_n z_1) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi(z_0 z_n) & \varphi(z_1 z_n) & \dots & \varphi(z_n z_n) \end{vmatrix}$$

загальний його член має на основі 4) вид:

$$\varphi(z_i z_k) = z_i^n + z_i^{n-1} \varphi_1(z_k) + \dots + \varphi_n(z_k),$$

отже:

$$D = D_1 D_2, \quad \text{де:}$$

$$D_1 = \begin{vmatrix} z_0^n & z_1^n & \dots & z_n^n \\ z_0^{n-1} & z_1^{n-1} & \dots & z_n^{n-1} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ z_0 & z_1 & \dots & z_n \\ 1 & 1 & \dots & 1 \end{vmatrix} = \Pi(z_i - z_k), \quad D_2 = \begin{vmatrix} 1 & 1 & \dots & 1 \\ \varphi_1(z_0) & \varphi_1(z_1) & \dots & \varphi_1(z_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \varphi_n(z_0) & \varphi_n(z_1) & \dots & \varphi_n(z_n) \end{vmatrix}$$

А що:

$$(z_s) = z_i = z_s^i + c_1 z_s^{i-1} + c_2 z_s^{i-2} + \dots + c_i,$$

то не тяжко доказати, що $D_2 = D_1$, отже що $D = D_1^2$.

Визначник рівнянь 7), що походять зі зложення лінійних системів рівнянь, є очевидно рівний добутковий з визначників тих $(n-1)$ системів, отже рівнає ся $D_2^{2(n-1)} \geq 0$, бо функція $f_1(z)$ має всі корені $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$ між собою різні.

4. Щоби найти вартости ε_1^h для рівнянь 7), виходить Hermite з інтегралу:

$$\int e^{-z} \frac{f_1(z)}{z - \zeta} dz,$$

де ζ представляє один з коренів $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$ рівняння $f_1(z) = 0$, і доказує, що:

$$\int e^{-z} \frac{f_1(z)}{z-\zeta} dz = -e^{-z} f_2(z, \zeta), \quad (8)$$

де:

$$f_2(z, \zeta) = z^n + \varphi^1(\zeta) z^{n-1} + \varphi^2(\zeta) z^{n-2} + \dots + \varphi^n(\zeta),$$

а $\varphi^i(\zeta)$ є — як передше $\varphi_i(\zeta)$ — цілкова функція аргументу степеня i ; найвищий її сочинник є 1, а прочі є цілковиті симетричні функції коренів $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$, отже цілі числа, коли ті корені є цілі. Тоді і всі вартости $f_2(z_i, z_k)$ є цілі числа, а позаяк они є аналогічно зложені, як і $\varphi(z_i, z_k)$, то визначник величин $f_2(z_i, z_k)$ є також різний від нуля.

З огляду на рівняня 5) і 8) маємо:

$$\varepsilon_i^h = e^{-z_0} f_2(z_0, z_h) - e^{-z_i} f_2(z_i, z_h),$$

а наколи місто ε_m^h напишемо $\varepsilon_{i, m}^h$, щоби зазначити зависність величин ε_m^h від z_i , то дістанемо рівняня:

$$\left. \begin{aligned} m^0 &= e^{-z_0} x_0 - e^{-z_i} x_i \\ m^1 &= e^{-z_0} \beta_0 - e^{-z_i} \beta_i \\ m^n &= e^{-z_0} \lambda_n - e^{-z_i} \lambda_i \end{aligned} \right\} \quad (9)$$

де:

$$\left. \begin{aligned} x_i &= a_0 f_2(z_i, z_0) + a_1 f_2(z_i, z_1) + \dots + a_n f_2(z_i, z_n) \\ \lambda_i &= l_0 f_2(z_i, z_0) + l_1 f_2(z_i, z_1) + \dots + l_n f_2(z_i, z_n) \end{aligned} \right\} \quad (10)$$

Кілько раз корені $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$ є цілі числа, мусять і числа x_i, β_i, λ_i бути цілі; бо тоді будуть не лиш всі числа $f_2(z_i, z_k)$, але і всі величини $\varphi(z_i, z_k)$, а також і всі сочинники a, b, l , утворені з таких виражень через додаване, віднімане і множене числами цілими.

5. На основі дотеперішних розслідів легко вже перейти до доказу про переступ числа e . Бо наколиби e було числом алгебраїчним, отже корінем якогось алгебраїчного рівняня о раціональних сочинниках, то мусілоб існувати рівняне:

$$e z_0 n_0 + e z_1 n_1 + \dots + e z_n n_n = 0 \quad (11)$$

де n_i є цілі числа, різні від нуля, а $z_0, z_1, \dots, z_n$ числа цілі-додатні. Но наколи ті $z_0, z_1, \dots, z_n$ виберемо так, що будуть коріннями рівняння $f_1(z) = 0$, то дістанемо з першого із рівнянь 9), коли i переходить вартости 1, 2, ..., n :

$$\varepsilon_{1m}^0 = e^{-z_0 z_0} - e^{-z_1 z_1}$$

$$\varepsilon_{2m}^0 = e^{-z_0 z_0} - e^{-z_2 z_2}$$

$$\varepsilon_{nm}^0 = e^{-z_0 z_0} - e^{-z_n z_n}$$

а наколи ті рівняння по черзі помножимо через $e^{z_1 n_1}, e^{z_2 n_2}, \dots, e^{z_n n_n}$ і додамо, дістанемо під заложенем 11) рівняне:

$$z_0 n_0 + z_1 n_1 + \dots + z_n n_n = -(e^{z_1 \varepsilon_{1m}^0} n_1 + e^{z_2 \varepsilon_{2m}^0} n_2 + \dots + e^{z_n \varepsilon_{nm}^0} n_n). \quad (12)$$

По лівій стороні є число ціле. Ходить о праву сторону. На основі теореми про середню вартість маємо:

$$\begin{aligned} \varepsilon_{im} &= \frac{1}{1.2.3 \dots (m-1)} \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z-z_0} dz = \frac{1}{1.2.3 \dots (m-1)} \frac{f_1(\zeta)^m}{\zeta-z_0} \int_{z_0}^{z_i} e^{-z} dz = \\ &= \frac{f_1(\zeta)}{\zeta-z_0} \frac{f_1(\zeta)^{m-1}}{1.2.3 \dots (m-1)} (e^{-z_0} - e^{-z_i}), \end{aligned}$$

де ζ представляє певну вартість в інтервалі (z_0, z_i) . Позаяк при m ростучім $\inf \varepsilon_{im}^0$, як се з послідного видно, без кінця меншає для якоїнебудь вартости i , то права сторона в 12) маліє при m ростучім без кінця, отже стає менша від 1; наколи проте рівняне 12) має оставатись для якогобудь m , мусить права сторона бути зєром. Аналогічно до рівняня 12) дістанемо систему рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} z_0 n_0 + z_1 n_1 + \dots + z_n n_n &= 0. \\ \beta_0 n_0 + \beta_1 n_1 + \dots + \beta_n n_n &= 0. \\ \lambda_0 n_0 + \lambda_1 n_1 + \dots + \lambda_n n_n &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (13)$$

Се можливе лиш тоді, коли визначник тих рівнянь, утворений з величин z_i, β_i, λ_i , є зєром; однак то послідне не може бути, бо визначник той, як слїдує з рівнянь 10), є добутком двох визначників, одного $D_2^{2(m-1)}$, другого D_2^2 , а сей добуток, так як D_2 , є різний від нуля.

З віден слїдує, що рівняне 11) не може істнувати, отже що число e є переступне.

Розсліди Hilbert'a, Hurwitz'a Gordan'a.¹⁾

1. Hilbert виходить з рівняня:

$$a + a_1 e + a_2 e^2 + \dots + a_n e^n = 0,$$

де a_r є числа цілковиті раціональні; рівняне се мусіло би істнувати, наколи би e було числом алгебраїчним.

Наколи се рівняне помножимо через інтеграл:

$$I = \int_0^\infty z^\rho [(z-1)(z-2)\dots(z-n)]^{\rho+1} e^{-z} dz,$$

де ρ є число ціле додатне, дістанемо вираженє:

$$a I + a_1 e I + a_2 e^2 I + \dots + a_n e^n I = P_1 + P_2,$$

де:

$$P_1 = a \int_0^\infty + a_1 e \int_0^\infty + a_2 e^2 \int_0^\infty + \dots + a_n e^n \int_0^\infty$$

$$P_2 = a_1 e \int_0^1 + a_2 e^2 \int_0^2 + \dots + a_n e^n \int_0^n$$

Але:

$$\int_0^\infty z^\rho e^{-z} dz = \Gamma(\rho+1) = \rho! \quad ^1)$$

де $\Gamma(\rho+1)$ є звисним інтегралом Euler'a, проте I є число раціональне ціле, подільне через $\rho!$, а коли за z будемо брати підставленя:

$$z = z' + 1, \quad z' + 2, \quad z' + n,$$

то дістанемо, що і інтеграли:

$$e \int_1^\infty, \quad e^2 \int_2^\infty, \quad e^n \int_n^\infty$$

¹⁾ Розсліди Hilbert'a поміщені в Göttinger Nachrichten 1893 N. 2, розсліди Hurwitz'a ibidem N. 4, розсліди Gordana в Mathematische Annalen т. 43 ст. 222.

²⁾ Гл. и. пр. Schlömilch. Handbuch der Mathematik II. 609.

є числа цілі раціональні, подільні через $(\rho+1)!$. Отже P_1 є число ціле, подільне через $\rho!$, і в виду цього існувати мусить конгруенція:

$$\frac{P_1}{\rho!} \equiv \pm a [n!]^{\rho+1} \pmod{\rho+1} \quad 1)$$

Наколи в інтервалі $z = (0 \dots n)$ є:

$$\text{Max. } z(z-1)(z-2) \dots (z-n) = k_1$$

$$\text{Max. } (z-1)(z-2) \dots (z-n) e^{-z} = k_2$$

то очевидно, що:

$$\left| \int_0^1 \right| < k_2 k_1 e, \quad \left| \int_0^2 \right| < 2 k_2 k_1 e, \quad \left| \int_0^n \right| < n k_2 k_1 e,$$

а наколи положимо:

$$k = \left\{ |a_1 e| + 2 |a_2 e^2| + \dots + n |a_n e^n| \right\} k_2,$$

то тоді дістанемо:

$$|P_2| < k k_1 e, \quad 2)$$

Виберім ρ (цілкове) так, щоби оно було подільне через ціле число $n!$ і щоби $n \frac{k_1 e}{\rho!} < 1$. Тоді на основі конгруенції 1) $\frac{P_1}{\rho!}$ є число ціле неподільне через $(\rho+1)$, отже $\frac{P_1}{\rho!} \not\equiv 0$, а позаяк на основі 2) $\frac{P_2}{\rho!} < 1$, то рівняне:

$$\frac{P_1}{\rho!} + \frac{P_2}{\rho!} = 0$$

не існує. Не існує тоді і рівняне, з якого ми вийшли, отже e є числом переступним.

2. Hurwitz бере функцію $f(x)$ цілковиту раціональну степеня ρ аргументу x і кладе:

$$F(x) = f(x) + f'(x) + \dots + f^{(\rho)}(x) \quad 1)$$

то тоді

$$\frac{d}{dx} \left(e^{-x} F(x) \right) = -e^{-x} f(x).$$

А позаяк в загалї:

$$\varphi(x) - \varphi(0) = x\varphi'(\theta x) \quad 0 < \theta < 1,$$

то:

$$\begin{aligned} e^{-x}F(x) - F(0) &= -xe^{-\theta x}f(\theta x), \quad \text{або:} \\ F(x) - e^{-x}F(0) &= -xe^{(1-\theta)x}f(\theta x) \quad 0 < \theta < 1. \end{aligned} \quad 2)$$

Приймїм, що e є числом алгебраїчним, отже що існує рівнянє:

$$a_0 + a_1e + a_2e^2 + \dots + a_n e^n = 0 \quad 3)$$

а a_i числа цілі, а $a_0 < 0$ (се можна все так вибрати).

Заложїм, що:

$$f(x) = \frac{1}{(p-n)!} x^{p-1} (1-x)^p (2-x)^p \dots (n-x)^p,$$

p число перве, більше від n ; положїм:

$x = 1, 2, 3, \dots, n$, то дістанемо рівнянє:

$$\left. \begin{aligned} F(1) - eF(0) &= \varepsilon_1 \\ F(2) - e^2F(1) &= \varepsilon_2 \\ &\vdots \\ F(n) - e^nF(0) &= \end{aligned} \right\} \quad 4)$$

де:

$$\begin{aligned} \varepsilon_k &= -ke^{(1-\theta)k} \frac{(\theta k)^{p-1} (1-\theta k)^p \dots (n-\theta k)^p}{(p-1)!} \\ \lim_{k \rightarrow \infty} \varepsilon_k &= 0. \quad (k = 1, 2, \dots, n). \end{aligned}$$

Але після 1) дістанемо вартість функції $F(k)$, наколи розвинемо $f(k+h)$ після степенів аргументу k , а опісля степенї $h, h^2, h^3, \dots$ заступимо через $1! 2! 3!$

Проте числа $F(1), F(2), \dots, F(n)$ є подільні через p , $F(0)$ не є через p подільне.

З рівнянь 4) і 3) слїдує:

$$a_1F(1) + a_2F(2) + \dots + a_n F(n) + a_0F(0) = a_1\varepsilon_1 + a_2\varepsilon_2 + \dots + a_n \varepsilon_n.$$

А що для $\lim_{p \rightarrow \infty}$ права сторона стає безконечно мала, то мусить бути:

$$a_1F(1) + a_2F(2) + \dots + a_n F(n) + a_0F(0) = 0. \quad 5)$$

Однак рівняння 5) не може існувати, бо по лівій стороні є число через p неподільне. Не існує отже і рівняння 3), або інакше число e є переступне.

3. Gordan бере під увагу ряд:

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \dots$$

і кладе символічно:

$$r! = h^r;$$

наколи обі сторони помножимо через сю величину $r!$ і якусь сталу c_r , то дістанемо:

$$c_r h^r e^x = c_r (x+h)^r + c_r x^r u_r,$$

де:

$$u_r = \frac{x}{r+1} + \frac{x^2}{(r+1)(r+2)} + \dots$$

Наколи:

$$= |x| \quad \text{то} \quad |u_r| < e^{\xi},$$

а наколи положимо:

$$u_r = q_r e^{\xi}, \quad \text{то} \quad |q_r| < 1.$$

З 1) маємо:

$$c_r h^r e^x = c_r (x+h)^r + c_r x^r q_r e^{\xi},$$

$$e^x \sum_{r=0}^s c_r h^r = \sum_{r=0}^s c_r (x+h)^r + e^{\xi} \sum_{r=0}^s c_r q_r x^r;$$

положимо:

$$\sum_{r=0}^s c_r x^r = \varphi(x), \quad \sum_{r=0}^s c_r q_r x^r = \psi(x),$$

то тоді:

$$e^x \varphi(h) = \varphi(x+h) + e^{\xi} \psi(x). \quad 2)$$

Наколи би існувало рівняння:

$$\sum_{k=0}^n c_k e^k = 0,$$

то після 2) мусіло би бути:

$$0 = \sum_{k=0}^n c_k \varphi(x+h) + \sum_{k=0}^n c_k \psi(k) e_k. \quad (3)$$

Наколи возьмемо:

$$\varphi(x) = \frac{x^{p-1}}{(p-1)!} \left[(1-x)(2-x) \dots (n-x) \right]^p,$$

де p є число перве, більше від n і від c_0 , то $\varphi(h+k)$ будуть числа цілі. Числа $\varphi(h+1)$, $\varphi(h+2)$, $\varphi(h+n)$ мають чинник p , число $c_0 \varphi(h)$ не має його; коли p росте, і ψ стають безконечно малі, рівняне 3) не може проте існувати, т. є. число c мусить бути переступне.

ЧАСТЬ ДРУГА.

Розсліди Lindemann'a.¹⁾

1. Розсліди Lindemann'a мають слѣдуючу основу: Наколи далоб ся доказати, що число $e^{\pi i}$ не є раціональне, коли ζ є числом альгебраїчним, то з рівняня $e^{\pi i} = -1$ слідує просто, що πi , отже і само π не є числом альгебраїчним, лиш переступним.

При тім вистане уважати яко ціле число альгебраїчне.²⁾

Бо наколиби не було цілим числом альгебраїчним і було коренем рівняня:

$$\zeta^r + p_1 \zeta^{r-1} + p_2 \zeta^{r-2} + \dots + p_r + 0 \quad (1)$$

з раціональними сочинниками, так що можна покласти:

$p_i = \frac{q_i}{q}$ де q і q_i є числа цілі (q найбільший спільний знаменник), то $\zeta' = q\zeta$ сповняє рівняне:

$$\zeta'^r + Q_1 \zeta'^{r-1} + \dots + Q_r = 0,$$

¹⁾ Поміщені они в Math. Annalen т. 20 ст. 213

²⁾ Число альгебраїчне ціле є таке, що є коренем рівняня альгебраїчного о цілковитих сочинниках (гл. и. пр. Bachmann: Vorlesungen u. Natur der Irrationalzahlen ст. 3).

де Q_i є числа цілі, отже ζ' є числом цілим альгебраїчним, а наколи $e\zeta$ є раціональне, то і $e\zeta' = (e\zeta)q$ є раціональне. Наколи отже докажемо, що $e\zeta'$ не є раціональне, де ζ' є ціле число альгебраїчне, то сей доказ має значінє і для $e\zeta$, де e є яке-небудь число альгебраїчне. Вистанє проте розслїдити рівнанє 1) з раціональними сочинниками.

Приймем дальше, що рівнанє 1) є неприводне (irreductibel); бо наколиби оно було приводне, то булоби добутком неприводних чинників, з яких бодай один для ζ стає ся зером; отже ζ булоби коренем якогось рівняня неприводного, яке тоді взялибисьмо за 1).

Наколи отже кренї рівняня 1) є $\zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_r$, то они є між собою ріжні, бо інакше рівнанє 1) булоби приводним:

Величини:

$$e\zeta_1, e\zeta_2, \dots, e\zeta_r \quad 2)$$

є отже коренями рівняня:

$$(Z - e\zeta_1)(Z - e\zeta_2) \dots (Z - e\zeta_r) = 0, \quad \text{або:} \\ Z^r + M_1 Z^{r-1} + M_2 Z^{r-2} + \dots + M_r = 0 \quad 3)$$

де сочинники (без огляду на знак) мають вид:

$$\sum e\zeta_1, \sum e\zeta_1 + \zeta_2, \sum e\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3, \dots, e\zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_r.$$

Наколи би одна з величин 2) була раціональна н. пр. $e\zeta_1 = \frac{\mu}{\nu}$

то рівнанє 3) мусїло би сповнити ся для $Z = \frac{\mu}{\nu}$, отже мусїло би бути:

$$n_0 + n_1 \sum e\zeta_1 + n_2 \sum e\zeta_1 + \zeta_2 + \dots + n_r \sum \zeta_1 = 0, \quad 4)$$

де $n_0, n_1, \dots, n_r$ є числа цілі. Наколи докажемо, що се рівнанє не є можливе, то тим самим докажемо переступу числа π .

Розслїдїм ту случай, що для кожної функції в виложивку:

$$\zeta_1, \zeta_1 + \zeta_k, \zeta_1 + \zeta_k + \zeta_l$$

альгебраїчно ріжні вартости, які ті функції при пермутациях коренїв дістають, є і нумерично між собою ріжні, н. пр. всі вартости $\zeta_1 + \zeta_k$ є між собою ріжні.

Наколи $F(\zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \dots, \zeta_r)$ буде яка-небудь функция коренїв ζ_i з цілими сочинниками, то — як звїсно з теорії рівнянь — мусять ті нумерично ріжні вартости сочинників сповнити якесь рівнанє, що як 1) має цілі сочинники і є неприводне. Позаяк тоді і вартости

виложників в кожній сумі, які виступають в рівнянню 4), мусять бути коренями аналогічного рівняння, то ніякий з тих виложників не може бути зером. Далше ми можемо прийняти, що не лиш в одній і тій самій сумі ті всі виложники є між собою ріжні, як оно вже дійсно є, але що і виложники ріжних сум є між собою ріжні; бо наколи би два такі виложники були собі рівні, то рівняння неприводні, які они сповняють, мусїлиб бути ідентичні, отже мусїлиб мати усі корені рівні; тоді булиб і ті суми виложників рівні, можнаб їх проте стягнути в один член, а тоді дісталибсьмо рівнянне такого самого виду, як і рівнянне 4), а з тим можна би поступати так дальше, як з 4), наколибсьмо приняли в тім рівнянню всі виложники ріжні від зєра і ріжні між собою.

В кінці якенебудь представленє корєнів $\zeta_1 \zeta_2 \dots \zeta_r$ має лиш то значінє, що в кожній сумі виложники тільки між собою рівночасно в якийсь спосіб поміняють ся.

2. Коли так є, то положім:

$$\left. \begin{aligned} z_1 &= \zeta_1, z_2 = \zeta_2, \dots, z_r = \zeta_r, \\ z_{r+1}, z_{r+2}, \dots, z_{r+q} &\text{ вартости, які мають} \\ \text{виложники другої суми, і т. д.} \\ z_n &= \zeta_1 + \zeta_2 + \dots + \zeta_r. \end{aligned} \right\} \quad 5)$$

то — як видко — $z_1, z_2, \dots, z_n$ є корені рівняння n . степеня¹⁾ о цілих сочинниках, ріжні від зєра і між собою.

Рівнянне 4) є проте лиш спеціальним типом рівняння 11) в розслїдах Hermite'a і тут дістанемо — аналогічно як там з рівняння 12) — рівняння:

$$\left. \begin{aligned} z_0 n_0 + \sum_{s=1}^r z_s n_s + \sum_{s=r+1}^{r+q} z_s n_s + \dots + z_n n_n &= \\ \beta_0 n_0 + \sum_{s=1}^r \beta_s n_s + \sum_{s=r+1}^{r+q} \beta_s n_s + \dots + \beta_n n_n &= \zeta_1 \\ \lambda_0 n_0 + \sum_{s=1}^r \lambda_s n_s + \sum_{s=r+1}^{r+q} \lambda_s n_s + \dots + \lambda_n n_n &= \zeta_n \end{aligned} \right\} \quad 6)$$

¹⁾ Робити треба ріжницю між виразами: степень masc.=Grad, а степень fem.=Potenz

де:

$$\xi_0 = - \left[(c z_1 \varepsilon_{1, m}^0 + \dots + c z_r \varepsilon_{r, m}^0) n_1 + (c z_{r+1} \varepsilon_{r+1, m}^0 + \dots + c z_{r+q} \varepsilon_{r+q, m}^0) n_2 + \dots + c z_n \varepsilon_{n, m}^0 n_r \right]$$

і т. д.

Наколи поміняєм z_i z_k , які належать до одної і тої самої групи 5) коренів, н. пр. z_1 і z_2 , то, позаяк:

$$\varepsilon_{i, m}^h = \frac{1}{1. 2. 3. (m-1)} \int_{z_0}^{z_1} e^{-z} \frac{f_1(z)^m}{z z_h} dz,$$

то $\varepsilon_{1, m}^h$ перейде в $\varepsilon_{2, m}^h$ і навідворіть, наколи $h \leq 1, 2$, а $\varepsilon_{g, m}^h$ не змінює ся, наколи і $g \leq 1, 2$. Отже н. пр. переходить:

$$\varepsilon_{1, m}^0 = e^{-z_0} z_0 - e^{-z_1} z_1 \quad \text{в} \quad \varepsilon_{2, m}^0 = e^{-z_0} z_0 - e^{-z_2} z_2$$

і навідворіть, а:

$$\varepsilon_{g, m}^0 = e^{-z_0} z_0 - e^{-z_g} z_g$$

лишає ся без зміни, наколи перемінимо z_1 і z_2 . Бачимо проте, що коли дві величини z_i і z_k одної з груп 5) з собою поміняємо, то в рівняннях 6) не змінюють ся ліві сторони крім двох, які між собою поміняють ся; а іменно ліва сторона першого з тих рівнянь всегдa остає без зміни, бо вартість індексу h , який до неї належить, т. є. $h=0$, все є різна від i, k .

Позаяк кожда пермутація величин $\varepsilon_1 \varepsilon_2 \dots \varepsilon_k$, при котрій тільки такі з тих величин між собою перемінюємо, які належать до одної і тої самої з груп 5), повстає через ряд перемін двох величин z_i z_k одної і тої самої групи, то можемо висказати еще загальніший результат, що при кожній пермутації остає ліва сторона першого з рівнянь 6) без зміни, а иньші з тих рівнянь змінюють ся лиш між собою.

Но ми знаєм, що при яких-небудь переставленнях коренів $\zeta_1 \zeta_2 \dots \zeta_r$ такі лиш переміни можуть між тими величинами $z_1 z_2 \dots z_n$ виступати, про які ми що іно згадали. Можемо проте загально сказати:

При перемінах коренів $\zeta_1 \zeta_2 \dots \zeta_r$ остає ліва сторона першого з рівнянь 6) без зміни, а n виражень, що в лівим сторонам дальших рівнянь 6), перемінюють ся між собою, отже вираження, утворені симме-

трично з тих лівих сторін, остають без зміни. А тоді на основі звісного правила про симетричні функції коренів слідує, що ліва сторона першого з рівнянь 6) є якимсь числом цілим н. пр. n , а ліві сторони прочих n рівнянь є коренями рівняння n -того степеня:

$$v^n + u_1 v^{n-1} + u_2 v^{n-2} + \dots + u_n = 0, \quad 7)$$

де усі сочинники u_i є числа цілі.

3. Рівняня 6) остають для всілякої вартости m , отже і для $\lim m = \infty$. Погляньмо, що буде тоді з правими сторонами рівнянь 6) т. є. з $\xi_0, \xi_1, \dots, \xi_n$.

Щоби се розслідити, возьмім інтеграл:

$$I = \int_{z_1}^{z_2} e^{-z} \frac{f(z)^m}{z - z_h} dz,$$

де дорога інтегрована є яка небудь, і виберім дорогу інтегрованя так, що она не переходить через точки $z_1, z_2, \dots, z_n$, а єї довгість є скінчена, рівна l_1^h . По тій дорозі задержить не лиш $f(z)$, але і $\frac{e^{-z}}{z - z_h}$ скінчені вартости, так що по тій дорозі:

$$|f(z)| \leq M_1^h, \quad \left| \frac{e^{-z}}{z - z_h} \right| < M'_{1^h},$$

де M_1^h і M'_{1^h} мають скінчені вартости. А що інтеграл I , як з рахунку інтегрального звісно, можна уважати за суму безконечно много додатників:

$$\frac{e^{-z}}{z - z_h} f(z)^m [z_{k+1} - z_k],$$

то на основі правила о беззглядній вартости суми є:

$$|I| \leq \sum \left| \frac{e^{-z}}{z - z_h} \right| |f(z)|^m |z_{k+1} - z_k|,$$

а тим більше:

$$|I| \leq \sum M'_{1^h} (M_1^h)^m |z_{k+1} - z_k|.$$

Але:

$$\sum |z_{k+1} - z_k| = l_1^h \text{ (дорога),}$$

отже :

$$|I| \leq (M_1^h)^m M_1'^h l_1^h,$$

або :

$$|i, m^h| \leq \frac{(M_1^h)^m M_1'^h l_1^h}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)}.$$

Наколи з поміж всіх вартостей $M_1^h, M_1'^h, l_1^h$ найбільші є M, M', l , то для якого-небудь ε_1, m^h мусить бути :

$$|m^h| \leq \frac{M^{m-1}}{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdots (m-1)} M M' l.$$

Але M, M', l не є від m залежні, тому-то та послідна границя стає ся для $\lim m = \infty$ безконечно мала. То само буде і з $| \varepsilon_1, m^h |$, отже і з $| \xi_0^h |, | \xi_n^h |$, а позаяк ліва сторона першого з рівнянь 6) є числом цілим, то для всіх $m > \mu$ мусить $\xi_0 = 0$.

Однак ліві сторони прочих рівнянь 6) були коренями рівняня 7); але позаяк ті корені можна для всіх $m > \mu$ зробити безконечно малими, то то само дїє ся і з $u_1, u_2, \dots, u_n$, а що то є числа цілі, то мусить бути $u_1 = u_2 = \dots = u_n = 0$.

Отже і корені рівняня 7), т. є ліві сторони в 6) мусить бути зером т. є.

$$\begin{aligned} n_0 x_0 + n_1 \sum_{s=1}^r x_s + n_2 \sum_{s=r+1}^{r+q} x_s + \dots + n_n x_n &= 0. \\ n_0 \beta_0 + n_1 \sum_{s=1}^r \beta_s + n_2 \sum_{s=r+1}^{r+q} \beta_s + \dots + n_n \beta_n &= 0. \\ n_0 \lambda_0 + n_1 \sum_{s=1}^r \lambda_s + n_2 \sum_{s=r+1}^{r+q} \lambda_s + \dots + n_n \lambda_n &= 0. \end{aligned}$$

А що n_i не можуть всі бути зером, то мусить їх визначник бути зером. Се моглоб лиш тоді бути, наколиб як в розслідах Hermite'а — визначник рівняня о коренях $z_1, z_2, \dots, z_n$ був зером, а се не може бути, бо ті величини, як ми прийняли, є між собою ріжні. Заложене, з якого ми вийшли, є протє неможливе, або π є числом переступним.

4. Щоби наш доказ був повний, треба би еще доказати, що він еще й тоді стійний, наколи ті алгебраїчно різні вартости функцій $\zeta_1 + \zeta_2$, $\zeta_1 + \zeta_2 + \zeta_3$, ..., що приходять в рівняню 4), не всі є між собою нумерично різні. Того переходити не будемо, бо із сказаного уже достаточного слідний спосіб, в який Lindemann перевів доказ переступу числа π .

Розсліди Weierstrass'a.¹⁾

1. Weierstrass перевів доказ переступу числа π на основі певного твердження з теорії функцій, яке ми ту лиш без доказу наводим.²⁾ Звучить оно:

Наколи існує функція цілковита $f(z)$ степеня $(n+1)$ з коренями $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$, між собою ріжними, то існує систем

$$g_0(z), g_1(z), \dots, g_n(z)$$

$(n+1)$ цілковитих функцій аргументу z , степеня що найбільше n , таких, що визначник величин $g_i(z_k)$ є ріжний від зєра, а кожда ріжниця:

$$g_i(z_0) e^{z_k} - g_i(z_k) e^{z_0} \quad (i, k = 0, 1, 2, \dots, n)$$

є така, що:

$$| g_i(z_0) e^{z_k} - g_i(z_k) e^{z_0} | < \delta,$$

де δ є число додатне, дуже мале.

2. На основі сього твердження перейдім до дальших розслідів над числом π .

Звісно, що рівняне: $e^x + 1 = 0$ має лиш корені $x = (2n+1)\pi i$. Наколи отже покажемо, що виражене $e^x + 1$ є ріжне від зєра, наколи x є числом алгебраїчним, то слїдує з того, що кожда вартість $x = (n+1)\pi i$, отже і π , не може бути числом алгебраїчним.

Щоби сей доказ перевести, возьмім якесь рівняне:

$$x^r + C_1 x^{r-1} + C_2 x^{r-2} + \dots + C_r = 0 \quad 1)$$

¹⁾ Гл. Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1885 p. 1067.

²⁾ Доказ сього твердження є н. пр. у Bachmann'a loc. cit. ст. 115.

де сочинники є раціональні, а степень $r \geq 2$; корені, які без жадного значіння для загального доказу можна взяти між собою ріжні, є $x_1, x_2, \dots, x_r$.

Возьмім добуток:

$$\prod_{h=1}^r (e^{\xi_h} + 1) \quad \text{і аналогічний} \quad \prod_{h=1}^r (e^{\xi_h} - 1),$$

де $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ є якісь неозначені величини, то загальний член того добутка є: $e^{\epsilon_1 \xi_1 + \epsilon_2 \xi_2 + \dots + \epsilon_r \xi_r}$, де $\epsilon_i = 0, 1$, отже:

$$\prod_{h=1}^r (e^{\xi_h} + 1) = \sum e^{\epsilon_1 \xi_1 + \epsilon_2 \xi_2 + \dots + \epsilon_r \xi_r},$$

де за ϵ_i взято всі можливі комбінації з 1 і 0; та сума має проте $r=2^r$ додатників. Наколи в тій сумі уложимо сї виложники в якийсь спосіб і назначимо їм $\zeta_0, \zeta_1, \zeta_2, \dots, \zeta_{p-1}$, то:

$$\prod_{h=1}^r (e^{\xi_h} + 1) = \sum_{k=0}^{p-1} e^{\zeta_k}. \quad 2)$$

А наколи вартости тих $\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_{p-1}$ є $z_0, z_1, \dots, z_{p-1}$ в тім случаю, коли неозначеним $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ дамо вартість означену $x_1, x_2, \dots, x_r$, то дістанемо:

$$\prod_{h=1}^r (e^{x_h} + 1) = \sum_{k=0}^{p-1} e^{z_k}. \quad 3)$$

Приймім, що між вартостями $z_0, z_1, \dots, z_{p-1}$ є $(n+1)$ ріжних між собою; позаяк між тими вартостями, наколи всі положимо рівні 0, крім одного, яке приймемо рівне 1, знаходять ся і корені $x_1, x_2, \dots, x_r$, то $(n+1)$ є очевидно більше як 1, вираження $\zeta_0, \zeta_1, \dots, \zeta_{p-1}$ може при тім так уложити, що величини $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$ будуть як раз тими величинами z_i , які є між собою ріжні, і що $z_n = 0$. Коли оно так є, то можна все утворити цілковиту функцію $f(z)$ $(n+1)$ -ого степеня, яка має за корені ті вартости $z_0, z_1, z_2, \dots, z_n$.

Бо возьмім добуток:

$$\prod_{k=0}^{p-1} (z - \zeta_k) = \prod (z - \epsilon_1 \xi_1 - \epsilon_2 \xi_2 - \dots - \epsilon_r \xi_r),$$

де останній добуток відносився до всіх p комбінацій вартостей $\varepsilon_i = 1, 0$, то сей добуток є очевидно цілковита функція величин $z, \xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ і то функція що до ξ_i симетрична. Наколи ті ξ_i приймуть вартість x_i коренів рівняння 1), то добуток $\prod_{k=0}^{p-1} (z - z_k)$

буде цілковита функція аргументу z , а її сочинники будуть цілковитими симетричними функціями тих коренів, отже цілковитими функціями сочинників рівняння алгебраїчного; а що ті сочинники — як ми прийняли — є раціональні, то сей добуток буде цілковитою функцією аргументу z з раціональними сочинниками. Наколи сю цілковиту функцію назовемо $\psi(z)$ і поділимо через найбільший спільний подільник, який мають $\psi(z)$ і її похідна $\psi'(z)$, то сей квот буде мав також раціональні сочинники, але коренями його будуть лиш ті z_k , що є між собою ріжні, т. є. $z_0, z_1, \dots, z_n$; наколи сей квот помножимо через найбільший спільний знаменник тих сочинників, то дістанемо функцію $f(z)$ $(n+1)$ -ого степеня з цілковитими сочинниками, а її коренями є $z_0, z_1, \dots, z_n$. Q. E. D.

3. Наколи пристосуємо помічне твердження Weierstrass'a до сей функції $f(z)$, то мусить існувати $(n+1)$ цілковитих функцій $g_0(z), g_1(z), \dots, g_n(z)$ таких, що для $z_0 = 0$:

$$|g_i(0) e^{z_k} - g_i(z_k)| <$$

або:

$$g_i(0) e^{z_k} - g_i(z_k) = \varepsilon_{i,k} \xi, \quad | \xi | < 1,$$

а визначник з $g_i(z_k)$ є ріжний від нуля.

Наколи зсумуємо останнє вираженє, дістанемо:

$$a_0^n g_i(0) \sum_{k=0}^{p-1} e^{z_k} = \sum_{k=0}^{p-1} a_0^n g_i(z_k) + \xi a_0^n \sum_{k=0}^{p-1} \varepsilon_{i,k},$$

а що:

$$\left| \sum_{k=0}^{p-1} \varepsilon_{i,k} \right| \leq p, \quad \text{то:}$$

$$a_0^n g_i(0) \sum_{k=0}^{p-1} e^{z_k} = \sum_{k=0}^{p-1} a_0^n g_i(z_k) + \tau_i, \quad \tau_i < 1. \quad 4)$$

$$(i = 0, 1, 2, \dots, n)$$

Щоби ліпше пізнати суму по правій стороні, возьмім аналогічну суму:

$$\sum_{k=0}^n a_0^n g_i(z_k) = \sum a_0^n g_i(\varepsilon_1 \xi_1 + \dots + \varepsilon_r \xi_r),$$

де послідня сума відносить ся до всіх комбінацій вартостей $\varepsilon_i = 0, 1$. Позаяк g_i є цілкова функція, то і та сума є цілкова функція величин $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_r$ і то симетрична; отже й сума:

$$\sum a_0^n g_i(z_k) \quad (5)$$

є цілкова симетрична функція величин $x_1, x_2, \dots, x_r$ т. є. коренів рівняня 1), отже цілкова функція коефіцієнтів того рівняня, отже число раціональне. З другої сторони g_i є цілкова функція що найвище степеня n , а проте:

$$a_0^n g_i(z_k) = A_0(a_0 z_k)^n + A_1(a_0 z_k)^{n-1} + \dots + A_n,$$

де A_s є числа цілі. А що z_k є корень рівняня $f(z) = 0$ є ціле алгебраїчне число, то і $a_0 z_k$, а що за тим йде, і $a_0^n g_i(z_k)$ є ціле алгебраїчне число.¹⁾ Але ціле алгебраїчне число, коли є раціональне, є і цілковим,²⁾ проте сума 5) є звичайне ціле число.

Однак се ціле число не може для всіх вартостей $i = 0, 1, 2, \dots, n$ бути зером. Бо наколи в сумі 5) зберемо разом ті вирази, де z_k має ту саму вартість, то суму ту можна написати також:

$$\sum_{k=0}^n n_k g_i(z_k) \quad (i = 0, 1, 2, \dots, n),$$

де n_k представляє самі додатні цілі числа; тих $(n+1)$ виразень не можуть рівночасно бути зером, бо тоді їх множник був би зером, що протівить ся твердженню Weierstrass'a.

Істнує отже напевно бодай одна вартість i , для якої в рівняню 4) перший вираз правої сторони є цілим числом, різним від зера, а проте ціла права сторона не є зером. Для сеї вартости i буде тоді і ліва сторона т. є. на основі рівняня 3) добуток:

$$a_0^n g_i(0) \prod_{h=1}^r (e^{x_h} + 1)$$

¹⁾ Глянъ н. пр. Bachmann, loc. cit. ст. 18.

²⁾ ibidem ст. 3.

різний від нуля; отже ніякий з чинників $(e^{x_h} + 1)$ не може бути нулем, наскільки x є числом алгебраїчним, бо x_h як корінь рівняння 1) представляє як небудь число алгебраїчне. Навіть для $r=1$, який-то випадок ми при рівнянні 1) виключили, було би x числом раціональним, як корінь рівняння першого степеня, а що e^x для x раціонального є більше від нуля, то і в тім випадку $e^x + 1 > 0$.

Маємо проте повний доказ, що число π є переступне. Q. e. d.

Розсліди Hilbert'a і Gordan'a.

1. Приймим, як каже Hilbert, що π є числом алгебраїчним, і що $x_1 = i\pi$ сповняє рівняння n -того степеня з сочинниками цілковитими. Коли інші корені цього рівняння є $x_1, x_2, \dots, x_n$, то позаяк $1 + e^{i\pi} = 0$, то і виражене:

$$(1 + e^{\alpha_1})(1 + e^{\alpha_2}) \dots (1 + e^{\alpha_n}) = 1 + e^{\beta_1} + e^{\beta_2} + \dots + e^{\beta_n} = 0; \quad 1)$$

виложники $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_n$, як се видно, є коренями рівняння степеня N з цілковитими сочинниками. Наскільки M виложників $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M$ є різні від нуля, а інші є нулем, то ті виложники $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M$ є коренями рівняння виду:

$$f(z) = bz^M + b_1z^{M-1} + \dots + b_M = 0,$$

де сочинники є також числами цілими, а останній сочинник b_M є від нуля різний. Тоді рівняння 1) прибере вид:

$$a + e^{\beta_1} + e^{\beta_2} + \dots + e^{\beta_M},$$

де a є цілкове і додатне. Помножимо се виражене через інтеграл:

$$I = \int_0^\infty z^p [g(z)]^{p+1} e^{-z} dz,$$

де p є число ціле додатне і де:

$$g(z) = b^M f(z).$$

Тоді виражене:

$$a I + e^{\beta_1} I + \dots + e^{\beta_M} I$$

розпадаєся на два вираження:

$$P_1 = a \int_0^\infty + e^{\beta_1} \int_{\beta_1}^\infty + e^{\beta_2} \int_{\beta_2}^\infty + \dots + e^{\beta_M} \int_{\beta_M}^\infty$$

$$P_2 = e^{\beta_1} \int_0^{\beta_1} + e^{\beta_2} \int_0^{\beta_2} + \dots + e^{\beta_M} \int_0^{\beta_M}$$

де в загальні інтеграл $\int_{\beta_1}^\infty$ розтягаєся в площі аргументу $z=x+iy$ від $z=\beta_1$ до $z=\infty$ подовж простої рівнобіжної до осі чисел дійсних, а інтеграл $\int_0^{\beta_1}$ від точки $z=0$ до $z=\beta_1$ подовж простої, що лучить ті дві точки.

