13.

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIII.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО і Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIII.

REDIGIRT VON

JOHANN VERCHRATSKYJ u. Dr. VLADIMIR LEVYĆKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1909.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

06 п30360/13

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛЇКАРСЬКОЇ СЕКЦИЇ

Наукового Товариства імени Шевченка.

ТОМ XIII.

ПІД РЕДАКЦИЄЮ

ІВАНА ВЕРХРАТСКОГО і Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SECTION

DER V̌EV̌CENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XIII.

REDIGIRT VON

JOHANN VERCHRATSKYJ u. Dr. VLADIMIR LEVYĆKYJ.

Бібліотека Наукового Товариства імени Шевченка

У ЛЬВОВІ, 1909.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імени Шевченка
під зарядом К. Беднарского.

ЗМІСТ.

	Стор.
1. *Володимир Кучер.* Основи електроніки . . .	1—68
2. *Др. Юліян Гірняк.* Замітки до рівнань моно- і бімолекулярної хемічної кінетики	1—29
3. *Др. Юліян Гірняк.* Вплив температури на скорість декількох хемічних реакций	1—19
4. *Іван Верхратский.* Виразня мінеральоґічна . .	1—64
5. Бібліоґрафія	1—37

INHALT.

	Seite
1. *Wladimir Kučer.* Die Grundlagen der Elektronik . .	1—68
2. *Dr. Julian Hirniak.* Bemerkungen zu den Gleichungen der mono- und bimolekularen chemischen Kinetik .	1—29
3. *Dr. Julian Hirniak.* Einfluss der Temperatur auf die Geschwindigkeit einiger chemischen Reaktionen . .	1—19
4. *Johann Werchratskij.* Mineralogische Nomenklatur . .	
5. Bibliographie	1—37

Основи електронїки.

написав

Володимир Кучер.

ЧАСТЬ І.

Електричні розрядженя в ґазах.

Вступ.

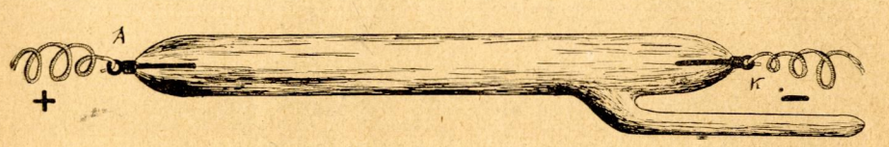
З елементарної науки електричности знаємо, що під зглядом ей проводу металї займають перше місце, значить ся, они розпроваджують добре енергію електричну. Мідяна штабка діткнена наелектризованою кулькою, електризує ся сейчас не лише в місци зіткненя кульки, але на цїлій своїй поверхні. Тому отже називаємо металї добрими провідниками електричности або кондукторами та послугуємось ними тодї, коли ходить о перенесене сеї енергії на дальший простір, пр. до практичного примінення.

Зовсїм противно поводять ся під тим зглядом ґази. О них можна би сказати, що се тїла, які майже зовсїм не розпроваджують електричности. Ся цїха ґазів має своє значіне так в практицї, як і в теорії. Наколиб пр. воздух розпроваджував так само добре електричність, як металї, тодї годїби подумати о якімсь нагромадженю електричности в більшій скількости на однім місци, а всякі уряджена електричні булиби безуспішними. З другої сторони не можна би науково слїдити сеї сили природи; в сім случаю потерпілаб теория електричности та не моглаби так розвинутись як в послїдних часах. Ґази ставляють розпроваджуваням електричности великий опір і тому є они добрими ізоляторами (дієлєктриками). Тому то потрібно нераз ужити високого потенциялу на електродах індуктора Румкорфа, щоби пробити зовсїм негрубу верству воздуха між елек-

тродами. Тодї іскра електрична розриває верству воздуха; се послїдне є явищем осциляційним і треває дуже коротко, бо ледви 10^{-5} *sec.* Се явище називаємо розрядженєм електричности в нормальнім станї воздуха, значить ся під 760 *mm* тисненя барометричного при $0^0 C$.

Явища в рурках Ґайслєра.

Зі зміною стану барометричного воздуха, як взагалї инших ґазів, зміняє ся і повисше згадана їх цїха, про що переконав ся перший раз фізик французький Gassiot в р. 1854. Опісля в р. 1858 проф. унів. в Bonni Plücker[1]) розвязав се явище дорогою чисто експериментальною. Він уживав до сего рурки скляної осмотрено-



фіґ. 1. до помпи

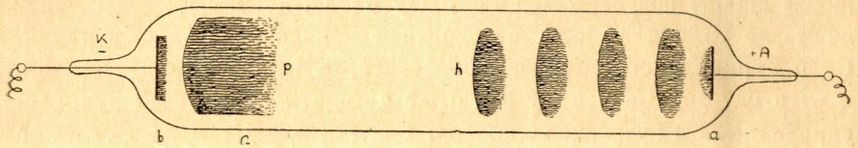
плятиновими електродами, які получив з індуктором Румкорфа. З початку мимо високого потенциялу не слїдувало ніяке виладованє електричне в рурцї. Коли однак розрідив воздух в рурцї до 45—50 *mm* тисненя, тодї виступило на обох електродах фіолєтове сьвітло, яке видовжалось щораз-більше, в міру сего, як щораз більше розріджував він воздух в рурцї. Коли тисненє воздуха обнизилось до 6·8 *mm*, тодї згадані сьвітла зближались до себе щораз то більше, аж вкінци утворилось ясне фіолєтове сьвітляне пасмо, яке тяглось від одної електроди до другої. З розрідженєм воздуха до 5—1 *mm*, пасмо се зачало розширяти ся на боки і виповняти весь простір рурки. Таких рурок скляних з розрідженими ґазами доставляв Plücker-ови скляр з Bonn Ґайслєр (Geissler) і відси походить назва „рурки Ґайслєра“. Послїдний надавав руркам своїм для окраси нераз дуже фантастичні види.

Явища в ґайслєрівських рурках мають своє значінє в розвою оптики, а іменно в спектральній аналїзї. Ґази як водень, кисень, хльор, гель і т. н. впроваджені в такі рурки, значить ся під тисненєм 3—1 *mm* сьвітять, кождий собі властивою краскою. В сей спосіб можна розслїдити спектроскопом дуговину ґазу і пізнати єго цїхи.

[1]) Plücker, Pogg. Ann. 1859 p. 77. 1862 p. 45; Hittorf. Pogg. A. 1869 p. 8.

Розрядженє електричне в дуже розріджених ґазах[1]).

Коли тисненє в рурцї зійде до 1 *mm*, тодї побачимо зовсїм инший образ як передше. Від аноди *A* розходять ся червонаво сьві-



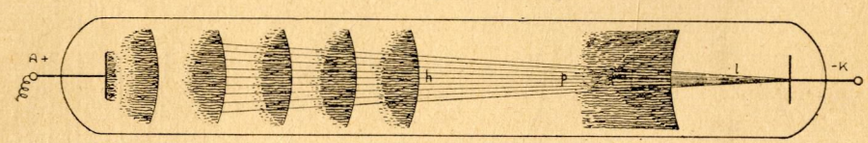
фіґ. 2.

тячі верстви, попереділювані між собою темними пасками; від скла рурки відділяє їх темний пояс на 1 *mm* широкий. Се сьвітляне явище називають „сьвітлом додатним“. По нїм слїдує темний простір *p h*, так званий „темний простір Faraday'a. Катода покриває ся тонкою жовтою сьвітячою верствою *b*. За сим слїдує „темний простір катодовий“, а опісля сьвітло фіолєтове *G*, зване „сьвітлом відємним“ (сяєво).

Наколиб рурка не була виповнена воздухом, але иншим ґазом, тодї слїдувалиб явища майже ті самі, але краски змінилиби ся; кождий отже ґаз[2]) сьвітивби собі характеристичною барвою, так пр. для пар кадму в обох сьвітлах можна найти майже всї краски від рожевої до фіолєтової.

Лучі катодові[3]).

Коли будемо рурку щораз більше випорожняти, тодї сьвітло відємне віддаляє ся від катоди *K*, а сьвітло додатне приближаєсь



фіґ. 3.

до аноди. Темний простір зачинає рости, а з середини катоди виступає фіолєтовий жмуток лучів *l*, звернений в сторону аноди. Лучі

[1]) I. I. Thomson; Elektricitätsdurchgang in Gasen übersetzt v. E. Marx, 1906. p. 451. — G. C. Schmidt: Die Katodenstrahlen p. 18. 1907.

[2]) G. C. Schmidt, l. c.

[3]) I. I. Thomson: l. c. p. 509. — G. C. Schmidt l. c. p. 20. Stark: Elektricität in Gasen 1900. p, 301. dtto: Winkelmann: Handbuch der Physik Bd. VI.

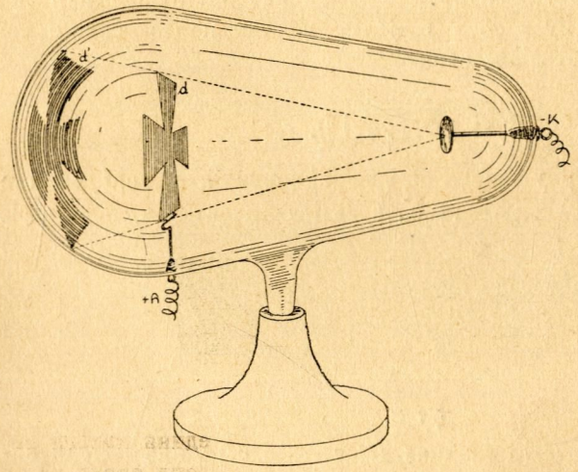
сї переходять через сьвітло відємне, простір Faraday'a, сьвітло додатне, та спричиняють флюоресценцию скла рурки в місци, на котре падуть.

З розрідженєм воздуха до кілька десяточних *mm*, оба сьвітла щораз більше посувають ся в сторону аноди, аж вкінци зовсїм зникають, а темний простір катодовий виповняє весь простір рурки. Скло рурки зачинає тодї флюоризувати, а найяснїйше місце є напротив катоди. Катода мусить отже висилати якісь темні лучі, які спричиняють флюоресценцию скла. Сей рід лучів темних називаємо лучами катодовими. Plücker [1]) перший відкрив їх. Декотрі приписують відкритє їх не Plücker'ови, але єго ученикови Hittorf'ови [2]) і відси походить назва їх „лучі Hittorf'a"; Англїйцї називають їх лучами Crookes'a, позаяк він перший старав ся пояснити їх суть, а рурку-руркою Crookes'a.

Свійства лучів катодових [3]).