Інтеграл $\int_0^\infty$ є знова числом раціональним цілковитим, подільним через $\rho!$ і існує, як се очевидно, конгруенція:

$$\frac{1}{\rho!} \int_0^\infty \equiv b^{\rho M+M} b_M e^{+1} \pmod{\rho+1}.$$

Положимо $z=z'+\beta_1$, то з огляду на $g(\beta_1)=0$ маємо:

$$e^{\beta_1} \int_0^\infty = \int_0^\infty (z'+\beta_1)^\rho [g(z'+\beta_1)]^{\rho+1} e^{-z'} dz' = (\rho+1)! G(\beta_1),$$

де $G(\beta_1)$ є функція цілковита аргументу β_1 степеня нижшого від числа $(\rho M+M)$, о сочинниках цілих, подільних через $b^{\rho M+M}$.

Позаяк $\beta_1, \beta_2, \dots, \beta_M$ є корені рівняння $f(z)=0$ о сочинниках цілковитих, то наколи їх помножимо через перший сочинник b , то они стають числами цілими альгебраїчними, отже:

$$G(\beta_1) + G(\beta_2) + \dots + G(\beta_M)$$

є доконче числом цілим раціональним. Звідси слідує, що P_1 є число ціле раціональне, подільне через $\rho!$ і що існує конгруенція:

$$\frac{P_1}{\rho!} \equiv a b^{\rho M+M} b_M e^{+1} \pmod{\rho+1} \quad 2)$$

З другої сторони, коли:

$$\left. \begin{array}{l} \text{Max } zg(z) = k_1 \\ \text{Max } g(z) e^{-z} = k_2 \end{array} \right\} \text{ по дорогах просточертних від } z=0 \text{ до } z=\beta_1,$$

то :

$$\left| \int_0^1 \beta_i \right| < |\beta_i| k_2 k e_1 \quad (i = 1, 2, \dots, M),$$

отже наколи положимо :

$$k = \left\{ |\beta_1 e \beta_1| + |\beta_2 e \beta_2| + \dots + |\beta_M e \beta_M| \right\} k_2,$$

то :

$$|P_2| < k k e_1. \quad 3)$$

Виберім ρ так, щоби оно було подільне через $ab\beta_M$ і щоби $k \frac{k e_2}{\rho!} < 1$. Тоді на основі 2) є $\frac{P_1}{\rho!}$ — числом неподільним через $(\rho+1)$, отже $\frac{P_1}{\rho!} \leq 0$, а позаяк після 3) $\left| \frac{P_2}{\rho!} \right| < 1$, то рівняв :

$$-\frac{P_1}{\rho!} + \frac{P_2}{\rho!} = 0$$

є неможливе, отже число π є переступне.

2. Наколи би, як каже Gordan, $i\pi$ було коренем рівняв з цілими сочинниками :

$$e(x-w_1)(x-w_2) \dots (x-w_\rho) = 0 \quad 1)$$

то було би :

$$(1+ew_1)(1+ew_2) \dots (1+ew_\rho) = 0. \quad 2)$$

Найже між сумами :

$$w_k, w_1 + w_k, w_1 + w_k + w_2,$$

находить ся $(C-1)$ величин рівних зеру, то наколи прочі є :

$$x_1, x_2, x_3, \dots, x_n,$$

а їх беззглядні вартости є :

$$a_1, a_2, a_3, \dots, a_n,$$

то після 2).

$$0 = C + \sum_{k=1}^{k=n} e^{a_k}.$$

Функції симетричні так величин ew_k , як і ex_k є числами цілими.

Однак на основі рівняв (пор. Gordan'а розсліди над числом e):

$$e^{x+h} = e^x(x+h) + e^x \psi(x)$$

буде:

$$0 = C\varphi(h) + \sum_{k=1}^n \varphi(z_k + h) + \sum_{k=1}^n e^{a_k} \psi(z_k) \quad (3)$$

Возьмім:

$$\varphi(x) = \frac{x^{p-1}}{(p-1)!} e^{ux+p-1} \left[(x-\alpha_1) (x-\alpha_2) \dots (x-\alpha_n) \right]^p,$$

де p є число перве, більше від кожного з чисел:

$$C, n, c, c^1, z_1, z_2, \dots, z_n.$$

$$\text{Величини } \varphi(h) \text{ і } \sum_{k=1}^n \varphi(z_k + h) \text{ є числа цілі; } \sum_{k=1}^n \varphi(z_k + h) \text{ має}$$

чинник p , а $C\varphi(h)$ не має цього чинника. Коли p росте, $|\varphi|$ і $|\psi|$ маліють без кінця. Рівняне 3) не може проте існувати, отже число π є переступне.

Квадратура кола.

Доказ переступу числа π є zarazом доказом на се, що розв'язане т. зв. проблему квадратури кола є неможливе. Перевести квадратуру кола значилоб визначити квадрат, котрого поверхня рівнає ся поверхні даного кола. Коло є визначене, коли в ньому є луч звісний, отже розв'язане квадратури кола зводить ся до способу, щоб винайти таку конструкцію, на основі якої з луча можнаб винайти бік квадрату. Геометри, що поставили сю задачу, знали лиш лінійю і циркель, отже розв'язане квадратури кола сходить на задачу, з луча, який можна прийняти за одиницю довгости, винайти через конструкцію при помочи лінійї і циркля бік квадрату рівного що до поверхні даному колу.

Однак така конструкція є просто неможлива. Бо-всілякі конструкції геометричні, які розв'язують ся при помочи лінійї і циркля, зводять ся до двох задач: 1) до трох довгостий винайти четверту пропорціональну, отже розв'язати пропорцію:

$$\frac{x}{a} = \frac{b}{c},$$

2) до двох довгостий найти середню пропорциональну, отже розв'язати пропорцію:

$$x^2 = ab.$$

При розв'язанню таких задач дістаєм x через самі раціональні операції, до яких що найбільше зачисляєм корень; але у нас:

$$x = r^2\pi,$$

або коли $r=1$, то $x=\pi$; щоби квадратура була можлива, мусілоб π бути числом алгебраїчним, а що π є переступне, то й квадратура кола є неможлива.

Так отже порішено вже раз сей проблем, що довгі літа за-
нимав многих учених, подібно як і другий проблем „perpetuum
mobile“; оба ті проблеми пішли там, де від давна було властиве їх
місце, і почивають супокійно побіч множества нньших того рода
неумістних задач в забутю. Над змаганнями деяких профанів, от
хоть би в найновіших часах д. Клімашевського,¹⁾ щоби сей проблем
з забутя знова витягнути на сьвітло денне, наука може лиш з ми-
лосердієм здвигнути раменами, що найбільше якийсь час може він
забавляти в щоденній пресі ширшу публіку, що не все знає від-
ділити правду від неправди.

Тернопіль в надолістї 1896 р.



¹⁾ Klimaszewski: La solution de quadrature du cercle. Paris 1896.

ДОКАЗИ ІСТНОВАННЯ ІНТЕГРАЛІВ РІВНЯНЬ РІЗНИЧКОВИХ.

Н а п и с а в

В О Л О Д И М И Р Л Е В И Ц К И Й.

Кожде рівняння різничкове, звичайне або частне, кожний систем таких рівнянь представляє змінні залежності, що виступають в тих рівняннях яко якісь функції змінної незалежної. Функції ті зовуться функціями інтегральними або інтегралами, а наколи їх вставити в дані рівняння різничкові, то они їх зводять до тотожності. Однак істнування таких функцій не є, якби се ся видавало, очевидне *à priori*; нічо не дає нам права без ніякого застереження твердити, що так й дійсно є. Давнійші аналітики стреміли лишень до сього, щоби перевести квадратуру даних рівнянь різничкових, а до сього уживали різних а різних метод. До перва перший Cauchy дав строго-аналітичний доказ, що кожде рівняння різничкове (або і їх систем) має інтеграл, а в новіших часах показали Sturm, Liouville, Abel, Jacobi, Briot, Bouquet, Riemann, Weierstrass, Clebsch, Aronhold, а головню Fuchs, що в теорії рівнянь різничкових ходить головню не так о зведенє даної задачі до ряду квадратур, як більше о се, щоби з самого рівняня різничкового пізнати вид і перебіг інтегралу тогож рівняня в кожній точці площі зложеного аргументу. Так отже Cauchy подав перший доказ загальний на істнування інтегралів, а Fuchs перевів дуже основні розсліди над самими інтегралами і над їх видами, а то іменно в точках особливих тих інтегралів.

Перший доказ Cauchy є нам звісний лиш з твору французького математика Moigno;¹⁾ доказ сей є оснований на підстав-

¹⁾ Moigno. Leçons sur le calcul différentiel et le calcul integral, том II, лекція 26 і 33.

ленню рівнянь різницевих за дані рівняння різничкові. В подекуди зміненім виді представив сей доказ Lipschitz. Опісля подав Cauchy другий доказ істновання інтегралів;¹⁾ доказ сей полягає на розвиненню функцій на ряди степенні після форми Mac-Laurin'a; в спосіб більше симетричний вложили його Briot і Bouquet. Побіч тих доказів існують ще докази Laurent'a і Picard'a, а в кінці в теорії Fuchs'a міститься також доказ істновання інтегралу для лінійного рівняння різничкового ряду n . Докази Cauchy Laurent'a і Picard'a відносять ся до систему рівнянь різничкових цілковитих лінійних першого ряду, але се не вменшає загальности тих доказів, бо як звісно кожде рівняння різничкове висшого ряду дасть ся звести на систем рівнорядних рівнянь різничкових першого ряду.

Що до рівнянь різничкових частных, то і там треба було перевести розсліди над істнованем інтегралів. Істноване інтегралів і для тих рівнянь показав перший Cauchy, а опісля Darboux, Méray і Ковалевска; доказ сеї послідної, так за скоро помершої знаменитої та феноменальної жінчини, є під кожним зглядом класичний.

Ся розвідка не має наміру представляти ані різних інтересних метод квадратури, ані хороших та глибоких розслідів Fuchs'a; єї завданем є представити у купі ті численні а так важні докази істновання функцій інтегральних. Містить она перший і другий доказ Cauchy, перший в виді, який йому дав Lipschitz, другий в виді, який йому дали Briot і Bouquet; далі містить она докази Laurent'a, Picard'a і Fuchs'a для цілковитих, і доказ Ковалевскої для частных рівнянь різничкових. Подав я усюди літературу, о скільки она мені була доступна, і о скільки се було можна старав ся я у всіх тих доказах, що і часом і способом представлення дуже є різні, перевести однастайність та одноцільність.

Перший доказ Cauchy.²⁾

1. Возьмім на початок одно лише рівняння різничкове першого ряду:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy), \quad 1)$$

¹⁾ Cauchy. Oeuvres complètes 1 série, том VII.

²⁾ Пор. Lipschitz: Lehrbuch der Analysis 504; також Picard: Traité d'analyse том II, 291 et sqts.

де $f(xy)$ є функція дійсна дійсних аргументів x і y , а крім цього тягла в інтервалі:

$$|x - x_0| < a, \quad |y - y_0| < b, \quad (2)$$

де (x_0, y_0) є одною парою wartości аргументів (xy) . Можна проте найти так мале δ і λ , що в нашій інтервалі:

$$|\Delta x| < \delta, \quad |\Delta y| < \delta, \quad |f(x + \Delta x, y + \Delta y) - f(xy)| < \lambda.$$

Приймим дальше — що є гіпотезою зовсім загальною — що існує таке додатне K , що:

$$|f(xy_2) - f(xy_1)| < K(y_2 - y_1); \quad (3)$$

а крім цього возьмим таке додатне A , що:

$$A \leq a, \quad AM \leq b, \quad (4)$$

де: $M = \max |f(xy)|$ в згаданій інтервалі.

Докажемо тепер, що існує тягла функція аргументів x і y така, що сповняє рівнянє:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy),$$

і є означена для кожної wartości x з інтервалу:

$$|x - x_0| < A$$

і приймає для $x = x_0$ wartość y_0 .

Щоби сей доказ перевести, возьмим інтервал:

$$|x - x_0| < A, \quad x > x_0,$$

і поділемо його на інтервали: $(x_0 \dots x_1)$, $(x_1 \dots x_2)$, $(x_{n-1} \dots x)$.
Утворим тепер рівнянє з різниць:

$$\left. \begin{aligned} y_1 - y_0 &= (x_1 - x_0) f(x_0 y_0). \\ y_2 - y_1 &= (x_2 - x_1) f(x_1 y_1). \\ y - y_{n-1} &= (x - x_{n-1}) f(x_{n-1} y_{n-1}). \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

Очевидно, що:

$$\begin{aligned} |y_1 - y_0| &< b, \\ |y_1 - y_0| &< M(x_1 - x_0) < AM < b; \\ y_2 &= y_0 + (x_1 - x_0) f(x_0 y_0) + (x_2 - x_1) f(x_1 y_1), \text{ отже:} \\ |y_2 - y_0| &< M(x_2 - x_0) < MA < b \quad \text{і т. д.} \end{aligned}$$

Последня wartość y в рівнянєх 5) є проте вираженєм точно означеним, зависимим від x і від точок поділу $x_1, x_2, \dots, x_{n-1}$.

2. Спитаємо, чи се виражене у сходить до якої означеної границі, наколи при сталім x всі інтервали зводять ся до зера, отже число тих інтервалів стає резконечно велике. Покажемо, що така границя дійсно існує і що она є такою функцією аргументу x , якої ми шукаємо.

Приймем, що маємо два способи дальшого поділу інтервалів $(x_\nu \dots x_{\nu+1})$. Перший спосіб поділу дасть нам точки:

$$x_0 \ x_1 \ x_2 \ \dots \ x_\alpha \ x_{\alpha+1} \ \dots \ x,$$

другий — для якого місто x і у писати мєм x' і y' — є такий, що інтервал $(x_\alpha \dots x_{\alpha+1})$ ділимо і дістанемо точки:

$$x'_1 = x_\alpha, \quad x'_m \quad x'_n = x_{\alpha+1}.$$

Тоді:

$$|y'_m - y'_1| < (x'_m - x'_1) M < (x_{\alpha+1} - x_\alpha) M.$$

Наколи ділене тих інтервалів доведено так далеко, що:

$$x_{\alpha+1} - x_\alpha < \delta, \quad (x_{\alpha+1} - x_\alpha) M < \lambda$$

(δ і λ вже висше вибрані), то тоді:

$$|f(x'_m y'_m) - f(x'_1 y'_1)| < \lambda. \quad 6)$$

Тепер дістанемо систем рівнянь різницьових:

$$\left. \begin{aligned} y'_{1+1} - y'_1 &= (x'_{1+1} - x'_1) f(x'_1 y'_1), \\ y'_{1+2} - y'_{1+1} &= (x'_{1+2} - x'_{1+1}) f(x'_{1+1} y'_{1+1}), \\ &\vdots \\ y'_n - y'_{n-1} &= (x'_n - x'_{n-1}) f(x'_{n-1} y'_{n-1}). \end{aligned} \right\}$$

Сума тих рівнянь дасть на основі 6) рівнянє:

$$y'_n - y'_1 = (x_{\alpha+1} - x_\alpha) [f(x'_1 y'_1) + \vartheta \lambda], \quad |\vartheta| < 1.$$

А що:

$$y_{\alpha+1} - y_\alpha = (x_{\alpha+1} - x_\alpha) f(x_\alpha y_\alpha), \quad \text{то:}$$

$$y'_n - y_{\alpha+1} = y'_1 - y_\alpha + (x_{\alpha+1} - x_\alpha) [f(x'_1 y'_1) - f(x_\alpha y_\alpha) + \vartheta \lambda]$$

а що $x'_1 = x_\alpha$, то на основі 3) маємо:

$$|y'_n - y_{\alpha+1}| < |y'_1 - y_\alpha| + (x_{\alpha+1} - x_\alpha) [k |y'_1 - y_\alpha| + \lambda].$$

Положім:

$$|y'_n - y_{\alpha+1}| = V_{\alpha+1}, \quad \text{то:}$$

$$V_{\alpha+1} < V_\alpha [1 + K(x_{\alpha+1} - x_\alpha)] + \lambda(x_{\alpha+1} - x_\alpha), \quad \text{або:}$$

$$V_{\alpha+1} + \frac{\lambda}{K} < \left(V_\alpha + \frac{\lambda}{K}\right) [1 + K(x_{\alpha+1} - x_\alpha)];$$

отже очевидно дістанемо ($V_0=0$):

$$V_{\alpha+1} + \frac{\lambda}{K} < \frac{\lambda}{K} \prod_{s=0}^{\alpha} \left[1 + K(x_{s+1} - x_s) \right].$$

Для додатних x є очевидно:

$$1 + Kx < e^{Kx}, \text{ отже:}$$

$$V_{\alpha+1} < \frac{\lambda}{K} \left(e^{K(x_{\alpha+1} - x_{\alpha})} - 1 \right), \text{ або}$$

$$|y'_{\alpha+1} - y_{\alpha+1}| < \frac{\lambda}{K} \left(e^{K(x_{\alpha+1} - x_{\alpha})} - 1 \right).$$

Наколи возьмемо за останню точку поділу x , за вартість одержану в перший спосіб поділу y , в другий спосіб поділу y' , то дістанемо:

$$|y' - y| < \frac{\lambda}{K} \left(e^{K(x - x_0)} - 1 \right). \quad 7)$$

Кожний иньший спосіб поділу веде до тої самої границі, бо наколи возьмемо еще один спосіб поділу, який означимо через $(x''y'')$, то дістанемо:

$$|y'' - y| < \frac{\lambda}{K} \left(e^{K(x - x_0)} - 1 \right)$$

$$|y'' - y'| < \frac{\lambda}{K} \left(e^{K(x - x_0)} - 1 \right)$$

отже:

$$|y - y'| < \frac{2\lambda}{K} \left[e^{K(x - x_0)} - 1 \right]$$

Бачимо проте, що при всякім способі творення інтервалів має у все точно означену границю. Та границя є функциєю аргументу x , яка для $x=x_0$ дає y_0 .

3. Лишає ся еще доказати, що функция аргументу x , щосьми єї тепер дістали, сповняє рівнянє:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy),$$

або є його інтегралом.

Возьмем в интервалі A три точки x_0 , x та x' такі, що:

$$x_0 < x < x';$$

y є вартості функції аргументу x , y' вартості функції аргументу x' . Щоби винайти функцію y' , приймем, що виходимо з точки x з вартості y і що ділимо інтервал $(x - x')$ на безконечне число частинок. З другої сторони, наколи возьмемо сам той інтервал $(x - x')$, дістанемо величину Y' таку, що:

$$Y' - y = (x' - x) f(xy),$$

а позаяк всі наші інтервали, отже і $|x' - x| < \delta$, то дістанемо:

$$|Y' - y| < \frac{\lambda}{K} \left(e^{K(x' - x)} - 1 \right),$$

або:

$$Y' - y = \frac{\vartheta \lambda}{K} \left(e^{K(x' - x)} - 1 \right), \text{ де } \vartheta^2 < 1.$$

Отже:

$$y' - y = (x' - x) f(xy) - \frac{\vartheta \lambda}{K} \left(e^{K(x' - x_0)} - 1 \right), \text{ або:}$$

$$\frac{y' - y}{x' - x} = f(xy) - \frac{\vartheta \lambda}{K} \frac{e^{K(x' - x_0)} - 1}{x - x};$$

наколи x' сходить до x , а λ є дуже мале, то в границі:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy).$$

Q. E. D.

4. Сей доказ можна просто перенести на систем n рівнянь:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \right\}$$

Заложім, що всі функції f є тяглими функціями аргументів x і y_s ($s = 1, 2, \dots, n$) в інтервалах:

$$|x - x_0| < a, \quad |y_1 - y_1^0| < b, \quad |y_n - y_n^0| < b; \quad 8)$$

Май най буде в тім інтервалі найбільшою вартістю функцій f . Крім сього приймем, що і ту, як й вище, для якихнебудь двох точок в області 8) є:

$$|f_i(x y_1' y_2' \dots y_n') - f_i(x y_1 y_2 \dots y_n)| < \sum_{s=1}^n K_s |y_s' - y_s|,$$

де K_s є якісь сталі додатки.

Наколи ту, як і перше, заступимо рівняня різничкові через рівняня різницеві, дістанемо, що в інтервалі:

$$|x - x_0| < A, \quad A < a, \quad AM < b,$$

існує n тяглих функцій $y_1, y_2, \dots, y_n$ аргументу x , що сповняють систем рівнянь різничкових і приймають для $x=x_0$ вартости $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$.

Другий доказ Cauchy.

Як вже в вступі сказано, доказ сей подав Cauchy, а виложили його пізнійше в спосіб більше симетричний Briot і Bouquet; в тім другім виді і ми переведемо сей доказ.¹⁾

1. Возьмемо вперед одно рівняне:

$$\frac{dy}{dx} = f(xy), \quad 1)$$

де функція f є однозначна в окруженю точки (x_0, y_0) ; для коротшого представлення приймемо, що $x_0=y_0=0$. Функція $f(xy)$ буде проте однозначна що до аргументів x і y , наколи ті послідні будуть находити ся в колах C і C' з середоточками $x=0$, евент. $y=0$, а лучами a і b . Крім сього закладаємо, що ся функція не тратить тяглости на самих округах, а та хітим її беззглядної вартости в тім обсягу є M .

Наколи рівняне 1) має в окруженю $x=0$ інтеграл однозначний, який стає ся зером для $x=0$, то тоді з самого рівняня різничкового буде можна дістати вартости похідних $\frac{dy}{dx}$, $\frac{d^2y}{dx^2}$, для $x=0$. Бо наколи зрізничкуємо рівняне 1) ще раз і положимо $x=0$, $y=0$, то дістанемо $\frac{d^2y}{dx^2}$, зрізничкуємо ще раз, то дістанемо $\frac{d^3y}{dx^3}$.

¹⁾ Поп. Briot-Bouquet. Théorie des fonctions elliptiques cr. 325 et sqts.

і т. д. Можна проте на основі форми Мас-Laurina утворити розвинення:

$$y = \left(\frac{dy}{dx} \right)_0 x + \frac{1}{2'} \left(\frac{d^2y}{dx^2} \right)_0 x^2 + \dots = a_1 x + a_2 x^2 + \dots \quad 2)$$

(вільного виразу нема, бо для $x=0$ має бути і $y=0$).

Ціла суть доказу є в тім, щоби показати, що се розвинення є збіжне, наколи x що до беззглядної вартости є достатньо мале. Скоро сього докажемо, то очевидно, що так визначена функція y сповняє рівняння ріжничкове, бо дві функції аргументу x , себ то $\frac{dy}{dx}$ і $f(xy)$ мають після 2) ту саму вартість для $x=0$, а так само і їх похідні якого-небудь ряду; функції ті є проте тотожні, або рівняння 1) є сповнене.

2. Наколи маємо дану функцію $f(xy)$, то можна найти в тім самім обсягу збіжності (СС') таку однозначну функцію $F(xy)$, що її частні похідні (всі додатні для $x=0$, $y=0$) сповняють нерівність:¹⁾

$$\left| \frac{\partial^n + \nu f}{\partial x^n \partial y^p} \right|_{\substack{x=0 \\ y=0}} \leq \left(\frac{\partial^n + \nu F}{\partial x^n \partial y^p} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} \quad 3)$$

Такою функцією буде функція:²⁾

$$F(xy) = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{y}{b}\right)}$$

Возьмим тепер до помочи рівняння ріжничкове:

$$\frac{dv}{dx} = F(xv)$$

і приймим, що се рівняння має інтеграл v , однозначний в окруженю $x=0$, а для $x=0$ рівний $v=0$. Для того v будемо мати аналогічно розвинення:

$$v = \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 x + \frac{1}{2'} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)_0 x^2 + \dots = A_1 x + A_2 x^2 + \dots \quad 4)$$

(A додатні). Очевидно, що на основі нерівности 3) буде:

$$|a_m| < A_m.$$

Ряд 2) буде певно збіжний в тім обсягу, де є збіжний ряд 4.

¹⁾ Пор. Picard loc. cit. II 240.

²⁾ ibidem II 239.

Легко можна доказати існування функції v . Напишім рівняне

$$\frac{dv}{dx} = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{v}{b}\right)}$$

в виді:

$$\left(1 - \frac{v}{b}\right) \frac{dv}{dx} = \frac{M}{1 - \frac{x}{a}},$$

то якщо v існує, то ті два вирази є похідними функцій $\left(v - \frac{v^2}{2b}\right)$ і $-M \log \left(1 - \frac{x}{a}\right)$. Возьмім таку галузь логаритму, яка є 0 для $x=0$ і є однозначна в колі (a) . Якщо $v=0$ для $x=0$, то:

$$v - \frac{v^2}{2b} = -M \log \left(1 - \frac{x}{a}\right),$$

отже:

$$v = b - b \sqrt{1 + \frac{2Ma}{b} \log \left(1 - \frac{x}{a}\right)};$$

цей корінь має вартість $+1$ для $x=0$.

Так визначена функція v сповняє рівняне:

$$\frac{dv}{dx} = F(xv);$$

она перестає існувати для $x=0$, є однозначна в колі 0 середоточі $x=0$, а лучу ρ , для якого вартість під знаком кореня є 0, отже:

$$1 + \frac{2Ma}{b} \log \left(1 - \frac{\rho}{a}\right) = 0, \quad \text{або:}$$

$$\rho = a \left(1 - e^{-\frac{b}{2Ma}}\right).$$

Ряд 4) є протє збіжний в колі 0 лучу ρ ; там є збіжний і ряд 2), отже можемо висказати твердження, що дане рівняне різничкове має інтеграл, однозначний в колі 0 лучу ρ а початку 0; інтеграл сей стає ся зером для $x=0$.

Інтеграл сей є однозначний і лиш один. Тут мусимо і се значити, що в колі 0 лучу ρ є:

$$v < b, \quad \text{отже і } y < b.$$

3. Той сам доказ можна перенести і на систем n рівнянь різничкових:¹⁾

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \right\} \quad 5)$$

Приймаємо, що всі функції f_s є однозначні що до аргументів x і y_s в колах a і b , зачеркнених з початку яко середточок на площях x і y_s ($s=1, 2, \dots, n$). Наколи в такому обсягу M є максимум функцій f , то систем 5) порівнюємо з системою:

$$\frac{dv_1}{dx} = \frac{dv_2}{dx} = \dots = \frac{dv_n}{dx} = (x, v_1, v_2, \dots, v_n), \quad 6)$$

де:

$$(x, v_1, v_2, \dots, v_n) = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{v_1}{b}\right) \dots \left(1 - \frac{v_n}{b}\right)}.$$

Систем 6) можна легко з'інтегрувати. Наколи функції $v_1, v_2, \dots, v_n$ існують, то позаяк їх похідні є рівні і мають ту саму вартість для $x=0$, то ті функції є ідентичні, отже:

$$v_1 = v_2 = \dots = v_n = v.$$

Вистане проте взяти рівняне:

$$\frac{dv}{dx} = \frac{M}{\left(1 - \frac{x}{a}\right) \left(1 - \frac{v}{b}\right)^n}, \quad 7)$$

або:

$$\left(1 - \frac{v}{b}\right)^n \frac{dv}{dx} = \frac{M}{1 - \frac{x}{a}};$$

функція v сповняє проте рівняне:

$$\frac{b}{n+1} \left[1 - \left(1 - \frac{v}{b}\right)^{n+1}\right] = -Ma \log \left(1 - \frac{x}{a}\right),$$

¹⁾ Пор. Briot-Bouquet loc. cit. ст. 333.

а з відси:

$$v=a \left[1 - \sqrt{1 + \frac{(n+1)Ma}{b} \log \left(1 - \frac{x}{a} \right)} \right] \quad 8)$$

Беремо таку галузь логаритму, яка є однозначна в колі (а), а є зером для $x=0$; $(n+1)$ коренів в рівняню 8) є тотожні, наколи виражене під знаком кореня є зером, а се дїє ся для:

$$x=\rho=a \left[1 - e^{-\frac{b}{(n+1)Ma}} \right].$$

Рівняне 7) дає нам проте однозначну функцію v аргументу x таку, що вартости того аргументу берем з кола, зачерканого лучем ρ з точки $x=0$. Та функція сповняє рівняне 7), а функцій рівних їй сповняють систем 5).

Функція v дасть ся розвинути на ряд:

$$v = \left(\frac{dv}{dx} \right)_0 x + \frac{1}{2!} \left(\frac{d^2v}{dx^2} \right)_0 x^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{d^3v}{dx^3} \right)_0 x^3 + \dots \quad 9)$$

збіжний в колі ρ , а його сочинники можна обчислити поступенно при помочи рівняня 7).

Наколи возьмемо систем рядів:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= \left(\frac{dy_1}{dx} \right)_0 \frac{x}{1!} + \left(\frac{d^2y_1}{dx^2} \right)_0 \frac{x^2}{2!} + \\ y_2 &= \left(\frac{dy_2}{dx} \right)_0 \frac{x}{1!} + \left(\frac{d^2y_2}{dx^2} \right)_0 \frac{x^2}{2!} + \\ y_n &= \left(\frac{dy_n}{dx} \right)_0 \frac{x}{1!} + \left(\frac{d^2y_n}{dx^2} \right)_0 \frac{x^2}{2!} + \end{aligned} \right\} \quad 10)$$

що їх сочинники одержалисьмо поступенно з рівнянь 5), то ті сочинники мають безглядну вартість меншу як сочинники ряду 9). Ряди систему 10) є проте збіжні в обсягу (ρ) і є в тім обсягу функціями однозначними. Легко побачити, що ці ряди сповняють систем 5), є проте інтегралами того систему.

Доказ Laurent'a.¹⁾

1. Маємо систем рівнянь різничкових:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \right\} \quad 1)$$

Заложім, що ті функції $f_1, f_2, \dots, f_n$ є однозначні, скінчені і тяглі, наколи x змінює ся в інтервалі $(x^0 \dots x^0 + a)$, y_1 в інтервалі $(y_1^0 \dots y_1^0 \pm a_1)$, y_2 в інтервалі $(y_2^0 \dots y_2^0 \pm a_2)$, $\dots, y_n$ в інтервалі $(y_n^0 \dots y_n^0 \pm a_n)$.

Найжеж одною із вартостей аргументу x в інтервалі $(x^0 \dots x^0 + a)$ є X ; інтервал $(x^0 \dots X)$ поділимо на m рівних частин h і положім для $k = 1, 2, \dots, n$:

$$\left. \begin{aligned} y_k' - y_k^0 &= \int_{x^0}^{x^0+h} f_k(x, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) dx \\ y_k'' - y_k' &= \int_{x^0+h}^{x^0+2h} f_k(x, y_1', y_2', \dots, y_n') dx. \\ Y_k - y_k^{(m-1)} &= \int_{x^0+(m-1)h}^X f_k(x, y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, \dots, y_n^{(m-1)}) dx. \end{aligned} \right\} \quad 2)$$

Наколи в наших інтервалах максима функцій f_k є M_k , то після першого з рівнянь 2) буде:

$$y_k' < y_k^0 + hM_k, \quad k = 1, 2, \dots, n,$$

а коли возьмемо h так мале, що вартости $y_k^0 + hM_k$ не виходять поза інтервал $y_k^0 \pm a_k$, то і при вартости y_k' функції f_k не тратять еще своєї однозначности, скінчености і тяглости.

З другого із рівнянь 2) слідує так само:

$$\begin{aligned} y_k'' &< y_k' + hM_k, \quad \text{або:} \\ y_k'' &< y_k^0 + 2hM_k \end{aligned}$$

¹⁾ Поп. Laurent: Théorie des équations différentielles ordinaires, simultanées, Paris 1873; також: Zajączkowski: Wykład nauki o równaniach różniczkowych, str. 58 et sqts.; також: Laurent: Traité d'Analyse том V.

А коли знова виберем ті h так малі, щоби вартоєти $y^0_k + 2hM_k$ лежали єще в інтервалі $(y^0_k - a_k, y^0_k + a_k)$, то для вартоєти $x_k = x''_k$ функції f_k задержать єще свій характер однозначний, скінченний і тяглий; і т. д. А коли весь інтервал $(x^0, X) = mh$ возьмемо доволі малий, не більший від найменшої з величин $\frac{a_1}{M_1}, \frac{a_2}{M_2}, \frac{a_n}{M_n}$, то вираження Y_k будуть єще такими вираженнями аргументів y_k , при яких функції f_k задержать єще свій характер.

Коли додамо рівняня 2), дістанемо рівнянь:

$$Y_k = y^0_k + \int_{x^0}^X f_k(x, y_1, y_2, \dots, y_n) dx, \quad (k = 1, 2, \dots, n),$$

де $y_1, y_2, \dots, y_n$ є переривані функції аргументу x , такі, що рівнують ся відповідно величинам $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$ в інтервалі $x = (x^0, \dots, x^0 + h)$, величинам $y_1', y_2', \dots, y_n'$ в інтервалі $x = (x^0 + h, \dots, x^0 + 2h)$, величинам $y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, \dots, y_n^{(m-1)}$ в інтервалі $x = (x^0 + (m-1)h, \dots, X)$.

2. Залим підемо дальше, обчислім різницю між Y_k , а інтегралом:

$$A_k = y^0_k + \int_{x^0}^X f_k(x, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) dx.$$

Наколи положимо:

$$\frac{\partial f_k}{\partial y_s} = f_{ks} \quad (s = 1, 2, \dots, n),$$

і возьмемо дроб ϑ такий, що:

$$0 < \vartheta < 1, \quad \text{то дістанемо:}$$

$$\begin{aligned} Y_k - A_k &= \int_{x^0}^X [f_k(x, y_1, y_2, \dots, y_n) - f_k(x, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)] dx = \\ &= \int_{x^0}^X \left\{ (y_1 - y_1^0) f_{k1} [x, y_1^0 + \vartheta(y_1 - y_1^0), y_n^0 + \vartheta(y_n - y_n^0)] + \dots + \right. \\ &\quad \left. + (y_n - y_n^0) f_{kn} [x, y_1^0 + \vartheta(y_1 - y_1^0), y_n^0 + \vartheta(y_n - y_n^0)] \right\} dx. \end{aligned}$$

А що найбільша вартість якої-небудь різниці $(y_{1h} - y^0_h)$ має вид:

$$y_{1h} - y^0_h = \int_{x^0}^{x^0+h} f_{1h}(x, y_1, y_2, \dots, y_n) dx,$$

то на кождий случай:

$$v_h - y^0_h < (X - x^0) M_k; \quad 3)$$

Наколи в наших інтервалах:

$$\max |f_{ks}| = M_{ks},$$

то після 3) буде:

$$Y_k - A_k < (X - x^0)^2 M,$$

де:

$$M = \sum_{s=1}^n M_s M_{ks}.$$

Подільмо тепер інтервал $(x^0 \dots X)$ на m^2 рівних частий, а то в сей спосіб, що кождий інтервал h подільмо на m рівних частинок h' . Тоді Y_k перейде на Y'_k , а різниця:

$$Y'_k - Y_k = \sum_i \int_{x^0 + ih}^{x^0 + (i+1)h} [f_k(x, v_1^{(i)}, v_2^{(i)}, \dots, v_n^{(i)}) - f_k(x, y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, \dots, y_n^{(i)})] dx,$$

де $v_1^{(i)}, v_2^{(i)}, \dots, v_n^{(i)}$ є переривані функції аргументу x , а їх вартости є відповідно замкнені в інтервалах $(y_1^{(i)} \dots y_1^{(i+1)}), (y_2^{(i)} \dots y_2^{(i+1)}), (y_n^{(i)} \dots y_n^{(i+1)})$; вартости ті не змінюють ся в ніякім з інтервалів h' .

Вирази тої суми є менші після нерівности 3) як:

$$h^2 M = \left(\frac{X - x^0}{m} \right)^2 M,$$

а проте різниця $Y'_k - Y_k$ є менша від m -крати сеї вартости:

$$Y'_k - Y_k < (X - x^0)^2 \frac{M}{m}.$$

Наколи $Y''_k, Y'''_k, \dots, Y_k^{(i)}$ є вартости, які дістає Y_k , наколи інтервал $(x^0 \dots X)$ будемо ділити на $m^3, m^4, \dots, m^{(i+1)}$ частий, то очевидно аналогічно вийде:

$$\left. \begin{aligned} Y''_k - Y'_k &< (X - x^0)^2 \frac{M}{m^2} \\ Y'''_k - Y''_k &< (X - x^0)^2 \frac{M}{m^3} \\ Y_k^{(i)} - Y_k^{(i-1)} &< (X - x^0)^2 \frac{M}{m^i} \end{aligned} \right\}$$

Отже тепер дістанемо:

$$\left. \begin{aligned} Y_k - A_k &= \vartheta_0 (X-x^0)^2 \frac{M}{m} \\ Y_k' - Y_k &= \vartheta_1 (X-x^0)^2 \frac{M}{m} \\ Y_k'' - Y_k' &= \vartheta_2 (X-x^0)^2 \frac{M}{m^2} \\ Y_k^{(i)} - Y_k^{(i-1)} &= \vartheta_i (X-x^0)^2 \frac{M}{m^i} \end{aligned} \right\} \quad -1 < \vartheta_s < +1.$$

а з відси:

$$Y_k^{(i)} - A_k = (X-x^0)^2 M \left(\vartheta_0 + \frac{\vartheta_1}{m} + \frac{\vartheta_2}{m^2} + \dots + \frac{\vartheta_i}{m^i} \right).$$

Права сторона є геометричним рядом збіжним, що для $i=\infty$ має вартість означену, отже і ліва сторона для $i=\infty$ мусить бути означена т. є. $Y_k^{(i)}$ наближає ся до границі означеної і скінченої, яка від A_k різнитися має о величину меншу, як $(X-x^0)^2 M$, від Y_k' о величину меншу, як $(X-x^0)^2 \frac{M}{m}$ і т. д. Се є доказом, що наколи число m поділів інтервалу $(x^0 \dots X)$ росте без кінця, то Y_k наближає ся до границі означеної і скінченої.

3. Возьмім тепер знова рівняне:

$$Y_k = y_k^0 + \int_{x^0}^X f_k(x, v_1, v_2, \dots, v_n) dx \quad (k = 1, 2, \dots, n). \quad 4)$$

Функції $v_1, v_2, \dots, v_n$ є функції переривані аргументу x , які в кождім інтервалі h мають вартости незмінні, а їменно вартости: $y_1^{(i)}, y_2^{(i)}, \dots, y_n^{(i)}$ в інтервалі $x = (x^0 + ih \dots x^0 + (i+1)h)$.

Однак наколи приймем, що число m поділів інтервалу $(x^0 \dots X)$ росте без кінця в поступі геометричнім, то ті функції можна заступити функціями тяглими, що приймають ту саму вартість для $x=x^0, x^0+h, x^0+(m-1)h$; а тоді мож покласти $v_k=Y_k$ для $x=X$, наколи пропустимо величини дальших рядів. А що рівняне 4) остане, то тоді:

$$y_k^{(i)} = y_k^0 + \int_{x^0}^{x^0+ih} f_k(x, v_1, v_2, \dots, v_n) dx,$$

де v_k приймають вартости y_k^0, y_k', y_k'' , для вартостей $x=x^0, x^0+h$, Наколи проте h сходять до зєра в поступі геометричнім,

то $v_1, v_2, \dots, v_n$ стають тяглими функціями аргументу x , приймають для $x=x^0$ вартості $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$ і сповняють рівняня:

$$\left. \begin{aligned} y_1 &= y_1^0 + \int_{x^0}^x f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) dx, \\ y_2 &= y_2^0 + \int_{x^0}^x f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) dx, \\ y_n &= y_n^0 + \int_{x^0}^x f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) dx. \end{aligned} \right\} \quad 5)$$

або, що є то само, сповняють рівняня різничкові 1), які дістанемо з 5) через різничковуанє.

Існує проте n функцій аргументу x , які вложені в рівняня 1) місто $(y_1, y_2, \dots, y_n)$ зводять ті рівняня до тотожності. Ті функції приймають для $x=x^0$ вартості $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$, які можна після вподоби вибрати з серед тих вартостей, при яких функції f_k і їх похідні задержують свій характер однозначний, скінчений і тяглий.

Доказ Рікарда.¹⁾

1. Маємо систем n рівнянь різничкових першого степеня:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1, y_2, \dots, y_n) \end{aligned} \right\} \quad 1)$$

де f_s є функції тяглі і дійсні дійсних величин $x, y_1, y_2, \dots, y_n$ в окрузеню $(x_0, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0)$. Функції ті є означені для таких $x, y_1, y_2, \dots, y_n$, що лежать в інтервалах:

$$(x_0 - a, \dots, x_0 + a), \quad (y_1^0 - b, \dots, y_1^0 + b), \quad (y_n^0 - b, \dots, y_n^0 + b),$$

де a і b є сталі додатні.

¹⁾ Пор. Journal de Mathématique рік 1890; також Picard: Traité d'Analyse том II, ст. 301 et sqts.

Заложім даліше, що можна визначити n величин додатних $A, B, \dots, L$ таких, що:

$$|f_i(xy_1'y_2'\dots y_n') - f_i(xy_1y_2\dots y_n)| < A|y_1' - y_1| + B|y_2' - y_2| + \dots + L|y_n' - y_n|,$$

де $(x, y_1, y_2, \dots, y_n)$ остають в своїх інтервалах.

Як бачимо, заложення ті є ту такі самі, як в першій доказі Cauchy'го.

2. Возьмім вперед рівняня:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1}{dx} &= f_1(x, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) \\ \frac{dy_2}{dx} &= f_2(x, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) \\ \frac{dy_n}{dx} &= f_n(x, y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0) \end{aligned} \right\}$$

Звідси дістанемо через квадратуру величини $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n$, причім визначимо їх так, що они приймають для x_0 вартости $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$. Даліше возьмім рівняня:

$$\left. \begin{aligned} \frac{d\bar{y}_1}{dx} &= f_1(x, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n) \\ \frac{d\bar{y}_2}{dx} &= f_2(x, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n) \\ \frac{d\bar{y}_n}{dx} &= f_n(x, \bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n) \end{aligned} \right\}$$

З них визначимо через квадратуру величини $\bar{\bar{y}}_1, \bar{\bar{y}}_2, \dots, \bar{\bar{y}}_n$ під умовою, що они для x_0 дістають вартости $y_1^0, y_2^0, \dots, y_n^0$. Наколи підемо даліше, дістанемо в кінці рівняня:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1^{(m)}}{dx} &= f_1(x, y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, \dots, y_n^{(m-1)}) \\ \frac{dy_2^{(m)}}{dx} &= f_2(x, y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, \dots, y_n^{(m-1)}) \\ \frac{dy_n^{(m)}}{dx} &= f_n(x, y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, \dots, y_n^{(m-1)}) \end{aligned} \right\}$$

де для $x=x_0$ $y_1^{(m)}=y_1^0, y_2^{(m)}=y_2^0, \dots, y_n^{(m)}=y_n^0$.

Покажемо, що коли m росте без кінця, то $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, \dots, y_n^{(m)}$ сходять до границь, які будуть власне жаданими інтегралами, під умовою, що x остає достаточо близько від x_0 .

Приймім, що $\max_{x \in M} |f(x)| = M$, при чім змінні остають в своїх інтервалах. Возьмім величину ρ , значно більшу як a , то наколи x остане в інтервалі $(x_0 - \rho, x_0 + \rho)$, то тоді:

$$|\bar{y}_1 - y_1^0| < M\rho, \quad |\bar{y}_n - y_n| < M\rho.$$

Дальше, наколи:

$$M\rho < b,$$

а величини $\bar{y}_1, \bar{y}_2, \dots, \bar{y}_n$ остануть в своїх границях, то очевидно то само буде і для нинішних системів вартостей $y_1, y_2, \dots, y_n$.

Приймім величину $\varepsilon > \rho$ і приймім, що x остає в інтервалі $(x_0 - \varepsilon, x_0 + \varepsilon)$. Наколи положимо:

$$y_1^{(m)} - y_1^{(m-1)} = Y_1^{(m)}, \quad y_n^{(m)} - y_n^{(m-1)} = Y_n^{(m)},$$

то тоді можна написати:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_1^{(m)}}{dx} &= f_1(xy_1^{(m-1)}y_2^{(m-1)}\dots y_n^{(m-1)}) - f_1(xy_1^{(m-2)}y_2^{(m-2)}\dots y_n^{(m-2)}) \\ \frac{dy_2^{(m)}}{dx} &= f_2(xy_1^{(m-1)}y_2^{(m-1)}\dots y_n^{(m-1)}) - f_2(xy_1^{(m-2)}y_2^{(m-2)}\dots y_n^{(m-2)}) \\ \frac{dy_n^{(m)}}{dx} &= f_n(xy_1^{(m-1)}y_2^{(m-1)}\dots y_n^{(m-1)}) - f_n(xy_1^{(m-2)}y_2^{(m-2)}\dots y_n^{(m-2)}) \end{aligned} \right\} \begin{matrix} m \\ m-1 \\ m-2 \\ \dots \\ 2 \\ 1 \end{matrix}$$

Однак маємо:

$$|\bar{Y}_1| = |\bar{y}_1 - y_1^0| < M\varepsilon, \quad |\bar{Y}_n| < M\varepsilon.$$

Наші рівняння показують, що $|\bar{Y}_1|, |\bar{Y}_2, \dots, |\bar{Y}_n|$ є менші як $(A + B + \dots + L) M\varepsilon^2$

і т. д.; поступенно дійдемо до заключення, що $|Y_1^{(m)}|, |Y_2^{(m)}, \dots, |Y_n^{(m)}|$ є менші як:

$$M\varepsilon (A + B + \dots + L)^{m-1} \varepsilon^{m-1}.$$

Но:

$$y_1^{(m)} = y_1^0 + \bar{Y}_1 + \bar{\bar{Y}}_1 + \bar{\bar{\bar{Y}}}_1 + \dots + Y_1^{(m)};$$

отже $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, y_n^{(m)}$ сходять до границі, наколи:

$$(A + B + \dots + L) \delta < 1,$$

а та умова ся сповняє, наколи δ є достаточнo мале. Бачимо проте, що $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, y_n^{(m)}$ сходять до означених границь y_1, y_2, y_n , що є тяглими функціями аргументу x в інтервалі $(x_0 - \delta, x_0 + \delta)$.

y_1, y_2, y_n будуть то ряди збіжні в сей спосіб, як прогресія геометрична.

Маємо проте:

$$y_1^{(m)} = \int_{x_0}^x f_1(x, y_1^{(m-1)}, y_2^{(m-1)}, y_n^{(m-1)}) dx + y_1^0.$$

а що $y_1^{(m)}, y_2^{(m)}, y_n^{(m)}$ є ріжні від своїх границь для $\lim m = \infty$ безконечно мало, то в границі дістанемо:

$$y_1 = \int_{x_0}^x f_1(x, y_1, y_2, y_n) dx + y_1^0.$$

а з відси:

$$\frac{dy}{dx} = f_1(x, y_1, y_2, y_n)$$

і так само для прочих рівнянь. Функції y_1, y_2, y_n є протє дійсно інтегралами систему рівнянь різнничкових.¹⁾

Докази Fuchs'a.¹⁾

1. Возьмім рівнянє:

$$\frac{d^n y}{dx^n} + p_1 \frac{d^{n-1} y}{dx^{n-1}} + p_2 \frac{d^{n-2} y}{dx^{n-2}} + \dots + p_n y = 0 \quad 1)$$

¹⁾ Література теорії Fuchs'a є незвичайно обширна. Тут належить: Abhandlungen von Fuchs, Crelle's Journal т. 66. і 68. Fuchs: Sitzungsberichte der Berliner Akademie 1886. Heffter: Einleitung in der Theorie der linearen Differentialgleichungen. Schlesinger: Handbuch der Theorie der linearen Differentialgleichungen. Koenigsberger: Lehrbuch der Theorie der Differentialgleichungen. Laurent: Traité d'Analyse т. V позд. III. Sauvage: Théorie générale des systèmes d'équations différentielles. Tannery: Propriétés des équations différentielles linéaires à coefficients variables (Annales de l'école normale II. серия т. IV. 1875). Floquet: Sur la théorie des équ. diff. lin. (ibid. т. VIII. 1879). Fabry: Sur les intégrales des équ. diff. linéaires (Paris 1885). Дальше розвідки Frobenius'a, Hamburger'a, Thomé'a etc. в Crelle's Journal і Sitz. ber. der Berl. Akad. Також: Zajączkowski: Teorya Fuchsa równań różniczkowych (Pam. wydziału mat. przyr. Akad. Umiej. w Krakowie том XIII.

де p_k є функціями аналітичними (одно- або много-значні) в якимсь інтервалі, де є тяглі. Оверім в тім інтервалі точку $x=x_0$, то в окруженню сеї точки є:

$$p_k = \mathfrak{P}(x-x_0)$$

о обсягу збіжності R_k (x змінна зложена).

Покажемо, що наколи найменший з обсягів збіжності рядів p_k є R , то всегда буде можна дістати в тім обсягу інтеграл даного рівняня яко ряд степенний збіжний в колі R ; похідні $y, y', y'', \dots, y^{(n-1)}$ будуть для $x=x_0$ мати вартість після виодоби.

2. В колі R_k є:

$$p_k = \mathfrak{P}_k(x-x_0) = p_{k0} + p'_{k0}(x-x_0) + \dots + p_{k0}^{(\alpha)}(x-x_0)^\alpha + \dots$$

де:

$$p_{k0}^{(\alpha)} = \left. \frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha} \right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!}$$

Наколи на колі R_k найбільша вартість ряду є g , то:

$$\begin{aligned} |p_{k0}^{(\alpha)}| |x-x_0|^\alpha &< g, \\ |x-x_0| &< R_k. \end{aligned}$$

Возьмім проте за $(x-x_0) R_k$, то:

$$|p_{k0}^{(\alpha)}| |R_k|^\alpha < M_k,$$

де M_k є найбільша безглядна вартість ряду (в колі або на колі); отже:

$$\left. \frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha} \right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!} R_k^\alpha < M_k. \quad 2)$$

Кромі p_k возьмім еще функцію:

$$\varphi_k = \frac{M_k}{1 - \frac{x-x_0}{R_k}} = M_k \left[1 + \frac{x-x_0}{R_k} + \frac{(x-x_0)^2}{R_k^2} + \dots \right],$$

збіжну в колі R .

При $(x-x_0)^\alpha$ є сочинник:

$$\frac{M_k}{R_k^\alpha} = \left. \frac{d^\alpha \varphi_k}{dx^\alpha} \right]_{x=x_0} \frac{1}{\alpha!};$$

звідси :

$$M_k = \left. \frac{d^\alpha \varphi_k}{dx^\alpha} \right] \frac{1}{\alpha!} R^\alpha.$$

$x=x_0$

Коли се вставити в 2), то наколи місто R_k возьмемо R , дістанемо :

$$\left| \frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha} \right|_{x=x_0} < \left| \frac{d^\alpha \varphi_k}{dx^\alpha} \right|_{x=x_0}$$

Всі похідні функції φ_k є протє більші як похідні функції p_k . Наколи в рівнянню 1) місто p_1, p_2 , возьмемо $-\varphi_1, -\varphi_2$, то дістанемо рівнянє :

$$\frac{d^n u}{dx^n} - \varphi_1 \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} - \varphi_2 \frac{d^{n-2} u}{dx^{n-2}} - \dots - \varphi_n u = 0. \quad 3)$$

Положім :

$$\frac{x-x_0}{R} = t,$$

то :

$$\frac{du}{dx} = \frac{du}{dt} \frac{dt}{dx} = \frac{du}{dt} \frac{1}{R}$$

$$\frac{d^2 u}{dx^2} = \frac{1}{R} \frac{d^2 u}{dt^2} \frac{dt}{dx} = \frac{1}{R^2} \frac{d^2 u}{dt^2}$$

і т. д.

$$\frac{d^s u}{dx^s} = \frac{1}{R^s} \frac{d^s u}{dt^s}.$$

Тепер з рівняня 3) дістанемо :

$$\frac{d^n u}{dt^n} \frac{1}{R^n} - \varphi_1 \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} \frac{1}{R^{n-1}} - \varphi_2 \frac{d^{n-2} u}{dt^{n-2}} \frac{1}{R^{n-2}} - \dots - \varphi_n u = 0. \quad 4)$$

А що :

$$\varphi_k = \frac{M_k}{1 - \frac{x-x_0}{R}} = \frac{M_k}{1-t}, \quad \text{то :}$$

$$(1-t) \frac{d^n u}{dt^n} - M_1 R \frac{d^{n-1} u}{dt^{n-1}} - \dots - M_n R^n u = 0.$$

Попробуємо розв'язати це рівняння через ряд степенний:

$$u = \sum_{k=0}^{\infty} b_k t^k.$$

Наколи вставимо це за u і зрівняємо сочинники до зера, тоді дістанемо на b_k систем рівнянь; іменно сочинник при t^k зрівняний до зера дасть:

$$\left. \begin{aligned} (n+k)(n+k-1) & (k+1) b_{n+k} = (n+k-1)(n+k-2) \\ & (k+1) b_{n+k-1} (M_1 R + k) + (n+k-2)(n+k-3) \\ & (k-1) b_{n+k-2} M_2 R^2 + \dots + b_k M_n R^n. \end{aligned} \right\} 5)$$

Наколи положимо $k=0, 1, 2, \dots$, дістанемо сочинники b_{n+k} обчислені на основі попередних n сочинників $b_{n+k-1}, \dots, b_k$. Бачимо проте, що n початкових сочинників $b_0, b_1, b_2, \dots, b_{n-1}$ можуть мати вартість після вподоби, а після цього вийдуть і далші сочинники; наколи ті сочинники $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ є додатні, то і $b_n, b_{n+1}, \dots$ є додатні.

Коли так, то після 5) буде:

$$b_{n+k} = \frac{M_1 R + k}{n+k} b_{n+k-1} + \lambda b_{n+k-2} +$$

M_1 є найбільша додатна вартість функції p_1 , можна проте M_1 побільшати; побільшів M_1 так, щоби:

$$M_1 R + k > n + k, \quad \text{або:}$$

$$M_1 R > n,$$

тоді $\frac{M_1 R + k}{n+k}$ є дроб неістий, отже:

$$b_{n+k} > b_{n+k-1}.$$

Як бачимо із того, сочинники обчислені на основі додатних $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ збільшають ся без кінця.

$$\frac{b_{n+k}}{b_{n+k-1}} = \frac{M_1 R + k}{n+k} + \frac{M_2 R^2}{(n+k)(n+k-1)} \frac{b_{n+k-2}}{b_{n+k-1}} +$$

По правій стороні є b з меншим сказником поділене через b з більшим сказником, є се проте дробі істі; в сочинниках при тих дробах чисельники не є зависимі від k , отже:

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{M_k R^k}{(n+k)(n+k-1)} = 0,$$

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{b_{n+k}}{b_{n+k-1}} = \lim_{k \rightarrow \infty} \frac{M_k R + k}{n+k} = 1.$$

Наколи u має бути збіжне, то мусить бути:

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \left| \frac{b_\nu t^\nu}{b_{\nu-1} t^{\nu-1}} \right| < 1, \quad \text{або:}$$

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{b_\nu}{b_{\nu-1}} \left| t \right| < 1, \quad \text{а що:}$$

$$\lim_{\nu \rightarrow \infty} \frac{b_\nu}{b_{\nu-1}} = 1, \quad \text{то:}$$

$$|t| < 1.$$

Ряд u з неозначеними $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ є проте збіжний в обсягу $|t| < 1$, або $\left| \frac{x-x_0}{R} \right| < 1$, або $|x-x_0| < R$, т. є. в найменшій колії збіжності рядів p_k .

Рівняне 3) має проте в оточенню x_0 інтеграл:

$$u = b_0 + b_1 \frac{x-x_0}{R} + b_2 \frac{(x-x_0)^2}{R^2} + \dots \quad |x-x_0| < R.$$

Ми прийняли $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ додатні, при чім:

$$\frac{b_1}{R^1} = \left. \frac{d^1 u}{dx^1} \right]_{x=x_0} \frac{1}{1!}$$

Рівняне 3) можна написати в виді:

$$\left. \frac{d^n u}{dx^n} \right]_{x_0} = \left[\varphi_1 \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} + \dots + \varphi_n u \right]_{x_0} = \frac{b_n}{R^n}.$$

Так виглядає n -та похідна; похідні $u, u', u'', \dots, u^{(n-1)}$ представляють ся через неозначені $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$.

Висша похідна:

$$\frac{d^{n+1} u}{dx^{n+1}} = \varphi_1 \frac{d^n u}{dx^n} + \varphi_1' \frac{d^{n-1} u}{dx^{n-1}} + \dots,$$

а що n -та похідна представляє ся через $(n-1)$ шу, $(n-2)$ гу, ..., то:

$$\left[\frac{d^{n+1}u}{dx^{n+1}} \right]_{x=x_0} = \left\{ A_0 u + A_1 \frac{du}{dx} + \dots + A_{n-1} \frac{d^{n-1}u}{dx^{n-1}} \right\}_{x=x_0},$$

а в загальї:

$$\left[\frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}} \right]_{x=x_0} = A_0^{(s)} b_0 + A_1^{(s)} \frac{b_1}{R} + \dots + A_{n+1}^{(s)} \frac{b_n}{R^{n-1}},$$

де:

$$u^{(1)} \Big|_{x=x_0} = \frac{b_1}{R}$$

Сочинники $A_r^{(s)}$ є очевидно раціональні, цілковиті і додатні функції функцій φ_1, φ_2 , і їх похідних для $x=x_0$.

3. Вернім до даного рівняня:

$$\frac{d^ny}{dx^n} + p_1 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + \dots + p_n y = 0.$$

Положім:

$$\left| y \right|_{x=x_0} = b_0, \quad \left| \frac{dy}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{b_1}{R}, \quad \left| \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} \right|_{x=x_0} = \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}}$$

що вільно зробити, бо вартість тих $b_0, b_1, \dots, b_{n-1}$ залежить зовсім від нас.

Тепер:

$$\left[\frac{d^ny}{dx^n} \right]_{x=x_0} = \left[-p_1 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} - \dots - p_n y \right]_{x=x_0} \quad (6)$$

Коли се зрівняємо, то:

$$\left[\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}} \right]_{x=x_0} = \left[-p_1 \frac{d^ny}{dx^n} - \dots \right]_{x=x_0},$$

або на основі 6):

$$\left[\frac{d^{n+1}y}{dx^{n+1}} \right]_{x=x_0} = \left[B_0 \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} + B_1 \frac{d^{n-2}y}{dx^{n-2}} + \dots \right]_{x=x_0};$$

в загальї:

$$\left[\frac{d^{n+s}y}{dx^{n+s}} \right]_{x=x_0} = B_0 y \Big|_{x=x_0} + B_1 \left[\frac{dy}{dx} \right]_{x=x_0} + \dots + B_{n-1} \left[\frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} \right]_{x=x_0}$$

де $B_r^{(s)}$ є аналогічно утворені, як передтим $A_r^{(s)}$.

Маємо проте .

$$\left| \frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}} \right|_{x=x_0} = \Lambda_0^{(s)} b_0 + \Lambda_1^{(s)} \frac{b_1}{R} + \dots + \Lambda_{n-1}^{(s)} \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}},$$

а :

$$\left| \frac{d^{n+s}y}{dx^{n+s}} \right|_{x=x_0} \leq |B_0^{(s)}| b_0 + |B_1^{(s)}| \frac{b_1}{R} + \dots + |B_{n-1}^{(s)}| \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}},$$

$B_\nu^{(s)}$ є утворене з p_k , $A_\nu^{(s)}$ з z_k , а що :

$$\left| \frac{d^\alpha p_k}{dx^\alpha} \right|_{x=x_0} < \left| \frac{d^\alpha z_k}{dx^\alpha} \right|_{x=x_0},$$

то очевидно :

$$|B_\nu^{(s)}| < |A_\nu^{(s)}|.$$

Отже :

$$\left| \frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}} \right|_{x=x_0} \geq \left| \frac{d^{n+s}y}{dx^{n+s}} \right|_{x=x_0} \quad 7)$$

Звідси відразу видно, що існує інтеграл даного рівняння 1).

Бо :

$$\left| \frac{d^{n+s}u}{dx^{n+s}} \right|_{x=x_0} = \frac{b_{n+s}}{R^{n+s}} (n+s)!, \quad \text{отже :}$$

$$u = \sum_{s=1}^{\infty} \frac{b_s}{R^s} (x-x_0)^s,$$

збіжне для $|x-x_0| < R$. Наколи утворимо :

$$y = \sum_{s=0}^{\infty} \frac{1}{s!} \left[\frac{d^s y}{dx^s} \right]_{x=x_0} (x-x_0)^s,$$

то після 7) кожна похідна в ряді y є що до беззглядної вартости менша як похідна в ряді u . Наколи порівняємо ряди u і y , то :

$$\left| y \right|_{x_0} = b_0, \quad \left| \frac{dy}{dx} \right|_{x_0} = \frac{b_1}{R}, \quad \left| \frac{d^{n-1}y}{dx^{n-1}} \right|_{x_0} = \frac{b_{n-1}}{R^{n-1}},$$

а з подальших виразів в y є кождий менший як відповідний вираз в u . Отже ряд y є збіжний в колі $|x-x_0| < R$.

Твердження наше є проте доказане, бо існує функція інтегральна, що є таким рядом степенним, що для

$x=x_0$ є y і похідні $y', y'', \dots, y^{(n-1)}$ можуть мати вартість після умови.

4. Наколи $p_k = P_k(x-x_0)$ є ряд збіжний в сяязу $R_k = \infty$, то і $R = \infty$, або инакше p_k є функції раціональні або цілковиті переступні. Тоді інтеграл:

$$y = a_0 + a_1(x-x_0) + \dots$$

є збіжний в колі $R = \infty$, отже є також функція раціональна, або цілковито переступна.

В оточенню точок особливих рядів p_k подає вид інтегралів теорія Fuchs'a.

Доказ Ковалевскої.¹⁾

1. Возьмім систем рівнянь о похідних частиних:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} &= \sum_{i, k} A_{i, k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} &= \sum_{i, k} B_{i, k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_m}{\partial x} &= \sum_{i, k} L_{i, k} \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \end{aligned} \right\} \begin{aligned} i &= 1, 2, \dots, m \\ k &= 1, 2, \dots, p \end{aligned} \quad 1)$$

A, B, L є функції односторонні, скінченні і тяглі аргументів $u_1, u_2, \dots, u_m$ в оточенню точки $(u_1^0, u_2^0, \dots, u_m^0)$.

З другої сторони возьмім m функцій аргументів $(x_1, x_2, \dots, x_p)$:

$$\varphi_1(x_1, x_2, \dots, x_p), \quad \varphi_2(x_1, x_2, \dots, x_p), \quad \dots, \quad \varphi_m(x_1, x_2, \dots, x_p),$$

які є означені, скінченні та тяглі в оточенню точки $(x_1^0, x_2^0, \dots, x_p^0)$, і які зводять ся для $x_s = x_s^0$ ($s = 1, 2, \dots, p$) до $u_1^0, u_2^0, \dots, u_m^0$. Наколи так є, то покажемо, що можна найти m функцій $u_1, u_2, \dots, u_m$ ($p+1$) независимих аргументів $x, x_1, x_2, \dots, x_p$, які сповняють систем рівнянь 1) і зводять ся для $x=x_0$ до $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$.

¹⁾ Поп. Sophie Kowalewski: Crelle's Journal т. 80.

Заложім, що початкові вартості $u^0_i, x^0, x^0_k \in 0$. Наколи існують функції, що сповняють наші заложення, то на основі рівнянь 1) буде можна одержати їх розвинення після степеней аргументу x . Дістанемо іменно вартості всіх частних похідних функції u для $x=x_1=\dots=x_p=0$. Се є очевидне для тих похідних, в яких x не виступає, бо вартості u є дані для $x=0$. Що до інших похідних, то ті дістанемо поступенно; так похідні, де різничковане що до аргументу x переведено раз тільки, є дані через рівняня різничкові 1), різничковані якесь число разів що до аргументів $x_1, x_2, \dots, x_p$. Наколи дальше нем різничувати рівняня 1) з огляду на x , то через ужитє рахунку висшорядних похідних дістанемо похідні частні, де різничковане переведене є два рази що до аргументу x і т. д.

Дістанемо проте розвинення:

$$u_i = P_0^i + P_1^i x + \dots + P_n^i x^n + \dots$$

де P є знані функції аргументів $x_1, x_2, \dots, x_p$, скінчені, означені і тяглі. Наколи сї розвинення є збіжні, то они сповнять систем 1).

Основною проте точкою нашого доказу є доказ збіжності даних рядів в певнім обсягу докола вартостей початкових. Ту поступати нем аналогічно, як при доказі Cauchy'го, а іменно ужиєм порівняня з певним другим системою.

Най M буде максимум з поміж беззглядних вартостей функцій $A, B, \dots, L$, наколи u лишають ся на своїх площах в колї о лучу r . Ужйємо — як при доказі Briot-Bouquet'a — до порівняня функцій:

$$F = \frac{M}{1 - \frac{u_1 + u_2 + \dots + u_m}{r}};$$

яка-небудь частина похідна сеї функції є для $u_1=u_2=\dots=u_m=0$ додатна і більша як беззглядні вартості відповідної похідної одної з функцій $A, B, \dots, L$.

Порівнаймо систем 1) з системою:

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial U_1}{\partial x} &= \frac{\partial U_2}{\partial x} = \frac{\partial U_3}{\partial x} = \dots = \frac{\partial U_m}{\partial x} = \\ &= \frac{M}{1 - \frac{U_1 + U_2 + \dots + U_m}{r}} \sum_{i, k} \frac{\partial U_i}{\partial x_k} \end{aligned} \right\} 2)$$

З другої сторони най буде N найбільшою з беззглядних вартостей функцій $(x_1 x_2 \dots x_p)$ (які стають ся зером для $x_1 = x_2 = \dots = x_p = 0$), наколи x остають в колі о лучу ρ . Для тих функцій ρ возьмім до порівняня функцію:

$$\Phi = \frac{N}{1 - \frac{x_1 + x_2 + \dots + x_p}{\rho}} - N$$

З виду похідних тих функцій Φ і F слідно, що наколи розвинемо U на основі систему 2) [подібно, як се було для u з системою 1)], дістанемо сочинники додатні і більші, як беззглядні вартости відповідних сочинників в u . Вистане проте показати збіжність рядів, які дістанемо з систему 2). Але U , що мають для $x=0$ ту саму вартість Φ , є тотожні, а систем 2) зведе ся до одного рівняня:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{M_{11}}{1 - \frac{mU}{r}} \left(\frac{\partial U}{\partial x_1} + \frac{\partial U}{\partial x_2} + \dots + \frac{\partial U}{\partial x_p} \right). \quad 3)$$

А що Φ зависить лиш від суми $(x_1 + x_2 + \dots + x_p)$, то можна прийняти, що і U зависить також лиш від сеї суми. Наколи отже приймем, що U є лиш функцією x і $z = (x_1 + x_2 + \dots + x_p)$, отже:

$U = U(x, z)$, то рівняне 3) перейде на:

$$\frac{\partial U}{\partial x} = \frac{M_{1p}}{1 - \frac{mU}{r}} \frac{\partial U}{\partial z} \quad 4)$$

Маємо тепер розважити інтеграл U того рівняня, який для $x=0$ зводить ся до:

$$\frac{N}{1 - \frac{z}{\rho}} - N = -\frac{Nz}{\rho - z}$$

Рівняне 4) каже проте, що два вираження:

$$U \text{ і } \left(1 - \frac{mU}{r}\right) z + M_{1p}x \text{ (т. є. інтеграл рівняня 4)}$$

є одно функцією другого, отже:

$$\left(1 - \frac{mU}{r}\right) z + Mmpx = f(U).$$

Як визначити тепер ту функцію $f(U)$?

Ми хочемо, щоб для $x=0$:

$$U = \frac{Nz}{\rho - z};$$

отже тоді:

$$f\left(\frac{Nz}{\rho - z}\right) = \left(1 - \frac{m}{r} \frac{Nz}{\rho - z}\right) z,$$

або наколи положимо:

$$\frac{Nz}{\rho - z} = t, \quad \text{отже:} \quad z = \frac{\rho t}{N + t},$$

то:

$$f(t) = \left(1 - \frac{m}{r} t\right) \frac{\rho t}{N + t}.$$

Функція f є проте точно означена, а рівнянє, що нам дає U , муєть конче мати вид:

$$\left(1 - \frac{mU}{r}\right) z + Mmpx = \left(1 - \frac{m}{r} U\right) \frac{\rho U}{N + U}.$$

То рівнянє є з огляду на U другого степеня; для $x=z=0$ має оно один корінь 0, другий $\frac{r}{m}$. Для нас важний є лиш корінь 0; він є однозначний, скінчений і тяглий в окруженю $z=x=0$; він буде також функцією однозначною, скінченою і тяглою аргументів $x, x_1, x_2, \dots, x_r$ в окруженю точок $x=x_1=x_2=\dots=x_r=0$.

Систем 2), що має інтеграл однозначний, скінчений і тяглий, доказує, що і систем рівнянь різничкових 1) має систем інтегралів, що сповняють дані умови.

2. З того теорему можна вивести еще загальнійший теорем, наколи приймем, що в системі 1) функції $A, B, \dots, L$ зависять не лиш від u , але і від $x, x_1, x_2, \dots, x_r$.

Розважимо іменно $(m + p + 1)$ рівнянь :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} &= \sum_{i, k} A_{i, k} (u_1, u_2, \dots, u_m; x', x'_1, x'_2, \dots, x'_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} &= \sum_{i, k} B_{i, k} (u_1, u_2, \dots, u_m; x', x'_1, x'_2, \dots, x'_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_m}{\partial x} &= \sum_{i, k} L_{i, k} (u_1, u_2, \dots, u_m; x', x'_1, x'_2, \dots, x'_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial x'}{\partial x} &= 1. \\ \frac{\partial x'_1}{\partial x} &= 0. \\ \frac{\partial x'_p}{\partial x} &= 0. \end{aligned} \right\}$$

Для $x=0$ можемо собі дати початкові вартости $u_1, u_2, \dots, u_m$; най вони будуть функціями φ ; також і вартости початкові $x', x'_1, \dots, x'_p$ можна покласти які-небудь, отже най вони будуть :

$$x'=0, \quad x'_1=x_1, \quad x'_p=x_p.$$

Послідні $(p+1)$ рівнянь показують, що можна покласти :

$$x'=x, \quad x'_1=x, \quad x'_p=x_p,$$

а через се маємо доказ, що :

існують інтеграли систему :

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial u_1}{\partial x} &= \sum_{i, k} A_{i, k} (u_1, u_2, \dots, u_m; x, x_1, \dots, x_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_2}{\partial x} &= \sum_{i, k} B_{i, k} (u_1, u_2, \dots, u_m; x, x_1, \dots, x_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \\ \frac{\partial u_m}{\partial x} &= \sum_{i, k} L_{i, k} (u_1, u_2, \dots, u_m; x, x_1, \dots, x_p) \frac{\partial u_i}{\partial x_k} \end{aligned} \right\}$$

які для $x=0$ мають вартости $\varphi_1, \varphi_2, \dots, \varphi_m$.

Тернопіль в грудні 1896 р.

О кристалізованім ксантині і гуаніні.

Написав І. ГОРБАЧЕВСКИЙ (в Празі).

І. К с а н т и н.

Ксантин є, як відомо, порошок безподобний (аморфний), котрого до тепер не удало ся скристалізувати. Коли при розкладаню сполук срібла засад ксантинових вилучили ся дуже красні кристали, покладав я їх з початку за сполуку нову, аж докладний розслід показав, що був то ксантин, що викристалізував з 1 дробиною (молекулом) води кристалізаційної. Такий кристалізований ксантин, як показало ся, дуже легко добути з препарату безподобного (аморфного) розріджуючи луговий розчин ксантина сильно водою а окисаючи єго квасом оцтовим — найліпше таким способом: Безподобий, чистий або по крайній мірі не дуже занечищений ксантин розпускає ся в малій скількості лугу, розчин розріджує ся водою загітою на яких 60° С. так сильно, щоби в 2 л. розчину був 1 г. ксантина. Опісля тіч окисає ся квасом оцтовим, охолоджує помалу і лишає через кілька днів кристалізувати. Теплий розчин ксантина мусить бути зовсім чистий — коли би по окисненю мав змутити ся, треба борзо перефільтрувати (перецідити). При кристалізації вилучують ся на стінах і на дні посуду грузла кристалів, котрі видно вільним оком.

При мікроскопнім огляданю показало ся, що грузельця зложені з блискучих, великих, тонких плиток. Коли кристалізація відбуває ся борзо а особливо коли і ксантин не є зовсім чистий, витворюють ся малі кудьваті скупини (агрегати), подібні левцуну, на котрих під мікроскопом іно лучисте і соосередне (радіяльне і концентричне) смуговане видно. При ліпшій кристалізації вирастають малі ромбічні, заокруглені плитки (яко бруски) або поодинокі або зложені в рожиці (розети).

Кристалізований ксантин можна остаточно добути ще іншим способом — іменно з розчину алкогольного Ксантин розпускає ся в лузі, а розчин розріджує ся так сильно, щоби 1 г. був на яких 700—750 розчину. Опісля додає ся $\frac{1}{3}$ на об'єм алкоголю а окисає ся квасом оцтовим. По кількох днях викристалізує ксантин так само, як описано перше. Без прибавки алкоголю не було би можна досягнути доброї кристалізації, бо з такого, згядно стуженого (концентрованого) розчину вилучив би ся ксантин іно в части скристалізований, а в части безподобний.

Кристали ксантину мож сушити в порожнівці (Vacuumapparat) над квасом сірчаным при температурі звичайній до ваги сталої без зміни. Також загріванєм на 110° С. они не змінюють ся. Але коли сушать ся при $125-130^{\circ}$ С., так тратять воду кристалізаційну і стають зовсім непрозорі. Аналіза (розбор) виказала:

1) 0.2862 г. в порожнівці сушених кристалів дали при $125-130^{\circ}$ С. 0.0301 г. води = 10.52% ,

2) 0.2183 г. дали при такім самім опрацьованю 0.0231 г. ваги = 10.58% ,

3) 0.1317 г. сушених кристалів дали при волюметричним становленю азота 36.9 см. N, міряного при 68° С. а 733 мм. барометричного тиску = 32.73% .

Найдено:		Вираховано про $C_5H_4N_4O_2 + H_2O$
Води крист.	10.52%	10.58%
” ”	10.58%	
Азота	32.73%	32.82%

4) 0.1325 г. кристалів висушених при 130° С. дали 42.1 см N, зміреного при 9.7° С. і 734 мм. барометричного тиску = 36.82% .

Найдено:		Вираховано про $C_5H_4N_4O_2$
Азота	36.82%	36.84%

З того виходить, що ксантин кристалізує з 1 молекулом (з одною дробиною) води кристалізаційної, котра доперва при високій згядно температурі відходить. Знанє сего факта є важне з отсих причин: Описана власність ксантина може зжити ся до докладного схарактеризованя сполуки, що в багато випадках є дуже вигідне і потрібне. Дальше дає добра кристалізация поруку, що препарат є чистий. Остаточно виходить з того конечне правило, що ксантин треба все сушити при 130° С., позаяк і препарати, на перший погляд безподобні (аморфні), як звичайно дістають ся з розтворів трохи більше розріджених можуть скривати менше або більше

кристалізованого ксантина, котрий має воду кристалізаційну. Такий препарат, хоть і зовсім чистий, не може дати при аналізі чисел ані згідних між собою, або таких, що відповідали би ксантину, коли був сушений в порожнівці або при 110°C ., як тоє звичайно робить ся.

Заким було се сконстатовано, я аналізував і перечищував препарати дуже чисті, але при аналізах не виходили числа, котрі би годили ся між собою і з формулою ксантина — так що був я якийсь час того переконання, що ходить о сполуку нову; тим часом були то сумішки ксантина скристалізованого і безподобного.

Гарно витворені грузла (друзи) кристалів ксантина чистого, є дуже характеристичні, так що не тяжко їх відрізнити від сполук пньших, а особливо від других сполук ксантинових. Тимчасом є скупини, що викристалізували з нечистих розчинів а бруском подібні кристали, як і поєдинокі плитки з великих друз дуже часто зовсім подібні до кристалів квасу мочевого.

II. Гуанін.

Також і тота сполука вважає ся тілом безподобним (аморфним). Лиш Drechsel¹⁾ подає коротку замітку, що з розчину гуаніна, приправленого при $30-35^{\circ}\text{C}$. в сильнім амоняку при добровільнім випаровуваню амоняку вилучують ся кристалики, котрі, як здає ся, є ромбічні плитки і іголки. Тое спостереженє можу потвердити, але отримані кристали були так дрібні, що і при сильнім збільшеню не було можна їх форми розпізнати. Остаточо до тепер ще не доказано, чи тії кристали не складають ся з гуанін-амоняку, позаяк Kassel²⁾ при загріваню гуаніна з амоніяком дістав тоту сполуку.

Коли, перше описані досьвіди показали, що ксантин дуже легко скристалізувати, спробував я і гуанін тим самим способом до кристалізації привести.

І справді можна і гуанін так скристалізувати, але в тім випадку показало ся, що гуанін вже з теплого розчину і при сильнім розрідженю (1:2000) по окисненю вилучує ся борзо, так що не дістане ся кристалів більших. Показало ся дальше, що в тім випадку є користнійшим змішати теплий розтвір гуаніна (в лугу), концентрації 1:2000 з $\frac{1}{3}$ об'єма (волюму) алькоголю, а опісля окисати

¹⁾ Journ. f. pracht. Ch. 24. 44.

²⁾ Zeitschr. f. physiol. Ch. 7. 17.

квасом оцтовим. В часі кількох днів викристалізує іуанін на стінах, а на дні посуду в досить великих грузах (друзах), котрі мож видіти вільним оком. Мікроскопічне огляданє виказує кулясті або неправильні скупинці, з котрих більші є або зовсім прозорі, або іно на берегах (окрайках) пропускають мало світла. Менші агрегати, що перепускають досить світла, зложені з граняків (призм) або остриць (пірамід) уложених в кулі або в сніпки і подібні форми. При здавленю розпадають ся скупини (агрегати) на відрізки куль, на котрих мож тепер складню (структуру) відріжнити та на поодинокі гранячки і острички, котрі бувають досить спорі.

Кристали вимивають ся водою, алкогольом і етером, виглядають як білий, тусклий порошок і не мають води кристалізаційної. Загріванєм на 130° С. зовсім не змінюють ся. Кристалізований іуанін можна вже мікроскопно відріжнити від ксантина. Мікроскопне огляданє виказує сейчас ріжницю і від других засад ксантинових.



Причинок до анатомії порівняльної судин кровних у хробаків.

Написав ІВАН РАКОВСКИЙ.

Перші сліди судин кровних бачимо у стяжнів (Nemertini). Ту суть они незвичайно простої будови, із-за того що складають ся з двох пів бічних а крім сього часом з одного ще хребетного, злучених із собою численними поперечними злучницями (комісурами) а з переду зливаючих ся із собою за помочню укладу заливів (лякун) або і безпосередно. У перетеняків уклад судинний єсть вже значно сильнійше розвинений і має дуже часто так зложену будову, що строге переведенє гомольотії між органами круження у різних громад єсть незвичайно утруднене.

Богато питань чекає тут єще розв'язаня, представляючи нам незвичайно багатий і дуже займавий материял до спеціальних дослідів.

Отея наша праця подає власне причинок до анатомії і гістології органів круження у одної із численних родин перетеняків а то у енхитреїд (Enchytraeidae d'Udek).

Найважнійшою частиною укладу круження у енхитреїд єсть безперечно судина хребетна (vas dorsale). Виходить она в околици єїдельця (clitellum) дещо з переду або з заду сьогож, з заліву кровного, що обіймає середню і долішну часть проводу кормового, звідси прямує ід передови тіла, де в околици відрізка голового ділить ся на дві галузи, що лучать ся знов під проликом в одну судину черевну (vas ventrale). Ся послідня стремить ід задови, а кінець єї входить рівнож до згаданого повнєше заліву (до задної його части) замикаючи в той спосіб систем круження. Крім сього єсть єще часом незначне число судинних злучниць, що сполучають судини хре-

бетну і черевну із собою. В порівнянню до інших кровоносних судин, судина хребетна єсть сильнійше розвинена, та впридобрена одним або менше чи то більше численними розширеннями, що їх звичайно називаємо серцями. Ude¹⁾ приміром подає, що у *Bryodrilus Ehlersi* Ude, розширення ті єсть дуже численні, відно-віддають поодиноким відрізкам тіла і маліють поступаючи до переду тогож.

Відома річ, відтак, що у декотрих енхітрейдів тягне ся в судині хребетній на цілій її довжині, туй при стінні від черевної сторони, часом зрослий з тою стіною, часом знов зовсім свободний тугий шнурок клітинний, що його називають „тілом серцевим“, а се з тої причини, що оно головню найсильнійше єсть розвинене в згаданих розширеннях що їх зовемо серцями. Майже всі автори, що займали ся систематикою і анатомією енхітрейдів, згадують про се „тіло серцеве“. Відкрив його і описав близше доперва Michaelsen у рідні *Mesenchytraeus*. На підставі знаємих йому родів, описує Michaelsen²⁾ що тіло серцеве у Мезенхітрейдів єсть дуже подібне до такогж витвору у декотрих *Polychaeta* (многощетників) як приміром *Terebellides Strömii* і *Pectinaria belgica*. Тягне ся оно в хребетній судині кровоносній, туй при стінні, здовж осередної лінії черевної і складаєсь з клітин різної величини, з виразистими ядрами, як також з дрібно а нїжно зернистим первищем (пязмою). У декотрих рідней як пр. *Mesenchytraeus primaevus* або *M. mirabilis*, єсть він тугий, грубий, нерівномірно згрубілий а на прорізі поперечнім многоклітинний; у інших як пр. *M. falciformis*, *M. Beumeri* і *M. flavidus* єсть він тонкий, гладкий, слабо тільки згрубілий, а на прорізі поперечнім зложений лиш з малої кількості клітин. Витвір той, що його Michaelsen не подибував у інших енхітрейдів як лиш у рідний *Mesenchytraeus* і *Stercutus*, єсть після него нїчим иньшим, як лиш впукленєм стінні проводу кормового до судини хребетної. Автор той висновує із сього дальше ідучі консеквенції і каже, що витвір той єсть гомологічний пуклавинам стінні проводу кормового, так зв: „Darmdivertikel“ у інших енхі-

¹⁾ H. Ude: Beiträge zur Kenntnis der Enchytriden und Lumbriciden. Zeitschrift f. wissenschaft. Zoologie LXI. 1. Leipzig 1895, pag. 114.

...Das Rückengefäß entspringt aus dem Darmblutsinus im 12. Segment, also intracutellial und bildet eine Reihe herzartiger Anschwellungen von denen je eine auf ein Segment kommt und die in ihrer Grösse von hinten nach vorn abnehmen.

²⁾ Dr. W. Michaelsen in Hamburg: Enchytreiden Studien. Archiv für Mikroskopische Anatomie XXX. Bd. Bonn. 1887, pag. 370

трейдів пр. *Buchholzia*. Протів сього припущеня промавляють однак як найвимоვნїше слїдуючі факта: 1) тїло серцеве містить ся в судинї, що посїдає свою питому, дуже добре розвинену стїну із міжболонної ткани, так ось тїло не єсть зовсїм відмежене від наболони проводу кормового; 2) витвір той, що його подибуєм у *Buchholzia*, має зовсїм відмінний характер як тїло серцеве у *Мезенхітрейдів* — а впрочім згадана повнїше пуклавина наболони кишки у *Buchholzia*, єсть ограничена міжболонною тканию, що вистелює взагалї (як то виказав перший *Hesse*¹⁾) цїлий залив кровоносний, що окружає провід кормовий, коли тїло серцеве вільно спочиває в сьвітлі судини хребетної, ополїкуване єсть безпосередно через кров та не покрите ніколи міжболонною ослоною. Протів поглядів *Міхельзена* промавляють і наші порівнательні дослїди, що про них понїзше буде бесїда. Мусимо тут однак додати єще, що *Міхельзен* в висше згаданій своїй працї: „*Enchytraeiden-Studien*“, рисує в стїні судини хребетної якісь клітнини міжболонні і не добачає в тїм ніякої звязи між ними а тїлом серцевим.