Лучі катодові посїдають дуже цїкаві цїхи а іменно:

Передовсїм спричиняють они, як вже вперед згадалисьмо, флюоресценцию скла. Чеське скло сьвітить зеленавим сьвітлом, а англїйське синявим. Також й мінерали, котрі посїдають певні дані до флюоресценциї, як пр.: рубин, смарагд, мармор, лоснак і т. і. сьвітять ріжними барвами під дїланєм лучів катодових; і так: рубин сьвітить червоно, смарагд карміново-червоно, а мармор жовто.



фіг. 4.

Лучі катодові розходять ся в рурцї Crookes'a в лїнїях прямих від катоди і нормально до неї, без огляду на положенє аноди. Можна отже аноду умістити і з боку. Умістім

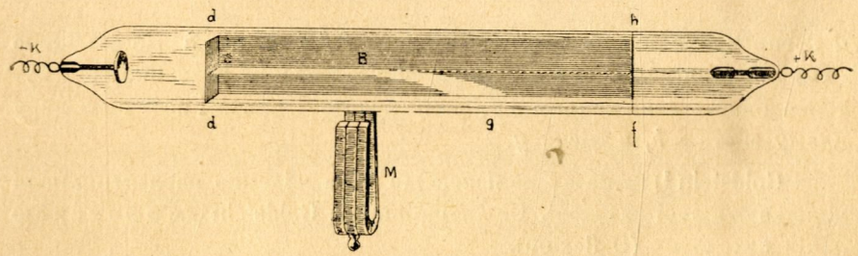
[1]) Plücker: Pogg. Annalen, 107. p. 77. 1859. 116. p. 45. 1862.
[2]) Hittorf: Pogg. Annalen 136. p. 8. 1869.
[3]) I. I. Thomson: l, c. p. p. 511—534. G. C. Schmidt: l. c. p. 21—25.

на аподї *A* алюмінїовий хрест *d*, тодї на стїнї рурки заслоненій ним побачимо тїнь хреста *d'*. Се вислїдив самий Crookes [1]). Колибисьмо противно, замість хреста поставили заслону металеву з отвором в серединї в видї хреста, тодї простір рурки за заслоною буде темний, тілько місце протилежне отворови буде сьвітити. Се вказує не лише на прямолїнїйне розходженя ся лучів катодових, але також на се, що они не в силї перейти тїл цїпких.

Лучі катодові дїлають хемічно на тїла. Так пр. чорнять моментально плиту фотоґрафічну та заміняють барву декотрих солий металевих.

До дальших прикмет лучів катодових належить дїланє термічне, а именно они підвишають температуру сего місця, на яке дїлають. Скло рурки в згаданім місци огріваєсь а навіть зачинає мякнути. Сю прикмету лучів катодових можна в сей спосіб викрити: Коли катодї надамо вигляд вгнутого зеркала, тодї виходячі з неї лучі зберуть ся в огнищи зеркала. Вставлений в таке огнище дротик плятиновий зачинає жаріти до білости.

Пулюй [2]) та Crookes [3]) дослїдили, що лучі канодові дїлають також і механїчно на тїла. Сю цїху вислїдили они в сей спосіб: У внутрі рурки умістили легенький вітрачок, осаджений на оси, який легко дає ся обертати. В наслїдок дїланя лучів катодових такий вітрачок починає досить скоро обертати ся.



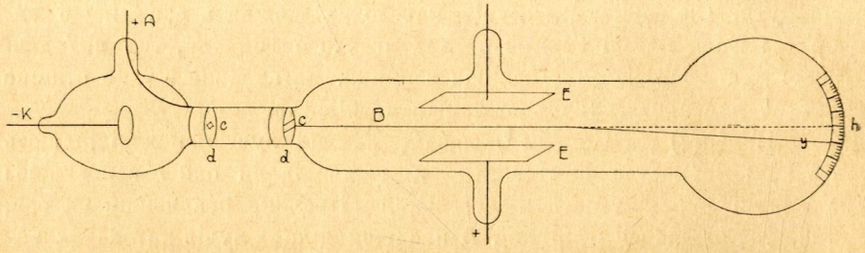
фіг. 5.

Одною з найважнїйших прикмет лучів катодових є відклоненє ся їх в поли маґнетнім. Прикмету сю відкрив Hittorf. Від ка-

[1]) Crookes: Phil. Trans. Pt. II. p. 645. 1879.
[2]) Puluj: Radiant Elektroda Matter Physical Societys Repriort of Memoirs p. 275. [3]) Crookes: Phil. Trans. 1879. pt. I. p. 152.

тоди K виходить вязка лучів і паде на металеву заслону $d\ d$ з малим отвором в серединї c; в наслїдок сего лише дуже вузкий жмуток лучів входить в простір B і спричиняє флюоресценцию на заслонї f покритій флюризуючою материєю. Коли однак вставимо чинну рурку в сильне поле маґнетне так, що лїнії сил его будуть мати напрям нормальний до напряму лучів катодових, тоді лучі відхилять ся зі своєї дороги і приймуть напрям $c\ g$; они скривлять свою дорогу в напрямі північного бігуна маґнету N. З переміною бігунів маґнету лучі відклонять ся в сторону противну.

В наслїдок дїланя сил електричних лучі катодові зміняють також свій напрям. Вязка лучів по переходї через отвір c заслони



фіг. 6.

$d\ d$ спричиняє флюоресненцию заслони $f\ f$ в місцях h. По уміщеню однак в рурцї плит кондензатора $E\ E$ о високім потенциялї, жмуток скривить свій напрям в сторону додатної плити і побачимо ясну пляму місто в h, в місци y.

Goldstein [1]) доказав дальше, що тїла відємно наелектризовані відпихають лучі катодові. Се явище назвав Goldstein дефлєксиєю лучів катодових (Deflexion).

З послїдних двох прикмет заключаємо, що лучі катодові несуть з собою відємний електричний наряд. Наколиб ми умістилиби в нутрі чинної рурки Crookesa циліндер Faraday'a, звернений в сторону катоди, так щоби лучі катодові в него падали, а опісля получили з ґальванометром, тоді его голка викаже наряд відємний.

[1]) Goldstein: Eine neue Form der elektrischen Abstossung.

В перших роках розслїджуваня лучів катодових придержувано ся сеї думки, що они не в силї переходити ані через скло рурки, ані через найнїжнїйші плитки метальні. З часом однак Hertz [1]) показав, що лучі катодові перехолять через дуже тонкі плитки глину (0·001 mm). В слїд за сим спостереженєм удалось Ленардови [2]) видістати їх через вставлене віконце з тоненької плитки глину в рурцї напротив катоди, поза рурку в атмосферу та дальше їх слїдити.

Важною цїхою лучів катодових є йонїзоване [3]) ґазів ними. Ґаз, через який они переходять, стає добрим провідником електричности. Внаслїдок дїланя лучів катодових мусять молекули невтральні ґазу дїлити ся на йони електричні. Лучі катодові стають ся в сей спосіб йонїзатором ґазу. Ся цїха лучів залежить головно від ріжниці потенциялу на електродах рурки.

В кінци треба зачислити до прикмети лучів катодових і се явище, що тїла цїлкі трафлені ними стають ся в тім місци жерелом нових лучів, званих лучами X, або лучами Рентґена, про які буде мова пізнїйше.

Теоретичні погляди на лучі катодові.

В перших часах по відкритю лучів катодових, кождий з фізиків, які займались тодї розрядженями електричности в ґазах, як Hittorf, Crookes, Пулюй, Schuster, Goldstein, Hertz, Lenard і і. ставили свої теориї що до лучів катодових. Годї однак всї теориї переходити в порядку, бо они дадуть ся звести до двох теорий, а іменно до: емісийної і ундуляцийної [4]).

Головним корифеєм емісийної теориї був Crookes [5]). Для вияснення явищ, які заходять при розрядженю електричнім в рурцї Hittor'fa поставив Crookes на позір дуже фантастичну гіпотезу, що материя в таких рурках находить ся в четвертім станї скупности, а імено, в станї материї промінюючої; йому здавало ся, що ся ма-

[1]) Hertz: Wiedem: Annalen 1892, 14. p. 28.
[2]) Lenard: Wied: Annalen 1894. p. 225. 51.
[3]) I. I. Thomson, l. c. p. 236.
[4]) Abraham: Theorie der Elektricität Bd. II. p. 5–7.
[5]) Crookes: Phil. Trans: Pt. I. 1879. p. 135, II p. 641.

терия посїдає певні цїхи, які нагадують на лучі сьвітляні і тепляні. Опираючи ся на дїланях динамічних та термічних лучів катодових старав ся Crookes пояснити їх яко рух материяльних частинок так званих корпускул, які катода відкидує з дуже великою силою. Сї корпускули набирають на катодї відємного електричного наряду, опісля яко дві маси однаково електрично наладовані відпихають ся взаїмно; в наслїдок наданої їм сили через імпульс порушають ся они дальше в рурцї з великою скоростию. Гіпотеза ся згоджувалась зовсїм з цїхою механїчного дїланя лучів катодових.

Нїмецькі фізики однак не хотїли узнати теориї Crookesa. Фізики нїмецькі, як Hertz, E. Wiedemann, Goldstein і і. були думки, що лучі катодові — се филї електромаґнетні, анальоґічні до филь сьвітла лише] много коротші і слабші. Hertz приймав навіть, що лучі катодові се електомаґнетні филї, але поздовжні. Здавалось, що без сумніву побіду віднесла ундульційна теория з відкритєм Hertza, що тонкі плитки металеві є прозорі для лучів катодових.

Серед таких отже обставин мусїла емісийна теория уступити на якийсь час ундуляційній, щоби опісля знов прийти до значіня, лише в дещо відновленій одежи.

Не довго однак тревав триюмф ундуляційної теориї. Змодифікована емісийна теория J. J. Thomson'ом [1]), Wiechert'ом [2]), Kaufmann'ом [3]) та і. тїшилась щораз більшим поводженєм, аж в кінци єї суперниця зовсїм уступила.

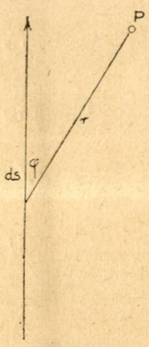
Нині уважаємо лучі катодові за рій материяльних частинок, осмотрених відємним електричним нарядом, яких величина є о много менша від атому, бо $\frac{1}{2000}$ часть атому водня. Частинки сї називаємо електронами. [Назву сю впровадив перший раз Stoney]. Лучі катодові — се рух свобідних електронів, в прямих лїніях від катоди. Се нагадує нам ток електричний, який від току ґальванїчного ріжнить ся позірно лише тим, що не має материяльного підкладу, о чім переконав ся Rowland [4]). Відси легко зрозуміти відклонене лучів катодових в поли маґнетнім і електростатичнім.