А. Лянґ²⁾ згадуючи про тїло серцеве не старає ся означати морфолоґічного його значїня, а що до чинности його каже лише коротко: „*Seine Function ist noch nicht aufgeklärt*“.

Через довший час стояла ся справа на сьому становищі — одні учені приймали погляд *Міхельзена*, другі подїбно як *Лянґ*, вважали істнованнє сього витвору невиясненим.

Г. Уде порушив знов се питаннє. У своїй студії над енхітреїдами гановерськими³⁾ застановляючи ся над кровню у тих хробаків каже, що вільних тїлець кровних не видїв він ніколи у енхітрейдів, подїбно як і его попередники, однак у серцеватих розширеннях судини хребетної достерїгав дуже часто більшу скількість „ядер“, получених із стїнкою судинною.

Квестію сю посунув далїй вперед проф. др. *Осип Нусбаум* в своїй цїнній студії про *Oligochaeta* (скупощетники) галицькі.⁴⁾ Ото зміст поглядів проф. дра *Нусбаума*. Згадаш через *Удого* „ядра“ суть то клітнини впридоблені ядрами. Клітнини сї посїдають дуже

¹⁾ R. Hesse: Beiträge zur Kenntniss des Baues der Enchytraeiden. Zeitschrift für wiss. Zoologie, Bd. 57, 1894.

²⁾ A. Lang: Lehrbuch d. vergleich. Anatomie. 1888, Jena, I. Abth. pag. 249

³⁾ H. Ude: Würmer d. Provinz Hannover I. Enchytraeiden. Jahresber. d. naturhist. Gesellschaft. Hannover 1892.

⁴⁾ J. Nusbaum Dr.: Materiały do historyi nat. skąposzczetów (*Oligochaeta*) galityjskich. Akad. Umiejęt. w Krakowie 1895.

часто численні жовто-бурі зерняточка та виридоблені суть ніжними вирістками дуже часто розгалуженими. Деякі з тих клітин лежать туй при стінці судини, інші суть менше або більше віддалені від неї, завеїдги однако суть они получені з міжболонною тканию судини ніжними вирістками, що злучуючесь між собою творять рід ніжної сїточки. За житя звїрят відбувають ті клітини, порушувані струями крови, замітні рухи вперед і назад — що дуже легко мож доемотрити під мікроскопом, на прозорих живих енхітреїдах пр. *Fridericia oligosetosa*. Тому опираючись на тих помічанях уважає проф. О. Нусбавм дуже имовірним, що то суть гомольога правдивих тілець кровних, від котрих різнять ся они лиш тим, що не суть свободні, а лиш злучені із стїною судини і тільки в части рухомі. Гомольогічними тим клітинам, після гадки проф. Нусбавма суть рівнож тіла серцеві у декотрих енхітреїдів. В одній із пізнійших своїх праць¹⁾ Уде стверджає спостереження проф. Нусбавма, що відносять ся до істновання в судині хребетній особливих клітин полученных із стїною судини, однак вєть він тої гадки, що висше згадані клітини суть нічим иньшим, як тільки, далеко в глибину сьвітла судини виступаючими клітинами міжболовної ткани. Погляд той свій опирає Уде на тім, що карміном барвлять ся они так само, як і властиві клітини міжболовної ткани, а в кінци, що між ними першими а послїдними істнують всякі можливі переходи.²⁾

Інші вчені суть знов иньшої гадки. І так Густав Айзен,³⁾ що опираєсь на тій основі, що в деяких більш широких судинах кровноносних, в железах слинових, желези кровні мають таку саму стать як тіло серцеве, вважає сї витвори за ідентичні⁴⁾ Так само думає

¹⁾ H. Ude: Beiträge zur Kenntnis der Enchytraeiden und Lumbriciden. Zeitschrift f. wiss. Zoologie. LXI. 1. Leipzig 1895.

²⁾ ibidem: „Dagegen scheint es mir sicher, dass sie nichts Anderes als weit in das Lumen hervorspringende Endothelzellen sind. Einmal spricht dafür, dass sich diese Zellen mit Karmin, gerade so färben, wie die eigentlichen Endothelzellen und ausserdem kann man stets zwischen den niedrigsten Endothelzellen und den am weitesten in das Rückengefäss hineinragenden Zellen alle möglichen Zwischenstufen beobachten.“

³⁾ G. Eisen: Pacific coast Oligochaeta I. друківані в: Memoires of the California Academy of Sciences, Vol. II. N. 4. San Francisco, cal. March. 1895.

⁴⁾ ibid. „In some of the larger blood-vessels in the salivary gland the blood-gland takes the form of a „hertzkörper““

The blood-glands described by Claparede, Lankaster and others in *Lumbricus*, etc., are probably of a similar construction, and judging from the figure given by Michaelsen of the „hertzkörper“ in *Enchytraeus*, we may conclude that it, too, is identical with the bloodgland in *Pontodrilus*“.

і Бедард,¹⁾ а що він єсть того погляду, що железні слинові мають функцію видільничу приписує туж саму функцію і тілу серцевому.²⁾

Міхельсен³⁾ знов думає, що „тіло серцеве“ має инше призначенє, а то після него має оно служити до улєкшеня стягання судини хребетної, а радше до улєкшеня круження крови ід передови.⁴⁾

На тім кінчимо той короткий перегляд літератури, що відносьть ся до т. зв. тіла серцевого — подаючи короткий зміст згадав я лиш погляди тих учених, що суть зовсім ріжних думок, що до сього питання, про инших, що пішли їх сьлїдом незгадую, тому що они не причинились зовсім до прояснення сього питання.

Пристаючи тепер до описаня вислїдів власних дослїдів над сим питанням, мушу передовсім зауважити, що не лиш що до клітин, котрі я вважаю гомологічними з тілом серцевим, але і що до кількох иньших подробиць в будові судини хребетної, знайшов я відносини, до тепер ще не достережені иньшими авторами. А то у великих осібняків з рідні *Fridericia* (*Fr. Ratzelii* і *Fr. striata*) знайшов я, що в судині хребетній мож відріжнити два відділи: передній, в котрім стїнка мязова судини, зложена ту лиш з верстви мязів окружних, єсть зовсім відділена від мязні проводу кормового і задний, що в нїм мязні складаєсь переважно з окружних та понад се і поздовжних волокон мязових і переходить безпосередно

¹⁾ A Monograph of the order of Oligochaeta by Frank Evers Beddard. Oxford. MDCCCXCV.

²⁾ *ibid.* „... the structure seems to be irreconcilable with any other theory than that the glands in question have some secreting function in relation to the blood or eliminate matters from the blood; we have in fact a gland originally performing a function connected with alimentation converted into a quite different physiological path, and one which must bear some relation to the vascular system. Now there is some evidence that the „cardiac body“ of certain Enchytraeidae has had a similar origin“.

³⁾ Зміст сих поглядів Міхельсена подаєм після Бедарда — тому що в жадних із праць Міхельсена про енхітреїди не знайшли ми навіть згадки про щось подібного.

⁴⁾ F. E. Beddard: A Monograph of Oligochaeta. „... As to its function it was suggested by Michaelsen, that it served to ease the contractions of the dorsal vessel; he pointed out that the flow of the blood forwards would be facilitated if the tube were completely closed posteriorly during contraction; the presence of this cardiac body would help to fill up the tube and allow the lumen to be entirely obliterated without reaching the maximum degree of contractility of the dorsal — blood vessel“.

в мязню залив кровного що окружає провід кормовий. З того то відділу походять прорізи представлені на фіг. *A* і *B*.

На прорізах поперечних через судину хребетну з переду розширення серцевого видимо стінку проводу кормового впридобрену рісатою наболонню, котрої великі клітини, о невиразних границях, заосмотрені суть великими, сильно барвлячими ся ядрами. Дальше видимо залив кровоносний, що окружає цілий провід кормовий і верству окружних мязів, що рівнож окружає цілий провід кормовий враз з заливом кровоносним, а на ви́шній стороні наболонної стіни проводу кормового і на внутренній стороні верстви мязової знаходимо верству міжболо́нну, зложену з ніжненьких сильно сплюснених клітин з сильно барвлячими ся та рівнож міцно сплюсненими ядрами. Верства мязова, що окружає провід кормовий, проходить звідси безпосередно на судину хребетну, окружаючи ю довкола. У внутрі судина хребетна виложена єсть рівнож верствою міжболо́нною о такім самім характері як міжболо́нна ткани що становить стіни заливу кровоносного. Крім сього бачимо у внутрі судини хребетної досить великі клітини, що осаджені на довгій ніжці сягають далеко до нутра́ судини і в первиці мають численні, досить великі жовто або буро забарвлені зернятка і великі, сильно барвлячі ся ядра.

На фіг. *A*. що представляє рівнож поперечний проріз через судину хребетну у род. *Fridericia*, тільки дещо більше до заду тіла, бачимо при сильні́йшій побільшеню, якого тут ужито, дуже докладно численні прорізи мязів поздовжних, що уміщені рядом на ви́ї верстви мязий окружних обіймають разом із нею зарівно залив кровоносний як і судину хребетну. Ся послідня не єсть рівнож зовсім відділена від заливу кровоносного, верстви мязеві переходять безпосередно з заливу кровоносного на судину хребетну, де дуже часто фалдуючи ся, відстає від тоненкої а всеж таки дуже добре видної боло́ночки, що безперечно єсть продовженем сильно сплюсненої клітини, що безперечно має приміту міжболо́нної ткани.

Внутр судини хребетної бачимо рівнож висше згадані клітини зернисті, о великих, округлих сильно барвлячих ся ядрах; та не всі они опи́рають ся на довгих а тонких ніжках, лиш деякі з них суть осаджені на низких, широких підставах, котра то підставка у клітин горішних єсть так коротка і широка, що клітини сї виглядають так, мовби були клітинами міжболо́нної ткани, висуненими до нутра́ судини.

А всеж таки цілком відмінний визір тих клітин, а перед всім те, що в них знаходять ся численні зернятка, котрих нема зовсім в клітинах міжболонової ткани, доказують нам, що висше згадані клітини не мож рішучо зачисляти до клітин міжболонової ткани. Зовсім иньший вид представляєсь нам на фіг. В.

Ту нутро хребетної судини виповнене єсть великими зернистими клітинами, що рівнож посідають великі, сильно забарвлюючі ся ядра і лучать ся із стійною судини одним або двома довгими випустками, крім того однак мають они більше єще випусток, так само тонких і довгих, та крім сего ще розгалужених, котрими лучать ся взаємно із собою, утворюючи в той спосіб нераз досить густу сіточку як то і бачимо тут в самій середній світла судини. На перший погляд тяжко булоб повірити, щоби ті амебоваті, розгалужені клітини, не були нічим иньшим як лиш зміненими клітинами, які бачилисьмо при міжболоній стіночці судини хребетної на фігурі А — колиб не переконували нас о тім і той сам спільний характер, такі самі великі видовжені, яйчасті, сильно забарвляючі ся ядра, ті самі жовті або бураві зернятка в первинці, а остаточно і той факт, що проріз представлений на фіг. В єсть дальшим тягом із тої самої серії прорізів поперечних того самого осібняка (*Fridericia Ratzelii*; те саме відносить ся і до *Fr. striata*) та що між тими різнородними видами, які бачимо на фігурах А і В змічаємо найрізнороднійші поступенні переходи. Що до иньших подробиць, як мязів, клітин міжболонової ткани і т. д. то знаходимо, що тут они єуть так само добре розвинені, як і на попередній фігурі.

Присутність висше згаданих клітин зернистих в судині хребетній зневолює нас завдати собі питанє, чи клітини єї не єуть гомологічними з „тілом серцевим“ описаним у декотрих енхітреїдів?

Перший опис тіла серцевого подав Міхельзен¹⁾ із підні *Mesenchytraeus*. Відносини, які найшлисьмо у *Mesenchytraeus setosus*, різнять ся під деякими зглядами від того, що подає Міхельзен, а передовсім зауважалисьмо, що тіло се не єсть збитим витвором, як описує його Міхельзен, лиш складає ся із клітин слабо з собою сполучених, о зовсім такій самій удачі, як описані нами повнеше клітини в судині хребетній у *Fridericia*.

Так фіг. С представляє нам власне поперечний проріз через судину хребетну у *Mesenchytraeus setosus*. Бачимо ту судину хре-

¹⁾ 1. с.

бетну відділену зовсім від залуку кровоносного, окружає ю верства добре розвинених мязів окружних вистелена у нутрі міжболонною тканию, доказом чого сильно сплющена клітина міжболонна, що лежить при стінні в горі.

В звязи з стіною судини знаходять ся в ній великі клітини зернисті, получені тоненькими випустками так із собою, як рівнож і з клітинами у нутрі судини, розгалуженими і рівнож зернистими, творячи в той спосіб сіточку зовсім таку, яку бачили ми на фіг. В.

Переглядаючи однак цілий ряд прорізів поперечних через судину хребетну у *Mesenchytraeus setosus*, побачили ми, що ті клітини зернисті твоять у нутрі найрізнородніші комбінації, що їх головні типи представлено на фіг. А, В, С і D де бачимо докладний перехід від амебоватих (несталковатих) клітин у *Fridericia* до збитого тіла серцевого у *Mesenchytraeus*.

Переглядаючи їх по черзі почавши від сього, що положений найбільше до переду тіла бачилисьмо на першій у нутрі судини хребетної крім сильно сплющеної клітини міжболонної ткани, дві великі клітини зернисті. Одна із них оперта широкою підставою о стіну судини лучить ся за посередою тонкої випустки з другою, що положена майже в середині світла судини та висилає три випустки до стіни судинної, а одну до першої клітини. На слідуючій прорізі бачили ми, що одна із клітин лучить ся із стіною судини за посередою досить довгої ніжки, зовсім так як то бачилисьмо на фіг. А; иньші чотири прилягають значною частию своєї верхні до стінки судини, а дві з поміж них суть так сильно сплющені, що колиб протоплазма їх не була зернистою, не можна би було зовсім відрізнити їх від клітини міжболонної ткани. На дальшій прорізі бачимо лиш три клітини, з них дві прилягають до стіни, а одна получена з тоюж за помочою „ніжки“; на ще дальшій три клітини, що прилягають до стіни судини і одна, що лежить в самій середині судини зливають ся із собою за посередою коротких а грубих випусток, побіч них прилягає до стіни судини клітина рівнож зерниста однак сильно сплющена, та пригадуюча своєю статією клітину міжболонної ткани; на иньшій бачимо по середині судини велику клітину, що за помочю довгих, менше або більше тонких випусток лучить ся то із стіною судини, то з клітинами, що прилягають до стіни судини, то знов з клітиною міжболонної ткани. Зовсім иньший вид представляє ся нам на кінцевих прорізах. Тут всі клітини прилягають до стіни судини вистелюючи ю немовби яка ткань наболонна; одні з них суть менше або більше сплющені, иньші видовжують ся ід нутру світла судини або більшість клітин вистелює нутро стіни судини хребетної,

тут і там однакож бачимо місце вільне або зайняте клітиною між-болоною; а на декотрих з поміж них осаджена єсть еще одна клітина, що лучить ся часом з сусідніми за посередю грубих випусток.

Бачимо отже, що „тіло серцеве“ що його описав Міхельзен в роді *Mesenchytraeus* єсть утвором зложеним з клітин зовсім гомологічних клітинам, що їх подибуємо у нутрі судини хребетної у *Fridericia Ratzelii* і *Fr. striata*.

В обох тих родах бачимо зовсім такі самі клітини зернисті, з котрих одні прилягають до стіни судини, иньші получені з нею за помочню тонкої „ніжки“ а знов иньші розгалужені, сполучаючі ся за посередю випусток із собою або із стіною судини. Клітини єї суть часом уложені поодинокі, або вистеляють майже рівномірно, мов наболонь, стіну судини, найчастійше однак лучать ся групами в силети, що в формі сукромих шнурів пробігають здовж судини хребетної, творячи т. зв. „тіло серцеве“ — уложене або по середині світла судини хребетної або при його стіні. А що, як се бачимо вище згадані клітини лучать ся нераз разом, не лиш в одну, але і в більше груп, тож тому, коли таке означене угрупованє клітин єсть постійним, можуть они творити постійно не лиш оден, але і більше шнурів чи т. зв. „тілець серцевих“. І справді А. Лянґ¹⁾, згадує о істнованню, у *Chaetozone*, трох тіл клітинних чи то тіл серцевих в судині хребетній. Опираючи ся на тій підставі, що як в рідні *Fridericia* (vide фіг. *A* і *B*), так рівнож в рідні *Mesenchytraeus* (v. фіг. *C* і *D*), клітини, що творять т. зв. „тіло серцеве“ то рівномірно суть розміщені при стінці судини, то знов збирають ся в одну або більше груп, думаю, що у всіх рідней енхітреїдів, що мають тіло серцеве, клітини що творять його, можуть творити найрізномордніші комбінації, що отже число тіл серцевих не залежить, здаєсь, від рідні енхітреїдів.

Так затім представляєсь нам „тіло серцеве“ у *Fridericia Ratzelii* і *Fr. striata* та у *Mesenchytraeus setosus* — а безсумнівно зовсім так само і у иньших рідней вище згаданих родів. Рівнож єсть дуже імовірним, що в такий сам або подібний спосіб заховуєсь

¹⁾ Dr. Arnold Lang: Lehrb. d. vergl. Anatomie I. Abth. Jena 1886. „... Bei zahlreichen Polychaeten findet sich in demjenigen erweiterten Theil, des Rückengefäßes, welches man als Herz bezeichnet, ein meist braun gefärbter Strang, der frei im Lumen des Herzens liegt. Man bezeichnet ihn als Herzkörper. Seine Funktion ist noch nicht aufgeklärt. Bei *Chaetozone* ist er in der Dreizahl vorhanden...“

оно і у тих многощетників (polychaeta) в котрих згадують рівнож про його істнування.

Вкінці годить ся нам єще додати кілька подробиць до гістологічної будови заливу кровоносного і самої судини хребетної.

Що до заливу кровоносного, то Міхельсен¹⁾ вважав його за щелину поміж виїсною верхнею наболони, а верстовою мязів, що окружують провід кормовий; однакож Гессе²⁾ доказав, що залив кровоносний не єсть прямо лиш щелиною, із-за того, що стїни його виложені тонкою верстовою міжболовної ткани. Проф. др. О. Нусбаум³⁾ потвердив в цілости дослїди Гессеого, додає однакож, що у дуже дрібних форм (пр. *Fridericia oligosetosa*) міжболовна ткань єсть дуже слабо розвинена а деколи здаєсь, що єї і зовсїм нема — у форм дрібних підлягає она безперечно редукції. То саме рівнож завважав Уде⁴⁾ на *Henlea leptodera*, *Pachydrilus Pagenstecheri* і иньших ріднях — додаючи при тій нагодї, що міжболовна ткань судини хребетної єсть прямо дальшим тягом міжболони заливу кровоносного.

Як то вже повише зазначилисьмо судина хребтна представляє ся прямо яко пуклавина заливу кровоносного — яко дальший єї тяг — тому то і яєним єсть, що стїна його повинна бути окруженою, так само як і стїна заливу кровоносного, зарівно верстовою мязовою як і міжболовною тканию. І справді на фіг. *A* і *B*, де судина хребтна не зовсїм єсть відділена від заливу кровоносного бачимо як верства мязова переходить безпосередно із заливу кровоносного на судину хребтну і тут з початку сильно фалдуючи ся обіймає цілу судину та переходить знов до заливу кровоносного, творячи звичайно при виходї знов подібні фалди (здаєсь служать они, в давім случаю, до побільшеня обєму судини).

Верства мязова складає ся як із добре розвинених мязів окружних, так і поздовжних, уложених на виїшній сторонї перших. Замітити мусємо, що верства мязів поздовжних єсть ту слабше розвинена, як доокола проводу кормового. Внутренню сторону верстви мязової покриває верства міжболовної ткани зложена, як то вже

¹⁾ Dr. Michaelsen: Untersuchungen über Enchytraeus Möbii. Kiel. 1886.

²⁾ R Hesse: Beiträge zur Kenntnis der Baues der Enchytraeiden. Zeitschrift f. wiss. Zoologie, Bd. 57, 1894.

³⁾ Dr. J. Nusbaum. Materiały do historyi naturalnej skąposzczetów galicyjskich. Kraków 1895.

⁴⁾ H. Ude: Beiträge zur Kenntnis der Enchytraeiden und Lumbriciden. Zeitschrift f. wiss. Zoologie, Bd. LXI. 1. Leipzig 1895.

повише згадалисьмо, із незвичайно плоских клітин о видовжених, веретенуватих, сильно забарвлюючих ся ядрах і незернистій блідій плязмі. Особливо дуже докладно можна відріжнити сю веретву міжболовну на фіг. 4, де веретва мязова сильно фалдуючи ся відстає зовсім від неї майже на цілій простороні.

Загальні результати дослідів.

Загальні результати дослідів зібрані разом булиб слідуєчі:

1. У нутрі судини хребетної знаходимо два зовсім ріжні, під зглядом гістологічним, роди елементів клітинних, а то:

а) клітини міжболовні, сильно сплюснені, що огранічають займину (lumen) судини, як рівнож:

б) клітини природи железної, що мають в своїй плязмі дуже численні, жовто-бурі, сильно світло заломлюючі, зернятка.

Гадка Міхельзена і Удого, що клітини другого роду суть клітинами міжболовної ткани, оказуєсь хибною.

Після вигляду свого зближають ся они найбільше до т. зв. „желез кровних“ що їх описав E. Perrier в судинах у *Pontodrilus*, а G. Eisen (l. c.) у *Pontodrilus Mich.*, в волосковатих судинах желез слинових і септальних. Рівнож суть они гомольогічні „зернистим“ клітинам у *Phreodrylus*, що після Beddard-а знаходять ся в середині оскрутноі судини що лучить в 12. або 13. відрізку судину хребетну із черевною — а вкінці і клітинам хльоратогенним що їх описав Claparède у *Lumbriculus*.

2. Посеред клітин железних відріжняємо одні, що знаходять ся лиш при стінї судини, иньші знов такі, що творять у нутрі світла судини, сіти клітин, получених із собою вицуетками.

3. Напоследок згадані сіти клітин железних, розвинені особливо сильно в задній части судини хребетної (звичайно сильніше розширеної) в рідні *Fridericia*, виступають у многих иньших рідней — головно в рідні *Mesenchytraeus* — на цілій майже довжині судини хребетної і згромаджують ся місцями в більше або менше збитий шнурок клітинний, утворюючи т. зв. „тілце серцеве“ „*Herzkörperchen*“. Се последне єсть утвором строго гомольогічним описаним через нас повише клітинам железним а тим самим і т. зв. железам кровним (Blutdrüsen) — і під тим последнім зглядом поділяємо погляди Айзена.

4. Згадані повише елементи клітинні в судинах хребетних суть правдоподібно значно зміненними елементами крови у иньших хробаків. У енхитреїдів у котрих нема свободних тілец крови, місце

їх заступають безперечно, під зглядом морфологічним — певно, що не під зглядом фізіологічним — єї клітини. За тим здогадом промавляє також і те спостережене, що його зробив проф. др. О. Нусбавм, що у прозорих малих осібняків, тільця ті, притверджені на довгих тонких ніжках до стіни судини, виконують пасивно (із-за струй текучої крові) рухи пендулові.

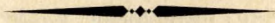
5) Стіна судини хребетної, єсть білше зложеної будови як до тепер загально думали, тому що в задній половині тої судини у *Fridericia* знайшлисьмо в ній не лиш міжболонову ткань, але також верстви мязів окружних, та крім сего також волокна мязів по-здовжних, подібно як в мязових стінах проводу кормового.

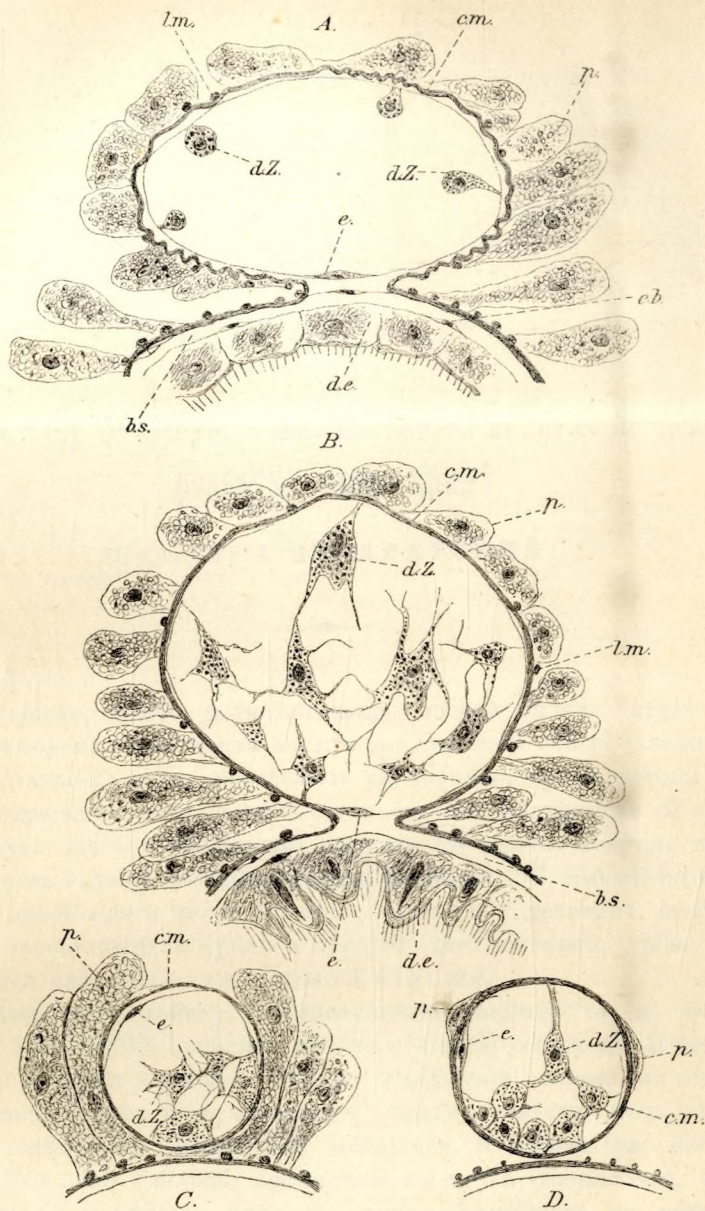
Крім сего на вні верстви мязової находимо згідно з иньшими авторами верству характеристичних великих клітин т. зв. *regitopae-альних* (очеревняних), що місцями можуть сплющуватись і приймати вигляд, як колиб були клітинами внішньої міжболовної ткани.

6 В судині хребетній в роді *Fridericia*, відріжняємо два відділи: передній, цілком відділений від стіни заливу кровоносного, що окружає провід кормовий, і задній получений із стіною того заливу тому, що верства мязова переходить безпосередно із стіни заливу кровоносного в стіну судини хребетної. На обетавицу сю вказуючу, що судина хребетна єсть немовби пуклавиною заливу кровоносного, до тепер не звернено уваги.

На послідок мусимо єще замітити, що, як звісно, провід кормовий енхітреїдів єсть завжди повний частиночок землі, що незвичайно утрудняє ба і зовсім унеможливає крайне прорізів так по-здовжних як і поперечних. Щоби сему запобічи вкладалисьмо більше число живих енхітреїдів в судину повну перегнилого, а чисто водою перемитого листа. Ту 4–6 днів держані енхітреїди позбувались зовсім частинок землі. Розумієсь що через цілий той час треба пильно дбати, щоби листе було достаточне, хоч не надміру вохке. Так очищені хробачки натягали ми за жива на пластинках корку, прикріплюючи їх на обох кінцях ніжними кільцями їжа — щоби запобічи сильному скручованю їх підчас вбивання — і утрєвалювали в горячій субліматі, а відтак в чим раз сильнішим алькоголю і т. д. Таке поступованє оказало ся найліпшим із всіх дотепер звісних.

Вповажаному п. проф. О. Нусбавмови, за його цінні вказівки нехай мені буде вільно зложити на сїм місци найсердечнішу подяку.





A і *B*: *Fridericia Ratzellii*. Прорізи поперечні через задню половину судини хребетної; *A*: проріз попер. з околиці передної; *B*: проріз попер. з околиці па-
кочечної.

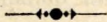
C і *D*: *Mesenchytraeus setosus*. Прорізи поперечні через судину хребетну в околиці тіла серцевого.

b. s. = залів крововосний; *e* = ткани міжболонна; *e. b.* = міжболонь заліву крововосного; *d. e.* = наболонь проводу кормового; *d. z.* = клітини железні; *c. m.* = верстея мязів окружних; *l. m.* = волокна мязів поздовжних; *p.* = клітини очеревяні.

Ос. 4. Syst. hom. Imm. $\frac{1}{12}$ Reichert.

Скільки часу потребують мотилі сьвіжо виляглі до повного розвитку своїх крил?

(Написав І. ВЕРХРАТСКИЙ.)



Як звісно, мають мотилі сьвіжо з кукли виляглі стать без-
гарну, неформену; їх крила висять ще яко малі, мягкі і вохкі ла-
точки. Однакож вскорі розтягають ся латочки, крила видимо рос-
туть, знекуючи об'ємом, а рівночасно тратячи на грубости. В книж-
ках пишуть, що і у найбільших мотилів по вилягу з кукли крила
найдовше за годину досягають повний розвиток. Те взагалі і дійсно
буває у найбільшого числа мотилів; однакож у декотрих, особливо
у родів виповзаючих з кукли в перший час весняний, триває роз-
виток крил часто кілька годин і більше.

Підчас мого побиту в Станиславові займав ся я (іменно
в роках 1885 – 1890) особливо пильно годівлею усільниць. Я держав
усільниці і кукли в осібній, одвітно улаженій, зимою не опалю-
ваній кімнаті, щоби моїм плеканцям подати, о скільки мож, условия
вигідні, зближені до відношеній природних. Я запримітив, що со-
винки (*Noctuae*) і більші, прядковаті пядуни (*Geometrae*), котрі
вилягають ся в перших днях весняних, потребують до розвитку
своїх крил довшого часу, ніж роди пізнійше розвиваючі ся. Тут
кілька примірів.

Дня 16. марта 1886 виповзла з кукли о 7. годині рано самочка
ціпни тисавки (*Taeniosampa stabilis* H.). Я помічав її уважно;
о 9. годині, оттак по цілих двох годинах після вилягу, були
латочки крил ледви троха більші, однакож почали пуклавити ся,

при чім горішні сторони звертали ся ку собі — в кождім разі знак, що крила вже в розвитку; — коло пів десятої осягнули крила вже свою повну великість, однакож висіли еще долі, як у мотиля дневного стулені; доперва по 10. годині, отож після трох годин зложила совинка свої крила дашковато. Оттак в тім случаю потребувала *Taeniosampa stabilis* повних трох годин для розвитку крил.

21. марта того самого року виповз о пів осьмої перед полуднем поренут морозоваток (*Phigalia Pedaria* F.) і то самчик. Понеже в куклівниці (*Puppenkasten*) бігав дуже несупокійно, пересадив я его в окрему темну шкатулку, щоби инші кукли охоронити від непокоєня, а разом щоби мого плеканця наглядати уважнійше. Шкатулку з мотилем сьвіжо виляглим поклав я межі ляди задвійного вікна і від часу до часу заглядав, піднімаючи дуже обережно і тихо верхняк прямо в гору. Мотиль в темноті скоро втихомирив ся, однакож его латочки крильні і за годину не стали більші. Я заглянув о $\frac{3}{4}$ на 10 — та сама історія: росту крил зовсім і не слідно. Для повнення обовязків в школі я мусів опустити моє мешканє, до котрого вернув доперва коло 7. години вечером. Запаливши сьвітло я удав ся до згаданой, для годівлі мотильої призначеної кімнати, поступив до вікна і досить нагально і нетерпливо зірвав верхняк. На великій мій здив побачив я примірник дуже красно і нормально виобразований.

В будучности мав я нагоду частійше помічати у цїпни чорноплямки (*Taeniosampa munda* E.), зарди (*T. miniosa* F.), згарниці (*T. gracilis* F.), змінниці (*T. incerta* Hfn.), тисавки (*T. stabilis* H., чепни моховатки (*Asphalia ridens* F.), у чехрика косминця (*Biston hirtarius* L.), чехрика коврика (*Biston strataris* Hfn.), у самчиків поренута морозоватка (*Phigalia pedaria* F.), чехрика кудринця (*Biston hispidarius* F.) і др., що до повного розвитку крил згадані мотилі потребували — як до обставин — двох, трох, чотирох і більше годин. Однакож — о скільки знаю — одинісенський випадок єсть слідующий.

22. марта 1889, о $\frac{1}{2}$ 6 вечером заглянув я до одной з моїх куклівниць, де найшов саме що виляглого, незвичайного малого самчика поренута морозоватка (*Phigalia pedaria*). Я полишив его в куклівниці через ніч в надії, що через той час розвине ся належито. На другий день о 7. год. рано посмотрив я в згаданій куклівниці і побачив мого плеканця з нерозвистими крилами, так як і сночи. Хоть морозоваток (*Ph. pedaria*) коло Станиславова не причисляє ся до рідкостий, (коло Львова буває той рід о много рідший), все-ж таки я не дуже був радий, бо сковірені мотилі

годовникови завсїгди суть неприємні. Я переклав згаданого морозоватка до окремої шкатулки, до котрої заглядав від часу до часу. Однакож аж до $\frac{1}{2}10$ крила єго не здавали ся менї більшими. Я вийшов з мешканя за орудками і вернув доперва о 7. годинї назад. Нагадавши морозоватка — як я надїяв ся — нерозвиненого, отворив я шкатулку, щоби сковіреного мотиля геть викинути — однакож здивовав ся вельми, коли побачив, що крила мотиля за той час розвинулись цілком добре. Примірник той і тепер проховую в моїм зборї. Відзначає ся він меншою нїж звичайно великістю і темнїйшою барвою. Оттак в наведеним случаю крила мотиля почали розвиватись доперва по п'ятнадцяти або й більше годинах. Розвиток крил сьвіжо виляглих мотилїв триває у ріжних примірників того самого рода не завсїгди рівно довго. Іншими словами: розвиток крил зависить від ріжних обставин, котрі можуть на него дїлати прискорюючо або опізняючо. Перед всїм потрібен для мотиля сьвіжо виляглого спокій; особливо страшеня, сильний доск і гомін дїлають спиняючо, а нераз і зовсїм перешкаджають розвиткови крил, через що повстають так звані сковіренці (Krüppel) т. є. примірники з крилами зле виобразованими або зовсїм нерозвистими. Тое дїє ся також і в природї, на простоволї, хоть далеко рідше, бо сковіренці все таки суть лише неправильностями, виїмками. Коло Станиславова найшов я раз на очеретї сидячий сковірений примірник трошки шуварки відм. з мурки (*Nonagria arundinis* F., var. *fraterna* Tr.). Важним єсть вплив температури; чим зимнїйший воздух, тим повільнїйше поступає розвиток крил у мотилїв сьвіжо виляглих. Для розвитку латочок крильних єсть також потрібний певний степен ь вохкості, котрий для ріжних родів не єсть все рівний. Не так то легко трафити одвітний степен ь вохкості для ріжних родів потрібний, а неудача годования не одного мотиля має мабуть головну причину в занедбаню одвітного відношеня вохкості. Надто також держанє крил мотиля сьвіжо виляглого єсть великої ваги як для скорості розвитку, так і для самого розвитку.

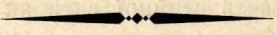
Бачимо, що мотиль сьвіжо виляглий квапить ся чим скорше вилїзти до гори на предмет висшій, о скїлько мож, простопадний, а в певнїй висотї остановляє ся, щоби не лише крилам дати одвітного простору для розвитку, але також щоби латки крильні єще м'яккі звїснї долї і тим способом лекше кров в жилки крильні угнати.

В тїм положеню (із крилами долї спущеними, а по доспїню належитої великості стуленими) остає „новонароджений“ мотиль

так довго, доки всі єго члени і крила не досягнуть одвітної туготи і кренкості, почім диевники дальше вилазять до гори, піднимають крила, раз по раз їх розкладаючи і стуляючи а відтак свободно уносять ся в воздух, щоби в блеску ясного сонця колесати ся на пестрих цвітках і слїдувати понукам любови, — тим часом мотилї нічні крила найчастїйше складають дашковато або розпростирають плоско і сидять спокійно в укритю, щоби доперва в сумерки обудитись до нового життя.

При годуваню зауважав я, що навіть примірники в станї усїльничім добре відживляні по вилязї розвивали свої латочки крильні помалїйше або навіть оставали сковіренцями, коли латочки крильні держали в положеню для розвитку крил не одвітнім пр. в поземім. Тое послїдне лучає ся частїйше н. пр. при годівлї зорокана мрича (*Astrosopus sphinx* Hfn.) і зорокана оболочника (*Astrosopus nubeculosus* E.) і найлучше годуване усїльниць та найстараннїйше держанє кукол в подібних случаях не може тому запобічи.

В случаях особливих і дуже рідких (як н. пр. у згаданих самчиків поренута морозоватка (*Phigalia pedaria*) починають крила рости доперва по упливї кількох або кільканайцятьох годин, при чім — сама річ — латочки остають так довго мягкими, доки крила не досягнуть повного розвитку. Коли латочки мотилїв сьвіжо виляглих за скоро стануть тугими і сухими (н. пр. в штучній годівлї, коли усїльницї не кормлено належито, що натурально приводить в наслїдок також недокровє (*oligaemia*, *Blutarmut*) кукол і мотилїв, або коли кукли зимуючих родів держати в зимі в опалених покоях, що найчастїйше єсть шкідним для розвитку мотилїв або взагалї при держаню кукол надто сухім), то розвиток крил не може відбувати ся і мотиль остає сковіренцем.





До механіки нормальних і патологічних змін положення матки.

Написав Др Щ. СЕЛЬСКИЙ*)



Діл гінекології ведучий про сили, що удержують положення нормальне матки (uterus) або що спричиняють зміни тогож положення фізіологічні і патологічні, лишає все ще поля до нових дослідів. Тож я позволю собі тут деякі подати замітки, що, надійсь, нове кинуть світло на тую царину наукову.

Як звісно змінює матиця уставично (заєдно) свою подобу і своє положення. Коли-ж перестануть ділати чинники споводуючі тоті зміни, то вертає она знов до нормального свого положення, то єсть до впередзвороту - наклону (anteversio-flexio). Що-ж спонукує матицю знов і заєдно прежню відзискувати подобу і нормальне займати положення? — До пояснення того ріжні приводять причини, між иньшими, зовеїм слушно іменно діланє внутрчеревного тиску (intraabdomineller Druck). Однакож по моему мнію в толкованю сущности і способу діланя внутрчеревного тиску заходить певна непослідовність, котру випадає усунути. От і причина, чому я в тій річі декотрі вискажу гадки.

Між иньшим часто твердять, що при віддихових хитанях тискових (respiratorische Druckschwankungen) в ямині лоханно-

*) Руска термінологія І. Верхратского.

черевній (Beckenbauchhöhle) лише горі звернена частина площі матерниці підлягає діланню збільшеного тиску при вдиху (inspiratio). Також кажуть, що тиск внутрочеревний може спричинити зміни положення матерниці і то таким робом, що, коли тильна верхня матерниці звернена до гори, звершає ся в передзворот (anteversio) — а коли туди стремить передня верхня, повстає в спятиворот (retroversio). Напрям здогадного ділання сили на ритовинах часто намічає ся стрілкою. Однакож тоє поняття річи єсть зовсім хибне. Коли-б ямина лоханночеревна обмежена була стінами кріпкими і ціпкими, то наслідком хитаній в тиску черевнім взагалі жадне розсуненє орудій не могло би наступати. Єсть річю певною, що тиск в цілій ямині лоханночеревній всюди мусить бути рівний. Пристінна петля кишкова (wandständige Darmschlinge) з всею певністю не тулить ся до стіни черевної сильніше, ніж кишка до кишки внутр ямини черевної (Bauchhöhle). Єсть то правило фізичне загально зване, доказане і ніким не оспорюване. Згідно з правилом фізичним, також орудя лоханні (Beckenorgane) і черевні при скріпленню тиску внутрочеревного лише в напрямі найменшого відпору можуть посувати ся. Єсть ним тут м'яка, пружива передня стіна черева а лише в степені зовсім незначнім дно лоханне (Beckenboden). За посередю м'яких, пруживих стін черева тиск внутрочеревний упорядковує ся тиском атмосферним (Atmosphärendruck). Стане тиск внутрішній більшим від атмосферного, то розширяє ся стіна черевна, а стане він менший, то стіна черева знову стягає ся. Коли опускає ся перепина (diaphragma) при вдиху (inspiratio) в низ, то тисне на зміст ямини черевної (тисне на черевні) і випинає за єго помочию стіну черевну наперед. При видиху (expiratio) подає ся стіна черевна знову назад. Те саме діє ся наслідком наповнення і спорожнювання міхура і проводу травлення (Digestionstractus). У всіх тих случаях змінює ся ємність (Capacität) і форма ямини черевної.