---

[1]) J. J. Thomson: Phil. Mag. 44. p. 293. 1897.
[2]) E. Wiechert: Nachrichten der Gött. Ges. der Wissensch. 1898 p. 87. u. 260.
[3]) W. Kaufmann: Ann. der. Phyl. 61. p. 544. 1897.
[4]) Töppl-Abraham: Theor. d. Elektr. B. I. p. 425. B. II. p. 38.

Лучі катодові в полї маґнетнім [1]).

Коли на лучі катодові дїлає поле сильного маґнету, якого лїнії сил стоять нормально до напряму луча, тоді можемо ту примінити права з електромаґнетизму. Представмо собі елємент провідника ds, в якім пливе ток електричний о натузї i; най дїлав на него з P в віддаленю r маґнет о масї m. Тоді силу dF, з якою дїлають взаїмно на себе елємент току і маґнет подає право Biota-Savarta, а іменно:



фіг. 7.

$$dF = \frac{m.i.ds\sin\varphi}{r^2} \quad . \; . \quad 1)\,[2])$$

φ кут, який заключає ds з r. Величину $\frac{m}{r^2}$ означаємо звичайно через H; она називає ся силою маґнетною поля.

Наколи возьмем случай, що кут $\varphi = \pi/_2$, тоді дістанемо:

$$dF = i.H.ds \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; , \; . \; . \quad 2)$$

Електрон о нарядї e, а о скорости v заховуватись-ме анальоґічно під дїланєм маґнету.

Представмо собі ds розложене на три складові dx, dy, dz в напрямі трох осий прямокутного укладу, складовими поля маґнетичного най будуть λ, μ, ν. Тоді сила F, яка дїлає на елємент току $i\,ds$ буде складати ся з таких:

$$\left.\begin{aligned} L &= i(\mu\,dz - \nu\,dy) \\ M &= i(\nu\,dx - \lambda\,dz) \\ N &= i(\lambda\,dy - \mu\,dx) \end{aligned}\right\} \quad . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 3)$$

В нашім случаю місто елємента току ids маємо рух електрону о нарядї e зі скоростию v: т. є. ev. Коли складовими v будуть: $\frac{dx}{dt}$, $\frac{dy}{dt}$, $\frac{dz}{dt}$, тоді складові елємента току будуть ось такі:

---

[1]) G. C. Schmidt, l. c. p. 58.; G. Jäger: Theoretische Physik B. IV. Bucherer: Math. Einf. in d. Elektronentheorie 1904 p. 60. §. 6.; A. H. Lorentz: Problem und Ergebn. d. Elth: p. 9—13.
[2]) H. Jäger: Theoret. Physik B. III. p. 88.

$$\left.\begin{aligned} i\,dx &= e\frac{dx}{dt} \\ i\,dy &= e\frac{dy}{dt} \\ i\,dz &= e\frac{dz}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 4)$$

Рівнаня (3) приберуть такий вид:

$$\left.\begin{aligned} L &= e\left(\mu\frac{dz}{dt} - \nu\frac{dy}{dt}\right) \\ M &= e\left(\nu\frac{dx}{dt} - \lambda\frac{dz}{dt}\right) \\ N &= e\left(\lambda\frac{dy}{dt} - \mu\frac{dx}{dt}\right) \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots \quad 5)$$

З другої сторони мусять сповнятись для руху електрону рівнання динамічні:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= L \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= M \\ m\frac{d^2z}{dt^2} &= N \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 6)$$

де m означає масу електрону. Величини L, M, N будуть зависимі від натуги поля маґнетного і від скорости електрону та тому дорога, яку зачеркнувби електрон, булаб дуже скомпліkованою.

Простїйше представляє ся справа, наколи маємо до дїла з полем однороднім маґнетним. Приймім, що лїнії сил маґнетного поля є рівнобіжними до x-оси, тодї:

$$H = \lambda,\ \mu = \nu = 0.$$

В часї $t = 0$ най електрон находить ся в місци де $x = y = 0$, значить ся, він порушає ся по оси z; возьмім, що електрон взнїс ся до $z = h$. Приймім дальше, що в тім самім часї має електрон такі складові своєї скорости:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha,\ \frac{dy}{dt} = \beta,\ \frac{dz}{dt} = 0.$$

Електрон мусить порушатись в такім разї рівнобіжно до (x, y)-площі. Зі зложеня рівнань (5), (6) дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2x}{dt^2} &= O \\ \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{e}{m}H\frac{dz}{dt} \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= \frac{e}{m}H\frac{dy}{dt} \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 7)$$

По зінтеґрованю тих рівнань оказуєсь, що:

$$\frac{dx}{dt} = \alpha$$

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{e}{m}Hz + \beta_1$$

$$\frac{dz}{dt} = \frac{e}{m}Hy + \gamma_1.$$

Складова скорости в напрямі x є постійною α, незалежною отже від часу t, що дійсно згоджує ся з попередними заложенями.

Ходить тепер о означенє відклоненя електрону h. Приймім, що h обралисьмо так, що постійні β_1 і γ_1 при інтеґрованю рівнань 7) рівнають ся зерам, тодї:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dy}{dt} &= -\frac{e}{m}Hz \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{e}{m}Hy \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 8)$$

З першого рівнаня дістанемо:

$$\frac{dy}{dt} = \beta = -\frac{e}{m}Hz = \frac{e}{m}Hh$$

або: $$h = -\frac{m\beta}{eH}.$$

Підставляючи 8) в 7) дістанемо рівнаня ріжничкові:

$$\left.\begin{aligned} \frac{d^2y}{dt^2} &= -\frac{e^2}{m^2}H^2y \\ \frac{d^2z}{dt^2} &= -\frac{e^2}{m^2}H^2z \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 9)$$

які вказують, що сорядні y і z є гармонїчними функциями часу. Позаяк для часу $t=0$, також $y=0$, тодї можемо написати, що:

$$y = R \sin a t$$

а дальше: $\frac{dy}{dt} = R a \cos a t$ і

$$\frac{d^2y}{dt} = -R a^2 \sin at.$$

По зложеню першого рівнаня з 9) і послїдного, переконуємо ся, що:

$$a = \frac{e}{m} H,$$

з чого: $y = R \sin \frac{e}{m} H t.$

Дальше буде:

$$\frac{dy}{dt} = -\frac{e}{m} H z = +R \frac{e}{m} H \cos \frac{e}{m} H t$$

або: $z = h = -R \cos \frac{e}{m} H t.$

Утворім: $y^2 + z^2$, то сейчас оказуєсь, що: $y^2 + z^2 = R^2$.

Послїдне рівнанє означає нам коло о лучу R; електрон отже відхиляючись в однороднім магнетнім поли, якого лїнії сил стоять нормально до напряму руху его, зачеркне коло о лучу R. Для $y=0$ отримуємо:

$$z = h = \pm R$$

або: $R = -h = \frac{m\beta}{eH}$ . . . . . 10)

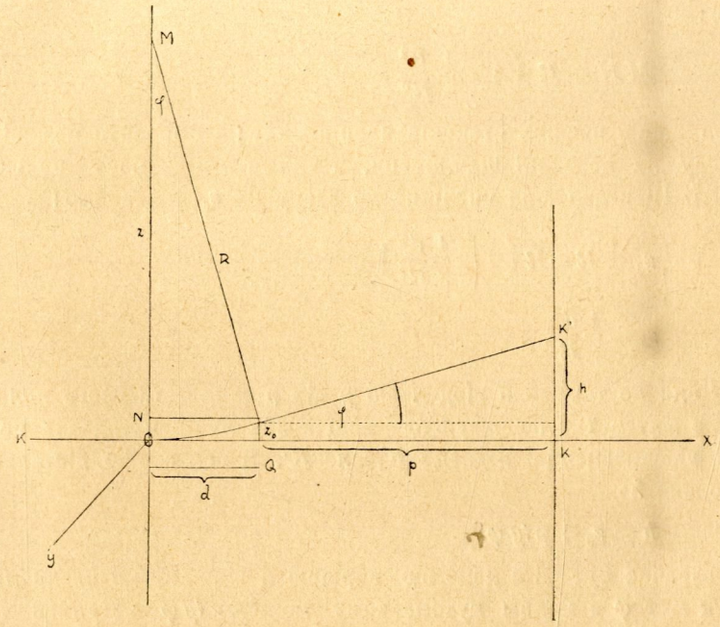
З повисшого взору читаємо, що відклоненє луча катодового буде залежати від скорости електрону β і від сили магнетного поля H.

Електрон в однороднім магнетнім поли буде порушати ся рівнобіжно до x-оси з постійною скоростию α, а з другої сторони рівнобіжно до $(y\ z)$ — площі буде зачеркати лїнії колові о лучу R з постійною скоростию β. З сего слїдує, що електрон буде порушати ся по дорозї шрубовій.

З 10) можна означити властивий наряд електрону, або скількість електричности на одиницю тягару $\frac{e}{m}$, а іменно:

$$\frac{e}{m} = \frac{\frac{dy}{dt}}{RH} \quad . . . . . 11)$$

Тепер можна буде означити відклоненє луча катодового в однороднім магнетнім поли. Вязка лучів катодових розходить ся рівнобіжно до x-осп (фіг. 8.), а на ню дїлає магнетне поле, якого лїнії сил є рівнобіжними до y, але о напрямі противнім. Приймім, що поле магнетне дїлає від O до Q. Коли електрон війде в простір дїланя магнетного поля, тодї в наслїдок сего відклонить ся він в гору зачеркуючи коло о лучу



фіг. 8.

$$R = \frac{mV}{eH},$$

де v означає скорість лучів катодових.

Відклоненє, якого дізнали катодові лучі в Q по переходї через поле маґнетне буде:

$$z_0 = R - MN.$$

Після твердженя Пітаґора знов:

$$MN = \sqrt{R^2 - d^2}\, R\sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}.$$

Розвиваючи дальше $\sqrt{1 - \left(\frac{d}{R}\right)^2}$ після взору Newton-a отримаємо:

$$MN = R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2}\right)$$

при опущеню висших степенів членів ряду; се зробити нам вільно з огляду на невеликі відклоненя, з якими стрічаємось при експериментї. Підставляючи послїдне до взору на z_0, дістанемо:

$$z_0 = R - R\left(1 - \frac{1}{2}\frac{d^2}{R^2}\right)$$

або: $$z_0 = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R}.$$

Коли поставимо в віддаленю p від дїланя маґнетного поля заслону з материї флюоризуючої, тодї вязка лучів катодових не викличе флюоресценциї в місци K, але K'. В сей спосіб дістанемо відклоненє h:

$$h = z_0 + p\,tg\,\varphi$$

де φ означає кут між дорогою першою а відхиленою вязки лучів. Позаяк кут φ є малим кутом, тому можемо $tg\,\varphi$ заступити через $sin\,\varphi$, отже:

$$tg\,\varphi = \frac{d}{R}.$$

В такий спосіб:

$$h = z_0 + \frac{pd}{R} = \frac{1}{2}\frac{d^2}{R} + \frac{pd}{R}$$

або: $$h = \frac{d}{R}\left(p + \frac{d}{2}\right) = \frac{eHd}{mv}\left(p + \frac{d}{2}\right) \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 12)$$

З сего можна обчислити також відношене $\frac{e}{m}$, а іменно:

$$\frac{e}{m} = \frac{v\,.\,h}{Hd\left(p + \frac{d}{2}\right)} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 13)$$

Лучі катодові в поли елєктростатичнім [1]).

Нїм однак прийдем до захованя ся лучів катодових, розглянемо вперед, як заховуватись-ме елєктрон в елєктростатичнім поли. Приймім, що елєктрон порушає ся між двома плитами сильного кондензатора. Поле елєктростатичне E буде однородне, якого складові будуть: E_x, E_y, E_z рівнобіжні до трох сорядних ортоґонального укладу. Назвім наряд елєктрону через e, масу через m, тодї після засад механїки означимо рівнаня руху елєктрону в такий спосіб:

$$\left.\begin{aligned} m\frac{d^2x}{dt^2} &= eE_x \\ m\frac{d^2y}{dt^2} &= eE_y \\ m\frac{d^2z}{dt^2} &= eE_z \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 14)$$

Після попередних заложень вільно нам рівнанє (14) інтеґрувати; дістанемо отже:

$$\left.\begin{aligned} \frac{dx}{dt} &= \frac{eE_x}{m}t + \alpha \\ \frac{dy}{dt} &= \frac{eE_y}{m}t + \beta \\ \frac{dz}{dt} &= \frac{eE_z}{m}t + \gamma \end{aligned}\right\} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 15)$$

де α, β, γ є постійними при інтеґрованю; они означають складові скорости елєктрону для часу $t = 0$. Дїстанемо отже в рівнанях (15) складові скорости елєктрону для часу t.

---

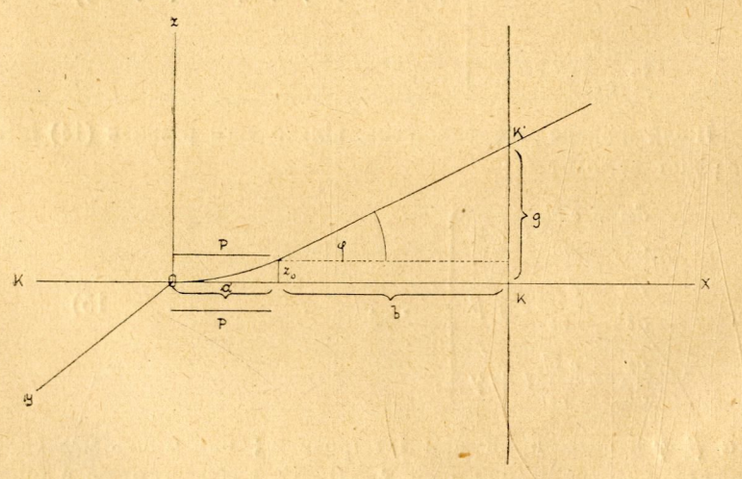
[1]) C. G. Schmidt l. c. p. 48.; Lorentz, Bucherer, G. Jäger, як висше.

Ходить нам тепер о означенє дороги, яку зачеркне елєктрон в однороднім елєктростатичнім поли при даних скоростях. До сего дійдем, наколи рівнаня (15) щераз зінтеґруєм. Так отримаємо:

$$\left.\begin{aligned} x &= \frac{e E_x}{2m} t^2 + \alpha t + \alpha_1 \\ y &= \frac{e E_y}{2m} t^2 + \beta t + \beta_1 \\ z &= \frac{e E_z}{2m} t^2 + \gamma t + \gamma_1 \end{aligned}\right\} \quad \ldots\ldots\ 16)$$

де $\alpha_1, \beta_1, \gamma_1$ є постїйними інтеґрованя, і означають положенє елєктрону в часї $t = 0$. Рівнаня (16) подають положенє елєктрону в часї t; они нагадують нам рівнаня параболь, які отримуємо при метї скіснім під дїланєм сили тяжести. З сего слїдує, що елєктрон в однороднім елєктростатичнім поли порушатись-ме по дорозї параболїчній, анальоґічно, як тїло при метї скіснім в однороднім поли загальної тяжести.

Лучі катодові — як ми вперед згадали — се рій елєктронів відємних в прямих лїніях від катоди. Приймім, що жмуток лучів катодових KK переходить зі скоростию v рівнобіжно до x-оси між



фіґ. 9.

двома плитами кондензатора PP. В наслїдок дїланя однородного елєктростатичного поля слїдує відклоненє лучів. Приймім, що лїнії сил дїлають з гори на долину: $E_z = -E$, тодї відхиленє слїдує до гори (фіґ. 9.) Дві інші складові E: $E_x = E_y = 0$.

Тепер треба означити дорогу елєктрону і відхиленє. Дорогу зачинаємо числити від сеї хвилї, в якій елєктрон війшов в поле елєктростатичне. Для часу $t = 0$, маємо отже: $x = y = z = 0$. Опісля луч катодовий входить в елєктростатичне поле зі скоростию постійною:

$$\frac{dx}{dt} = v.$$

Сила одинока, яка дїлає тодї на елєктрон, остає:

$$m \frac{d^2 z}{dt^2} = -E_z e = eE \quad \ldots\ldots\ 17)$$

(Наряд елєктрону уважаємо за відємний).

По двократнім зінтеґрованю 17) дістанемо:

$$\frac{dz}{dt} = \frac{eE}{m} t$$

$$z = \frac{eE}{2m} t^2 \qquad \text{а з } \frac{dx}{dt} = v$$

$$x = vt.$$

В наслїдок дїланя поля елєктростатичного взнесе ся елєктрон на параболїчній дорозї до висоти $z = z_0$. По переходї поля елєктростатичного, якого ширина виносить a, входить елєктрон в простір свобідний від лїній сил і повинен порушатись дальше свобідно по прямолїнійній дорозї.

Ширина елєктростатичного поля була:

$$a = x = vt$$

або: $$t = \frac{a}{v}.$$

По підставленю за t в z дістанемо:

$$z_0 = \frac{eEa^2}{2mv^2}.$$

Відконенє лучів катодових в поли елєктростатичнім стоїть отже в прямім відношеню до сили елєктричної E, а відворотнім до скорости v. З послїдного взірця можемо означити $\frac{e}{m}$ а також скорість лучів катодових.

ЛЬВІВСЬКА БІБЛІОТЕКА
АН УРСР
№ И- 30378

Коли в віддаленю b уставилибисьмо заслону з флюоризуючої матерії S, тоді побачилибисьмо ясну пляму не в місци K, але в K'. Відклоненє g означимо так:

$$g = z_0 + b\,tg\,\varphi$$

де φ є кутом, який заключає прямолїнійна часть луча катодового з осею x.

Знаємо однак, що:

$$tg\,\alpha = \frac{dz}{dx} = \frac{\frac{dz}{dt}}{\frac{dx}{dt}} = \frac{e.Ea}{mv^2};$$

в такім разї:

$$g = \frac{eEa}{mv^2}b + \frac{eEa^2}{2mv^2} = \frac{eEa}{mv^2}\left(b + \frac{a}{2}\right).$$

З відси отримаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{gv^2}{Ea\left(b + \frac{a}{2}\right)} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 18)$$

а дальше через зложенє 18) з 13) скорість лучів катодових.

Енергія катодових лучів [1]).

Енергія кінетична електрону в рурці Crookes'a буде залежати від ріжниці потенциялу обох електрод V. Праця, яку виконує на електроні сила електрична є Ve, а она рівнає ся енергії кінетичній електрону:

$$eV = \tfrac{1}{2}mv^2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 19)$$

Комбінуючи рівнанє 6) і 11) дістаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2V}{R^2H^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 20)$$

а також:

$$v = \frac{2V}{RH} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 21)$$

[1]) P. C. Schmidt, l. c. p. 62.

Енергію кінетичну електрону означилисьмо через 11); можна однак еї означити ще в инший спосіб, а се: Лучі катодові падучи на тїло цїпке віддають ему енергію свою, яка обявляє ся в підвисшеню температури. Коли в одній секунді ударяє n електронів о згадане тїло, тоді їх енергія буде:

$$W = \frac{nmv^2}{2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 22)$$

она має ся рівнати теплу, якого достарчають n електронів, в одиницях абсолютних. З другої сторони лучі катодові представляють ток електричний:

$$i = ne \qquad \text{з чого } n = \frac{i}{e}.$$

По вставленю в 14):

$$W = \frac{i}{2e}mv^2 \text{ або:}$$

$$\frac{mv^2}{2e} = \frac{W}{i} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 23)$$

По полученю 6) з 15) отримаємо:

$$\frac{e}{m} = \frac{2W}{iH^2R^2} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 24)$$

і

$$v = \frac{2W}{iHR} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 25).$$

Відношенє $\frac{e}{m}$ і скорість лучів катодових [1]).

З відклоненя лучів катодових в поли електростатичнім можна означити вартість $\frac{e}{m}$ і скорість v електрону. Найімовірнїйша вартість $\frac{e}{m}$, обчислена при ріжниці потенциялів 10.000 вольтів подана Simon'ом виносить: $\frac{e}{m} = 1{\cdot}865.10^7$ в електромаґнетних одиницях. Вар-

[1]) I. I. Thomson. Elektr. Durchg. in Gasen 1906. p. 99. Bucherer: l. c. §. 6.; Lorentz. l. c. p. 15.

тість $\frac{e}{m}$ оказалась незалежною від ґазу, виповняючого рурку і від матерії електрод.

[1])

Обсерватор	Дата	$\frac{e}{m}.10^7$ в *E. M. O.*
Schuster	1890	0·1
Kaufmann	1897/8	1·86
J. J. Thomson	1897	1.17
Lenard	1898	0·68
„	1900	1·15
Reiger	1905	1·68
Simon	1899	1·685

Скорість лучів катодових залежить від розрідженя ґазу в рурці і від ріжниці потенциялу на обох електродах. Wiechert [2]) і DesCoudres [3]) подають ей в границях від $\frac{1}{5}$ до $\frac{1}{3}$ скорости сьвітла; отже при $V=10.000$ вольтів $v=0{\cdot}61.10^{10}\frac{cm}{sec}$. Є се найбільша скорість материяльних мас на сьвіті. Як великою є скорість електронів в рурці Crookes'a, окаже ся тоді, коли згадаєсь, що пересічна скорість нашої землі виносить 29·5 $\frac{km}{sec}$; електрон отже о скорости $\frac{1}{3}$ скорости сьвітла вспівби в часі $\frac{1}{2}$ секунди облетіти наоколо землю.