Самої більшої ваги зглядом хитаній в ємности черевній єсть ще друга обставина. Як звісно, не може весь тиск внутрішній (Innendruck) організму тривало обнизшати від тиску атмосферного. Воздух кладе на наше тіло тиск, котрий одвітно верхні особняк (Individuum) виносить яких 15.000 до 20.000 кілограмів (майже 7,5 кілограм. на кожний цаль квадратний). Коли ж тиск на котрім небудь місці організму спаде нижше тої норми, непременно пре воздух к тому місцю течні тіла або і полутечні ткани задля вирівнювання ріжниць тиску. Тоє то пересуванє плинів нігде так довідно не відбуваєсь, як саме в ямині черевній. При збільшенім тиску внутроч-

ревнім кров з тенес черевних пре ся к обводови тіла. Коли-ж той тиск меншає, всисають кров орудя черевні. Звісною єсть річню, яке значенє має віддиханє на рух крові через печінку (*hepar*). Через стисканє (*Compression*) перепна (*diaphragma*) при вдиху обнижачючого ся, рівно як і через напруг стїн черевних кров печінки наспорена з жолудка, селезїнки (*lien*) і кишок пре ся в жилу головну долїшну (*vena cava inferior*). А при послїдуючїм видиху (*expiration*) смокчуть (*aspiriren*) знов орудя черевні кров із орудїй кровоносних внїчеревних (*extraabdominelle Blutgefäße*).

Розумїє ся, що наслїдком устāvичного змїняня форми ямини черевної також положенє і форма тенес (*Eingeweide*) мусить змїняти ся. До форми обнятника (*Behälter*) мусить і обняток (зміст) примїняти ся. Також не може без впливу остати положенє і змїна форми поодиноких частей тенес на форму і положенє других орудїй. Коли яка петля кишкова наповнена газами або травлениною значно розширяє ся, то потребує раз більше для себе місця; вдруге мусить з нею зіткнутись більша скількість орудїй сусїдних, нїж коли-б була порожна і склясла.

Насуває ся проте питанє, яким робом відбуває ся тота змїна положення і форми тенес? Чи можливою єсть річню, щоб при ненапружених стїнах ямини черевної зіткненї площї двох орудїй в простопаднїм або простопадному близькїм, оттак ускїєнїм напрузї віддалювали ся від себе, тоби иньшим утворам зробити місце? Чи єсть можливим, тоби одно орудє від других від'окремило ся або по крайній мірі одна площа орудя від окруженя так відділила ся, тоби, хочби лише на хвильку, не стикала ся з жадною другою площею очеревної (*Peritonealfäche*)?

Щоби відповісти на се питанє пригадаєм наперед, що очеревна (*Peritoneum*) по своїй сущности єсть то щільно затворений мішок оболони сироватної (*seröse Haut*), котрого стїни тісно прилягають до себе. Кожда часть стїни очеревної (*Peritonealwand*) мусить заєдно з другою в безпосереднїм оставати зіткненю. Стїни того мішка многорак заглиблюють ся закладчасто, а в тих заполинах (*Einstülpungen*) ложать ся (*betten sich ein*) із внї орудя черевні і лоханнї (*Beckenorgane*). Вєї тенеса лежать про тоє дійсно внї очеревної (*extraperitoneal*). В ямнї очеревняній (*Peritonealhöhle*) не находить ся з виємом части верхнї яєчника (*ovarium*) і уєстїй труб матерних (*Tubenmündungen*) нїчо, а в нормальних обставинах простор середочеревняний (*Intraperitonealraum*) взагалї не єствує. Тїї подробности нагадавши на данє питанє мусимо дати одвіт занїкуючий.

Тенеса окриті очервеною і побіч себе уложені при ненарушених стінах черева наслідком тиску воздушного не можуть відділитися від себе, хіба насильно. Положене місцеве сумежних площ двох тенес лише так може змінитися, що переховуючись будуть від себе віддалятися, але рівночасно в тій же хвилі стикати ся з иньшими посуненими частинами очервеної не творячи ніякої порожни. Дуже важною єсть при тім гладкість і слизкість стикаючих ся стін очервеної. Тая то гладкість і слизкість очервеної улекшає поховзистий розсув орудій, заразом утруднюючи або спиняючи простопадне відділене частей зіткнених. В тім напрямі бо ділане тиску воздушного піддержує ся фізичною силою причіпности (*adhaesio*), котра дві гладкі і вохкі, безпосередно на собі лежачі площі, держить дуже непопущко.

В ямині очервняній (*Peritonealhöhle*) суть проте відношення подібні, що і в ямині олегочняній (*Pleurahöhle*). При вдиху намагає розширяюча ся стіна груди віддалити ся від легкого. Однакж понеже оба листи олегочної (*pleura*) безпосередно і совершенно щільно лежать на собі, то се не єсть можливим і олегочна близня (*pleura pulmonalis*) мусить при розширенню ямини грудної слідувати олегочній стінній (*pleura parietalis*).

Подібно дівсь також в ямині очервняній (*Peritonealhöhle*). М'ягка стіна черева наперед витягнена за посередною фалду стіни черевної не відділює ся від тенес, навпак тенеса подають ся за стіною черевною. Найлучше з'ображають сказане нами рухи віддихові печінки. Она поховзує ся горі і долі з всею полегкостію по при стіни черевні мов би толок в сикавці, не віддаляє ся однакж мимо значного домірно тягару ні на одну лійню від перепна (*diaphragma*). Так зване вязло завісне або завіска печінки (*Aufhängeband der Leber*) зовсім при тім не ділає, бо задля тісного прилягання печінки до спідної площі перепна, ніяк не може розняти ся простопадно. Тиск воздуха удержує печінку в безпосереднім стику (укріпленню) з перепном і справлює, що печінка разом рухає ся з перепном не тратячи з ним стику (*Contact*) ніколи.

Саме такі суть відношення межі череном матерничим (*Uteruskörper*) а горішною стіною міхура мочевого (*vesica urinaria*) і те поясняє нам, чому матерниця по спорожненню міхура приймає положенє в передворотне (*anteversio*) з меншим або більшим нахилом. В нормальних обставинах ніколи не єсть можливим розлученє матерниці від міхура, і то як задля єї тканної сполуки (*Gewebsverbindung*) шийки (*cervix*), так і задля єї спо-

луки стикової (Contactverbindung) черена (corpus) з міхурем. Облизить ся горішня стіна міхура при спорожнюванню мочі (Harnentleerung) в напрямі найменшого відпору долі, то мусить за стіною міхурною податись неперемінно черен матерничий і рівно неперемінно мусить він прийняти своє нормальне положення і звичайну форму. Уткань сполучна межі шийкою і міхурем не допускає розлуки обох орудій, а тиск атмосферний справляє, що не перериває ся стик (Contact) межі обома площами очеревної окриваючими черен (corpus) і горішню стіну міхурну. Бєть то річею просто немислимою, щоби межі черен матерничий і міхур, проте у заглибчатість міхурноматерничу (excavatio vesico-uterina) втиснули ся петлі кишкові, бо власне той самий засіб сил, щоби се міг звершити, притискає і черен матерничий до міхура, не зважаючи вже на звизжку сили причіпної тут також ділаючої, котра легко перемагає незначну пруживість наклоненої матерниці.

Минаючи недоцільність (Unzweckmässigkeit) такого уладу (Einrichtung), при котрім при спорожнюванню міхура петлі (сувої) кишкові мусїли би втискати ся в заглибчатість міхурноматерничу а послї спорожнення посувати на давнє місце назад — не знаю ціле, котрі сили тото орудуванє мали і могли би виконувати? Котра сила мала-б матерницю спиняти в слїдуваню стїні міхура осуваючий ся в низ, і котра знов удаляти петлі кишкові з положення раз занятого в згаданій заглибчатости, щоби зробити місця матерниці?

Правда, у матерниці досить велика здібність змінити положення, однакж тоту єї рухливість успроможняє пруживість (Elasticität) приладу вязлового (Ligamentapparat), а також і ся обставина, що черен (corpus) оключають части орудій, котрі сполом з ним виконують кождий рух не перериваючи стику площ приляглих.

Так при високім уложеню лохани (Beckenhochlagerung) Тренделенбурґа всі тенеса задля ваготи спихають ся долї ік висклепови перенна; мимо те остають они з собою в певнім зіткненю. Не відділюють ся петлі кишкові від черена матерничого, ані теж черен від горішньої стїни міхура. Відношеня тоті сей час змінюють ся послї нарізки (Incision) стїни черевної. Воздух втискає ся з замітним шелестом (чавканєм) в простор очеревняний (Peritonealraum), петлі кишкові вільно опадують долї до перенна, а заглибчатість міхурноматернича розвиває ся, бо черен матерничий розтягаючись задля своєї пруживости відділює ся від прилягаючої стїни міхура.

Як кріпкою єсть сполука стикова двох площ в безвоздушнім (luftleer) просторі очеревної, доказують іменно неправильні положення матерниці, при котрих черен тулить ся до частей орудій непосувних (неперемістних nicht dislocirbar). Матерниця велика, нітичноціпка, впередзворотна (metritisch starre, antevertirte Gebärmutter), котрої дно (fundus) сягає аж до передної стіни лоханної (Beckenwand) єсть лишень немного рухлива. Як трудно її з положення випровадити, річ відома, а при пробах відводних (Repositionsversuche) часто учуває ся, мов би дно сценило ся з зростівкою доновою (спурою, Schambein-Symphyse, Schambeinfuge). Так само у матерниці відкленої (retroflexirt). Дно матерниче (fundus uteri) дає відлучити ся від тильної стіни лоханної лише напірною силою, так що по вираженю Thure Brand, черен здає ся прилипати до тильної стіни лоханної. Тому то відводженє (Reposition) матерниці відкленої до положення правильного для відносної особи сполучене єсть з болями.

Уста́вичні (всєгдашні) хитаня тиску (Druckschwankungen) в ямині черевній вирівнують ся, як сказано, розширенєм, зглядно стяганєм м'якої стіни черевної. Посередно через обняток черевний (Bauchcontenta) те само дїє ся також при хитанях тиску в ямині лоханній, бо-ж она окружена твердими, неподатливими кістками, к долови же ограничена дном лоханним лиш мало податним. Оттак при наповненю міхура всі орудя положені над міхурем в напрямі найменшого відпору, отожд ік ямині черевній горі посувають ся. По спорожненю міхура і зменшеню тиску через те в ямині лоханній повставшім, вертають підсунені орудя знов долі до положення правильного. Через тоту пересувність (Verschiebbarkeit) орудій дана спроможність, що моча (Urin) і кал при наповненю міхура і відхідниці (Mastdarm) находять місце в ямині лоханній і що тії видали (Excremente) з ямин лоханної, отожд і з устрою (організму) можуть усторонити ся.

Але що дїє ся, коли той механізм де нєбудь зіпсує ся, коли неправильним способом той розсув (Verschiebung) орудій лоханних спинить ся або стане неможливим, а повстаючі ріжницї тискові (Druckdifferenzen) не всіють нормальним способом вирівняти ся? Мусить тогді тоє сподїяти ся, що відбуває ся в обстановах подібних також в иньших місцях організму. Понеже наповнюване і спорож-

нюване за у з ни ц і (*intestinum rectum*) і міхура в живучім організмі мають доконечне відбувати ся, то мусять такі наступити зміни, котрі зрівноважують неправильність і успроможняють невпинну чинність орудій лоханних.

До тих змін належать між иньшим також і неправильні положення матки.

Застановім ся приміром над відношеннями при нахлоні (*anteflexio*) і впередзвороті (*anteversio*) матки.

Припустім, що матиця в високоці, до котрої она нормально підносить ся міхурем наповненим, укріплює ся так, що она по спорожненню міхура не може посунути ся опять до положення нормального. В такім случаю лише два випадки суть можливі: або спорожнене мочі не зможе послїдувати, — що в дійстности не лучає ся — або зменшене тиску наслідком спорожнення міхура наступивше в заочеревнім просторі лоханним (*retroperitonealer Raum*) зіпхне для зрівноваження другі неукріплені уткани, котрі займають простор повставший через скляснене (*Zusammensinken*) міхура. Що се послїдне дієсь, річ ясна.

Як звісно, в організмі наслідком тиску воздушного нігде і під жадним условем не може утворити ся порожнь (*vacuum*). — Коли віддалять ся при усиленім напруженню кінці костей в якім суставі, тогді втискає ся атмосфера межі части мягкі і на верхні повстають долочковаті завязлости (*grubige Einsenkungen*). В недользі (*Lungenatelektase*) одвітна половина кліти грудної запала, простори межі реберні (*Intercostalräume*) зужені або через совершенно зближене ребер цілком зниклі, але стик (*Contact*) межі обома листами олегочної не зносить ся ніколи. Навіть ямина лобна (*cavum cranii*) зменшає ся при заниканню мозку в віку старечім, а на твердих костях тіменних (*Scheitelbeine*) творять ся доличковаті запалости або завязлости (*Einsenkungen*). Тим способом також мусить вирівняти ся ріжниця тиску повставша в ямині лоханній при спорожненню міхура. А не може матиця задля укріплення в околиці внутренного уїстя (*innerer Muttermund*) ціла осунути ся на місце найменшого тиску, то боє тиск атмосферний за посередю мягкої стїни черева і єго змісту тії части матки, котрі не суть укріплені, проте шийку і черен (*cervix et corpus uteri*). Зміна подобі матки при тім повстаюча єсть зависима від поведення обох рамен підоймових (*Hebelarme*). Коли шийка і черен менше-більше рівно великі, то послїдує залом ткани матки на місці укріплення в околиці внутренного уїстя (*Muttermund*)

і повстає наклон матки (*anteflexio uteri*). Коли-ж різняться об'єми обох рамен підйомних, то часті об'ємистша матки більша в долину зворочує ся від часті меншої. Іменно, єсли черен матки побільшений, нїтичноцїпкий (запально-цїпкий, *metritisch starr*), повстає впередзворот (*anteversio*). Коли напоследку при часті пїхвовій перерослій (*hypertropische Portion*) черен єсть менший і слабкїйший, як в станї нормальнім, то повстає не-правильність положеня, котра зове ся вспятьзворот матки нїцї наклоненої (*retroversio uteri anteflexi*).

Що такі наремно споводовані зміни положеня і форми матки не завсїгди відбувають ся без примїтних припадків, доказують часто лучаючі ся тягости місячкові (*dysmenorrhoeische Beschwerden*).

Зазвичай не вистарчають згадані зміни положеня і форми матки для вирівнаня різниці тиску при високім утвердженю матки в малій ямині лоханній. Для зрозуміння дальших пробїгів, що дають ся помічати, добре буде згадати опоруч про иньші прояви, котрі виступають в людскім організмі в наслідок значного зменшеня тиску воздушного.

Звісним єсть явище, що при виходї на високі гори тарабанчики (*Trommelfelle*) воздухом ямини тарабанної надувають ся на внї. Тоє самое значенє має відставанє *ampullae recti* (баньчини відхідниці) при високім утвердженю матки, що звершає ся через спираючі ся тамка гази кишкові (також нагромаджений кал). Єсть то знаменним, що дотичні особи почувають се благо, коли відхідниця (*rectum*) єсть повна, і так само знаменним єсть, що найприкрїйші доляги дають чути ся по стїльці — безперечно в наслідок послї спорожненя знову повстаючого невирівнаня різниць тискових.

При значнім зменшеню тиску воздушного слїдують, як звісно, сильні видїляня слизниці безпосередно на воздух виставленої. Також єсть надмірне видїляне желез шийкових (*Cervicaldrüsen*) проявом зовсїм звичайним при високім утвердженю матки. Виділь (*Secret*), як звісно, єсть найчастїйше не катаральна, тільки чиста, склиста, ясна і прозора. Часто приходить також до розширення (*Dilatation*) проволока шийкового (*Cervicalkanal*) і громадного в нїм здержаня слизи (*Schleimretention*). Як бачити, се все самі прояви зменшеного дїланя тиску, котрих досї взагалї і не об'яснено.

По приставленню баньки ткань відносного місця в займину (lumen) баньки чошиковато виирає ся. Зовсім такий спосіб повставання мають властиві формації части піхвової (Vaginalportion) пр. види чоповаті, грибоваті і пр. при наклонї (anteflexio) і впередзворотї (anteversio) матерниці. Тільки тут задля тяглости ділання сеущого приходить до тревалих змін складні (структури) і форми.

Місцеве обниженє тиску воздушного причинає сильне перекровленє (Hyperämie) і напуханє тканей відносного місця, як се бачимо рівно і при ставляню баньок. Як звісно, і досї не об'яснена достаточнo гeнеза проявів перекровлення і других припадків остаючих з ним в причиновій звязи, що товаришать змінам положення матерниці. Уважати се яко застій (Stauung) наслідком залому і стиску повсталый не єсть допустимим, а зовсім слушно замічає Theilhaber, що при сталых змінах положення судини дуже швидко примінюють ся, так як і при самодійних (spontan) або штучних (artificiell) непроходностях судин кровоносних швидко побічні (collateral) розвивають ся дороги, котрі запобірають спиненю круження.

Подібно має ся річ з проявами, котрі старають ся об'яснити пробігом запалення

При спухленнї застійній (Stauungsödem) на пр. виступає посочина (Blutplasma) тому з судин, бо тиск внутреудинний (intravasculärer Druck) перевищає тиск в частях мягких. Єсть то впрочім все одно, яким побитом повстане ріжниця тиску, через підвишенє тиску крови в судинах або через зменшенє натуги (Spannungsverminderung) в ткани. В обох случаях єсть наслідок той самий. Перекровленє, застій (Stauung), перепріванє (Transsudation) з судин і насяканє (напоюванє, Imbibition) ткани лімфою. При таких обставинах можна-б надїяти ся, що при високім укріпленю матерниці всі тії вислідности (Consequenzen) зменшеного тиску також будуть в просторі лоханнім (Beckenraum). В дійстности они там виступають, та з їх об'ясненем малисьмо багато мороки. Думаю тут про нітицію приматерничу тильну Parametritis posterior; я переконаний, що тут діло з таким-же впливом лімфи в лучноткань приматерничу (das parametranе Bindegewebe). Хибність толкованя того пробігу запаленєм єсть звісна, а також найстаранїйші патольогічно-анатомічні студії Ziegenspeck-а по моїй думці не порішили питання вдоволяючо. Обріток своїх дослїдів збирає Zie-

genspeck в слідуючій: Нітиця приматернича тильна (Parametritis posterior) відбуває ся в просторах лімфових окружуючих артерій і вени матерничі (arteriae et venae uterinae). В випадках сьвіжих визирає уткань волокниста там находяча ся рожево аж до горячого (rosenroth bis hochroth) і через те, що з нарізу витікає густава лімфа (dickliche Lymphe) видає ся мов напучніла. В случаях коли вяд (Schrumpfung) поступив значнійше, бере ся уткань більше посиваєта, тратить складню довговолонисту і стає збитша. Ткань товщина (Fettgewebe), що лежить коло матерниці і при стінах лохані, прилягає тіснійше, а брилочки товщі дають від препарату відділити ся труднійше, ніж коли другим часом. Вени сильно скручують ся ужасто, оказують місцеві роздуви (Varicen) а в декотрих случаях — очевидно ще з попередних злогів — попадають ся камені жилові (Venensteine). Закладка Дуґлас'а (Douglas'sche Falte) єсть вигладжена і мало видатна, а очеревна ослонює кругло близнійочу верівку судиннолучнотканню (Gefäßbindegewebe-strang); лише яснійший пруг вказує місце, де її грана простягала ся первістно. Верівка сама крає ся мов вата вохка".

Я-ж дійсно не знаю, що в тім стані річей рішучо має говорити за пробігом запальним (entzündlicher Prozess), а то тим більше, що описані зміни мож би определити рівно справедливо яко пухленнну з наступним вяненєм лучноткани (Oedem mit consecutiver Schrumpfung des Bindegewebes). Замітити еще мушу, що запальний, навіть і сироватно волокнистий випрів (das serös fibrinöse Exsudat) ріжнить ся від чисто пухлинового (ödematös) більшим вмістом (Gehalt) безбарвих тілець крови (farblose Blutkörperchen) і білка, як також і більшою збігливістю (стинавістю, зсідливістю, Gerinnbarkeit). Оттак мусів би Ziegenspeck помітити тут і там хоть клочки або нитки збіглої (етятої) волонинни (Fibrin), а був би се тим певнійше зауважив, коли єго робота мала на цілі доказати, що нітиця приматернича тильна (Parametritis posterior) єсть пробігом запальним. Тим часом згадує він тільки про густаву лімфу, що впливає з нарізу. І ще одна річ. Ziegenspeck використав материял 56 трушів до своїх студий, а предсі не подає, минаючи вяд лучноткани, иньших змін ним замічених, котрі-б для пізнійших стадий яко вихід запального пробігу були знаменні — а які-б по всій імовірности мусів найти, коли-б Parametritis posterior була справдешним запаленєм.

Єще про один симптом високого укріплення (Fixation) матерниці хочу згадати, а то про неплодність (планність, Sterilität). Она об'ясняє ся поєдинчо тим, що заплінки (Spermatozoide) слі-

дуючи законам фізичним не можуть з місця, де тиск менший, вандрувати до місця о тиску більшим.

Інакші суть відношення, коли матириця не єсть више укріплена, але противно в ямні лоханній гллубше, як звичайно, має положенє — оттак при обниженю матирици (*descensus uteri*). Часть піхвова (*portio vaginalis*) усуває ся вниз і наперед, а очеpевною окритий відріз горішній тильної стіни піхвової вивертає ся. Наслїдком того віддаленя передної стіни очеpевної від тильної розвиває ся простор Дуґляеский а его дно приймає низше положенє в ямні лоханній, тим більше що перенно лоханне (*Beckendiaphragma*) звичайно також єсть слабке і сходить в долину. Той простор безусловно не може остати порожним, а наслїдком зменшеня тиску веї сумежні ткани, о скілько мож, в него весають ся, при чім ви-кликують ся розличні долягливі учутя.

І так піддає ся тому діланю сучому самоперше відхідниця (*rectum*) мало рухома, через що почуває ся прикре тисненє в низ, а з другої сторони задержує ся кал в баньчинї (*Ampulle*).

Також певна скількість петель кишки тонкої і то найдовшими кризками знадоблєних втягають ся долї в той простор. Понеже они в ямні лоханній займають положенє кілька сантиметрів гллубше, ніж нормально, то кризе (*mesenterium*) до них належаче аж до місця осадженя на лїдвичній части хребниці (*Wirbelsäule*) виставляє ся на торганє, а посередно терпить і вся очеpевна. Болї крижеві, черевні, ріжні доляги в кишках суть наслїдками тих затїй (*Insulte*).

З огляду на те, що лишень петлї кишок найдовшими кризками осмотрєні в простор Дуґляеса зможуть осунути ся, а також обєм тих лагвиць (*Schläuche*) зависимий від наповненя травленнєю заєдно змінює ся а наконець і стіни заузниці (відхідниці, *Mastdarm*) по відбутїм стїльці опадають, то єсть ясным, що веї тії припадки не годні ріжницї тиску в ямні лоханній зовсім і тревало зрівноважити. Понеже в ямні черевній вже жадна друга ткань не єсть розпорядима, то нічо иньшого не лишає ся, тільки в самій ямні лоханній мусять наступити пересуваня і переміщеня (*Verstellungen*) орудій.

Звісно, як часто при обниженю матирици (*descensus uteri*) стрічають ся яєчники (*Ovarien*) в просторі Дуґляеским.

А також черен матерниці. Наслідком вігнення (Inversion) відрізу горішнього тильного піхви при обниженю матерниці звершає ся безпосередно приляганє (Coaptation) межі площею очеревної тую часть стїни піхвової окриваючою а площею ослонючою черен матерниці. Те приляганє поступає висше, аж не зіткне ся дно матерниці (fundus uteri) з тильною стїною лохані і таке звершає ся збоченє, котре зове ся відкломом матерниці (retroflexio uteri). Не сумніваю ся, що тота неправильність положеня матерниці слїдує зменшеному опадом матерниці тискови в просторі Дуґляє-скім. Їсть то наслідок ссучого дїланя розвиненого простору Дуґляє'а.

В многих випадках звершає ся відтак зовсїм вистатчаюче впрівнанє ріжниць натужних (Spannungsdifferenzen) в ямнїй лоханнїй, а відносні особи можуть почувати ся добре мимо переміщення їх орудїй лоханних (Beckenorgane). Но не все так буває, іменно за зменшенєм тиску ідуть дальші єго наслідки як перекровленє (Hypæemie) і застій з вєйми з того впливаючими проявами, котрі іменно додївають черенови матерничому (середматерню і внутрматерню, mesometrium і endometrium), яєчника, приматерню (parametrium) і очеревнїй лоханнїй (pelveoperitoneum). Мабуть не помиляю ся, коли тверджу, що весь збір припадків при відкломї матерничім (retroflexio uteri) в поданий мною спосіб правдиво і природі одвітно дасть пояснити ся.

При опадї матерниці не завсїгди доходить до відклову (retroflexio). Коли черен матерниці щїткий і збільшений, очеревна ослабна (слабка — schlaff) а кризе (mesenterium) довше, як нормально, то не легко наступає стик межі дном матерниці (fundus uteri) і тильною стїною лохані, бо між ними, в заглибчатости матерничо-заузнїй (excavatio uterorectalis) тревало вміщують ся петлі кишки тонкої. Суть то відношеня як у вєспятьзворотї (retroversio) матерниці а заразом і найдовіднїйші условия для опаду матерниці (prolapsus uteri).

В природі нераз тії самїї наслідки тими самими середниками узискують ся, а для поясненя многих проявів мож анальогічні навести приміри. Дїєсь то також з приладом зворним (Schluss-

apparat) піхви. До міхура мочевого уходять, як звісно, три канали т. є. два мочеводи (Harnleiter) і ців́а мочев́а (Harnröhre). При стяганю стін міхура мочевого моч́а пре ся в ців́у, але не в мочеводи — певно тому, що ців́а просаджує ст́ину міхурну в простопаднім напрямі, мочеводи (Ureteren) же в напрямі ускіснім. Останні при сильнім напоні ст́ини міхурної разом стискають ся на просторі, як далеко внутр неї пробігають, а так доступ до неї, з сторони від міхура замикає ся так, що чим сильнійше стягає ся міхур, тим сильнійша стає заво́ра (Verschluss). З тої самої причини можна також міхур без підв́язання мочеводів надувати. Також імовірно ускіснений пробіг проводу паховинного (Leistenkanal) через мязнисту ст́ину черевну єсть причиною, чому не кождий набуває так званих надимів паховинних (Leistenbruch, Leistenhernie).

Анальо́гічно єсть також устро́єний прилад зворний піхви. В правилі лежить піхва в мягких частях ви́йстя лоханного (Beckenausgang) з переду к задові, оттак в напрямі промі́ру простого. Насл́ідок переважки внутрчеревного тиску мусить в тих ви́мінках бути такий, що передна ст́іна піхвова на тильну а обі на мало податне перепно лоханне (Beckendiaphragma) притискають ся і сл́ідуює совер́шенне замкнене піхви, так що ніт можливости, щоби мате́рниця опала.

Не так буває при вє́спятьзвороті мате́рниці (retroversio uteri). Тут простяг (Verlauf) піхви і мате́рниці менше більше в оси лохани, оттак простопадно до перепна лоханного, а та обста́вина веде за собою недостаточність (Insufficienz) піхвового приладу зворного. При кождім скрі́пленю внутрчеревного тиску атмосфера єсуча спихає мате́рницю до́лі ік ви́йстю піхви (introitus vaginae), а коли і другі ви́мінки вє́спі́вділають, мате́рниця випадає.

Проте також і єю зм́іну по́ложєня мате́рниці викликує рі́жниця тиску; — в кождім раз́у мате́рниця подає ся к місцю, де відпор найменший.

Ледви чи потрі́бним буде згадати, що описані прояви в дійстности не так поє́динчо відбувають ся, як се в тій короткій розв́ідці представлено схематично, або радше намі́чено в зачерках загальних. Много тут поминено, етіо́льо́гії (Aetiologie) зовс́ім не узв́гля́днено, а лише часть самої механі́ки ува́жано. Тож розумі́сь, що за́для

многоскладности (Compliciertheit) причин і розмаїтости наслідків — самі мізкованія в зжатій короткості проведені не можуть уважатися вичерпуючо-довершеними.

В кінці вважаю своїм обов'язком зложити подяку Вп. Д. Верхратському, котрому завдячую, що ця розвідка являє ся і в язиці рускім.



ПРИЧИНОК ДО ДІЯГНОСТИКИ КЛІНІЧНОЇ ТИФУ КИШКОВОГО.

(Діазореакция Ерліха і Серодіагностика Відаля).

Написав Др Осип Дакура.

Ще в році 1882 звернув свою увагу Ерліх, тодішній асистент клініки внутрішньої Ляйдена в Берліні, на так звані сполуки діазові (двуазотні), і роздумував, чи би не дало ся їх власности використати для цілей медицини. Як звісно, получения двуазотні повстають з амідів, ряду сполук ароматичних, під впливом квасу азотного. Тіла діазові лучать ся з великим числом хемічних творів, особливо з моно-ді-і поліфенолями, як також з перво- друго- і третьорядними діямінами групи ароматичної і творять цінні краски різної барви. За остаточний продукт хемічної переміни матерії в тілі чоловічій, маємо межі иньшими богато тіл ароматичних, котрі уходять ріжними дорогами з організму людського, яко непотрібні і шкідливі і їх подибуємо в відходах і видалинах чоловіка, особливо в мочі. Ними то заняв ся пильно німецкий учений і перевів цілий ряд проб з мочою людей здорових і недужих на ріжні слабости, припускаючи слушно, що і в мочі людській втворюють ся серед певних обставин такі тіла, що з сполуками діазовими дадуть реакцію різної краски. До дослідів своїх уживав він з початку квасу сульфанільового (Suifanilsäure), а цілий спосіб переведеня був такий: Брав Ерліх менше більше 500 гр. води і мішав з 30—50 гр. чистого квасу азотного, а відтак додавав до того стільки квасу сульфанільового — той трудно розтворюєсь — щоб надмір перозпущений оставсь на дні. Се був оден плин. Відтак розпускав малу скількість зернят *Natri nitrici* (азотану содового) в воді і розтір сей по заколоченю доливав до плину першого. От і ся сумішка становила первісний его відчинник (R). В ній містидись

лише сліди сульфодіазобензолу, що витворює реакцію, дальше надмір квасу сульфавілевого і квас азотний. Відчинник сей був не тревалий, державсь найбільше 2—5 днів і то в темнім місці.

Маючи вже готовий плин брав відтак Ерлїх по рівній часті з него і мочі і додавав скоро трохи амоняку (аміаку) або лугу потасового, і сильно встрясавав, щоби витворилась піна. Щож найшов? Моча людей здорових, не горячкуючих або цілковито не змінjala своєї барви, або закрашувалась жовто-цеглясто, коли моча недужих набирала краски червоної, ріжної степені, аж до шкарлатної, пурпурової. Отсе виступлене незвичайної барви мочи назвав він діазореакцією¹⁾.

В току дальших дослідів і проб змінив Ерлїх свій відчинник о стілько, що брав розчин *Natri nitrici* 1 : 200 води, а до другої сумішки уживав 1 граму квасу сульфавілевого, 50 гр. квасу сільного і 1000 гр. води; відтак мішав 50 гр. плину першого з 250 гр. течя другої — і відчинник був готов. Рівні скількості відчинника і мочи з додатком амоняку витворювали відповідне закрашене. Яко вислідок своїх досвідчень оповістив він таке: Діазореакція виступає лише в мочі хорих горячкуючих, з виімкою сухіт грудних. Правильно находимо її в тифі кишковім і одрі. Майже ніколи нема її в запаленю легких та дифтерії, а серед иньших горячкових недуг раз вона появляєсь, то знов її не стає²⁾.

За єго приміром почало займатись діазореакцією багато клініцистів головно німецких (*Penzolt, Petri, Karthin, Brecht, Jaksch, Taylor, Georgiewsky, Agello, Nissen, Goldschmidt, Brewing, etc.*), з котрих не всі згодили ся з поглядами Ерлїха. Декотрі таки просто відмовили всякої вартости і значеня діазореакції в діагнозі клінічній тифу кишкового (*Karthin*). Иньші знов найшли, що діазореакція виступає не тільки лише в мочі, але також витворити її мож в сироваті крови, в сукровиці позапальній (*exudatum*), ющі опухлиневій (*transsudatum*), а навіть в мочі цілковито здорових людей серед певних обставин (*Karthin, Penzolt, Petri*). Справа і доси не цілком вияснена, хоть чимало авторів нею займалось і писало. По трохи про ню і призабуто.

Минувшого року занявсь діазореакцією дуже ревно др. Еж в Відні і то на перед на клініці Найсера на великім числі хорих,

¹⁾ Zeitschrift für klinische Medicin 1882 V. Band S. 285.

²⁾ Ehrlich: Charité annalen 1883 i Deutsche Medicische Wochenschrift N. 38, 1883.

а відтак яко асентент в шпитали Вільгельміни на Оттакрінгу. До проб своїх уживав він відчинника припнесу Фріденвальда-Ерлїха, іменно: I. { Parami doaceto phenon. 1.00 II. { Natri nitrosi 0.50
 / Acidi hydrochlorici 50.00 { Aqu. destill. 100.00
 / Aquae destillatae 1000.00

Відчинник сей користнійший о стілько, що реакція виступає далеко виразнійше і мож его держати через довший час, навіть до 3 місяців. Розуміє ся, що оба плинн держить ся осібно в темнім місці, а при кожній пробі робить ся з них свіжий відчинник. Найліпше до сего надаєсь спруветка (пробівка). Берєсь іменно плинну число II. одну частину на сорок течі числа I., вливаєсь до пробівки оба полученя і мішаєсь їх з собою. До певної частини сеї сумішки додаєсь рівну часть мочі, а відтак доливаєсь нараз амоняку і сильно заколючує. Повстає піна, а діазореакція тоді певна, коли зачервєнить ся шкарлатно-червоно не лише вся течя в пробівці, але також і піна. Слушне тому цілковито твердженє Картина, що за головний об'яв діазореакції належить уважати закрашенє піни. Краска тая триває кілька минут (2—6 минут). В сей спосіб перевів Еж¹⁾ до 3000 проб на 250 хорих і каже, що ніколи не найшов діазореакції в мочі здорового чоловіка. Подібно як і Ерлїх, ділить він всі недуги на три діли:

1. Хороби, в котрих стало, правильно діазореакція появляєсь;
2. Недуги, в котрих бачимо єї лише серед певних умовів;
3. Недуги, в котрих ніколи доси єї не викрито.

Перший діл обіймає у него у дорослих: typhus abdominalis 32 случаїв, tuberculosis miliaris 14 случаїв.

До другого ділу зачисляє:

Pleuror pneumonia crouposa	12	случаїв, діазореакція була в	6	случ.
Tuberculosis pulmonum	60	"	"	45 "
Nephritis chronica	4	"	"	2 "
Marasmus senilis	6	"	"	4 "
Meningitis cerebrospin. tuberc.	3	"	"	3 "
Processus puerperalis	3	"	"	3 "
Vitia cordis	6	"	"	5 "

В третій діл помістив:

Rheumatismus art. acut.	21	случ.
Haemorrhagia cerebri	3	"

¹⁾ Nowiny lekarskie Nr 10. i Wiener Medicinische Wochenschrift 1896.

Bronchitis chronica	20	случаїв;
Atheroma arteriarum	3	"
Bronchitis putrida	6	"
Gastroënteritis acuta	16	"
Angina follicularis	6	"
Hysteria	3	"
Neuritis	2	"
Pneumonia catarrhalis	6	"
Cirrhosis hepatis	3	"
Meningitis cerebrospinal. epidemica	2	"
Erysipelas (рожа)	4	"
Gangraena pulmonum (Запаленє легких)	3	"
Pleuritis	5	"
Icterus catarrhalis	3	"
Perityphlitis	3	"
Malaria	6	"
Neoplasmata maligna	4	"

В наслідок своїх дослідів доходить Еж до слїдуючих заключень :

1. Діазореакцію подибуєсь у дорослих в многих недугах, що перебігають з горячкою, однако значенє діагностичне має вона лише для тифу кишкового, іменно коли прийдєсь рїшати межі тифом кишковим, горячкою гастричною і пропасницею. В тифі кишковім стало подибуємо діазореакцію, а в послїдних хворобах їїколи.

2. Діазореакція має велике значенє прогностичне в перебігу тифу кишкового, іменно, коли вона удержуєсь постїйно аж поза другий тиждень хвороби — прогноза лиха.

3. Діазореакція не залежить від висоти горячки, не мають на неї впливу анї ліки анї диета.

4. Нагле зникненє її в тифі вказує на якусь комплікацію (запаленє легких).

В сїчнї і в лютнї сего року перевів і я кількасот досвїдчень з сєю діазореакцією на хорих в шпиталї Вільгельміни. До моїх проб уживав я відчинника припису Фрїденвальда Ерлїха. Почин до того дав менї оден неясний случай недуги з високою горячкою, а дуже виразною діазореакцією аж до смерти недужого. Був се хорий унаслїдно обтяжений туберкулами. При осмотрі однак фізичальнім виказались лише дуже малі зміни в легких, а при перешуканю шестиразовім плювин (sputa) найшов я лише оден раз в однім препараті два чи три прутні Коха. Клінічний перебіг промавлє за

тифом кишковим, лише сильні поти через цілий час недуги від самого початку, заховане язика і селезінки не годились з типовим тифом. Хорий помер, а секція виказала малі лише тифові зміни в железах заочеревних і в кишках; але і фтізи не було. По пильнім перешуканю легких, желез придишкових, гортанки, желез черевних і т. д. найдено лише все кілька купок і грузел в легких з тенденцією звапніти, ані сліду розпаду, ні міліярки. Ходило мені отже о се, чому приписати в тім случаю таку сильну і непроривно виступаючу діазореакцію. Понеже образ тифу кишкового не був точний, ясний, тож почасти підозрівалисьмо фтізу, взглядно міліярку. В шпиталях віденьських найбільше туберкулічних хорих (*morbus Viennensis*) і в *Wilhelminen-Spital* мав я їх величезне число. Робив я проби на 54 хорих туберкулічних з ріжними змінами і в ріжнім степені розвою недуги. І показало ся, що діазореакція лучаєсь в сухотах, але лише тоді, коли вже маємо в організмі чоловічим великі зміни, розпад тканий, каверни, болячки в кишках. В случаях початкових, при змінах патологічних незначних (*infiltratis opicum*) я тої реакції ані разу не найшов. Значить, я на певне відношу найдену діазореакцію в що іно наведеним случаю виключно до тифу кишкового.

Крім 54 случаїв *tuberculosis pulmonum* пробував я ще в загалі оден случай *lupus faciei*, 4 случаї тифу кишкового, оден случай піемії, два *meningitis cerebrospinalis*, два *erysipelatis*, 10 *pneumonia crouposa*, 8 *vitium cordis*, два *carcinomata*, 3 *nephritis chronica*, 5 *gastroenteritis*, оден *asthma bronchiale*, 9 *bronchitis chronica*, 4 *icterus*, 3 *rheumatismus articulorum*, оден *chlorosis*, 3 *pleuritis*, оден *perityphlitis*.

На підставі тих дослідів могу сказати, що діазореакцію найшов я:

в <i>typhus abdominalis</i>	3	рази	на	4	случаї
„ <i>tuberculosis pulmonum</i>	24	„	„	54	„
„ <i>pyaemia</i>	1	„	„	1	„
„ <i>men. cerebrosp. tuberc.</i>	1	„	„	2	„
„ <i>lupus faciei</i>	1	„	„	1	„
„ <i>nephritis chronica</i>	1	„	„	3	„
„ <i>pneumonia crouposa</i>	2	„	„	10	„
„ <i>vitium cordis</i>	3	„	„	8	„

В прочих випадках не було ані сліду діазореакції. Як показуєсь отже з моїх дослідів, на дорослих людях (у дитий хорих на *morbilli* не робив я), то нема майже недуги, про котру би мож ска-

зати, що стало і все діазореакція виступає, а так горячо боронене тверджене Ерліха, що в тифі кишковім вона найтись мусить, таки не всюди показалось правдивим. Фактом єсть, і то згідно майже всі автори повтаряють, що в тяжких случаях тифу єї не бракне, але, як пише Еж, найшов єї також 14 разів на 14 случаїв *tuberculosis miliaris*, а якже то нераз трудно клінічно відрізнити власне тиф від міліярки (грузлавки просової). Значить, безумовно певним показником діягностичним в кождім случаю тифу кишкового, діазореакція не єсть.

З другої сторони годї заперечити єї вартости і значеня, коли ходить о відрізнєнє тифу від горячки гастричної, пропасниці, де позитивна реакція рішучо вказує на тиф. Взагалі показуєсь вона в тифі кишковім не відразу, а доперва межі днем третім а сьмим від початку недуги і утримуєсь стало через тиждень перший, другий; на третій слабне і устає зовсім, як горячка упала. В тих случаях, де удержуєсь вона єще дальше в третім тиждні і довше навіть — проїноза для недужого лиха. Звичайно виступає *exitus letalis* (вихід смертний). Нераз діазореакція показуєсь через кілька днів, а відтак нагло щезне. Вказує то або на певну комплікацію, приміром: запалєнє легких, або нераз попереджає рецидиву тифу. Се бодай доведено, що через цілий час комплікації реакції нема. А з хвилею знов повороту тифу кишкового виступає вона в цілій повні. Буває нераз і так, що діазореакція показуєсь лише через кілька днів; хорий притомний, горячка зглядно не висока пр. 39.5°, болів голови нема, хоть рожечка (*roseola*), поведєнє селєзінки, язика, *bronchitis* і характеристичні, воднисті стільці, кажуть на певне розпізнавати тиф кишковий — се суть случаї тифу з лагідним, легким пробігом і тут заповідати мож користно для недужого.