Маса електрону [4]).

Проф. Kaufmann доказав, що $\frac{e}{m}$ зміняє ся зі зміною скорости. Зміна однак ся була дуже мала так, що годі було ей означити навіть при найсильнійших розрядженях електричних в рурках Crookes'a. Свої поміри зробив Kaufmann [1]) на β-лучах тїл радіоактивних, (анальоґічних до лучів катодових), в яких скорість електронів є значно більша. Зміна $\frac{e}{m}$ з v представляєсь після Kaufmann'a так:[2])

$v.10^{10}$	$\frac{e}{m}.10^7$
2·36	1·31
2·48	1·17
2·59	0·935
2·72	0·77
2·83	0·66

Вартість відношеня $\frac{e}{m}$ малїє зі скоростию. Наколи так, тоді можуть зайти дві можливости а іменно: e малїє, або m росте. Позаяк наряд e оказавсь після обчислень I. I. Thomson'a [3]), C. T. Wilson'a [4]) та других постійним і рівим нарядови йону водня при електролїзї, то в такім разї маса m електону мусить рости. Се спротивляє ся понятю маси, яке подав Newton, а дальше законам механїки. Маса однак електрону є масою з зовсїм іншою натурою. Розважмо се в сей спосіб:

Наряд e в спочинку витворює около себе поле електростатичне; коли змінить свій стан спочинку в рух, тоді витворює він около себе поле електромаґнетне в етері; по затриманю ся такого електрону тратить він енерґію електромаґнетну, а задержує знов електричну. З відси бачимо, що потрібно працї на се, щоби електрон спровадити з одного стану в другий. Кождий приріст скорости вимагати-ме все якоїсь працї, а кожде зменшене скорости спричиняє відплив енерґії. В сей спосіб наряд стає ся безвладним через свою самоіндукцию. Ся інертність електромаґнетна відповідає тому, що в механїці називаємо масою. Електрон посїдає якраз таку безвладність, а дальше масу, яка ріжнить ся від маси материяльної та тому слїдами Thomson'a, Heavisead'a, Kaufmann'a приписуємо електронови масу мниму, електромаґнетну (scheinbare elektromagnetische Masse).

Приймім, що електрон порушає ся рухом рівномірно поступовим і є свобідним від всякого руху оборотового, тоді рух такий буде відбувати ся лише в наслїдок електромаґнетного імпульсу $\mathfrak{G}$, який рівнає ся в *e. m. o.*:

---

[1]) G. C, Schmidt: l. c. p. 89.
[2]) Wiechert; Wiedem. Ann. 1899. p. 739.
[3]) Coudres: Verh. der phys. Ges. 1895. p. 86.
[4]) G. C. Schmidt: l. c. p. 89.; Abraham: l. c. B. II. p. 137—139.; Wien: Über Elektr. 1906. p. 15, 16. Lorentz: l. c. p. 19—21.

[1]) W. Kaufmann u. Abraham. Phys. Zeitschr. 1902. p. 54—57.
[2]) G. C. Schmidt: l. c. p. 03,
[3]) Там само p. 86.
[4]) A. H. Wilson: Phil. Mag. 1903. p. 429.

$$\mathfrak{G} = \frac{1}{c^2}\iiint \mathfrak{S}\, dv \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 26)^{1})$$

де dv означає елемент обєму, c скорість сьвітла, а $\mathfrak{S}$ величину випливу енергії електромагнетної на одиницю поверхні, є то отже „вектор Poyting'a", який означаємо:

$$\mathfrak{S} = \frac{c}{4\pi}[\mathfrak{E}.\,\mathfrak{H}].$$

В такім разї:

$$\mathfrak{G} = \frac{1}{c4\pi}\iiint [\mathfrak{E}.\,\mathfrak{H}]\, dv \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 27)$$

причім $\mathfrak{E}$ означає силу електричну, а $\mathfrak{H}$ магнетну.

Коли трансляция є рівномірна, то вектор $\mathfrak{G}$ не зміняє ся з часом і напрям его буде все згідний з напрямом руху. Приймім, що електрон порушає ся рівнобіжно до оси x, тоді:

$$\mathfrak{G} = \mathfrak{G}_x;\ \mathfrak{G}_y = \mathfrak{G}_z = 0.$$

Можна також доказати рахунком, що:

$$\mathfrak{G} = \frac{d(W_m - W_e)}{du} = \frac{dL}{du}; \quad \ldots\ldots\ldots \quad 28)^{2})$$

W_m означає енергію магнетну, а W_e електричну; ріжницю $W_m - W_e$ через анальогію до механїки означає Abraham яко L функцию Lagrange'a енергії. Електростатичним способом обчислив дальше Abraham, що:

$$L = -\frac{3}{5}\frac{e^2}{a}\left(\frac{1-\beta^2}{2\beta}\right) log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) \quad \ldots \quad 29)^{3})$$

для $\beta = \frac{u}{c}$; a означає луч електрону, u скорість его, а c скорість сьвітла. Зазначити при 29) також треба, що беремо лише під увагу наряд обєму.

В наслїдок сего імпульс $\mathfrak{G}$ буде рівнатись:

$$\mathfrak{G} = \frac{dL}{du} = \frac{3}{5}\frac{e^2}{ac}\cdot\frac{1}{\beta}\cdot\left\{\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta}\right) log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right) - 1\right\} \quad . \quad 30)$$

---

[1]) Abrahам: Theorie der Elektricität B. II. p. 28. 152.
[2]) ibidem; p. 174, 175.
[3]) Annalen d. Physik 1903. Abraham: Dynamik d. 26. p. 147.

Наколи імпульс $\mathfrak{G}$ змінятись-ме з часом, тоді се спричиняти мусить якась сила зовнїшна, яку назвемо:

$$\mathfrak{K} = \frac{d\mathfrak{G}}{dt}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 31)$$

Сю силу $\mathfrak{K}$ можемо розложити на дві складові: одну в напрямі стичнім до напряму руху $\mathfrak{K}_s$, а другу в нормальнім напрямі $\mathfrak{K}_r$. Перша викликує приріст складової стичної імпульсу $\mathfrak{G}$, а друга зміну в напрямі імпульсу. Позаяк $\mathfrak{G}$ і u мають згідні напрями з напрямами руху, тому складова стична сила буде:

$$\mathfrak{K}_s = \frac{d\mathfrak{G}}{dt} = \frac{dG}{du}\cdot\frac{du}{dt} \quad \ldots\ldots\ldots \quad 32)$$

З другої сторони однак знаємо, що після основ механїки:

$$\mathfrak{K}_s = m_s\frac{du}{dt}, \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 33)$$

коли u буде скоростию частинки материяльної m_s. З порівнаня 32) та 33) слїдує, що:

$$m_s = \frac{dG}{du}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 34)$$

відношенє отже приросту імпульсу до приросту скорости електрону дає нам се, що називаємо его поздовжною масою (longitudinale Masse).

Складову нормальну обчислимо в сей спосіб: Імпульс $\mathfrak{G}$ має все напрям рівний з напрямом руху; в наслїдок дїланя $\mathfrak{K}_r$ змінить він свій напрям в просторі зі скоростию кутовою $\frac{u}{r}$ (r = луч закривленя). Тоді:

$$\mathfrak{K}_r = \mathfrak{G}\frac{u}{r} = G\frac{u}{r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 35)$$

але також: $\mathfrak{K}_r = m_r\frac{u^2}{r}$ . . . . . 36)

З порівнаня 35) і 36) отримуємо:

$$m_r\frac{u^2}{r} = G\frac{u}{r}$$

або: $$m_r = \frac{G}{u}; \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 37)$$

відношене отже імпульсу руху до скорости електрону дає нам його трансверсальну або поперечну масу (transversale Masse).

Підставляючи за $\mathfrak{G}$ взір (30) і ріжничкуючи після змінної u, дістанемо:

$$\left.\begin{aligned} m_s &= \frac{e^2}{2ac^2}\cdot\frac{1}{\beta}\left\{-\frac{1}{\beta}log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)+\frac{2}{1-\beta^2}\right\} \\ m_r &= \frac{e^2}{2ac^2}\cdot\frac{1}{\beta^2}\left\{\left(\frac{1+\beta^2}{2\beta}\right)log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)-1\right\} \end{aligned}\right| \quad . \; . \quad 38)$$

Назвім: $\frac{1}{\beta^2}\left\{-\frac{1}{\beta}log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)+\frac{2}{1-\beta^2}\right\}=\varphi(\beta)$

а: $\frac{1}{\beta^2}\left\{\frac{1+\beta^2}{2\beta}log\left(\frac{1+\beta}{1-\beta}\right)-1\right\}=\psi(\beta).$

Для малої скорости електрону в порівнаню зі скоростию сьвітла можна $\beta^2=\frac{u^2}{c^2}$ в порівнаню до 1 зовсім пропустити, тоді для вартости обох мас отримуємо:

$$m_s = m_r = m_0 = \frac{2}{3}\frac{e^2}{ac^2}. \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; . \quad 30)$$

Рівнаня (38) тепер напишемо так:

$$m_s = m_0\cdot\frac{3}{4}\varphi(\beta)$$

$$m_r = m_0\frac{3}{4}\psi(\beta)$$

Розвиваючи $\varphi(\beta)$ і $\psi(\beta)$ на ряди, отримуємо:

$$m_s = m_0\left(1+\frac{5}{6}\beta^2+\frac{9}{7}\beta^4+\; . \; . \; .\right)$$

$$m_r = m_0\left(1+\frac{6}{3.5}\beta^2+\frac{9}{5.7}\beta^4+\; . \; . \; .\right);$$

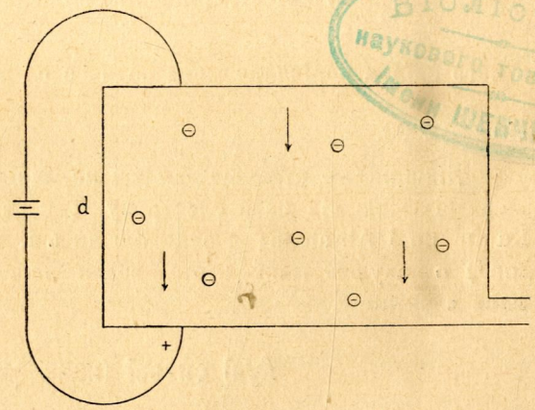
ряди ті є збіжними. З порівнаня m_s і m_r бачимо, що при зростаючім u m_s все буде більшим від m_r.

З тих всіх розслїджувань видимо, що маса електрону не є величиною скалярною і постійною, як в механїці Newtona, але величиною векторовою та зміняною зі зміною скорости. Наколи так справа стоїть, то приймаючи електрон за праатом материї, мусимо признати, що три засади механїки Newton'a є захитаними і требаби піддати їх ревізиї, як сего вимагає динаміка електрону.

Поміри наряду електрону.

Означенєм наряду електрону занялись передовсїм I. I. Thomson та C. T. R. Wilson. Так як метода першого є досить тяжка з технїчних зглядів, тому глянемо на спосіб обчисленя e другим. Возьмім під увагу простір π межи двома плитами металевими і витворім там йони електричні через лучі Рентґена (о яких ще буде мова низше). Опісля розширім нагло, але адіябатичною дорогою обєм π на π_1 так, щоби $\frac{\pi_1}{\pi}=1:1{\cdot}25$, тодї пара водна буде скроплюватись на електронах відємних. В разї браку електронів кондензация зовсїм би не слїдувала, аж при розширеню обєму адіябатично до $1:1{\cdot}36$. Каплї води спадати-муть тодї зі скоростию $v=\frac{2}{3}\frac{g\,a^2}{\mu}$.

Се право викрив Stokes експеримантально, де μ значить сочинник прилипаня, a луч каплї, g прискорене ґравітацийне. Наколи маємо дану скорість каплї, значить ся електрону, тодї можемо означити луч електрону a. Получім тепер обі плити з батериєю, то в наслїдок витвореного поля електричного, електрони з тим більшою скоростию будуть спадати; нових йонів не буде, позаяк йонїзатор (лямпу Рентґена) усунулись-мо. Коли назвемо потенциял обох плит V, а віддалене між ними d, тодї сила, яка дїлати ме на електрон буде:



фіг. 10.

$$E=e\frac{V}{d}. \text{ (у Wilson'a } V=2000 \text{ Volt).}$$

Скорість електрону перед полученєм плит з батериєю була $v_0=kmg$, а по полученю $v_1=k\left(mg+e\frac{V}{d}\right)$. По утвореню відношеня

$\frac{v_0}{v_1} = \frac{mg}{mg + \frac{eV}{a}}$, бачимо, що маємо всї величини крім одного e знані.

Можна отже обчислити звідси $e = 3{\cdot}1.10^{-10}$ електростатичних одиниць. I. I. Thomson означує $e = 3{\cdot}4.10^{-10}\,es$.

Відношенє маси атому водня до електрону.

З електролїзи знаємо, що відношенє $\frac{e}{m_H} = 9660.3.10^{10} = 2{\cdot}90.10^{14}\,es$

(де m_H означує масу водня). Так як наряд e є тотожний з нарядом електрону, то в такий спосіб отримаємо:

$m_H = 10^{-24}$. По спровадженю

$\frac{e}{m} = 1{\cdot}865.10^7$ до es буде:

$\frac{e}{m} = 5{\cdot}60.10^{17}$; [1])

з чого слїдує порівнанє маси водня з електроном: $\frac{m_H}{m} = 1930$ або

$circa = 2000$.

Дійшлисьмо отже до заключеня, що маса водня є около 2000 разів більшою від маси електрону. Так означили масу атому водня Kaufmann і Abraham; фізики англійські, а передовсїм I. I. Thomson [2]) означують масу атому водия лише 1000 разів більшу від маси електрону.

Лучі ситові (каналові) [3]).

В лучах катодових виступав атом відємної електричности — електрон. Приймаючи отже послїдний за праатоми материї спитаємо, чи лише маємо самі відємні електрони, чи може є електрони додатні? Були справдї фізики, як Drude, котрий приймав додатні і відємні електрони; новійші однак працї під тим зглядом, як Lorentza [4])

[1]) Abraham: l. c. II. p. 12. (9a).

[2]) J. J. Thomson: El. Durchg. in Gasen 1906. p. 131.

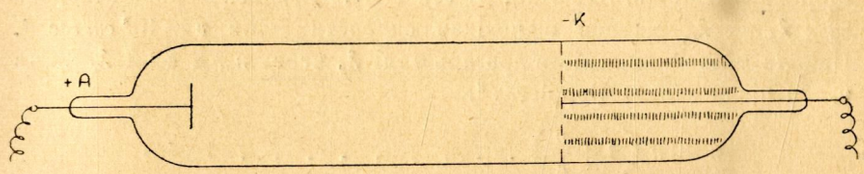
[3]) i. c. 534. G. C. Schmidt: l. c. p. 114.; Abraham l. c. p. 12.

[4]) A. H. Lorentz: Über positive u. negative Elektronen — Jahrbuch d. Radioact. 1908.

доказали, що додатних електронів анальоґічних до відємних нема. Знаємо тілько додатні йони електричні, яких маса рівнаєсь масї атому водня. Через йон додатний треба розуміти атом електричний, якому бракує один відємний електрон; коли такий електрон причіпить ся до невтрального атому, тодї сей атом має вже за богато о один електрон — буде се отже йон відємний. Такі йони додатні виступають також в лучах в рурцї Crookes'a, але іншого рода, що дійсно завважав Goldstein в р. 1896. [1])

Goldstein уживав до свого досліду катоди з малими отворами. Коли розрідженє ґазу в рурцї дійшло до сего степеня, що виступили лучі катодові, тодї з кождого отвору катоди по противній сторонї, пачали виходити ясні смуги. Ті смуги відкриті Goldstein'ом є новим типом лучів, які звичайно називають лучами Goldstein'a, каналовими (Kanalstrahlen) або отворовими (від отворів катоди), ситовими. Як лучі катодові були невидимі для нашого ока, так послїдні можна доглянути, а именно они спричиняють флюоресценцию ґазу в рурцї. Чистий воздух сьвітить в наслїдок сего сьвітлом червоножовтим.

Так само, як лучі катодові розходить ся сей рід лучів в лїніях прямих від катоди, і нормально до неї. Скло та інші тїла



фіґ. 11.

спосібні до флюоресценциї флюоризують в наслїдок дїланя лучів каналових. Під дїланєм сильного маґнету або поля електростатичного відхиляють ся они зі свого напряму і то зовсїм в противну сторону, як лучі катодові. З сего слїдує, що лучі сї мусять з собою нести додатний наряд електричний, о чім переконав ся Wien. [2])

Виходячи з сего заключив Wien, що лучі отворові є рухом додатних частинок електричних, яких маса рівнає ся масї атомовій — є то отже додатні йони. З відхиленя в поли електростатичнім

[1]) Goldstein: Wied: Ann. 1898. p. 45.

[2]) Wien: Wied. Ann. 1898. p. 445.

та маґнетнім означив Wien $\frac{e}{m}$ і скорість v. Пра помірах оказались вартости досить ріжні між собою; найбільша з них виносила $\frac{e}{m} = 9.10^3$ е. м. о. [1]). Так як наряд e оказав ся постійним, значить ся такий, як електрону, то з сего слїдує, що маса додатного йону в лучах творових рівнаєсь масї атому водня. З відси легко зрозуміти, що й скорість їх мусить бути о много меньша від лучів катодових. З помірів пересїчна скорість для лучів каналових оказалась: $v = 10^8\ cm/sec.$

В р. 1905. зробив I. Stark [2]) цїкаве відкритє в захованю лучів ситових. Приймаючи, що йони додатні о скорости $v = 10^8 \frac{cm}{sec}$ становлять причину лїнії в дуговинї, впав він на здогад, що до лучів отворових можна примінити засаду Dopplera. Лучі сьвітла висилані нормально до напряму йонів, повинні дати лїнії дугові острі о филї λ_p, докладно означеній що до єї довготи; лучі висилані рівнобіжно до напряму йонів булиб о филї коротшій λ_r, яка цїхувалаб ся більшою скількостию дрогань; лїнія дугова пересунулаб ся тоді до сторони фіолєтового сьвітла. В сей спосіб повиненби повстати пояс між λ_p та λ_r, якийби відповідав скорости йонів $v = 10^8\ cm\ sec^{-1}$. Наколи назвем скількість дрогань филї λ_p через n_p, а филї λ_r через n_r, то після засади Dopplera: [3])

$$n_r = n_p\left(1 + \frac{v}{c}\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 40)$$

Але $\lambda = ct = \frac{c}{n}$, отже:

$$\frac{c}{\lambda_r} = \frac{c}{\lambda_p}\frac{c+v}{c} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 41)$$

або: $$\frac{v}{c} = \frac{\lambda_p - \lambda_r}{\lambda_r} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \quad 42)$$

Величина пересуненя лїнії дугової $\frac{\lambda_0 - \lambda_r}{\lambda_r}$ залежить від відношеня скорости йонів до скорости филь сьвітла.

[1]) Wien: l. c. p. 440.
[2]) Stark: Phys. Zeitsch. 1905. p. 892.
[3]) G. Jäger: l. c. B. I § 72.

Досьвід Stark'a над приміненем засади Dopplera до лучів ситових має велике значінє не тілько в теориї лучів ситових, але також для теориї промінювання темного. Для лучів ситових обчислена відси скорість виносить: $v = 2.10^7 \ldots 6.10^7$.

Наконець насуваєсь питанє, відки беруть ся лучі ситові; [1]) що спричиняє рух йонів через отвори катоди? — Жерелом додатних йонів є сьвітло катодове. Електрони відємні відлїтають від катоди зі зрастаючою скоростию в наслїдок поля електричного. В сьвітлї відємнім або катодовім скорість їх, а тим самим і енергія є так велика, що розбивають невтральні молекули ґазу на електрони і додатні йони. В сей спосіб витворені йони додатні в наслїдок дїланя сильного поля електричного порушають ся до катоди з великою скоростию, перелїтають отвори єї та таким чином стають ся жерелом лучів ситових.

Лучі анодові [2]).

В найновійших часах відкрили Gehrke і Reichenheim, що огріта анода з металевих солий, як з содового вугляну або хльораку, хльораку літу і т. і. висилає дуже інтензивне сьвітло о характеристичнім забарвленю з дуговинами тих металів, з яких зроблена анода. Сей новий тип лучів назвали они **лучами анодовими**. Аноди з чистого металю і з окисів алькалїчних земель оказались нечинними.

Лучі сї розходять ся в лїнїях прямих від аноди без огляду на єї положенє в рурцї Crookes'a та спричиняють флюоресценцию скла і інших мінералів. Коли зберемо їх до цилїндра Faraday'a полученого з електрометром, тоді послїдний окаже наряд додатний. Проби з сильним полем маґнетним та електростатичним оказали відхиленє лучів анодових в ту саму сторону, що лучів ситових. Що до ефекту Stark'a, то оказують єго так само, як лучі ситові.