В цілости беручи всю річ, екажу, що діазореакція, коли не стала тим, чим хотів Ерліх, с. є. головною признакою тифу кишкового, те все прибув в ній новий, позиточний і цінний показник до точнійшого і певнійшого розпізнання клінічного сеї недуги, а легкий, дешевий і дуже простий спосіб переведєня того досвїду дає можливість кождому практичному лікарєви нею послугувати ся. Ще більше значєнє має тая реакція що до заповідей (*prognosis*) в тифі, як пригадаємо, що уставанє єї повільне разом зі спаданєм горячки, каже сподіватись виздоровлєня недужого, коли діазореакція красна, шкарлатно-червона, виступаюча безупинно через цілий тяг хороби — проводить єго до смерти.

Та й в иньших недугах, де лише вона покажєсь, єсть се *signum mali ominis*. Виступить вона в запалєню легких, хорий на певне

має туберкули. У чоловіка здорового, хоть западе на pneumonia grouposa — її не найдено. Лучаєсь вона і в недугах серця, але коли? Тоді, як виступає вже совершенно знищенє мяза серцевого, інкомпензація, застої жилні, опухлина ніг, живота, синиця губ, носа, пальців, астма, oedema pulmonum, взагалі сумний образ чоловіка, котрого вже нічо від смерти не оборонить. Таким самим сумним післанцем exitus letalis буває діазореакція і в сухотах, в міліярці, запаленю опон мозкових туберкулітнім, роппиці (pyaemia) і т. д.

Лишаєсь ще нам зайнятись питанєм, в чім єсть властива причина діазореакції, від чого вона залежить? Поки що питанє сесе совершенно не розв'язане, а численні дослїди рїзних учених надармо доси сулкувались сей об'яв вияснити. Стоїмо отже на самих лише іпозезах. Ерлїх приписує витворенє діазореакції сполукам ароматичним орґанїзму людского. Після Ертя, Якша причиною її має бути ацетон і квас оцтовий, а навіть Якш уважає діазореакцію за неточну пробу ацетону, Пенцольт і Картін приписують діазореакцію якимсь незаним тїлам хемічним, що повстають головню в хорім чоловіді. Занїбонї єсть гадки, що вона залежить від окремої будівлї морфологічної ткани даного чоловіка і від розличних внутренних обставин. Бенедікт розказує знов, що причиною реакції єсть всисанє гнили через ткани орґанїзму, а в доказ приводить свої досвїдченя, де він давав недужим на тиф уголь звїриний, а відтак пересмотрював їх кал і мочу. Кал був безвонний, а в мочі не найшов діазореакції. Інші знов виняють о се бактерії або витворювані через них токсини (Ajello, Feer, Nissen). Др. Еж робив свої дослїди на мишах, іменно вприскував їм в ямину черевну мочу від недужих на тиф, у котрих була реакція позитивна і приходить до заключеня, що її викликають прутні тифові і продуковані ними токсини, чому би не конче відповідало появленє діазореакції при вприсненю туберкулїни звїряти ужитому до експерименту (Feer), а Ajello таки не найшов її в токсинах прутнів тифових вигодованих на булїонї.

Із всіх наведених тут теорій, найімовірнійшим здаєсь бути твердженє, що причиною діазореакції суть прутні Еберта чи Коха і їх токсини, при чім годї не думати о розпаді недужих тканий, що зресорбовані дістають ся в судини лімфатичні до обігу крови і в данім разі починають ся до її виступленя.

*

*

*

Ще більшого розголошу як діазореакція, набрала між клініцистами послідними вже місяцями так звана серодіагноза Відаля. Генеза її досить цікава, і я в коротці її припімну. Позаяк розпізнане тифу кишкового мимо так численних специфічних об'явів в пробігу недуги, мимо так точних і усовершених способів осмотру хорих, мимо величезних праць і дослідів учених в тім напрямі, доси ще часто стрічає великі труднощі, іменню в перших днях занедужання, — шукали і все ще шукають клініцисти нових способів, нових доріг, як усталити діягнозу тої хвороби і оречи, що єсть певне, неомильне для неї. Завела захвалювана левкопенія, непевною показалає діазореакція, зверненоє до бактеріології. До тепер бодай загально узнано за причину тифу прутень Еберта. І Ельзнер¹⁾ культурою прутнів тифових з калу недужих, на окремім підложу, хотів прислужитись діягнозі тифу. Він мав одержувати результати добрі, а за головну прикмету своєї методи уважав він сесе, що вже в початках самих недуги мож поставити розпізнане. Спосіб се однако клопотливий, тай не все певний, бо дуже часто місто прутнів Еберта виростає само *bacterium coli*. Закинено єго, помимо горячої оборони проф. Брігера²⁾.

Як в перших літах наука бактеріології займалась головню слідженем причини недуг інфекційних, стараючись для кожної хвороби найти окремого прутня чи мікроба, так від часів Пастера впринула нова задача бактеріології, ширше приноврене сеї науки для цілей медицини: Щіплене охоронне, забезпечене (*immunitas*) організму, серотерапія — отсе питання, які поставила собі ся найновіша наука в медицині і що доси чекають остаточного порішення. Численні слідження в послідних роках (Мечников, Бухнер, Ганкін, Кантак, Ган) над урядженем безпеки організму людского в борбі супроти мікробів виказали, що кров — Мечников поставив теорію о фагоцитах, де приписує головну оборону білим тільцям (кружкам) крови, зглядно сировать (*serum*) — теорія Бухнера — містить в собі алексини, себто тіла незнані, що безпосередно нищать бактерії, дальше антітоксини (Берінг), що усувають шкоди і знищення по мікробах (так звані токсини, а відтак ще в певних обставинах посідає вона силу вигубити, розпустити певного рода прутні, головню тифові і холеричні. За доказ, що алексини єуть ціляком відрубні від антітоксин, може послужити

¹⁾ Elsner: Zeitschrift für Hygiene und Infectiouskrankheiten Bd. XXI, 1895.

²⁾ L. Brieger: Deutsche Medicinische Wochenschrift Nr. 50, 1895.

факт, що сировать Берінга виписана до організму хорого на дифтерію, здержує і нищить дальший її розвій, а нащеплені на serum Берінга прутні Леффера розростають ся дуже розкішно. Що до третьої власности крови, т. є. реагування на мікроби тифові, холеричні і т. д., то головню дослѣдами на тім поли займались Грубер¹⁾ з Durham-ом і Пфайфер²⁾ з Kolle-м. Грубер приписує тому власність serum якійсь незнаній субстанції і називає її Аглютинін. Пфайфер надав їй імя паралізин. Свої досвѣдченя веде Грубер від грудня 1894. Він в купі з Durham-ом численними пробами на зьвірятах виказав, що: 1. Зьвірята, котрим заціплено прутні холеричні Коха або Еберта і т. д., суть обезпечені, імунізовані супроти тих мікробів. 2. Сировать таких імунізованих зьвірят набирає особливших власностей. Вона вже в тисячнім розпуценню додана до культури бактерій на булїоні застановляє їх рухи, збиває їх в клячки і клапті, вони опадають на дно пробівки, а тіч вияснюєся. Яко дальшу особливість подає він, що serum нищить культури лиш тих мікроорганізмів, против котрих організм зьвірят обезпечено, отже сировать зьвірят імунізованих вщипленем заразня холеричного, убиває комового бациля (*Kommabacillus*), сировать зьвірят тифових — не допускає розвою прутнів Еберта-Гафвкого і т. д. Всего того dokonують після него атлютинїни-субстанції ближе не знані в спїлці з алексинами. В наслідок ділання атлютинів має пучніти оселонка мікробів, а відтак доперва вдирають ся алексини і гублять бактерії. На відворот удержуючи годівлю знаних бацилїв міг Грубер по змішаню її з сироватію якогось зьвіряти сказати, против якого рода заразнів імунізоване єсть зьвіря. Коротко, найшов спосіб розпізнавати поодинокі роди бактерій. Тут і вся практична вартість его експериментів для медицини. От возьмїм примір: Якийсь чоловік перебув тиф кишковий. Після нових теорій є він обезпечений супроти бацилїв Еберта. Его сировать так і показує. Однак чи чоловік що іно запавший на сю недугу набирає зараз тої реакції на культури прутнів тифових? Грубер перший звернув на се увагу, але не розвязав того проблему, поручаючи свої вислїдки клініцистам до з'ужиткованя і до дальшого роз'ясненя.

В тім самім менше-більше часї працював також Пфайфер над виясненем наслідків імунізації зьвірят. До досвѣдчень своїх уживав морщака (морської свинї) і кози. Він поперед імунізу-

¹⁾ Gruber: Wiener klinische Wochenschrift M. 11 und 12 1896.

²⁾ Pfeiffer und Kolle, Deutsche Medizinische Wochenschrift N. 7 und 8 1896.

вав зів'ря приміром супротив тифу. Відтак вприскував такому зів'ряти до ямини черевної певну скількість сумішки культури прутнів Еберта і якихсь иньших бактерій (*bacterium coli*). Зів'ря не гинуло, а Пфайфер по виконанню ляпаратомії чи секції міг під мікроскопом виказати, що прутні тифові улягли дефенерациї, поклубились, по части пороспливались. Прочі бактерії полишились живі, не порушені.

Окрім того він виконав багато досвідчень з сироватню тифовою в епруветці. Іменно до годівлі прутнів тифових доливав сировати зів'рят обезпечених, а для контролі брав другу пробівку з такою самою культурою і додавав сировати з крові зів'ряти звичайного, нормального. Показало ся, що не однако заховували ся оба пливни. В пробівці з сироватню зів'ряти імунізованого плив прояснив ся вже в кілька, найпізнійше кільканайцять годин, і на спід пробівки опадали клочки з позбиваних бацилів, а в пробівці другій осталась тіч ціла змутніла від скорого розросту мікробів. Дійшов отже до тих самих результатів що Грубер. Однак не поперестав на тім. З Коллем, Ісаєвим і Івановим розвідував дальше сю річ. Вони найшли, що сировать чи тифова, чи холерична в міру чим раз більшого розрідження, ділає що раз слабше на відповідні мікроорганізми, аж вконець цілковито устає, так що заразні хвилево лише ошоломлені по кількох вже годинах приходять до себе і на користній поживі бульоновій обильно розроджують ся, та нераз вже по 24 годинах (прим. *vibrio cholerae*) вкривають густим мохом тіч в пробівці. Колиж тоту саму сумішку — де serum не впливало цілком на бактерії — вприскуєм до ямини черевної зів'ряти імунізованого, то при осмотрі мікроскопнім показалось, що бацилі відповідні понищені, розпущені. Отсе заділанє на мікроби приписує Пфайфер окремій силі сировати кровної. З другої сторони знов переконались, що і serum звичайного зів'ряти (кози) впливає на бактерії подібно як сировать зів'рят імунізованих, але в меншій мірі і то лише о стілько, о скілько тикає аглютинації. Дальше бачили вони, що serum тифова зовсім не впливає на культуру прутнів холеричних і на відворот.

На підставі своїх розслідів поставив Пфайфер теорію о цілковитій відрубности аглютинінів від субстанції — лізогенів — в serum, що роспускають мікроорганізми, але не годить ся з Грубером, мов би то вони були ідентичні з алексинами. І він вказує на вартість і можливий примін сих вислідків в діагнозі тифу кишкового,

але доперва зі школи его Колле¹⁾ почав уживати сего способу до розпізнання згаданої недуги.

Коли Пфайфер²⁾ з Грубером³⁾ перечились, полемізували і кожний з них приписував собі першєнство винайденя сеї реакції — працював тихонько і без розголошу французкий бактериолог Відаль над введенєм сеї цікавої власности сировати кровної до практичної медицини і він перший почав розпізнавати тиф кишковий на підставі тої проби. Про свою розвідку розповів перший раз дня 26 червня 1896⁴⁾ на засіданю товариства Société médicale des hôpitaux. Він представив спосіб переведеня цілого досвідчення, подав результати і відразу признав сій новій реакції дуже високе значенє діягнози клінічної тифу кишкового.

Відаль вийшов з założеня, що сировать людей по тифі, подібно як serum зьвірят штучно імунізованих, ділає убійчо на культуру прутня тифового. В тій цілі брав він serum людей, що вже давно перед роками перебули сю хворобу, дальше від реконвалесцентів, а в кінці від хорих в початках недуги і під конець єї. Позитивну, дійсну реакцію находив все серед недуги, в часі горячки; находив єї також у здоровіючих, а раз мав найти у чоловіка, що перед сімома роками лежав на тиф. Но переважно не удавалось єму викрити реакції вже у реконвалесцентів зараз по уступленю горячки, а чим дальше по за недугу, тим рідшою, тим слабшою була сєся проба. Найскорше же находив єї в початках другого тижня хвороби, так що Відаль уважає сєсе специфічне діланє serum на бацилі не реакцією існуючої за безпеки орґанізму людського — після школи німецкої — але за признаку закаженя его. Крім serum людей тифових, уживав також Відаль і сировати цілком здорових, а також людей горячкуючих, але з причини иньшої недуги. Реакція все випадала неґативно. А переводив він свої досліди з сироватю крови, з течею міхура по плястрі кантаридовім, з молоком. Робив він того або в епруветці, або брав зараз під мікроскоп і оглядав препарат в каплі висячій, або уживав витягу з крови засушеної. При тім все вів контролю з serum чоловіка здорового. Спосіб переведеня тої проби переймили

¹⁾ W. Kolle: Deutsche Medicinische Wochenschrift Nr. 9, 1897.

²⁾ R. Pfeiffer: " " " " 15, 1896.

³⁾ M. Gruber: " " " " " "

⁴⁾ Vidal: Bulletin de la Société Médicale des Hôpitaux 27. VII. 1896. Semaine médicale 1896.

від него майже всі пізнійші інтерністи і роблять після Відаля до тепер з малими змінами. Він був такий: Коли Відаль хотів перевести реакцію в пробівці, потребував все більше сировати до того. Отже або натирав чи проколював жилу: *vena media cubiti*, або одержував кров при помочи тятих баньок, або в кінець наколював глибоко пучку пальця і видушував певну скількість крові. Одержану кров котрим будь з тих способів зливав до рурки скляної (спруветки), а відтак оставляв її, щоб кров стужіла. Відтак відливав обережно сировать і тепер вже міг пробу свою зачати. Або прикладав недужим на тіло плястер кантаридсвий на так довго, аж натягнув міхур. Серед відповідних принципів антисептики отримав він міхур і збирав тіч з міхура до пробівки. Маючи вже *serum* готове, брав він тепер культуру прутнів тифових на бульоні в спруветці, не старшу, як 24 годин і доливав до неї сировати в тім відношенню, що на 10 частин бульйонної годівлі припадала одна частина *serum* даного хворого. Пробівку з такою сумішкою вставляв він до окремої печі — термостат — призначеної до годівлі бактерій, о сталій температурі 37°C. По кількох, найпізніше по 24 годинах бачив він наслідки реакції *serum* на бацилі. Ціла тіч в пробівці була ясна, а на дві лежали позбивані в клочки і купки прутні Еберта-Гафкого.

Уживав і другого способу. Іменно каплю сировати мішав з 10 каплями культури бульйонної і брав частину з того під мікроскоп. Як відомо, бацилі (прутні) тифові, о формі подовгастих паличок, суть дуже рухливі. Дуже добре мож помічати їх рухи в висячій каплі під мікроскопом. Зі шкоростю стріли прошибають вони поле зріня мікроскопу, а рухи їх тривають день, навіть два і довше.

Колиж Відаль частину сумішки *serum* і культури тифової взяв на вижолоблене (*concav*) скло підставне під мікроскоп, переконав ся, що прутні стратили свою рухливість. Неподвижно уклались в громадки, потворили клубки, платки, кланочки, позліплювались клочковато. Реакція тотя виступала зараз або найпізніше в $\frac{1}{4}$ — $\frac{1}{2}$ години.

Серед дальших розслідувань дійшов Відаль до того, що сировать недужих на тиф кишковий, ще і в дальшій розрідженню не тратила своєї аглютинаційної сили. Так само добре впливала і в відношенню

1 ser. : 15 культ.

1 „ : 20 „

1 „ : 30 „

В більшій розрідженню не ділала вона вже так виразно, хоть, як переконав ся він сам і другі учені, сировать тифова ще

і в сотім а навіть в тисячнім розпущеню посідає власности аглютинувати. Отже за норму розрідження своєї реакції поставив він відношення 1 serum : 10 культури.

Як згадано висше, перевів він також значне число досвідчень з недужими на різні хвороби з високою горячкою (pneumonia, tuberculosis, gastroenteritis acuta, erysipelas, meningitis і т. д.) і ніколи не найшов такої реакції як у тифі. Колиж до того реакцію тоту удавалось Відалеві найти вже 5-го або 9-го дня занедужання на тиф кишковий, де нераз иньші об'яви клінічні суть ще дуже невиразні — коли дальший перебіг хвороби, а в многих случаях секция вказала дійсно тиф — почув ся він цілком в праві висказати, що викрив він певний, ба найпевніший до тепер симптом в діагнозі клінічній тифу кишкового.

Скоро розійшлась вість про досліди Відаля. Заінтересувались в першій лінії інтерністи. Одні вірили і тішилися, що вже прецінь раз найдено можливість певно і скоро розпізнавати тиф, другі недовірливо кивали головами і чекали дальших результатів, оголошень, а таки значна часть клініцистів, головно французких і німецьких занялась переведенєм проб на взір Відаля, щоби наочно пересвідчитись, що в тім є правди.

По оголошеню праці Відаля дня 26 юнія 1896, що доповнив він другим відчитом дня 29 вересвя того самого року на засіданю парижської Académie de médecine — якійсь час було тихо. Ніхто нічого не писав, не оголошував, гейби призабули на се. Але ні, річ була за важна, за цікава, щоби лишилась без осуду фахових людей. Та й справді поспіпались густим градом многоязичні розправи, клінічні розвідки, реферати, а в французких працях аж лунало від имнів похвальних Відалеві. Обережнійше виражались Німці, Англічане, але таки всі признали велику і неоспориму вартість методи Відаля.

От їх голоси: Chantemesse²⁾ перевів свої досвідчення на 11 случаях тифу кишкового і знаходив все дуже виразну реакцію почавши від 9-го дня хвороби. У всіх пньших недугах аглютинації не було.

Achard найшов навіть, що в молоці недужої на тиф містилась сила реагованя на бактерії тифові.

¹⁾ Widal: Semaine médicale 1896, p. 393.

²⁾ Chantemesse: loco citato 1896, p. 303.

Nicolle і Halipré¹⁾ брали до своїх дослідок каплю сировати крові, мішали її з 3 см³ свіжої годівлі бацилів (прутень, *Bacillus*) і так вставляли тоту мішанку до термостату на 24 годин при температурі 35° С. Плин цілковито вияснив ся, прутні тифові творили кlockоватий осад. Ані разу не завів їх Відаль.

Villier і Battle²⁾ знаходили ві всіх случаях тифу реакцію Відаля позитивну.

Thilorox³⁾ мав в своїх 21 случаях тифу реакцію Відаля виразну, раз навіть вже 4 дня від початку недуги.

Так само вповні потвердили стале виступуванє сеї проби в тифі Grandmaison⁴⁾, Sicard⁵⁾, Thiercelin⁶⁾, Dieulafoy, Catrin, Rendu, Lemoine, Mentrrier і Sinedey і много других французких авторів на великім числі хорих.

Два автори французкі Achard і Bensaude⁷⁾ стрінули реакцію Відаля в 2 случаях Psittacosis, хобоби первісної папуг. Викликають її бацилі Nocard-a і вона легко уділяє ся людям. Діланє однак аглютинаційне сировати тих недужих виступило доперва при розрідженю 1 : 5, та до того самі автори подають, що тут вони в розпізнаню псітакози покладались головни на допити (anamnesis) дотичних недужих і цілковито не збивають проби Відаля, котрий знов просто каже⁸⁾, що тут ходило о Pneumotyrphus.

Так само похвально в переважній части виражають ся о Відалю і Німці. Перший відай з них писав про ту реакцію Breuer⁹⁾, що працював над сєродієтнозою наперед на клініці Lichtheima, а відтак Nothnagla. Свої досьвіди робив в 43 случаях тифу. Проби звершав лише в пробівці реакційній, мікроскопу не уживав. Результати мав користні.

Пєслїдував єму Stern¹⁰⁾ з 16 припадками тифу кишкового. В розслїдах своїх послугував ся він самою кровію, з котрої відтак за помочию центіфруги елімінував тїльця червоні, хотяй і приєут-

1) Nicolle і Halipré: Tribune méd. 1896. p. 592.

2) Villier і Battle: Presse méd. 14. X. 1896.

3) Thilorox: Presse méd. N. 90.

4) Grandmaison: Méd. moderne 12. XII. 1896.

5) Siccard: Sem. médicale 1896, p. 484.

6) Thiercelin: loco citato 1896, p. 496.

7) Achard і Bensaude: Bulletins de la société méd. des hôpitaux 27. XI. 1896.

8) Widal: loco citato.

9) Breuer — Berlin. Klinische Wochenschrift 1896 N. 47 і 48.

10) Stern: Centralblatt der inneren Medizin 1896 N. 49.

ність морфотичних складнів крові зовсім не впливає на саму реакцію. І в него випадала проба Відаля додатно, але при контролі найшов в однім случаю otitis media виразну реакцію в розрідженю 1 : 20 у чоловіка, котрий — як подавав — ніколи не слабував на тиф. Тож Stern видить в реакції Відаля середник помічний, і корисний для розпізнання тифу, але не цілковитий і не завжди певний (nicht verlässlich).

Дальше оголосив Haedke¹⁾ результати з 22 случаїв тифу. Він робив проби в пробівці і під мікроскопом. До проб брав кров з пальців. Переведене проби при помочи мікроскопу уважає за вигіднійше і ліпше. Ві всіх случаях найшов в серодіагнозі Відаля потверджене дійсної недуги. Сліди реакції стрітив раз у хорого, в котрого розпізнанє посмертне звучало: *Gangraena pulmonum*.

Зараз таки по оповіщеню розвідки Гедкого в слідуючім числі Deutsche Medicinische Wochenschrift подибуємо дуже красну і докладну працю проф. Fraenkla о Відали. Довгий час не мав він потрібного материялу до своїх дослідів — тиф кишковий рідка хвороба в краях німецьких — аж в грудні 1896 лучилась мала епідемія тифусу в селі Альмріх і він зараз туди удав ся, щоби на місци вести свої досвідчення. За цілий час свого побиту мав він до розпорядження 28 случаїв тифу в ріжних стадіях занедужання. Ві всіх случаях знаходив повне потвердженє серодіагнози Відаля. За найліпший і найскорший спосіб переведення сеї проби уважає методу мікроскопну, та признає отверто, без застережень, що ся реакція стоїть без порівняня вніше, як веї прочі до тепер уживані в ціли діагностикованя тифу.

Не довго по нїм дав ся чути Kolle²⁾ ученик Пфайфера. Сей досить скептично виражає ся о Відалю, бо каже, що реакцію Відаля находив виправді у тифових недужих, але доперва в третім тижни, коли вже иньшими способами (метода Ельзнера) о много скорше розпізнанє хвороби поставити можна.

Дальше Ёж³⁾ описав оден случай meningitis tuberculosa basilaris, де мав дуже виразну реакцію Відаля, тай на підставі того відмовляє серодіагнозі Відаля так загально приписуваної вартости.

Дуже горячо знов боронить Відаля Pick⁴⁾, описуючи своїх 20 випадків тифу кишкового, в котрих єго ніколи серодіагноза не за-

¹⁾ Haedke: Deutsche Medicinische Wochenschrift 1897 N. 2.

²⁾ Kolle: Deutsche Medicinische Wochenschrift 1897 N. 9.

³⁾ V. Jez: Wiener Medicinische Wochenschrift 1897 N. 3.

⁴⁾ Pick loco citato 1897 N. 4.

вела. Дуже поручає методу з засушеною кровію. Він виконує се в слідуєчий спосіб: По точнім витертю пушки пальця етером, на-колює він її лянсетом і бере одну до трех каплей крови на стяжечку паперу помазану пр. гумою арабекою. Відтак вставляє тоту стяжечку під якусь судину (кльош скляний), щоби охоронити від занечищення і полишає так, щоби кров засохла. По 24—28 годинах кров присихає звичайно добре. Колиж тепер хоче перевести пробу з нею, наливає на засохлу пляму кровну каплю води дестильованої і по кількох мінутах, коли в тій каплі пічне розпускатись кров, мішає ту каплю з культурою буліоною в відношеню 1 : 5 і оглядає під мікроскопом. В тій своїй методі видить він велику користь для лікарів практичних, що не мають потрібних до сеї проби річей. Лікар такий потребує лише — в сумнівних случаях — набрати кілька крапельок крови на візитову карту або стяжку паперу, засушити сесе, відтак овинути пр. в батист Більрота і в конверті вислати до якоїсь найближшої лабораторії бактеріологічної, в цілі переведення проби Відаля.

Під кінець минушого року працював над тою реакцією також Grünbaum під проф. Грубером і свої помічання оголосив по англійски в *The Lancet* в грудні 1896. В своїй розвідці годить ся з твердженням Відаля.

З поміж Англіїців писали ще про серодіагнозу Wyatt Johnston і Mc. Taggart¹⁾, Durham²⁾, однак результатами не дуже вдоволені. Bebi-ови³⁾ в его розслідах повелось знаменито.

З польських праць знана мені по нинішній день всего одна і то Fr. Simona⁴⁾ лікаря в шпитали св. Людвика в Кракові. Він цілковито прилучує ся до виводів Відаля. Впрочім нічо нового не подає.

Що до мене, то був я свідком через цілий ток дослідів Єжа, а відтак сам попробував я сеї реакції, як до тепер лише на двох случаях тифу кишкового — тут сеї тиф хвороба дуже рідка — і на одним недужім з meningitis. До проб моїх уживав я serum з міхури по плястрі кантаридовім і також крови. Досвідчене моє робив я обома методами Відаля т. є. в пробівці і під мікроскопом. Окрім того до проби мікроскопної брав я просто кров з пальця і мішав

¹⁾ Wyatt Johnston і Mc Taggart: *British medical Journal*. 5 December 1896.

²⁾ Durham: *Lancet* 1896 II. p. 1746.

³⁾ Bebi: *Gazzeta degli ospedali* 1896.

⁴⁾ Fr. Simon: *Przegląd lekarski* N. 7 і 8. 1897.

відразу з годівлею прутнів Еберта-Гафкого в відношенню 1 : 10 і відтак переглядав під мікроскопом в вислячій каплі. Морфотичні складні крові цілковито не впливали на результат. Тут мушу також замітити, що на саму реакцію цілковито впливу не має сесе, в якій температурі вирости прутні (bacilli) тифові. Так само улягають вони впливови відповідного serum, чи вони годовані в термостаті при 37°, чи в теплоті комнатній.

Хорі мої були такі :

1. О. Г. літ 27, досить притомний. З допитів стільки довідав ся я, що від дитинячих літ ніколи не слабував. Занеміг перед 5 днями. При осмотрі зараз по прийнятю до шпиталю найшов я горячку високу 39·6°, пульс : 110, віддих приспішений 30 разів на мінуту. Хорий жалує ся на великий біль голови, шум в ушах, біль в м'язах, особливо в литках. Разить его сьвітло і чує ся дуже ослаблений, з лица пробиває велика утома і цілковита байдужність на все, що коло него дїє ся.

Скіра на нїм суха, горяча, дуже вразлива ; на щоках легонькі румяньці, очі запалі, зріниці узкі. Губи поспікані, язик сильно намулений, ледви дрібку вохкий. В легких нічо особлившого, окрім незначного нежиту озявного (Bronchitis). Хорий не кашлає, нічо не випльовує. Серце здорове, печінка не побільшена. Селезінка велика, висуває ся далеко поза край ребер своїм заокругленим, м'яким берегом. При дотику селезінки болять его. Ціле черево здуте, дає випук високий тимпанічний. При глибокім обмацюваню чути гуркіт в кишках, особливо над кишкою сліпою. Вже за легким дотиком шкіри, при ущільненю м'язів недужий кричить, що его дуже болять. Рожечки нігде ані слід. Найменшого апетиту, спрага велика. Столець запертий від трох дней. Мочи не багато, брудно-червонава, виказує грубу обрубку білка.

Діазореакция Ерліха дуже виразна.

В крові тілець червоних 4,960.000, тілець білих 1990. Отже левкопенія.

В дальшій тягу недуги горячка удержувалась стало межі 38·9—40°, хорий дуже ослаблений, делїрій нема. Проба Відаля зроблена другого дня Ежом не повела ся. Четвертого донерва дня побиту его в шпитали, отже 9 чи 10 дня від занедужання удалось мені ствердити в пробівці сліди сеї діазореакції. По кількох днях десь з початком третого тижня хвороби зробив я другий раз пробу з его кровію методом другою, т. є. мікроскопною і тепер що

іно міг я сказати, що реакція Відаля певна. Позитивною була і пізнійше.

Тимчасом вже десь 10 чи 11 дня недуги виступило кілька гүзків рожечки по боках кліти грудної, що остаточно при добрій волі мож було взяти за висипку тифову, а в такім разі правдоподібно вже була діагноза хвороби підпомагана левкопенією і діазореакцією о много скорше, як показалаь позитивна реакція Відалева.

Хорий помер. Секція виказала тиф кишковий.

2. Р. Е. літ 19. Майже непритомний. Дома лежав вже від тижня. Status praesens: Чоловічок худенький, бідолаха, дуже лихо відживлений. Скіра на нім суха, горяча. Очи примкнені, з тяжкостію підносить повіки і дивить ся мутно, розсіяно. Сильний катар носа, язик обложений жовто-сірим мулом, по берегах червоний, вохкий. Жадобно дуже пє воду і всякі подані охолоди. В легких нічо, в серци так само. Віддих прискорений 32 рази на мінуту, живчик ударяє дуже слабо (pulsus dicroticus) 120 разів. Селезінка побільшена, но з трудностю єї лише мож вичути під луком ребровим. Ціла кліть грудна, цілий живіт, рамена на внутренній стороні, плечі, крижі, густо вкриті рожечкою веїлякої форми; гүзки, плоска висипка, менші і більші прищики, розеїлись густо на цілім кадовбі недужого, так що робить вражіне тифу плямистого. Лице і шия вільна.

Стільці скупі, не воднисті, містять в собі дуже багато слизи і кусників оболонки з кишок. Під мікроскопом видно в них багато тілець червоних, білих, прочки (останки) не стравлених куснів корму, кристалики потрійних фосфоранів і незвичайне множество бактерий (тояжків) найріжнороднійших. В мочі білók, діазореакція виразна.

Хорий слабшав що раз більше, горячка не переходила 40°. Дня 16-го марта сего року найшов Ёж в него досить виразну реакцію Відаля, але так він як і директор Телґ не вдоволились нею. Дня 18 марта с. р. отже вже менше більше 12 дня від початку хвороби зробив я пробу, наколовши палець. Каплю крови змішав я з 10 каплями культури тифової і пересмотрював під мікроскопом. Реакція випала цілковито позитивна. Хорий умер 27-го марта. Секція відбута 29-го марта виказала розлогий тиф кишковий.

Проба з хорим на meningitis виказала брак реакції Відаля.

Судити о вартости серодіагнози Відаля я бодай ще тепер рішучо не міг бям. Однак вже на підставі того, чого я сам

досвідчив, що сам видів, дальше на підставі так численних праць різнородних, знаменитих авторів клініцистів, дійшов я до слідуєчих заключень:

1. В тифі кишковім певнім ніколи не бракує серореакції Відаля.

2. Виступає вона ріжно від 6-го дня занедужання аж по день подужання, зглядно до спадку горячки правильно. Може однак повитись і значно пізнійше.

3. Брак сеї реакції не виключає тифу, бо вона може повитись пізнійше, а позитивна реакція каже на певно розпізнавати тиф кишковий.

4. Відай не залежить вона ані від висоти горячки, ані від тяжкого чи легкого перебігу недуги.

5. Із усіх до тепер бодай знаних симптомів клінічних тифу серореакція Відаля єсть найстальшою, найпевнішою і вартість її хіба дуже мало обнижать кілька всего описаних случаїв иньших недуг горячкових з правдоподібною реакцією позитивною.

6. Поки що, серодіагноза Відаля може найти примін до інтэрни лишень в клініках і шпиталях, при котрих суть відповідні лабораторії бактеріологічні.

На сім місці най мені буде вільно зложити прилюдну подяку Вп. асистентови Дру Єжови за уділені ради і указки в моїй розвідці.

Відень 19 марта, 1897.

Вже в часі коректи довелось мені пізнати нові праці над реакцією Відаля і читати результати дальших дослідів в тім напрямі чим раз то нових авторів французких і німецьких. Веї ті розвідки роблять таке вражінє, що погляди бактериологів і клініцистів що до вартости сеї реакції доси не змінились, тай при тім все щось нового докидають. Понятна річ, що се заєдно ще суть досвідченя, розвідн, що сего-реакція не стала ще правилом в медицині узнанням загально. Все ще приходять зміни, доповнення, уlepsеня в слідженнях. Сам Відаль на засіданю французкої академії медичної подає простійший спосіб переведеня сеї проби. Він радить наколювати палець, брати відтак каплю крови на папір і висушити; потому розмочити засохлу пляму кровну в воді на склі годинниковім (Uhrgläschen), додати до того 5—6 капель культури бацилів

тифових, а відтак перешукати під мікроскопом. Реакція має виступати дуже виразно.

Sabrazés і Hugon звітували (давали звіт, давали справозданє) на засіданю товариства Société des hôpitaux про свої досліди над Відалем і кажуть, що нашли sero-реакцію его ві всіх случаях тифу кишкового і то виразнійшу в случаях тяжшої недуди. Також вони признають, що реакція сеє не виступає зараз в самих початках занедужаня, а доперва в дальшій пробігу єї і кріпшає в міру чим раз сильнійшого розвитку хвороби.

Професор Френкель забрав в друге голос в Deutsche Medizinische Wochenschrift Nr 16 з дня 15 цвітня 1897 і на своїх 66 случаях тифу черевного рішучо стверджує велику вартість sero-діягнози Відаля.

Знов Dr Ziomke в Deutsche Medizinische Wochenschrift, відай також в цвітні 1897, розказує аж про кільканайцять случаїв ріжних горячкових недуг (meningitis, erysipelas, septicaemia, malaria і т. д.), де мав найти виразну реакцію Відаля, на підставі чого відмовляє їй всякого значеня при розпізнаваню тифу кишкового.

Не багато се пошкодило Відалеві.



VI Пироговський з'їзд лікарів у Києві.

Др. О. Ч.

В Києві з 21-го по 28-го квітня 1896 р. відбув ся VI з'їзд товариства російських лікарів в пам'ять Пирогова. Доклади, прочитані на окремих секціях, мають значну наукову вартість, через те ми тут подамо відомости про цікавіші з них, користуючись дневником з'їзда.

21 квітня відбуло ся перше загальне засідання; на йому говорили промови, вітаючи членів з'їзда, різні організатори з'їзда, а теж проф. Склифосовский та Бехтерев. Так проф. Ерісман в своїй промові намалював історію виникнення з'їзда і наслідки, яких досягло товариство за 10 років існування: складено земський медичний збірник і зібрано гроші на його видання, зібрано гроші на пам'ятник Пирогову, на розповсюдження в народі гігієнічних відомостей, Др. Глушановска-Яковлева збрала велику літературу до медичних і санітарних питань; постановлено звернути ся до уряду, з проханням дозволити лікарям читати народу про гігієнічні питання, дозволити більше видань такогож змісту і иньші.

Проф. Склифосовский з приводу інтернаціонального з'їзду лікарів в Москві говорив про те, яку мову на тому з'їзді треба обрати задля ужитку і спинив ся на французькій. Ранійш він вказав на неможливість для з'їзда а також для учення, хоча б і в університеті уживати воляшюк а також латинь, бо на сих мовах можливо для зазначення нових наукових розумінь укладати тільки какофонічні, штучні слова, а вчення може бути успішне тільки на рідній мові. Нарешті проф. Бехтерев сказав цікаву промову, про локалізацію свідомої діяльності.

Перш над усе проф. вказав, що питання про локалізацію свідомої діяльності мусить бути поставлено, через те що його ще нерозв'язано. Обидві сфери психічного життя людини, свідомі і несвідомі, зв'язані дуже тісно проміж себе, навіть так, що у одному й тому самому акті свідомий і несвідомий процеси переходять один в один: напр. при арифметичному складанню і відніманню. Треба звернути увагу, що прості психічні процеси напр. бігання, ходження і т. п. схожі з рефлекторними рухами в тім, що вони роблять ся несвідомо; з другого боку і рефлекторні (відпорні) рухи мають в собі зачаток свідомості. Таким способом від більш складних до найпростіших рефлекторних актів існують переходові ступені, а з другого боку складні психічні акти не завжди свідомі і прості рефлекси не завжди свідомі. Через свідоме розуміють ся усе суб'єктивне, що одкриваємо ми в нас самих. З цього погляду свідомість єсть і у всіх тварів, хоч у більш елементарній формі, аніж у людини. Про власну свідомість дізнаємо ся з власного внутрішнього досвіду, а про свідомість другого з визначених об'єктивних ознак, власне з різних форм руху, або з пояснення, яке може нам дати другий про себе і кожного разу ми користуємо ся аналогією з власною особою. Переходячи до тварів, ми повинні сказати, що одна доцільність не може бути ознакою, яка дала нам можливість віднести даний психічний процес до категорії свідомих або несвідомих, бо й напевно несвідомі рефлекси теж доцільні. Такою ознакою є власний досвід, результат свідомості. Досвід відбиваєть ся на рухах так, що він не тільки не псує доцільности, але ще більш її усовершає, прикладаючи її до внішніх умовин, що раз по раз відмінюють ся, або сказати инакше власний досвід направляє рухи так, що вони стають відповідними надвірним впливам, відповідними внутрішньому цінуванню свідомості. Власний досвід вводить в несвідому машинність рухів особливий фактор — вибір, а де вже є останній там вже можна прийняти свідоме відріжнення надвірних впливів і присутність пам'яті, що являють ся першими і основними примітами свідомості. Користуючись сим критерієм, можна встановити, що свідомість єсть навіть у таких тварів, що не мають уже особливої нервової системи; прикладом можуть бути інфузорії (наливочки) та розкорінки. Скоро появляєть ся найпростіша відокремлена нервова система власне у вигляді узлової системи, то вона бере на себе усе психічне життя твари. Але хоч про деяких з тварів, що мають таку відокремлену нервову систему (вирижненний уклад нервний), не можна сказати, що вони розумніші від розвинених одноклітинних організмів, проте розум інших заступників з узловою си-

стею (укладом узловим) як пчоли, терміти (половці), навіть вищий від розуму багатьох тварів з кодра хребовців (*vertebrata*). У таких вищих тварів вже відокремлюєть ся узел на грудях, що він відповідав мозку голови у *vertebrata*. У *vertebrata* свідомі процеси виключно утворюють ся в центральній нервовій системі, хоч тут виступають великі одміни, що до локалізації свідомості. Напр. у тиравки ланцетоватої *amphioxus lanceolatus* вона локалізуєть ся у мозку спини, у інших риб теж у мозку спини а теж і в підкоркових центрах, бо у останніх навіть після вирізування мозкових півкуль зберігають ся шкірні, мускульні (мязові) і інші почування, вони навіть вибирають собі їжу. Теж саме треба сказати і про амфібій (земноводники); жаба з вирізаними півкулями перелазить з одного краю дощечки на другий, коли помалу її обертати в повітрі, вона вилазить на дощечку, що пливає в банці з водою, теж вона обходить раз-у-раз, при усякій переміні умовин затримку на своїй путі теж вона вибирає свої рухи відповідно даним зрітельним вражінням. Значить у всіх сих тварів свідомість єсть не тільки в корі мозку, а сама кора єсть у їх місцем утворення складних процесів свідомості, що відповідають нашим уявленням. З досвідів над птицями видно, що у їх елементарні форми свідомості у вигляді вражінь можуть утворити ся теж у підкоркових центрах, що лежать на підвалині мозка, тоді як кора приймає більш виразно вражіння а теж утворює складні уявлення. Навпаки, коли у ссавців *mammalia* вирізати кору, то вони цілком стають несвідомими, не можуть вибирати рухів. Питання про локалізацію свідомості у людини, ще ретельно не розв'язано. Напр. Герцен визнає присутність його в мозку спини і в кулях (ядрах) мозкового ствола, хоч йому перечать дати патології; власне свідомість страчуєть ся тільки при заслабленню кори і ніколи нижчих центрів; тож, коли здушити обидві *art. carotides*, то людина цілком страчує свідомість, хоч течія крові в малому мозку, мозковому стволі і мозку спини значно не псуєть ся. Таким способом, укупі з розвитком організації у царстві тварів, здатність до свідомої діяльності усе більш та більш концентруєть ся в складніших, що до своєї будови, частинах нервової системи, тоді як інші простіші частини її беруть на себе несвідому рефлекторну діяльність. Разом з тим свідомі діяльність стає усе більш совершенною, досягаючи вищого свого розвитку у людини.

Треба звернути увагу на те, що у період розвитку нервової системи вищих *vertebrata* свідомі діяльність залежить від нижчих відділів нервової системи і тільки укупі з цілковитим розвитком

останньої вона потроху концентруєть ся у мізкових півкулях. Досвідом можна довести, що у новонароджених тварий функції нервової системи починають ся тільки з того часу, коли починає відділяти ся мієлін. Таким способом в йому примітно ствердження загального біологічного закону: нервова система в розвою своїх частин неначе йде по слідах розвою мозку і нервової системи тварий, починаючи з нижчих, кінчаючи найбільш розвиненим. Укуні з сям свідомість, виникаючи в епоху первісного розвою людського мозку в нижчих центрах нервової системи, як се буває впродовж цілого життя у нижчих тварий, помалу з розвитком організма знаходить для своєї локалізації усе вищі складніші органи нервової системи і нарешті у індивідуума визначного зросту оселяєть ся в великих півкулях мозку.

Проте треба зауважити, що не всі процеси в півкулях мозку свідомі і що свідомість проявляючись майже раз-у-раз користуєть ся з продуктів несвідомої діяльності. Теж можна довести, що несвідомі діяльність виявляє з себе не що инше, як згаслу свідому діяльність. Напр. при вивченню чужої мови або гри на фортепіані бере значну участь свідомі діяльність, тоді як згодом її акти зводять ся на ступінь рефлекторного несвідомого акта, хоч її акти суть продуктами діяльності кори мозку. Звідсіля по аналогії можна визнати, що усі процеси, в якій частині мозку вони не утворювали ся-б, з початку були свідомими процесами, а тільки згодом перейшли в несвідому сферу, лишаючи для свідомої діяльності вищі продукти психіки. Треба мати на увазі, що виконання свідомого руху і побирання почування часом можуть перемістити ся звідти, де вони нормально утворюють ся в розвиненому мозку, в инші відділи кори мозку. Напр. коли у якого хребовця вирізати частину кори, що завідує визначеною функцією, то він стає нездатним робити по своїй волі визначений рух або діставати відповідне враження, але згодом страчена функція може знову вернути ся. Се вказує, що свідомі діяльність може переселяти ся з одного місця в друге, хоча б останнє в розвиненому мозку і не було призначено до свідомої діяльності. З другого боку єсть факти, які доводять, що частини мозку призначені до несвідомих процесів можуть при визначених умовах проявляти свідому діяльність, напр. почування наших внутрішніх органів звичайно несвідомі, але при певних хоробливих становищах її почування стають свідомими. Далі треба сказати, що, коли ми виріжемо напр. у собаки кору мозку не відразу, а помалу, то свідомі діяльність буде проявляти ся, хоч і обмежена, нижчими підкорко-

вими центрами, які нормально її не проявляють (досвід Goltz'a). Се доводить, що частини мозку, які не виконують звичайно свідомої діяльності, при певних умовах можуть її проявляти. Се цілком відповідає тому факту, що у новонароджених тварий свідомі діяльність проявляють підкоркові центри, які у дорослих виконують рефлекторну діяльність, а теж що у нижчих хребовців (vertebrata) свідомі функції гніздять ся в узлах мозку і на центрах мозку спини.

Значить в ряді тварий усі частини нервової системи, окрім проводів, можуть послуговувати до свідомої діяльності, але разом з поступом живих істот нижчі відділи нервової системи потроху страчують свідому діяльність, яка локалізуєть ся у вищих центрах, вираючи од сього в своєму розвою і удішенню.

Переходячи далі до окремих секцій, почнемо з секції анатомії, гістології та фізіології. Проф. Кульчицький подав реферат „Будова і діяльність слизових клітин в залозах і епітеліальних покровках“. Будова клітин епітелія (наболони) слизової плівки кишок має велику цікавість вже через те, що в процесах всисання та виділення головна роля належить до цих клітин. Як відомо епітелій кишок подвійний, одні клітини характерні циліндрові з рубчиком на верхній, другі слизові-бокальові. Як завжди при гістологічних працях, так і тут велике значіння мають способи фіксації матеріяла і способи її повинні мати підвалною своєю ґрунтовні властивості матерії, яку ми досліджуємо в нашому випадку. Ми повинні, значить, звернути увагу на властивості муцина. Муцин же осаджуєть ся оцетовим квасом (acidum aceticum), а, коли останнього багато, то муцин розпускаєть ся в йому; неважачи на те, що муцин є глікопротеїд, він не осаджуєть ся солями важких металів а теж і пікріновим квасом. Значить фіксуючий муцин реагент мусить мати в собі конче оцетовий квас. Сим з'ясовуєть ся, через що Hoyer та Paneth не дістали при своїх дослідах позитивних наслідків — їх фіксуючі реагенти не мали в собі оцетового квасу. Реагент Кульчицького складаєть ся з Kali bichromicum 2 ч. Hydr. sublimat. 0.25 ч. 2% оцетового квасу 50 г. 96° алькоголя 50 ч.; в йому держались об'єкти од 4 до 6 днів. Щоб пофарбувати об'єкти ужито було Safranin, який розпускав ся в 2% оцетовому квасі; він фарбує в чорно-фіолетовий колір. Окрім того можна уживати Neutralroth, Thionin. Сі слизові елементи, як відомо, складають ся з протоплазматичної частини, де єсть і ядро (nucleus) і слизової — Theca (Schultze).

Що до взаємних відносин цих частин, то List каже, буцім вони не мають ясної межі промеж себе, що слизова частина про-

низана сіткою, яка йде од протоплазматичної частини. Paneth каже, що в Thesa завжди єть гевна кількість одностайної матерії і що сіточка в ній є штучне утворення, яке залежить від ділання реагентів. Ланковський зустрічав сітчасту і гомогенну, а опріч того ще зернисту. Дати самого Кульчицького найбільш відповідають датам Ланковського. Що до функції слизових клітин, то вона може бути тільки в виділенню муцина. Але що робить ся з клітиною, коли муцин виділив ся? Одні кажуть, що послі його клітина пропадає, другі, що страчена частина регенеруєть ся і може знов функціонувати; до останнього погляда на підставі своїх мікроскопних дослідів приходить і Кульчицький. Далі він сперечаєть ся проти погляда Нoyer'a, що матерії Thesa ідентичні з зернами зернистих клітин Ерліх'a, бо при фіксуванні Flemming'овою тією і тією автора і при фарбуванні Safranin'ом Thesa фарбуєть ся в темнофіалкову фарбу, а зерна ситих клітин (Mastzellen) в жовту або оранжеву. До того ще фарбування на Thesa держить ся дуже міцно, а на Mastzellen швидко счезає послі промивки в алькоголі. Neutral-roth Thesa фарбує в чорну, а Mastzellen в червону фарбу. Methylen-blau фарбує Mastzellen в темносиній кольор, а Thesa цілком не фарбуєть ся. Кульчицький згоджуєть ся тільки в тому з Нoyer'ом, що Thesa і зерна Mastzellen мають газофільні властивости.

Кульчицький. Про ацидофільні клітини в епітелії кишок.

В епітелії кишок Кульчицький описує особливі елементи, що їх ще не було ніким сконстатовано. Об'єкти фіксували ся в течі, яка вказана в попередньому відчиті і фарбовані мішаниною Ерліх-Бюнді. Сі елементи ніщо инше, як звичайні клітини епітелія, але в протоплазмі їх знаходять ся особливі характерні зерна. Часом їх буває дуже багато, часом дуже мало. Клітини з такими зернами попадають ся і в епітелії ворсинок і в епітелії ліберкюнових залоз. Коли фарбувати 24 години, то зерна сі стають жовті — теж захоплюють з мішанини Ерліх-Бюнді orange, колиж фарбування тягло ся кілька день, то вони стають червоними і теж захоплюють кислий фуксин. Тодіж видно сі елементи дуже виразно, бо решта клітин фарбуєть ся в брудний синій кольор. Значить, можна сказати, що зерна сього епітелія мають ацидофільні властивости, через те, що вони з мішанини Ерліх-Бюнді захоплюють тільки кислі фарби. Схожі елементи описав Heidenhain, але то були лейкоцити кишок, які з'являють ся кожного разу, коли в кишки введено яку небудь матерію, хоча б навіть $MgSO_4$. Коли твар годуєть ся нормально, то завжди можна знайти в епітелії ацидофільні зерна, і завжди трохи більше

в епітелії ліберкюнових залоз (желез Ліберкіна). Колиж його нагодувати дуже добре м'ясом і потім за 14—16 годин убити, то сих елементів найбільше. При голоді сі зерна майже зовсім не попадають ся. Heidenhain каже, що його лейкоцити характеризують діяльне становище все рівно чим би воно не викликалось чи їжою, чи дратуванням (дразненням) якою небудь хемічною матерією, навпаки Кульчицький каже, що ацидофільні зерна попадають ся виключно послі годування. Позаяк сих зерен найбільше буває послі годування, то певно вони вступають в клітини, а не суть продуктами внутрішньої структури клітини. Треба ще сказати, що сих зерен найбільше буває в частині клітини, яка повернена до підлежачої тканини. Сю ріжницю в кількості зерен можна з'ясувати тим, що одні клітини тільки захоплюють зерна і передають або передали другим; навпаки другі захоплюють ся фіксацією у момент найбільшої своєї діяльності, може незадовго перед тим, як вони передадуть зерна далі в тканині перемешні або в залозистий шар слизової плівки; на сій путі вони захоплюють ся лейкоцитами Heidenhaina. Коли се так, то можна собі з'ясувати деякі з'явища, які до того здавали ся парадоксальними. Так Heidenhain каже, що при сильному годуванні кількість червоних лейкоцитів зменшаєть ся, хоч вона дуже побільшуєть ся, коли твар була нагодована хоч раз добре. Се може стати ся од зменшення здатности всисання послі довгої і енергичної діяльності епітеліальних клітин, а через се повинно бути мало зерен і в лейкоцитах. Хоч не можна цілком певно сказати, який хемічний склад сих зерен, проте усе таки вони скоріш усього мають білковий характер. Теж на підставі дослідження ацидофільних клітин можна вияснити функцію Lieberkühn'ових залоз, властиво вони з одного боку виділяють секрет, бо в них єть бокальові клітини, а з другого вони можуть і всисати ріжні матерії.

Ноткін. Теорія фізіологічної функції gl. thy.

Екстіпація gl. thyreoid євроваджує за собою так звану струмірвну кахексію. Ся хвороба складаєть ся з клонічних і тонічних корчів, а теж з кахексії, симптоми якої ідентичні з симптомами генуїної атрофічної мікседеми. Автори, що досліджували корчі у людей і звірят, вважають їх ідентичними і дають назву тетанії.

Патологічне дослідження не дало жадних наслідків, факти експериментальної патології примушують дивити ся на тетанію, як на самоотруєння організма продуктами міни матерій, сі матерії не білкового характера, бо їх можна знайти в мочі тіреодектомірованих тварий, коли з мочі виділити білок. Після до-

сълідів Ноткіна, хоч ще не конечних, можна ізолювати сю отруту в крові тварий і відділити од їх білок. Але послі того отрутна материя ділає менш їдко, анїж сама кров, тоб то, або сама отрута не легко розкладаєть ся, або меж білковими материями єсть ще одна материя, що прилучає своє діланне до небілкових отрут і сокупне діланне їх споводує тіреопривну тетанію. Більш позитивні наслідки дала патологічна анатомія у людей та тварий, що пропади од мікседеми. Тут було знайдено інфільтрацію організма особливим білком, схожим з муціном, але се не муцин, найбільше се доводять досвіди Гейнаца, який показав, що муцин цілком не шкодлива материя. Мабуть материя ся єсть тіреопротеїд, який виділив Ноткін з коллоїда *gl. thyreoid*. Се доводить його отрутність, — тварі пропадають од його при сімптомах загального параліча, або коли його взято менше, то при вирізуванні частини *gl. thyreoid* у них розвиваєть ся тетанія, теж те, що він є продукт загальної міни материй, а не секрет залози, бо в мочі і нирках тіреоїдектомірованих тварів єсть коллоїд, який переважно складаєть ся з тіреопротеїда. Хемічні властивости його з'ясовують через що автори приймали тіреопротеїд за муцин. Він звертаєть ся до алкоголя, але невелика його кількість може розпустити ся од їдкого лугу (Кон-Наон) або баритової води. При кипінню 35% H_2SO_4 або все він розпадаєть ся на матерії, з яких одна дає троммерову реакцію, значить своїми хемічними властивостями він близько стоїть до муціна. Нарешті інфільтруюча материя мікседематозних не тягуча, як муцин, а подібна до желе, як тіреопротеїд. Значить ся материя умовляє собою мікседему, через те то тіреоантітоксін Fränkel'я, що неутралізує тільки не білкові матерії, не спасає од смерті тіреоїдектомірованих тварий, а тіроїодін Вайтаніа, що вилічує мікседему, не спасає од корчів. Тіреопротеїд розпадаєть ся в *gl. thyreoid* на свої складові части, власне в залозі єсть материя схожа на тваряче гуммі, яка редуціює послі кипіння з квасами, лужний (*alkalisch*) розчин міді і яке дає з фенілгідраціном озазон, кристалічна форма якого а також і температура плавлення (160°) ідентичні формою та температурою матерії, яку дістаємо послі ділання на тіреопротеїд квасів. Сей розклад утворюєть ся в залозі під впливом неорганізованих ферментів. Значить функція *gl. thyreoid* у тому, що вона неутралізує в самій крові небілкову отруту своїм тіреоантітоксінном, білковий же тіреопротеїд збирає вова з крові і неутралізує в своїх асіні тіроїодіном, для якого вступає в організм є їжою. Розклад тіреопротеїда робить ся під впливом фермента.

Потім в сій секції Чірьєв зробив відчит про нову гіпотезу почування сьвіта (почува зірного).

Пашковський про означінне виділи тонких кишок після високости або широкости їх кризок (*mesenterium*).

Поповський. Про розвиток мускулятури (мязнї) *perinaei* (межикрочя) у людського зародка.

Карузін. Про переміни мозка спини (стрижа хребетного) в випадку прирощеної атрофії і контрактури ніг.

Стефаніс. Два варіанти людського бронхіального (озявного) дерева.

Тіхоміров демонстрував препарати анатомічних аномалій.

Лауденбах демонстрував собаки селезінку (*lien*), яка цілком регенерировала послі цілковитої екстирпації.

Секція патологічної анатомії і загальної патології.

Сімонович. Про переміни в сімянних залозах (железах) при голодуванню.

При абсолютному голодуванню сімяна залоза паренхіматозно перероджуєть ся, а теж в ній наступає жирове (тукове) переродження. Тут загивають деякі клітини, які не відіграють значної ролі в фізіологічному життю залози, від простого некроза. Дезорганізація білкових молекул послі доброго годування минаєть ся, дегенеративні страти поповнюють ся відродженням від 3 до 8 день. Фізіологічна діяльність залози звичайно при голодуванню не псуєть ся, а тільки тоді, коли від голодування настає дуже значна морфологічна та фізікохемічна дезорганізація. Полова підбуженість при голодуванню трохи побільшуєть ся. При доброму годуванню залоза швидко справляєть ся з дефектами, що утворили ся при недостатчі їжі і швидко стає здатною до енергічної продукції. При побільшеному годуванню спостерігаєть ся значна інфільтрація салом залози, тоді багато сала збираєть ся коло лімфатичних щілин та кров'яних жил. Сімяна залоза належить до тих органів, які виконують дуже важну роллю в організмі і заховують ся ним навіть, коли цілому організму загрожує погибель.

Ноткін. До патогенеза *cachexiae strumiprivaе*. *Cachexia strumipriva* єсть складна автоінтоксикація, яка складаєть ся з гострої тетанії та мікседеми. Тетанія є наслідком цілковитого зруйнування, а мікседема частиною *gl. thyreoid*.

Боткін. Форми роспускання лейкоцитів і їх клінічне значінне. Лейкоцитоліз єсть фізіологічне з'явище. Цілий ряд формених елементів крові суть тільки різні форми лейкоцитоліза і великі лімфоцити, прозорі кульки, переходові форми кульок (Усков), кульки діваві

і кульки, готові розпасти ся. Бляшки Бідоцера, мабуть частинки протоплязми лейкоцитів, межзерниста матерія яких вже по часті розпустила ся. Патологічному побільшенню лейкоцитоліза мабуть сприяє їх власний протеолітичний фермент, який виділяється при їх розпусканню. Про патологічний лейкоцитоліз в крові можна казати, коли процент форм розпускання побільшений. Колиж він менший, то ще не можна казати про зменшення розпускання лейкоцитів, коли при зменшенню процента форм розпускання лейкоцитів в крові мають перевагу форми первісного або остатнього ступня розпускання, то можна казати про побільшений лейкоцитоліз в крові, колиж мають перевагу середні форми, то можна казати про ослаблення лейкоцитоліза. Ослаблення лейкоцитоліза може залежати від більшої встійності лейкоцитів, від ослаблення їх протеолітичного фермента і хемічних перемін плязми крові, як напр. зменшення її лужности, побільшення в ній продуктів розпускання лейкоцитів.

Про кількість цих продуктів в плязмі можна дізнати ся з хода лейкоцитоліза в дослідженню крові поза організмом. При дослідженню крові треба завжди звертати увагу на форми лейкоцитоліза, його треба мати на увазі при студійованню обертання крові. Хенцінський демонстрував препарати мозка з формаліна.

Секція внутрішніх та дитячих хороб.

Штангеев. До питання про куровання туберкульоза легких креозотом і салом риб. Автор на підставі великої кількості спостережень власних і лікарів міста Ялти, де курують ся туберкульозні, висловлює, що креозот і гваякон тільки симптоматичні ліки, але вони без сумніву гаразд впливають на процес; автор теж вказує при яких формах помагають ці ліки гаразд, при яких гірше, а теж, коли не можна давати їх. Далі автор каже, що на процент смертльности креозот не впливає, через те він призначає туберкульозним сало риб і 3—5 ложок в день його у $\frac{9}{10}$ приносять температуру. Вкінці він викладає свою охоту куровання туберкульоза і кінчає, що кліматичне куровання укузі з рибячим салом є саме найкраще тепер.

Косткевич. Про потребу ізоляції фізиків (сухитників, чахотників) і улаштування для них особливих шпиталів. Конечне треба ізолювати фізиків, улаштувавши окремі шпиталі з потрібними приладженнями до користування повітрям і добрим годуванням. Треба відділяти туберкульозних з початковим періодом від слабих з кінцевим. До будови шпиталів цих треба звернути ся до особистої добродійности до земств і міських урядів. Слабих треба посилати в шпиталі

з початку хороби. В шпиталях цих слабі повинні бути довго. Куровання в шпиталях повинно бути дешеве, аби мали змогу з них користувати ся бідні люди.

Штейнбер. Нездатні нижні чини, слабі на туберкульоз, як розносители зарази і засоби проти неї.

Долгов. До питання про матерію, яка споводує діазореакцію Ерліха. Матерія, яка викликає діазореакцію, єсть продуктом патологічної зміни, вона не єсть звичайним патологічним продуктом мочі; вона належить до фарбових матерій мочі, поглитається синім і фіолетним спектром. Випадає з мочі основним оцтовоквасним свинцем з аміаком. Воно органічне, має в собі азот, може воно сполучене в органах з сірчанним квасом.

Бендерський. До питання про спосіб означення внутрішніх органів „авскультативною перкусією“. Принцип цього способу у тому, що перкуторний гук вислухується особливим стетоскопом, що складається з фільтровальної скляної лійки, надітої на кінець її каучукової дудочки, і дерев'яного кінчика, як у отоскопі. Після цього способу можна точніше означати границі органів аніж звичайною перкусією, можна досліджувати органи, які дуже болять. Через те, що тут перкутовати можна дуже помалу. Linossier (Lion Medical N. 50 т. LXXX) згоджується з автором і визнає значіння цього способу.

Могутовський. З патології processus vermicularis (вирістка хробаковатого). Автор наводить випадок, де існував хронічний катар кишок і тлунка (жолудка). Потім були підгострі запальні з'явки в окружі сліпої кишки і processus vermicularis. Наслідком того була перфорация процес. vermicular. яке дало навкруги запалення і флегмону. Бруд вийшов в сліпу кишку і проштовхнув туди процесс. vermicul.

Коровіцький. Читання кількості гемоглобіна крові при thyph. abdom. і pn. cruposa. При тифі і пневмонії в крові стає менше гемоглобіна; се зменшення починається ще в період пропасниці. В одних випадках гемоглобіна менше в одиниці обсяга, в других навпаки в одиниці обсягу навіть більше, що залежить від компенсаторних перемін концентрації.

Філонович демонстрував свій плесиметр, що одріжняється від звичайного тим, що в йому середина є порожня. Такий плесиметр дає майже певні границі органів.

Яновський демонстрував стетоскоп зі скла; його легко стерілізувати і акустичні властивості його вище аніж у звичайних.

Демченко. З питання про куровання плевритів способом проф. Левашова. Спосіб проливи плеври (олегочної, pleuva) при брудових

плевритах гірше від торакотомії, при серйозних плевритах його можна ужити разом зі всисанням не раніш, як скінчать ся гострі запальні з'явища.

Поляк демонстрував Рентгеновську фотографію.

Долгов. До питання про діазореакцію Ерліха при *thyph. abdom.*

Діазореакція є одним з сталих симптомів *thyph. abdom.*, не буває її тільки в 1.4% випадків. Існує вона відповідно існуванню пропасниці, але найбільш кінчається за 4—5 днів до нормальної t^0 . Ясна реакція найбільш буває при хворобі середньої довжини. Інтензивна реакція, що довго тягнеться відповідає важким формам хвороби, інтензивна і коротка може трапляти ся і при легких формах. Крива діазореакція паралельна кривій температурі, але безпосередньої залежності від температури нема. Взагалі кількості матерії, що дає діазореакцію просто пропорційна інтензивності і довжині хвороби. Реакції сеї не було при катарах тлунка (жолудка) і кишок, інтермітенті, фолікулярній ангіні, катаральній жовтяниці, перикардіті, гострому нефриті; вона була не кожного разу при туберкульозі легких, ексудативно-тіфозному плевриті, рп. сироза; завжди була при туберкульозному перитоніті, туберкульозі лімфатичних залоз, брудовому плевриті, міліярному туберкульозі.

Крива діазореакція має прогностичне значіння, більше навіть від кривої t^0 , позаяк вона попереджає її кількома днями.

Троїцький. *Rhachitis clinica et experimentalis.*

Шмуклер. Ованізм у дітей, його причини, симптоми і курація.

Кисіль. Частість рахіта в Москві.

Ковесніков. До питання про курацію емпієми у дітей. Брудові плеврити у дітей треба курувати ранньою плевротомією злученою з ресекцією ребра. Операція ся не трудна і безпечна, вона не веде за собою ні деформації грудий і не ослаблює функцію легкого. Колиб завжди уживали рано плевротомію, то булоб менш емпіємних фістул.

Семьонов. Деякі дати про трахеотомію в Росії при діфтерії і крупі. Цікаво те, що більш третьої частини дітей, що, як здавалось, повинні були вмерти від задущення, лишились живими. (Дати зібрано з відчитів різних шпиталів Росії). Вкінці автор радить уживати сю операцію частіше, не вважаючи на несприятелі сторони обставини.

Скловський. Курування діфтерії сироваткою в клінічному дитячому відділі Олександровського міського шпиталю Києва. 1) Сироватка зменьшає смертність з 41.5% до 20.3%, теж на поло-

вину. 2) Мазати горло при курації сироваткою не треба. 3) При куруванню сироваткою послі діфтерії постерігаємо більш небезпечних послідуєчих прояв парези, нефриту, паралічи, але його не можна з'ясувати шкодливостію сироватки, швидче се од того робить ся, що при сироватковій курації видужують слабі з тяжкими формами хвороби, які без такого курування умерли-б перш, аніж у їх розвили ся згадані вгорі послідуєчі прояви. Інекції сироватки дають імунітет на дуже невеликий час, автор бачив 2 випадки, де був по курації рецидив через місяць. Але усе таки охоронне щепіння треба робити, не вважаючи на можливість рецидива.

Дрейер. Курація діфтерії сироваткою в Московському міському дитячому шпиталі св. Володимира р. 1895-го. Сироватка зменьшила відсоток смертності на $\frac{2}{3}$. Вона дає можливість в недавніх випадках заслаблення усунути цілком усі шкодливі наслідки хвороби. Випадки з одною тільки Лефлеровською бактерією курують ся найкраще. Шкодливі наслідки інекцій сироватки, рівняючи до користи, дуже незначні.

Контребінський. Деякі дати з клінічного відчиту про курування скарлатини р. 1894—5.

Жуковський. *Scleroma neonatorum.*

Троїцький. Дозіровка (подавок) ліків відповідно до хемічних, анатомічних і фізіологічних особливостей дитячого організма.

Секція фармакології, загальної терапії і фармації.

Шацький. Про ділення ліків в стані пари.

Куруюча енергія матерії повинна бути звязана з фізично-хемічною енергією. Через се ліки найдужче ділають *in statu nascendi*, далі в становищі свіжо приготованих продуктів подвійної хемічної зміни, в становищі несталої хемічної рівноваги емульсованих сапоніном олій, бальзамів і багатьох інших матерій, що можуть розпущити ся в них, в стані пари летивої матерії, що переганяють ся з парою води не розкладаючись. Сті теоретичні погляди можуть мати направляюче значіння для раціонального вибору фармацевтичних препаратів і їх форм.

Зернов. Ессенуки, як курорт. Природа і вода Ессенуків дуже добрі, але усе паралізуєть ся браком навіть елементарних вигод для слабих. Лектор вкінці висловлює потребу реформи в Ессенуках.

Косторін. Славянск і його лічебні засоби.

Дейг. Гідротерапія, яко науковий метод.

Філіппович. Наслідки ужитку ліманного курування в дитячому віці.

Секция інфекційних хвороб з бактеріологією.

Мойсєєв. Патальоанатомічні переміни внутрішніх органів дитин, що вмерли з діфтерії. Автор дослідив 150 випадків. Між ними туберкульозних було 26%, хронічний нефрит 22%; позаяк в деяких випадках туберкульоз був разом з нефритом, то можна сказати, що на 100 дитин, що вмерли з діфтерії, 40 слабували вже раніше на важкі хронічні хвороби. Значить, ослаблений такими хворобами організм швидче занепає на діфтерію а також не витримує боротьби з дужим ворогом. Праця автора має те значіння, що вона зводить до реальної причини особливості конституції, що мають великий вплив на течію та кінцеві наслідки інфекційних хвороб, тоді як раніш з цього поводу складали тільки гіпотези.

Щабад. Про змішану інфекцію при туберкульозі легких.

За змішану інфекцію треба вважати випадки, де сторонні мікроорганізми (дрібнотвори) існують в легкому (альвеолах або капілярних бронхах) або в крові.

Знайдено патогенного мікроорганізму в харкотінню після способу Kitasato не досить, щоб констатувати змішану інфекцію, позаяк досвід показує, що не всі відокремлені таким способом мікроби (дрібноживки) мають походження з легкого, виключаючи справжнього піогенного стрептокока.

Дуже велике має значіння відрізнити в харкотінню справжній піогенний стрептокок від так званих стрептококів слизових плівок. Присутність перших має великий прогностичний інтерес. Змішана інфекція трапляється найбільше в останніх стадіях туберкульоза легких і хутко провадить за собою exitus letalis. Трохи не всі трупи з туберкульозом легких виявляють з'явище змішаної інфекції. Сторонні бактерії (тояжки) разом з туберкульозною провадять за собою катаральну пневмонію, руйнують легке, утворюють каверни, а теж утворюють септицемію. Але трапляються випадки туберкульоза легкого, що мають усі ознаки гектичного (сухотничого) стадія і кінчаються летально (смертно) без участі сторонніх мікроорганізмів.

Бухштаб. Випадок малярії, комплікованої з typh. recurrens. (тифом опятним).

Щеглов. До питання про переміни в печінках при діфтерії.

Білок в мочі не залежав від ін'єкцій сироваткою; його найбільш було там, де знайдено було гломерулїт. Альбумінурия не відповідала важкості заслаблення. Велике значіння має ціліндрурія і присутність епітелії (наболони) нирок (почок). Переміни були дегенеративно-запального характеру — однакові при курованню сиро-

ваткою і без цього куровання. Важне прогностичне значіння мають зменшення специфічної ваги мочі, злучені з ціліндрурією, напруженням пульсом і сонливостію слабого.

Габрічевський. Засади серотерапії typh. recurrens. Гейденрейх поставив в зв'язок зникання спірохетів Obermeier'a з високою температурою, що при ній вони повинні пропасти. Мочутковський дав друге пояснення, після якого від патологічного процесу кров стає густішою і се провадить за собою погибель спірохетів. Далі для з'ясування зникання спірохетів появилася хемічна гіпотеза Albrechta заснована на доглядах шкодливого впливу продуктів життєвої діяльності на самих бактерій. Нарешті Мечніков дав свою фагоцитарну гіпотезу, але й се гіпотеза багато чого не з'ясовує. Головні погляди у автора вже склали ся, коли він дізнав ся про працю R. Pfeiffer'a, який на підставі своїх доглядів над умовами погибелі холерних вібріонів в організмі імунізованих проти них тварий, висловив ся, що тоді утворюються особливі, специфічні бактеріодні матерії, які мають змогу за кілька минут в організмі знищити нечисленну кількість мікроорганізмів. Се з'явище визнає він за загальний закон імунітета і робить здогад, що погибель спірохет при кризісі typh. recurrens мабуть залежить від вступлення в кров бактеріодних матерій, які він рівняє до ферментів і одріжняєть ся од бактеріодних матерій крові, що на їх перш усього вказав Fodor, а дослідила школа Flüge i Emmerich'a, особливо Büchner. Дати автора стверджують догади попередників. Коли взяти краплю крові людини після приступу або після видужання і покласти на скло рядом з краплею слабого, де єсть живі спірохети, обмазати воском сї дві краплі і поставити в термостат, то через годину спірохети усі будуть мертві, тоді як на контрольному препараті будуть живі. Кров дужих людей, що ще не слабували на typh. recurrens, не має бактеріодних властивостей до спірохет. Бактеріодні властивості крові з'являються під час приступу, нарастають примітно до кінця його і досягають свого maximum під час кризіса і в першу добу аперексії. За часи аперексії бактеріодні властивості потроху зменьшаються до початку нового приступу, але з кожною новою аперексією вони усе дужчають і довше держать ся. Після видужання слабі можуть заховувати бактеріодні властивості крові, хоч і менші аніж при кінці хвороби; вони лишаються місяцями або може роками. Бактеріодні властивості можуть хитати ся відповідно до патологічного та фізіологічного становища організму. Бактеріодні матерії дужче впливають при 37°, аніж при хатній температурі. Бактеріодні власти-

вості крові при typh. recurrens проявляють ся з такою цілковитою відповідністю до зникання з крові спірохетів, що роля цих матерій в утворенні кризиса і видужання не може підлягати сумніву. Коли взагалі утворення бактеріцидних матерій в крові відповідає температурній крові, то усе таки треба сказати, що ложний кризис температури не злучено з значним утворенням бактеріцидних матерій і останні утворюють ся в значній кількості тільки до часу справжнього кризиса. Се видно ще й з того, що життя спірохет поза організмом слабих тим менше, чим ближче було взято кров до кінця приступу. Значить процеси при typh. recurrens можна зрозуміти так: під впливом інфекції і продуктів життєвої діяльності спірохет організм реагує не тільки високою температурою, що сприяє діланню бактеріцидних матерій, але й утворенням останніх. Коли кількість останніх досягає визначеного ступеня, спірохети стають менш рухомі, і тоді їх легше можуть подолати фагоцити, друга частина спірохет може пропадати від бактеріцидних матерій крові.

Так Мамуровський бачив утворення чотковатих (рожанцеватих) форм спірохет під кінець приступу і вважає їх за форми, які стоять на краю погибелі. Але за першим разом організм не утворює стільки бактеріцидних матерій, щоб ними убити усі спірохети та їх спори (розродні), останні лишають ся живими і дають через кілька днів новий вибух хвороби; організм тепер утворює вже більш бактеріцидних матерій, в третій ще більше і т. д. аж поки сокушна праця фагоцитів разом з бактеріцидними властивостями крові не закінчать сю боротьбу перевагою організма. Догляди над довжиною приступів і аперексії стверджують сей погляд, напр. догляди Могутковського: приступ I: $6\frac{3}{4}$, II: $5\frac{1}{2}$, III: $3\frac{1}{4}$, IV: $2\frac{1}{8}$, V: $1\frac{2}{3}$; аперексія I: $5\frac{1}{4}$, II: $6\frac{1}{6}$, III: 9, IV: $10\frac{1}{2}$, значить приступи стають коротші, аперексії довші. Теж з дат Litten'a видно, що при інфекції, яка причіпляється другий раз, з 5 випадків в 4 хвороба проявила ся тільки одним приступом, значить організм тепер має змогу швидче знищити інфекцію. Далі аби з'ясувати деякі подробиці, було зроблено досвіди над малпами, які можуть слабувати на typh. recurrens. Силу бактеріцидних матерій можна висловити навіть цифрами, коли ми назвемо коефіцієнтом бактеріцидних властивостей крові відношення довжини життя спірохет в власній крові до довжини життя тих самих спірохет в крові та сироватці, яку досліджуємо. Так у нормальної людини, що не слабувала на typh. recurrens коефіцієнт сей 0.9; він же до кризиса, поки ще є спірохети в крові 1.4; за час кризиса і добу після його 90.0, потім в єдлюючі дні падає до 68. У одного індивідуума, що слабував 20 місяців назад 2.6; у другого, що слабу-

вав 1892 року 60.0. Теж констатовано піднесення сього коефіцієнта у малпи, якій прищеплено було typh. recurrens. Автор далі прищепив typh. recurr. двом малпам і потім зробив інекцію одній з них сироваткою другої малпи, наслідком сього було скорочення хвороби, зменшення швидко після інекції кількості спірохет на препаратах. На підставі цих дат автор думає, що можлива серотерапія typh. recurrens, для чого можна користувати ся кровію малпи.

Гаврілов. Холера і діфтерія. Холера і діфтерія хвороби ектогенні.

Боротьбу з ними треба звести на знищення місцевих умовин, які сприяють розвою їх.

Поляк. Про вчення про так званий холерний тифод.

Секція нервових і психічних хвороб.

Чи ж. Coitus reservatus, як причина нейрастенії. На підставі своїх доглядів автор визнає coitus reservatus частою причиною нейрастенії, якої легко можна позбутися, коли перестать його уживати.

Говсєєв. Bettbehandlung (Лічення в постелі) і його значіння при курованні психічних слабих.

Куровання психічних слабих не повинно одріжнати ся принципіально од куровання інших слабих. Через те навіть не можна тримати ся принципа laisser faire до неспокойних слабих через те, що в ізоляторах такий слабий швидко переходить од вищих форм психічної реакції до нижчих, рве на собі тіло, волосся, розмазує свої екскременти, а тим більш не можна заживати репресивних засобів, які шкодливо впливають на слабих і деморалізують прислугу. І того і другого можна уникнути, уживаючи куровання в постелі. Для сього треба мати обсервацийні кімнати, де не було нічого, що нагадує дим божевільних, а щоб се був звичайний терапевтичний виділ. Над усіма слабими повинен бути сталий догляд.

На постелях повинні лежати соматичні слабі, марантичні, паралітики, слабі на гострі психози, хроніки з рвучими симптомами. На цих всіх слабих пробування в постелі впливає дуже добре. З буйними слабими можна завжди справлять ся, поводячись тактовно, уживаючи гідротерапевтичних засобів, дубуазін, нарешті коли се все не помагає можна ужити ізоляції. Але потреба уживати сеї останньої так трапляється рідко, що автор за $1\frac{1}{2}$ року не користувався нею ні одного разу. Найкраще виявляється значіння куровати в постелі, коли порівняємо кількість еотворних ліків, яка уживалася в катеринославському психіатричному закладі раніш і тепер, коли слабих тримають в постелі.

Так снотворні уживалися на рік 2511 раз, а потім теж на рік 196 раз. Пробування в ліжку не веде за собою анемії, і його уживають тільки до визначеного часу, а потім переводять в пильний виділ. До того легше доглядати неспокійних слабих, вони не загидаються екскрементами (відходами), не може бути копрофагії (лайноїдства, калоглитання), менш розбитих і подертих річій. Нарешті се споводує моральний під'єм прислуги, бо зловжиток силою над слабими стає неможливим.

Говсеев. Засади питання догляду психічних слабих. Автор каже, що треба улаштувати три типи закладів. I. Шпиталь для усіх слабих, що потребують куровання і він поділяється на 1) обсерваційний виділ для куровання в ліжках (Bettbehandlung), 2) інфекційний і хірургічний виділ, 3) виділ для хронічних і слабих божевільних, 4) виділ для реконвалесцентів (одужуючих), куди можна прилучити салі, бібліотеку і т.и. II. Patronage familial — віддавання великої категорії хроніків в сім'ї селян, а в виключних випадках і міські сім'ї. III. Приют — asylum куди треба поміщати слабих, яких не треба курувати в шпиталю, або яких не можна помістити в Patronage familial.

Суханов. Про клінічні особливості деяких періодичних та ремітуючих форм острої аменції.

Муратов. Diplegia spastica congenita, як клінічна форма. 1) Diplegia cerebrialis означає тільки анатомофізіологічну діагностику в розумінню двобічного руйнування центральних виїмок в обох півкулях. 2) Через Little-вську хворобу треба розуміти тільки прирощенні форми двобічного параліча — diplegia spastica congenita. 3) Клінічна картина Little-вської хвороби — при сталості загальних характеристичних ознак і загальної локалізації — має різні одміни, що залежать од великості і серйозності руйнування. 4) Сі умовини з'ясовують як розміщення паралічних з'явищ у вигляді diplegia cum hemiplegia cerebri, hemiplegia cerebrialis duplex, так і розлад психічної сфери, значить сим визначають прогноз. 5) Диференціальна діагностика від набутої форми засаджується на анамнезі і регресивності течії хвороби. 6) Трудні і несправедливі родини складають характерну анамнестичну ознаку: що до етіології, то не доведено, чи вони суть першим причинним моментом, чи виявленням конституційного ослаблення матерії і плоду (сіфіліс Fournier). 7) Спадчинні родини диплегії не виділено досить, як визначену носологічну одиницю. З клінічного боку вони характеризують ся початком по народженню, поступовою течією, збереженням психіки. 8) Патологофізіологічна характеристика Little-вської хвороби складається з при-

марного (первісного) руйнування центральних виїмок в обох півкулях (походження з кров'яних жил — жовте м'якшання і вилиття крові) і з секундарного (вторичного) переродження як спінального (стрижевого), так і церебрального (мозкового). 9) Поменшена рухливість і параліч складають з себе симптоми переродження пірамідалної путі і послідуєчої гіпертонії клітин переднього рога. 10) Дефекти психічної сфери залежать від великості примарного руйнування і широкости перероджень в мозку. 11) Силомічні рухи і епілентичні припадки не завжди трапляються при Little-вській хворобі. 12) Куровання Little-вської хвороби можливо тільки в самих сприяючих випадках, зводиться воно до ортопедичних та виховуючих засобів.

А. Ковалевський. Два випадки розладу нервової системи у покусаних скаженою собакою після куровання щепінням після Pasteur'a. Автор наводить два випадки, де після інекції розвилися картини мієліта, менінгомієліта і гніздове ослаблення мозку голови. Кінчилась хвороба в обох випадках видужанням.

Чиж. Кататонія. Автор доглядав 15 чоловіків і 4 дівчини. 1) Кататонія є хвороба мозку голови, що розвивається від 16 до 24 літ. 2) Патологічної спадчинності у кататоніків нема. 3) Кататонія розвивається без усякої причини; в деяких випадках в анамнезі можна найти переляк. 4) Кататонія є хвороба волі; течія думок, настроїв, рухи кататоніка залежать не від волі, а від імпульсів. 5) Нема галюцинацій, ідей маячливих, маніакального стану, вища і меланхолії, слабі визнають свою хворобу. 6) Кататонічний симптомокомплекс особливо що до рухів постережено і при інших психічних хворобах. 7) Цілковитого видужання від кататонії не буває. 8) Курувати кататоніків найтрудніше; різні narcotica на їх впливають дуже мало.

Гейденберг. До статистики та етіології прогресивного параліча божевільних. 1) Ослаблення на параліч дуже побільшується серед жінок. 2) Відносини жінок до чоловіків 4—(5): 10 в Таврії. 3) Параліч тепер розповсюджується і серед селян. 4) Причини: сіфіліс, пияцтво, спадчинність, моральне нещастя, траума. 5) Сіфіліс не складає з себе однієї причини параліча. 6) Етіологія параліча залежить від різних умовин індивідуальних, расових, національних.

Країнський. До патології епілепсії. Автор зводить хворобу на періодичне утворення в організмі карбаміновокислого аміака, який споводує епілентичний припадок; їм розкладається на мо-

чевину і воду, послі чого організм стає дужим, аж поки знову не зробить ся переміна в течії реакцій нормальної міни матерій.

Токарьський. Куровання пияцтва гіпнотизуванням. Автор оповіщає, що він дістав дуже добрі наслідки при курованню пияниць гіпнотизуванням; при цьому він уживав часами стріхнін і опій.

Могутковський. До сімptomатології Parkinson'ової хвороби.

Коли слабого примусити зморщити лоб, то потім він його не має змоги одразу розправити і держить секунд 40—60 зморщеним.

Штейнберг. Про потребу узнання психічної хвороби за причину шлюбної розлуки.

Шулянський. Про куровання інекціями стріхніна психічних хвороб, що мають в анамнезі алкоголізм.

Автор бачив користь від стріхніна не тільки у слабих, де алкоголізм був причинним моментом хвороби, але і там де він мав другорядне значіння в етіології.

Шулянський. Про куровання *gl. thyreoid* і *thyreoidi*-ном хронічних психозів. Не дістав добрих наслідків з своїх досвідів над курованням хронічних божевільних. З 15 слабих видужав тільки один і то автор не вважає його видужання сталим.

Секція хірургії.

Фалькенберг. До хірургії черепа (лобини) і мозку голови. Трепанувати треба при некрозі кісток, при розвитку мізкових з'явиск послі хронічних і брудових заслаблень середнього уха, при переломах черепа, злучених з роздертем шкіри, при опухах в голові, коли відома локалізація їх.

Бобров. *Appendicitis* і куровання його. В етіології запалення *prosc. vermicularis* мають значіння аномалії положення і будови його, теж і моменти, що спрощують стази крові і катаральне становище слизової плівки (оболони слизної, слизниць). Куровання тіповою ресекцією.