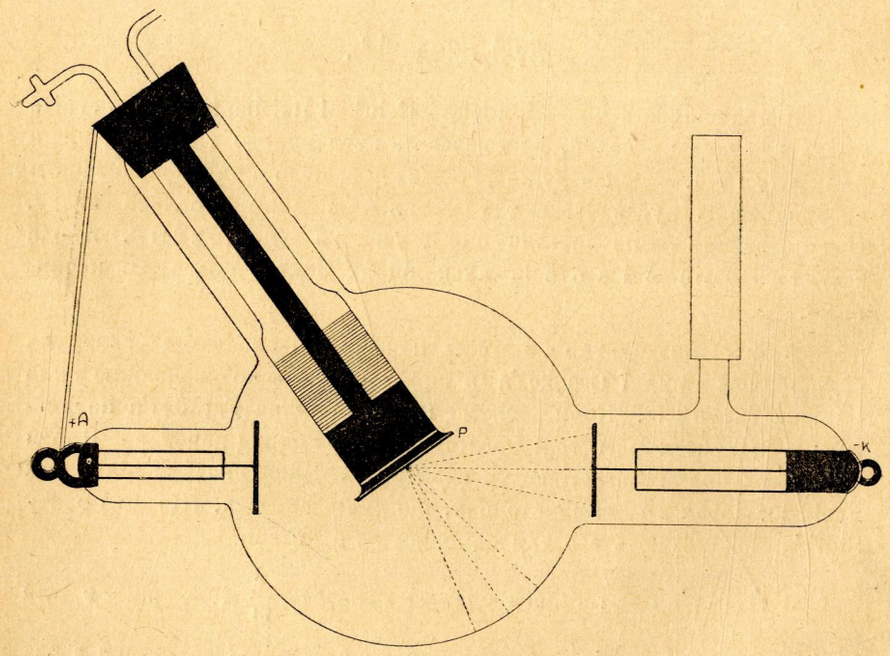
З відхиленя маґнетного удалось означити $\frac{e}{m}$ і скорість v для лучів анодових; поміри оказали числа, які вповнї годять ся з числами отриманими при лучах ситових. З чого заключаємо, що лучі

[1]) I. I. Thomson: El. Dur. in Gasen 1906. p. 536.
[2]) Gehrke u. Reichenheim: Ann. d. Phys. 1908. 25. 15. Heft.

анодові є також рухом додатних йонів, які беруть свій початок з самої аноди. Лучі анодові є отже в своїй сути рівнобіжними до лучів ситових тілько, що повставанє одних є ріжне від других.

Лучі Рентґена [1]).

Вже при обговорюваню прикмет лучів катодових сказалисьмо, що они трафляючи на якесь тїло цїпке, стають ся жерелом нових лучів, званих лучами Рентґена. Як сама назва вказує, що відкрив їх проф. Рентґен р. 1895. Він завважав, що скло ударене лучами катодовими висилає якісь нові лучі, котрі проникають скло рурки, чорнять плиту фотоґрафічну обвинену в чорний папір, та спричиняють флюоресценцию. Ново відкриті темні лучі назвав Рентґен лучами X (незнаними).



фіґ. 12.

Емісия сих лучів через тїло цїпке стоїть в прямім відношеню до густоти сего тїла; тому отже вибирають до емісиї X лучів тїло

[1]) I. I. Thomson l. c. p. 539. і p. 553. — Winkelmann: Handbuch der Physik B. VI. (1906). Stark, Elektr. in Gasen p. 473. 1900.

дуже густе, звичайно плятину. Рентґен зробив специяльну лямпу до витворюваня X-лучів, званою єго іменем. В специяльно видутій рурцї Crookes'a (фіґура 12.) умістив він против катоди K в видї вгнутого зеркала плитку плятинову так, що лучі катодові зібрані в огнище зеркала падуть на ню під кутом 45^0. Плитка ся звана антікатодою висилає лучі Рентґена на всї сторони.

Свійства лучів Рентґена.

Зараз при відкритю спостеріг Рентґен, що відкриті ним лучі переходять через тїла цїпкі. Дерево, папір, тканки тїла людского та легкі металї є для них зовсїм прозорими, але вже плитки тяжких металїв, навіть досить тонкі не пропускають лучів Рентґена. Прикмета ся залежить отже він тягару атомового тїла.

Опісля завважав Рентґен, що лучі X дїлають хемічно, а іменно чорнять сейчас плиту фотоґрафічну. Цїха та лучів X залежить від вглотаня їх через тїла, на які дїлають.

Повисші дві прикмети надали лучам Рентґена богато популярности, а в першій мірі так звані рентґенівські фотоґрафії. Коли умістимо між лямпою чинною Рентґена а кліїшою фотоґрафічною, що находить ся в картоновій касетцї, який предмет, тодї повстає на кліїші тїнь єго: части меньше прозорі дадуть образ зовїм чорний, а більше прозорі яснїйший. Сам Рентґен зробив проби такої фотоґрафії з рукою. Кости оказались по відкопйованю на папери темними, а тканки тїла майже ясними. В тім напрямі немалі заслуги поклав проф, І. Пулюй [1]). При помочи своєї лямпи, яка висилає сильні лучі X, одержав він дуже гарні знимки фотоґрафічні, що піднесли нїмецькі та французькі часописи. Таке фотоґрафованє лучами X має велике значінє в медицинї. Всякі чужі тїла, боляки і т. і. в серединї людського орґанїзму можна тим способом викрити, а опісля усунути.

Характер лучів Рентґена залежить головно від двох чинників, а се: від тисненя воздуха в лямпі і ріжницї потенциялу на обох електродах. Чим меньше тисненє воздуха в рурцї, а більша ріжниця потенциялу, тим лекше лучі проникають від тих лучів, які повстають при висшім тисненю, а меншій ріжницї потенциялу. Перший тип лучів називаємо твердими, а другий мягкими лучами

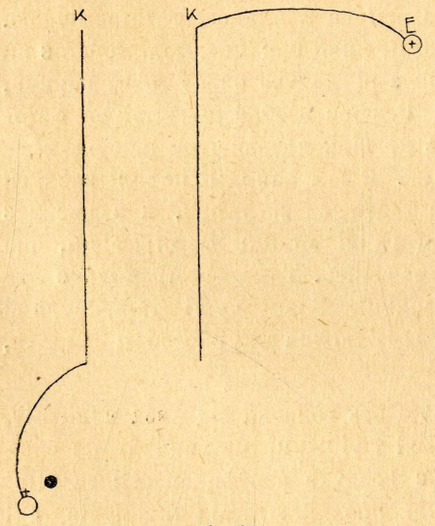
[1]) „Зоря“ 1896 ч. 6.

Рентґена. В медичних приміненях уживає ся звичайно середнього степеня твердоти лямпи Рентґена, значить ся лямпа мусить слати лучі, що їх тканки мясні не дуже вглотають, але через кости они зовсїм не мають переходити.

Лучі Рентґена спричиняють флюоресценцию скла та інших тїл, як також їх хемічних сполук, які посїдають певну спромогу до сього, як пр. баровий, ваповий або маґновий цианяк платиновий. Подібно як лучі фіолєтового сьвітла удїляють промінї X деяким тїлам свійства термолюмінїсценциї [1]).

Лучі Рентґена дїлаючи на тїла цїпкі огрівають се місце, на яке падуть. Тепло се можна змірити при помочи лїбелї тиснень, або больометру. В першім случаю замикає ся в склянім начиню певне число листків платинових, а на них уміщує ся лїбелю. Скоро лучі X зачнуть дїлати на листки, тодї лїбеля оказує вихиленє з рівноваги. В сей спосіб обчислив Dorn згадане тепло на 0·18—0·3 *cal. mg.* Rutherford і Mc Clung уживали другої методи больометричної та подали се тепло на 0·19 *cal. mg.*

Одною з найважнїйших цїх лучів Рентґена є йонїзация материї. Невтральні частинки дїлять ся в наслїдок їх дїланя на елєктрони і додатні йони. Всякі ґази та інші дієлєктрики стають добрими провідниками електричности. Луч Рентґена удїляє елєктронови невтрального атому так великої енерґиї кінетичної, що він відриває ся від атому та в сей спосіб повстає відємний елєктрон і додатний йон. — Наколи позволимо лучам Рентґена падати на наелєктризований елєктроскоп, тодї атоми воздуха, який ізолював наряд електроскопу, дїлять ся на елєктрони і додатні йони; воздух стає в сей спосіб добрим провідником електричности, тому листки елєктроскопу опадають. Возьмім під увагу дві плитки кондензатора; одну лучимо з землею, а другу



фіґ. 13.

[1]) Stark. Elektr. in Gasen, Handbuch der Physik Winkelmanns B. VI. 1906.

з елєктрометром і наряджуємо. Як тілько зачнуть падати лучі X, тодї електрометр тратить наряд. Воздух, який був дієлєктриком межи плитами, став добрим провідником і відпровадив наряд до землї.

Наколи мягкі, але дуже інтензивні лучі Рентґена дїлати-муть на тїло людске, тодї викликують они в місци дїланя запаленє наскірка, яке гоїть ся нераз дуже довго. Himstedt завважав, що лучі Рентґена спричиняють в темноті в сьвіжім оцї вражінє сьвітла. До фізіольоґічних дїлань X лучів треба додати також й се, що они нищать мікроорґанїзми.

Sagnac [1]) відкрив, що лучі Рентґена дїлають на якесь тїло, не конечно цїпке в сей спосіб, що побуджають єго до висиланя нових лучів, подібних до лучів X, які він назвав вторичними лучами, о чім ще буде мова низше.

В наслїдок дїланя сил маґнетних і елєктричних лучі Рентґена не зміняють свого напряму. Те саме вже вказує, що они не несуть з собою нїякого наряду елєктричного.

Начерк теорий лучів Рентґена [2]).

В слїд за послїдною прикметою лучів X поставив в р. 1898. Walter [3]) ґіпотезу, що се лучі катодові, яких корпускули стратили на антікатоді наряд електричний та якраз тому не є вражливі на сили маґнетні і електричні. Ся однак ґіпотеза не остала ся.

Нині майже всї придержують ся що до істоти лучів Рентґена іншої теориї, опертої на ширших фізичних і математичних основах, яку поставив Sir George Stokes ще в р. 1896. Після него лучі Рентґена — се поодинокі заколоти всесьвітного етеру. Сьвітло сонїчне повстає з ряду правильних филь, які слїдують по собі в періодичних інтервалах. Лучі Рентґена однак є то звичайні заколоти етеру неперіодичні — є то так звані филї імпульсивні, много коротші від найкоротших филь сьвітла.