Красінцев. До питання про операційне куровання запалення *prosc. vermicularis*.

Сініцин. Про літотомію.

Волкович. Про костнопластичні дісципліні ступні і голеноступневого суглоба з демонстрацією гіпсових моделей оперованих ступень. Про куровання емпієми робили доклад: Козловський, Краснов, Бочаров, Воблій.

Сапєжко. *Exarticulatio humeri cum scapula*. — *Amputatio interscapulothoracica*.

Сапєжко. Спосіб утворення піднебіння (підніб'я) послі ресекції *maxillae super*.

Лисенков. Радикальна операція гриж мозкових.

Зененко. Умовини раціонального метода операції при вроджених грижах мозкових *os. sacr*.

Доброхотов. До куровання стріктур уретри (з'уження цівки мочевої). Найкраще розширювати стріктури тонкими сталевими бужами; се не має в собі нічого небезпечного, коли не форсувати. Ужиток бужів робить лишнім уретротомію, аспірацію мочі і цункцію *v. urinae*.

Биховський. До казуістики актіномікоза. Автор радить уживати при актіномікозі операцію, бо на підставі статистичних дат при ужитку операції видужало 51%, умерло 29%, а без операції видужало 13%, умерло 41%.

Краснобаєв. Куровання актіномікоза. І. К. бачив наслідки добрі од ужитку.

Богаєвський. До казуістики куровання туберкульоза *peritonei* (очеревної) і кишок через ляпаротомію.

Ляпаротомія може споводувати видужання, в інших випадках здоров'я їх тільки покращало. Ляпаротомія при ужитку відповідних засобів цілком не має в собі нічого небезпечного.

Сапєжко. Бокаловидна ресекція туберкульозних суглобів.

Ващенко. До питання про ресекцію коліна і тазобедременного суглоба (лоханно-стегнового суглоба).

Зільберштейн. Про куровання туберкульозних суглобів.

Сегал. Про куровання карбункула (чорносніти).

Блянк. Про організацію куровання зубів у школах.

Розенблят. *Muco-fibro-chondro-endothelio adeno-carcinoma telangiectodes colli*.

Розенблят. До казуістики сторонніх річій в *v. urinae*, автор витягав багато раз з пузира (міхури мочевого) одної жінки шматки печінки, мускулів, селезінки, пирок, шкіри, яєць і інші частини птиць, які попали туди для онаніровання. Слабувала пацієнтка на *grande histerie* і, коли робив ся приступ хвороби, вона собі запихала несвідомо усе се в пузир.

Волкович. Про куровання переламаних кісток картоногіпсовими повязками.

Волкович. Про апарати для куровання переломів бедра і хребта тазобедременного суглоба (лоханно-стегнового суглоба). Апарати і повязки автора дешеві, легкі і їх можна улаштувати при самій бідній практиці.

Янченко. Про куровання переломів.

Сапежко. Курація lupus'a. Автор радить уживати ножа замість caustic, електроліза, випікання залізом.

Козловський. Радикальна операція hern. lumbal. після Kocher'a. Автор вважає спосіб Kocher'a найлучшим при курованню hern. lumbal.

Жирмунський. До казуїстики ехінококка.

Богаєвський. 41 випадок ехінококка в кременчуцькому земському шпиталю.

Родзевич. До казуїстики ехінококка.

Кроненберг. До казуїстики ехінококка.

Кісельов. До хірургічного куровання струми (вола або гуші). Хірургічним способом можна курувати зуб. В Росії зуб (вола або гуша) менше шкодливий, як у прочій Європі.

Козловський. До казуїстики трепанації черепа (лобини). Фалькенберг демонстрував слабого з гризою (грузлом) мозка послі трепанації черепа.

Секція акушерства і гінекології.

Богаєвський. Короткий відчит 150 ляпаротомій з кременчуцького земського шпиталю.

Автору довелося працювати при несприятливих умовах в земстві, але наслідки операцій у його вдовольнячі.

Отт. Про куровання фіброміом ураза (матки, матеріці) через цілковиту екстірпацію. Автор оперуючи своїм способом надвагівальної ампутації фіброматознопереродженого ураза мав тільки 4.3% смертей.

Міронов. Ляпаротомія і оперування через вагіну. Автор каже, що завжди безпечніше при усіх операціях розтинати черевину через вагіну (піхву маточну), а не через стінку живота.

Яровий. Дзеркало для вагіни у вигляді ложки, з підємником, що сам тримається.

Букоемський. Про наркотізацію при родинах. Автор рекомендує при злогах уживати анестетичні засоби, між ними він вказує на етер і хлороформ, теж на гіпноотизм.

Секція хвороб на очі.

Шимановський. До питання про гігрожденні кісти нижньої повії з microphthalmus'ом. Після Mitvalsk'ого кіста така є зморщкова ретіни (с'гчанки), яка в період утворення другого пухиря ока не завернулася шаром паличок до пігментового шара, а виперлася через зародкову щільну в клітчатку, що оточує око і ростючи укупі з нижньою повікою, витягнулася вперед; через се шар паличок

в кістці повинен дивитися в середину, або інакше внутрішня плівка кісти є ретіною з заворотним розположенням шарів, 2) тіч в середині кісти є серозна (сироватна) тіч, що міститься в оці меж пігментовим епітелієм (барвинною наболонню) і самою ретіною. Хвороба ся трапляється дуже не часто, можна сказати: один раз на 40000 пших хвороб ока. Такі слабкі мають повіку, що оддувається вперед, шкіра на них не спухла, рухома, через неї просвічує синій колір, щільна ока зрушена з місця в гору, нижня повіка трохи вивернена, верхня завернена, нижня повіка м'ягка, еластична, з виразною флюктуацією, в глибині кон'юнктивального (спійничного) мішка видно маленьке око, а часто його можна тільки намацати. Автору поталанило оперувати дві такі кісти. Розтята була кіста і око відразу і зондом була досліджена середина ока через кісту. Око було в одному з випадків опухле, мало виоперек один сантиметр і здавалось цілком розвиненим; опріч своєї великості, воно було злучено з кістою коротенькою, порожньою шийкою, що починалася зараз під n. opt., кіста була завбільшки, як голубине яйце. Око в середині було виповнене кристаликом. Препарат ока був покладений в целлоїдін і розрізаний в площі, паралельних поземому мерідіану ока. Стінка кісти складалася з двох шарів. Зверхній шар був з зеднаючої тканини (лучноткани), тут видно розрізані нерви і кров'яні жили і вже на око видно звязок склери (твердиці) ока з снм шаром кісти. Внутрішній шар має безліч зморщок, гребнів, наростів, що обернуті в середину кісти, теж сей шар робить усілякі завороти в зверхній шар. Вона є продовженням ретіни і виявляє з себе тогліоматозні маси, які особливо розвинені коло шийки кісти, то циліндричний епітелій, то звичайну ретіну тільки з заворотним розположенням шарів. В самому оці є всі складовини. Arlt вважає причиною утворення кісти внутрішнє давление ока; Kundrat причинним моментом вважає пору розвитку; Mitvalski каже, що кіста випірає через незначнену щільну ока од побільшеного давления і відносить її до ретенційних кіст. Знайдені з'явиска запалення і шрами з погляду автора вказують на існування запалення в пору розвитку верхніх щелепів (щок горішньої) і заростання зародкової щільни в n. opt., запалення, яке споводувало шрами, а вже останні вивернули ту частину секундарного пухиря коло n. opt., що з неї утворюється ретіна. А позаяк ся частина пухиря тільки є внизу, то і кіста утворюється тільки внизу і захоплюється при рості щелепів вперед тільки нижньою повікою.

Хвалинський. До питання про тонометрію ока. Давлення в нормальному оці хитається од 23—26 mm. Hg. Найчастіше трапляється 25 mm. нижня границя 20 mm. верхня 24 mm, воно в обох очах здебільшого однакове, різниця трапляється од 0.5 mm. до 1.5 mm. Зрост не впливає на його, теж і аномалії рефракції ($H^{1/4}$, $H^{1/5}$, $M^{1/5}$, $M^{1/2}$); иньшим разом ті самі очі дають різницю од 1—5 mm. Hg. В двох випадках тонометрія допомогла поставити діагноз. 1) Слабий В. 70 років мав $Vod = \frac{20}{10}$, $Vos \frac{20}{200}$. Поле зору з'ужене з внутрішнього боку, тут же білий сосок. Пальпация не виявила побільшеного тиснення. Суб'єктивно ніщо не вказувало на гл'явкому. Питання: чи се атрофія, чи гл'явкома? Тонотетрія дала в правому оці 41 mm. Hg., в лівому 49 mm. Hg. Пілокарпін поправив зір, в правому оці після того стало до $\frac{20}{20}$. 2) Слабий Ж. 75 р. вступив в клініку з катарактою на лівому оці. Після екстракції катаракти зір не поліпшився. Око було прозоре, тільки було видно екскавацію і атрофію п. opt. таким способом можна було думати про гл'явкому. Пальпация нічого не дала. Через рік слабий вступив знов в клініку з *catarracta incipiens* правого ока. $Vod = \frac{20}{200}$. Давлення було в правому оці 38 mm. Hg., в лівому 49 mm. Hg. Автор навів чотири історії хвороби, де паралельно з становищем ока визначено скалю тиснення. Тут в течії гл'явкоми тиснення дуже хитається; хитання менші при *glaucoma simpl.*, аніж при *gl. inflammator.*, а особливо *gl. acutum*. Разом з зменшенням тиснення зір ліпшає: при 65 mm. Hg. — $\frac{5}{200}$, при 23 mm. — $\frac{20}{100}$. Око мутніє і просвітлюється пропорційно підвищенню і зменшенню тиснення. В сих історіях видно, як впливає на тиснення озерін, пілокарпін і операція. Езерін впливає найкраще при гострій гл'явкомі, при *gl. simpl.* гірше. Склеротомія тільки трохи зменшає тиснення, ірідентомія (секундарна) зменшає до норми.

Піунов. Субкон'юнктивальні інекції $HgCl_2$ при низькоокості (міопії, короткозорості). Інекції ужито було при різних ступенях низькоокості (200 випадків), отриманих з переминами в середині ока, з'являючись дратування *choroideae et retinae* (судиниці і сітчанки), теж з астенопією і зменшенням швидкоти зору. $HgCl_2$ розпускала ся 1:2000; інекцій уживало ся од 2 до 10, кількість $HgCl_2$ од 2 до 5 крапель. Потім уживалось вохке тепло, легкий масаж і легка марлева пов'язка на кілька годин. Мускульна астенопія після інекцій швидко зникала, з'являлись дратування хороїдеї і ретини зникали, фотопсія і ентоптичні з'являща, які залежали од згаданих з'являщ дратування пропадали. Свіжі

глибокі запалення на дні ока, що залежали од розтягання ретини, а теж кровотоки зникали. Швидкота зору, що зменшилась од перемини внутрішніх складовин ока, підвищувалась, процеси в оці од інекцій ніколи не гіршали. Прогресивна низькоокість спинається. Аби не було рецидивів дратування хороїдеї і ретини інекції треба знов робити через 6—8 місяців. Чим дужча реакція після інекції і чим вона триваліше держиться, тим наслідки кращі. Се усе примушує пропонувати курацію $HgCl_2$ (хльораком ртутним).

Крайський. До питання про кування глибоких заслаблень ока субкон'юнктивальними інекціями $HgCl_2$. При глибоких заслабленнях ока антисептична сила $HgCl_2$ не має значіння, а тут Hg побільшує міну матерій і одтягує *ad peripheriam*. При небрудових заслабленнях хороїдеї і ретини $HgCl_2$ впливає краще від усіх иньших ліків. При симпатичній офтальмії впливає часово. При куванні брудових заслаблень внутрішніх складовин ока помагає трохи. При небрудових запаленнях *corneae* (роговатки) $HgCl_2$ заживати нема на що. Позаяк головне діланне належить ртуті Hg, а $HgCl_2$ навіть розпущений 1:2000 дратує тканини, то для інекцій треба уживати другу сіль Hg, що її можна було б багато одразу інекціувати в око.

Евменієв. Вплив неврожаїв рр. 1891—1892-го на хвороби очей в Острогожському повіті (Воронеж. губ.).

Шкодливий вплив неврожаїв виявив ся в некротичному заслабленню *corneae* (роговатки) у виенажених од недостачі їжі. Некротичний процес, почавшись острою плямою на *cornea*, швидко розпливав ся на периферію, і кінчав ся в 4—6 день омертвінням більшої частини *corneae*, а часом паноптальмітом. Терапія не могла спинити процесу. % сліпих через сю хворобу на амбулаторіях з 24% підвищив ся до 31%, між ними були сліпі, що їм допомогти не можна було жадним способом. В диспутах з сього поводу др. Тезяков сказав, що в Херсонщині, коли приходять багато людей на заробітки і ціна на робучі руки низька, слабих на курячу сліпоту буває 20%—30% усіх слабих на очі, через се % хвороб на очі може бути показником заможности.

Шимановський. Про вилушення слезового мішка. Автор радить вирізувати мішок через те, що звичайне кування дакріотетита тягнеть ся довго і часто не дає наслідків. Уживаючи свого засобу вилушення, автор дістав добрі наслідки.

Попов. Ужиток іхтіола при атрофії п. optici. Автор бачив при ужитку іхтіола при заслабленню дна ока теж при атрофії *nervi optici* (нерва зірного) підвищення швидкоти зору і затримання процесу *in statu quo*.

Волков. Визволення зінки (зрячки) при *synechiae posteriores-corelysis*. Автор радить уживати при деяких *synechiae posteriores* розривання дісцііонною голкою. Але з дебатів стало ясным, що операція ся небезпечна і не досягає мети.

Волков. До питання про ентоптичні з'явища. Опріч звичайних ентоптичних з'явищ, коли дивити ся у просторінь, не фіксуючи очей на якому небудь пункті і цілком розслабивши аккомодацию, можна побачити круглу туманну пляму, схожу на хмару з пороку, що не має виразних меж. Діаметр (промір) плями сантیم. 40—50, віддаль од ока метрів 12. В середині сеї плями видно прозорий кружечок, але з більш виразними межами. По усї плями з центра проходять темні, зігнуті пасма, дуже подібні до кров'яних жил *purillae n. optici i retinae*. Усе се нагадує *puril. n. opt.* разом з кров'яними жилами *retinae*. Коли зачинити очі рукою і трохи надушити на них, або, й цілком не надавлюючи, дивити ся в цілком темну, зачинену руками просторонь, то можна побачити ясну пляму, дуже схожу на те світло, що утворюєть ся в оці при електризації голови гальванічним током. Потім з'являєть ся кружечок з доволі ясними межами сірого кольору, з трохи примітним червоним відтінком. Кружечок сей оточено темним тлом, що на йому видно темні, тонкі, звернені пасма, що переходять на кружечок і там перехрещують ся. Значить і тут видно пляму, яка схожа з *puril. n. opt.* і кров'яними жилами *retinae*.

Волков. Зонд *à demeure* з олова при курованню *canal. naso-lacrimalis*.

Коган. До операції завернутої повіки. Автор рекомендує свій засоб, який йому все давав гарні наслідки.

Секція дерматологічна і венеричних хороб.

Тарновський. Серотерапія сифіліса. Серотерапію при сифілісі доси було ужито так: інєцировано було сифілітикам сироватку ягняти, теляти, собаки; інєцирована сироватка слабих з гумозного і секундарного періода, теж од дітей, що дістали сифіліс у спадщину; інєцировано сироватку тварий, що їм попереду прищиплював ся сифіліс сироваткою слабих первісного або секундарного періода, теж брудом різних сифілістичних болячок. Але усї сі змагання не дали позитивних наслідків. Хоч твердо встановлено факт, що нема тварий, на яких, прищипивши сифіліс, сей процес розвивав ся б, але усе таки у лошат послї прищепки сифіліса в різних органах можна констатувати переміни схожі з сифілістичними перемінами у людей. Се дає надію скористувати ся лошатами в серотерапії

сифіліса. Маючи згадані в горі спостереження в лабораторії автора прищиплено було багато раз тром лошатам сифіліс і з їх випущено було крові на сироватку.

Але інєкція такої сироватки цілком не виявила вплива на сифіліс. Через се автор, думаючи, що меркурій впливає не руйнуванням або нейтралізацією сифілістичної отрути, а підбудженням відпору слабого організма, зробив переміну в способах досягнення антітоксичної сироватки. Він вводив в кров тварям меркурій (ртуть), які до визначеного ступня реагують на щепіння сифіліса і сим сподіваєть ся зробити їх сироватку (сировать) більш впливовою на сифіліс людини. Але наслідків сього способу він не опублікував, обіцяючи зробити се дуже незабаром.

Лурве. Вплив інєкцій кров'яної сироватки (сировати) коней на склад крові у людей. Автор не бачив жадного позитивного впливу сироватки у людей.

Нікольський. Випадок тяжкого гальопуючого сифіліса з довгою пропасницею.

Миронович. Виділення меркурія потом. Меркурій виділяєть ся потом, хоч деякі автори не згоджують ся з сим, виділяєть ся він далеко енергичнійше, аніж то думали ранійш.

Нікольський. До питання про боротьбу з сифілісом в Росії. Автор радить, аби боротьба з сифілісом провадила ся з більшим успіхом, то треба, щоб земства мали теж спеціалістів сифілідольогів.

Семьонов. До патології мультіплікарної пігментної ідіопатичної саркоми шкіри.

Манассін. До питання про діткливість шкіри. Через живу шкіру без виразок при звичайних засобах фрікцій масти не проходять. Масть при звичайних засобах фрікцій входить на ріжну глибину в волосяні мішечки.

Петерсен. Про сифілістичні заслаблення горла. Треба сифілідольогам збирати систематичну статистику сифілістичних заслаблень горла, бо сучасна не дає певних дат. *Erythema syphiliticum laryngis* не єсть специфічне з'явище, бо вона однаково часто трапляєть ся при *syphilis recens* і *s. recidiva*. Папули *laryngis* при рецидивах трапляють ся 4 рази частійше, аніж при свіжому сифілісі.

Ліндстрем. До питання про *molluscum contagiosum*. Автор говорить про випадок *molluscum contagiosum*, що йому трапив ся, і схиляєть ся до тих, що визнають паразитарне походження сеї хороби.

Нікольський. Pemphigus foliaceus Cazenavi.

Течію хвороби треба уявити собі так: зпочатку слабшає зв'язок між роговим і зернистим шаром шкіри, яке є наслідком трофічного розладу у всій шкірі. Поки це ослаблення не велике, на шкірі може не бути ніяких перемін, коли-ж воно більшає, то вже звичайне надутинне споводує одділення рогового шара і невелика кількість лімфи підіймає епідерміс у вигляді пухиря. Далі прилучаються секундарні переміни: шкаралупки, луска, шматочки рогового шара. Значить осередком ваги при сій хворобі є одділення рогового шара, а не утворення пухирів, через те хворобу треба називати *Veratolysis universalis*.

Миронівч. Інєкції меркурія при куруванню сірчаними купелями в Пятигорскі. Автор каже, що інєкції меркурія під шкіру особливо помагають при куруванню сірчаними купелями.

Кудіш. Виділення меркурія мочою при введенні її в вени. Меркурій виділяється при введенні в вени скоріше, як при решті методів.

Коппель. Росповсюдження лепри і боротьба з нею в Прибалтійському краю. В Прибалтійському краю багато є лепрозних, для боротьби з хворобою улаштовано коло Дорната лепрозерию на 20 ліжок.

Нікольський. Трофічні виразки шкіри при заслабленню caudae equinae. Діагностується хвороба на підставі параліча і пареза чутливості (вразливості) в місцях, що інervують ся з plex. sacralis. Хвороба у дівчини 24 років, почалась 13 років назад. Виразки на п'ятах, голінях, бедрах не являють ся, утворюють ся з пухиря і загоюють ся з утворенням значного рогового шара.

Ліндстрем. До патологічної анатомії склеродермії. З початку хвороби у пацієнтки 42 р. на обох ступнях почало дуже свербіти і мокріти, потім почало твердішати на лівій нозі, а далі на правій, потім хвороба заняла ноги, нижню частину живота і т. н. У слабій свербить і терить шкіра, болить спина. Рефлекси підвишені. Нема тактильного почування на ступнях і в середині третини голені, почування тепла дуже підвищено на склеродермичних місцях, на усьому лівому боці тіла зменшена електрошкіряна і електроболева чутливість. При мікроскопічному дослідженню вирізано шматки шкіри: роговий шар не товстий, зернистий і мальпігієвий шари мало примітні, міжесочкового продовження епітелія майже не примітно. Сосочки мало виступають, а то їх і зовсім не видно. Волокна з'єднуючої ткани соції товсті; скрізь примітно натови молодих клітинних елементів круглої і веретенча-

тої форми. Стінки артерій і вен товстіші, як при нормі, од розростання тканевих елементів, часто вони заперті од розростання ендотелія. При дослідженню еластичности ткани після Taeuzer-Unn'a стало видно, що з початку склеродермії утворюється багато еластичних елементів, хоч в других місцях вони щезають. Ся хвороба єсть ангіоневроз.

Боровський. Статистика сифіліса і венеричних хвороб в війську кївської військової округи з 1889 по 1893 р. В кївському окрузі хорувало на сї хвороби більш 125 солдат, і на тисячу припадало 35 сифілітків і венериків.

Секція гігієни і судової медицини.

Шперлінг. Популяризація щепіння віспи. Автор каже, що для популяризації щепіння віспи треба навчити священників, учителів, учеників в школах щепінню. Теж при шпиталях відкрити курси і улаштувати телятник.

Чи ж. Піддання гадки і злочинство. Злочинство не можливе під впливом піддання гадки для дужих психічно. Теоретично треба допустити можливість злочинства під впливом піддання гадки для деяких слабих. Але на суді не треба виставляти злочинства, як наслідки піддання гадки, треба тільки довести на суді, що даний суб'єкт не зовсім нормальний, тоді буде однаково для суда, під якими впливами зроблено злочинство, бо легке піддання гадки легко сімулювати на суді і се може дати можливість різним шантажистам користувати ся сям, як доказом своєї невинности.

Соколовський. Лікарі вільні практики ex officio в ролі судових лікарів. Треба кого небудь з лікарів — практиків вибирати за помічника повітового лікаря, визначивши їм удержання. За кожде оглядання лікарів платити, чого нема тепер.

Белоусов. Переміни хемічного складу ґрунта; угноєного мійським сміттям, під впливом культур і різних натуральних факторів. Кількість органічних матерій швидко росте і залежить од кількості і властивості сміття. Але у Тулі, не вважаючи на множество сміття, що вивозилось на асанізаційні поля (2500 бочок на десятину), кількість органічних матерій не досягала того ступеня, який було знайдено для різних иньших міст. Органічні матерії швидко на полях розкладають ся і розклад сей має характер скиснення. Показником розкладу углевих складовин є хутке наростання углекислих солей. Показником розкладу азотних складовин є зменшення загальної кількості азота, бо аналізом не знаходяться азотні продукти розкладу; вони певно вимиваються во-

дою. Розклад органічних матерій переважно утворюється під впливом натуральних чинників: повітря, тепла, мікроорганізмів і т. п., культивування рослин сприяє розкладу, але не відіграє у цьому процесі важкої ролі. Швидкий розклад можна з'ясувати тим, що мійське сміття уже значно розложило ся, поки ще навіть не попало в ґрунт. Розклад буває цілковитий до $\text{CO}_2, \text{H}_2\text{O}$, перемезних продуктів дуже мало. Дуже сприяє розкладу оранка поля (аерация), на один шматок випускало ся умисно дуже багато сміття, але аналіз не виявив присутності великої кількості органічних матерій, бо сей кавалок часто орал.

Белоусов. Схема різних засобів каналізацій для невеликих міст. При сучасних економічних обставинах каналізацію не має змоги запровадити більшість російських міст і містечок. Для оздоровлення таких міст потрібно знищити помийні і вигребні ями (смітники) і замінити їх підземними збірниками (приємник). Бочечна система і система сухої асепізації найбільш придатні для таких невеликих міст, бо рідко сміття можна спускати тут же в оселі на городи (на чоловіка потрібно од 20—80 саж. кв.) Тверді лишки легко вивозити, коли їх одділено вже од рідких. Часте орання найкраще мінералізує органічні лишки.

Фадєєв. Каналізація Київа.

Воскресенський. Асепізація і каналізація Київа.

Розанов. Каналізація Ялти.

Прожийко. Щепіння віспи в Київський губ. за 10 років.

Сервічковський. Бажані переміни в становищі судово-медичної справи.

Беллін. Принесення людей в жертву у Вотяків. Вотяки обвинувачували ся у тому, що вони убили одного жебрака і тельбухи (генеса) його спалили перед своїми богами. Але досліді автора довели, що тельбухи з трупа було виїнято кілька тижнів послі того, як у жебрака відтято було голову. Значить, се не було ритуальним душегубством, бо Вотякам потрібні тільки свіжі тельбухи. А характерні для жертвоприношення Вотяцьких розрізи було зроблено умисно, аби обвинуватити нещасних Вотяків.

Беллін. Будова Vaginae і hyumen'a в їх безпосередньому взаємному звязку.

Сервічковський. Про хиби судово-медичної експертизи.

Беллін. Про розширення програми судової медицини на правничих виділах.

Колесніков. Глухонімота з судово-медичного погляду.

Секція суспільної медицини.

Левицький. Неземська медицина. Неземська медицина не задовольняє потреб мешканців, через малу кількість лікарів (два на повіт). Дуже розвинений фельдшерізм. Опріч того нестача лікарів зменшує можливість допомагати людям. Напр. для боротьби з холерою лікарєви Шіперовичу було дано: Сублімата 30.0; карболового квасу 720.0; I-rae valerian. 8.0; Gutta Inosemcevi 20.0. Матеріальна незабезпеченість медичного персонала примушує його шукати інших джерел до зарібку. Урядова формалістика затрудняє штучно працю лікарів і взагалі гальмує справу. Доб є те в неземській медицині се існування невеликих шпиталів в кожному участку. Через се автор пропонує просити уряд о запровадження земства в неземських губерніях, а коли се неможливо, то прохати о побільшення лікарських пунктів, кількості ліків, удержання медичного персоналу. Теж треба улаштувати повітові медичні ради, що малиб право улаштовувати медичний уклад відповідно місцевим умовам, маючи на се визначені кошти. Прохати аби лікарі мали право голоса, при рішенню усіх питань, що стосують ся до здоровля суспільства.

Татаров. Селянська медицина в Подольській губ. з часу закону 24 квітня 1887 р. справа стоїть також погано, як і скрізь. Як і в попередньому відчиті, автор визнає потребу побільшення коштів на селянську медицину, побільшити персонал і передати кошти з губерньського розпорядительного комітета в врачебне відділення.

Омельяновський. Хиби неземської медицини. Автор констатує майже ті самі хиби і бажає тих самих перемін в організації, як і попередні два автори.

Гукович. Про організацію земських лікарських курсів у Москві. Аби задовольнити потребам земських лікарів, що їх командирують земства на практиці, треба організувати курси в Москві, бо петербургські не можуть задовольнити усіх потреб.

Жбанков. Деякі порівнючі дати про земську і неземську медицину.

Жбанков. Мета губерніяльних земських медично-статистичних відділів. Медично-статистичний відділ потрібен до дальшого розвитку земської лікарсько-санітарної справи в губернії. Мета відділу повинні бути у тому: організація санітарії, запровадження медично-статистичних праць і практичних санітарних заходів через особливих лікарів, а почасти і через участкових, провадження усіх земських лікарських справ, загальних для усієї губернії. Бюро повинно мати

досить коштів. Інститут санітарних лікарів повинен скласти неминуче продовження діяльності бюро.

Рашкович. До питання про догляд над підкинутими дітьми. В приютах смертність дітей була раніш 100%—75%. Тепер хитається од 51·7% до 13·8 (у Петербурзі). Закони, що відносять ся до догляду підкинутих дітей потребують багато перемін. Далі автор застановлюється на різних засобах, що ними можна поліпшити долю підкинутих дітей.

Горохов. До питання про сіфіліс. Аби боротьба з сіфілісом була успішна, потрібно зменшення радіуса лікарського участка. В земських шпиталях для сіфілітиків треба мати ізолювані помешкання. В селах постерігається побільшення кількості сіфілістичних сімей і окремих сіфілітиків. Стаціонарний устрій медицини з невеликими радіусами участків, є одною з перших умовин до систематичної терапії сіфіліса, до певної реєстрації сіфілітиків і до вивчення впливу сіфіліса на мешканців. Амбулаторний і госпітальний спосіб куровання не можуть дати наслідків без підвищення культури мешканців. Треба улаштувати систематичний лікарський догляд там, де існує натовп робочих. Рух сіфіліса по селах може бути з'ясований тільки посімейним записом, що довжить ся багато років.

Авсеев. Про санітарний догляд за початковими мійськими школами з боку товариства лікарів в Курску.

Санітарний догляд над початковими школами, в звязку з дослідженням учеників, повинно складати одну з головних мет лікарських товариств. Мети догляду: ізоляція слабих на інфекційні хвороби, усунення злих умовин шкільної обстанови, можливість медичної заповоги бідним недужим школярам. Дослідження фізичного розвою учеників і тих умовин, що перешкоджають йому. Таке дослідження почасти з'ясовує санітарні обставини усіх мешканців. Санітарний догляд зближає лікарів з школярами, робить у остатніх довіре до медицини, через се потім можливо буде здійснити у житю різні вимагання гігієни, яким тепер стоїть на перешкоді загальна темнота і ворогування до лікарів.

Яковенко. Про потребу поліпшення догляду за божевільними. В Росії божевільних 2—3 на 100. Закон примушує приймати в шпиталі усіх божевільних, але у земств на се не вистарчає коштів. Через се шпиталі повні хроніками, що їм навіть не дуже потрібен шпиталь, а острі слабії сидять часто по селах на ланцухах, бо їх прийняти у шпиталь через недостачу місця не можна. Через те

земства повинні статистикою допевнити ся, скільки між божевільними є таких, що їх дійсно треба курувати в шпиталях і улаштувати на ту кількість земські псіхіатричні заклади; слабих повинен приймати у заклад псіхіатр після власного вибору.

Хіжін. Сіфіліс серед селян. — Автор стоїть за те, що одним рациональним засобом довідати ся про кількість сіфілістиків є добротний огляд усіх мешканців. Головним джерелом сіфіліса суть селянські слабії в конділоматозному періоді, а не жовітри та захожі робітники. Головні засоби боротьби суть переміна умовин селянського життя і побуту і підвищення культури, популяризація наукових питань про сю хворобу. Запровадження стаціонарної системи куровання з побільшенням кількості лікарів і при них шпиталів з великими амбулаторіями. Радіус участка не повинен бути більше 15 верст. Запровадити при стаціонарних земських шпиталях відділ для сіфілістиків. За куровання сіфілістиків грошей не брати. До них слабих не уживати жадних репресій.

Долженков. Про видання Російського Епідеміологічного Листка. Аби з успіхом бороти ся з пошестями, аби концентрувати на потрібних місцях сили, потрібен напрямок руху і розповсюдження пошестей. Се досягається епідеміологічним листком, який повинен бути широко розповсюджений. Видання такого листка повинно взяти на себе товариство російських лікарів.

Дмитрієв. Платня за куровання тубольців і прийшлих. За куровання тубольців і прийшлих грошей брати не можна. Податки на медицину з селян, як самої біднійшої частини мешканців, треба скасувати. Не можна лишити куровання робітників на обовязку фабрикантів, маючи на увазі санітарні мети. Податки на шпиталі з прийшлих робітників дуже важкі для останніх і не вертають видатків на куровання. В курованню прийшлих повинні брати участь фабриканти, місцеві суспільні заклади і заклади тих міст (місць), звідки прийшов робітник. Опріч куровання прийшлих робітників їх родини потребують підтримки на випадок хвороби і смерти робітників. Аби досягнути сї мети, треба улаштувати: державну асекурацію робітників з участю уряду, земств, дум, фабрикантів, дідичів, підприємців і пньших підприємців, теж самих робітників. З цих капіталів вертались би кошти шпиталям і видавались би гроші слабим і їх сім'ям.

Корчак-Чепурковський. Ступінь придатности метричних дат про смертність до мет вивчення епідемій по селах Росії. Метричні записи, правильно ведені, могли б дати можливість вивчення течії пошестий на великих територіях. Вивчення епідемій по ме-

тричним записам допроваджує до встановлення для окремих пошестий специфічних властивостей в розкладі загальної смертності після місяців року, після віку вмерлих і т. н. а се дає можливість означити присутність і род пошести на підставі невеликої кількості елементів, що їх треба обробити. Ступінь певності записів не однаковий в різних частинах Росії. Певність ся виростає відповідно розширенню лікарської помочи селянам. Було б важко вияснити ступінь певності записів для різних районів (округів).

Лебедев. Губернське земство і його обовязки, що до улаштування земської медицини в повітах.

Яковлева. Доклад комісії для шкільної гігієни і розповсюдженню гігієнічного знання в народі. Автор перелічує брошури, які представлено в комісії і дає теми з гігієни на брошури, що їх треба ще написати для народа.

Тезяков. Про організацію лікарсько-годувальних пунктів для робітників хліборобів, що приходять на заробітки з чужих міст. Аби хоч трохи урегулювати положення робітників хліборобів, улаштовано року 1894 особливу комісію міністром внутрішніх справ, яка звертала увагу на економічний і санітарний бік питання. Для сього було командировано д. Пономарьова в південні губернії і між ними в Херсонську. Улаштування руху робітників хліборобів можна досягнути з погляду референта поліпшенням міст (місць), де наймають ся робітники і широкому оголошенню цін найма робіт. Першої мети можна досягнути: збудованням на містах (місцях) найма будівель з дахами, де могли б робітники знайти захист од негоди, дешеву їжу і добру воду, улаштування амбуляторий для слабих. Питання про рух робітників було зачіплено на V Пироговському з'їзді а теж на IX натуралістів і лікарів; на останньому було постановлено прохати статистичний відділ московського юридичного товариства розробити програму до дослідів руху робітницького. Така цікавість сям питанням досить зрозуміла, бо від його залежить доля мільонів. Теперішній з'їзд повинен постановити рішення сього питання, яке було б найпевнішою підставою для праць урядових комісій. Найкращим об'єктом до дослідів може бути харківська губернія, де робітницький рух самий інтензивний. Так 1886 року санітарна земська організація включила в програму своїх праць вивчення значіння мандрівців робітників в справі міського заслаблення, а 1887 року можна було виділити на підставі особливої реєстрації з загальної кількості слабих кількість хвороб заможних робочих. Далі було досліджено санітарне становище робітників по економіях і усіма сими засобами було констатовано, що заможні робітники слабують найбільш, рівня-

ючи до інших професіональних груп і виявилась потреба особливих засобів, аби запобігти розповсюдженню пошестий серед заможних робітників зглядно до особливостей їх побуту. Земство р. 1892 на підставі сих дослідів постановило: реєструвати робітників, улаштувати захисти, дешевих столових і неплатної медичної допомоги. За чотиролітнє існування таких пунктів в херсонській губ. систематично було зареєстровано 200.000 робітників, медичної допомоги уділено 20.000 і було видано 160.000 дешевих обідів. На деяких місцях найма робітників побудовано будинки до захисту робітників. Теж було з'ясовано умовини побуту сих мандрівців. Статистика ся показує, що 70% йде на заробітки пішки, з їх хіба $\frac{1}{4}$ має підводи, що на них їдуть пакунки і зовсім слабі робітники. Таким способом на дорогу тратить ся безліч часу, пересічно 10 днів на чоловіка. Іде на заробітки безчисленний пролетаріят. Доставши до місця найму робітник не може бути певним, що його зараз наймуть, бо в урожайні роки завжди робітників більше аніж звичайно. На заробітки усе більше тепер іде жінок — 26% та дитин, праця яких замінює працю дорослого чоловіка через те, що тепер скрізь понаставали усякі машини. Найбільше заможні робітники слабують на *thyph. abdominal* і *exantemat.*, дізентерію, грипп, на *f. intermit.*, сифіліс найбільш заразливих форм і так первісна виразка попадається в $\frac{1}{3}$ випадків. Більш хвороб легких, шлунків, аніж у сталих робітників, багато хвороб на очі. Взагалі навіть поки робітник дойде і найметь ся, то од одної дороги захорує 10%. Взагалі робітники руйнують своє здоров'я, виходячи на заробітки, псується моральне, опріч того шкодливо впливають на здоров'я тубольців Херсонщини, розповсюджуючи і між ними усякі хвороби. Організація догляду над робітниками в Херсонському земстві поліпшує умовини побуту робітників, бо дає спомогу їм мати добру дешеву їжу і медичну заповогу, з другого боку забезпечує тубольців од усяких пошестий. Взагалі ходить на південь на заробітки 3.000.000 людей, йдуть переважно з Курської, Орловської, Тульської, Рязанської, Нижегородської, Пензенської, Воронежської, Казанської, Сібірської, Харківської, Полтавської, Київської, Подольської, Волинської, Чернігівщини. Але не вважаючи на таку масу людей інші земства опріч Херсонського не організували систематичної заповоги робітникам. Після рахунку Крамаренка в південних губ., рівняючи до решти Росії на весну припадає дуже малий % родин, навіть по зменшенню відсотки його можна дізнати ся про розповсюдження виходу на заробітки. Нарешті треба звернути увагу на становище робітників по економіях, бо в законі не вказані обовязки хазяїнів, че-

рез се тільки деякі з них курують робітників, а то більшість лишає без усякої помочи. Вкінці автор звертає ся до з'їзду з проханням звернути увагу на робітниче питання півдня і постановити на оборону мільонів такі рішення. Треба аби суспільні і урядові заклади раз-у-раз досліджували умовини побуту робітників, що вийшли на заробітки. Скрізь треба улаштувати пункти до медичної заповіді і дешевого харчування. Прохати уряд про подішення переїздів для робітників на залізницях і пароходах і щоби в дорозі давалась їм за дармо добра вода; теж визнати великі хліборобські економії промисловими заводами і на підставі сього поставити їх під лікарсько-санітарний контроль.

Тезяков. Про забезпечення робітників-хліборобів од калічення хліборобськими машинами.

Останніми часами по економіях машини випирають людську працю. Але машини сї збудовано без самих примітивних апаратів, які забезпечали од небезпечних частин машини, через що а також через брак елементарної знаємости з улаштуванням машини, безліч робочих калічить ся машинами. Через те треба конче регіструвати таких калічених, треба щоб уряд доповнив закони про наймання сільських робітників таким способом, щоби можна було уживати тільки безпечні машини і аби покалічені не з своєї провини робітники мали право на пенсію од хазяїна.

Секція питань лікарського побуту фабричної, морської і т. н. медицини.

Еберман. Про запровадження міністерства народного здоровля.

Соколов. Чи має право лікар робити операцію дитині, не спитавшись батьків її.

Шінгарев. Про вільну практику на селах. Вільна практика на селі в деяких випадках виявилась можливою і вона розіветь ся і буде підтримувати земську медичну організацію. Вона може з успіхом розвинути ся, коли її будуть підтримувати селянські громади та земства.

Оксман. Про незаконне курвання.

Вакуловський. Про видання творів Пирогова і його біографії.

Вакуловський. Значіння просвіти для зменшення заслаблень і смертності.

Троїцький. Хиби російського санітарного законодавства.

Гуревич. Про незавидне становище лікаря.

Жбанков. Кілька слів про товариство до побільшення коштів жіночого медичного інституту.

Соломка. Кількість гриж в військах київської округи.

Соломка. Про штучні грижі у рекрутів.

Глоба пропонував замінити сучасну амуніцію салдатів на таку, яка б підлягала більш кольору місцевості і таким способом оборонювали од ворогів і уложену на тілі так, щоб центр ваги припадав на os sacrum (крижницю), ослобонивши груди.

Юркевич. Сточні води південного західного края. Санітарне становище сїл і місточок південно-західного края, дякуючи забрудненню води і повітря почасти самими мешканцями, а головним робом цукроварнями і горальними дуже погане. Потрібні переміни в російському законодавстві, деб точно було вказано на процентний склад течей, що їх можна випускати в річки, стави і т. н., за виконанням постанов закона мусить бути пильний догляд. Цукроварні і горальні не повинні випускати в воду своїх брудних течей.

Богословський. Про потребу перегляду закона про забезпечення медичної заповіді робітникам на фабриках і закона, що тикає увільнення слабих на заразливі хвороби з фабрик.

Долгополов. Умовини праці на цукрово-рафінадних заводах. Продукція цукру дуже небезпечна і підточує здоровля робітників, через що потрібно запровадити день праці в 8-м годин, що користно і для самих фабрикантів.

Фадієв. Про обеззараження фабричних відкидів полями орошення. Поля орошення для більшости фабрик єдиний можливий, дешевий а часто і користний засіб обеззараження.

Шперлінг. Про санітарні непорядки на фабриках. Фабрики дуже часто не виконують санітарних постанов уряду, через те треба для догляду за ними обрати особливий орган, бо фабричні інспектори не мають змоги за усім сим доглянути.

Погожев. Про порядок видачі дозволу на будовання промислових закладів. — Про переміну сучасного порядку видання суспільних постанов для фабрик, заводів та інших промислових закладів. — Про засоби до розвою фабрично-санітарної техніки в Росії.

Рутковський. Становище цукроварень в 5 повітах Подольської губ. р. 1894—95. Автор, фабричний інспектор, тенденційно описував становище робітників на цукроварнях дуже добрим, що йому було доведено в дебатах.

Божко-Божинський. Про карткову систему відpornости в залізнодорожній медицині.

Маявко. Нарис лікарської діяльности на залізницях.

Взагалі з'їзд був багатий на доклади наукового характера і питання суспільного значіння, на жаль за недостатчею місця ми не мали змоги подати зміст дебатів, які часто мали велику вартість.