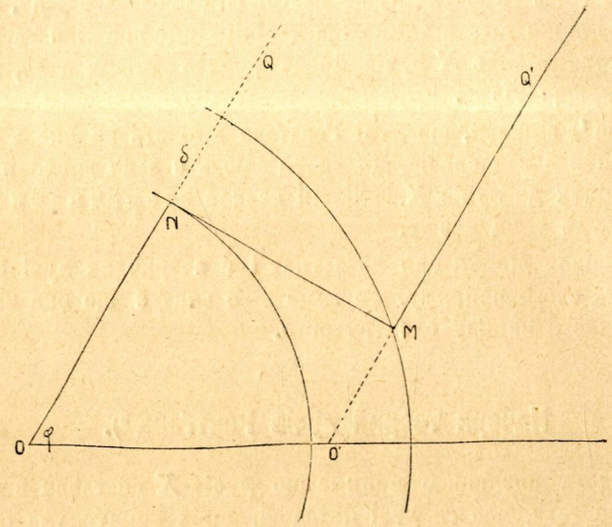
Після теориї Maxwell'a, сьвітло — се ряд періодичних елєктромаґнетних филь; лучі Рентґена — се анальоґічні елєктромаґнетні заколоти етеру неперіодичні, що повстають тодї, коли лучі катодові, значить ся елєктрони, ударяють о антікатоду.

[1]) I. I. Thomson l. c. p. 268

[2]) Abraham l. c. II. p. 7, 16, 81, 102, 120, 230. I. I. Thomson l. c. p. 564.

[3]) Walter, Wied. Ann. 1898. p. 74.

Возьмім під увагу електрон, який порушає ся з якоюсь скоростию одностайно; електричні і маґнетні лїнії сил поля, яке в сей спосіб повстало, будуть також розділені одностайно. Коли електрон вдарить нагло о якесь тїло цїпке пр. антікатоду, повстає заколот в всесьвітнім етері, який розходить ся зі скоростию w. Лїнії сил



фіґ. 14.

електромаґнетного поля будуть однак дальше порушати ся зі скоростию w до хвилї, в якій згаданий заколот дійде до них. Нагле стрясенє спричиняє заломане лїній сил, які по заломаню порушати-муть ся так, начеб вийшли з місця пересуненого рівнобіжно.

Придивім ся отже лїням сил перед і по заколотї у всесьвітнім етері. Колиб заколоту не було, тоді лїнії сил розходилиб ся в напрямі OQ (фіґ. 14). Приймім, що таке забуренє електромаґнетне о ширинї δ посуне ся в часї t від O о wt. В місцях перед стрясенєм лїнії сил не улягли нїякій змінї; они дальше порушають ся зі скоростию w, лишаючи за собою дорогу wt. В місцях поза стрясенєм знов порушають ся они в прямій лїнії лише пересуненій рівнобіжно до попередної. Заходить тепер питанє, що стало ся на границї самого заколоту? Лїнії сил не можуть бути там розірвані; мусить отже наступити там остре заломанє їх так, що они прибирають напрям своєї складової стичної. Бачимо отже, що наглий удар електрону о цїпку стїну спричиняє складову стичну сили електричної $\mathfrak{E}$.

Ширину заломаня δ приймаємо яко $f(t)$ і дуже мале. Тепер можна буде обчислити складову стичну сили електричної. Коли назвемо силу електричну стичну через $\mathfrak{E}_s$, а нормальну через $\mathfrak{E}_r$, тоді:

$$\frac{\mathfrak{E}_s}{\mathfrak{E}_r} = \frac{wt \sin \varphi.}{\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 43)$$

Сила $\mathfrak{E}_r$ в віддаленю r від електрону рівнає ся:

$$\mathfrak{E}_r = \frac{e}{r^2};$$

а що заколот в етері розходить ся зі скоростию w, то: $r = wt$, а тоді складова стична сили електричної:

$$\mathfrak{E}_s = \frac{ew \sin \varphi}{r\delta v} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 44)$$

Сила електрична мусить спричиняти також силу маґнетну $\mathfrak{H}$, нормальну до неї і напряму розходженя ся їх обох.

З рівнань Maxwell'a для електромаґнетного поля в етері можна вивести, що:

$$\left.\begin{aligned} \mathfrak{E} &= [\mathfrak{v}\mathfrak{H}] \\ \text{і навідворот: } \mathfrak{H} &= [\mathfrak{v}\mathfrak{E}] \end{aligned}\right\}$$

Позаяк $\mathfrak{E}$ стоїть нормально до $\mathfrak{H}$, то можемо пропустити [ ] і написати:

$$\mathfrak{E} = \mathfrak{v}\mathfrak{H}, \quad \mathfrak{H} = \mathfrak{v}\mathfrak{E},$$

з чого: $\mathfrak{H} = \frac{\mathfrak{E}}{\mathfrak{v}}$.

Вставляючи в послїдний взір вартість на $\mathfrak{E}_s$ з (44), дістанемо:

$$\mathfrak{H} = \frac{we \sin \varphi}{r\delta} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 45)$$

З зіставленя одержаних величин $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$, бачимо, що они є відворотно пропорціональні до віддаленя r, наколи перед забуренєм $\mathfrak{E}$ і $\mathfrak{H}$ були пропорціональні до r^2. З сего слїдує, що сила електрична та маґнетна в часї забуреня спричиненого ударом елек-

трону о ціпку стіну є дуже велика. Чим меньше буде δ, тим інтензивнійшою буде електромаґнетна сила заколоту. В такий спосіб утворений заколот в етері творить імпульсивну електромаґнетну филю, яка треває дуже коротко. Такі як раз филї є лучами Рентґена.

Обчисленє енергії електромаґнетної імпульсу рентґенівского.

Знаємо, що енергія електромаґнетного поля рівнаєсь:

$$W=\frac{1}{8\pi}\int\int\int(\varepsilon\mathfrak{E}^2+\mu\mathfrak{H}^2)\,dv \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 46)$$

причім ε означає постійну електричну, а μ маґнетну. А що все відбуває ся в етері, то:

$\varepsilon=\mu=1$, а рівнанє енергії напише ся:

$$W=\frac{1}{8\pi}\int\int\int(\mathfrak{E}^2+\mathfrak{H}^2)\,dv.$$

При електромаґнетнім імпульсї маємо до дїла з филястою сферою, а в такій обі сили так електрична, як і маґнетна є собі рівні, отже: $\mathfrak{E}=\mathfrak{H}$, а тодї енергія буде:

$$W=\frac{1}{4\pi}\int\int\int\mathfrak{H}^2\,dv.$$

По підставленю вартости за $\mathfrak{H}$ з (45) і по інтеґрованю над цїлим простором dv, доходимо, що енергія рентґенівського імпульсу рівнає ся:

$$W=\frac{2}{3}\frac{e^2w^2}{\delta}, \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad 47)$$

де e, w, δ мають своє попереднє значінє.

З рівнаня 47) бачимо, що енергія імпульсу стоїть в відворотнім відношеню до ширини імпульсу δ. Послїдна залежить від наглости задержаня електрону; чим наглїйше електрон задержить ся, тим меньше буде δ і тим більша буде енергія електромаґнетного імпульсу. Коли δ прибере вартість $2a$ с. є. проміру електрону, тодї вся енергія електрону випромінює; для імпульсів, яких $\delta>2a$, часть енергії випромінює, а часть зістане поглощена через ціпке тїло, о яке електрон ударяє.

Скорість розходженя ся лучів Рентґена [1].

Коли промінї Рентґена є електромаґнетними филями анальоґічними до лучів сьвітла, в такім разї і скорість їх мусить рівнати ся скорости сьвітла $c=3.10^{10}$ *cm. ssc*$^{-1}$. Перший раз піднялись оказати се експериментом Brunhes і Blondlot в р. 1902. Обчисленя їх опирались на йонїзациї, спричиненій лучами X та тому є досить неточні. Доперва в р. 1906. E. Marx подав докладну методу обчисленя скорости тих лучів, так звану методу зерову, при помочи якої дійшов до результатів, що скорість X лучів $c=3.10^{10}\frac{cm}{sec}$.

Інтерференция і угинанє лучів Рентґена.

Доказом на се, що лучі Рентґена є електромаґнетними филями, булоб висліджене для них інтерференциї і угинаня. Сам Рентґен [2] старав ся відкрити згадані явища для них, однак праці єго були безуспішними. Передтим Fomm [3] зауважав при фотоґрафованю лучів X переходячих через дуже вузку шпару оловяної плити темні пруги, які виглядали немов пруги при угинаню. При фотоґрафованю однак ширших шпар такого явища вже не завважав.

Докладне розслїдженє угинаня лучів Рентґена довершили Haga і Wind [4] (1899. р.). Через клиновий отвір в видї букви V в досить грубій стїнї з Al пустили они лучі X на фотоґрафічну клїшу (фіґ. 15. а). В такий спосіб одержали они на плитї фотоґрафічній образ анальоґічний до угинаня сьвітла (фіґ. 15. б). Оказались пруги на переміну, ясні і чорні, які до берегів ставались щораз яснійші.

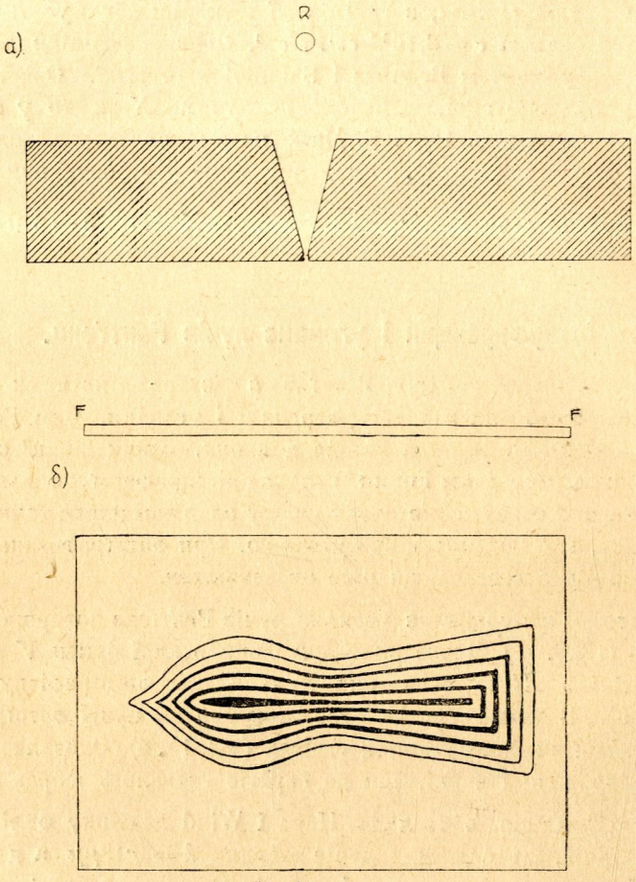
З сих дослїдів обчислили Haga і Wind довжину филї рентґенівських лучів, а именно для лучів твердих $\lambda=0{\cdot}18\mu\mu$, а для лучів мягких $\lambda=0{\cdot}5\mu\mu$. Филя отже імпульсу Рентґена є 0·001 частиною фіолєтової сьвітляної филї.

Не вдалось однак ще до нинїшних часів відкрити ані відбиваня ані заломаня лучів Рентґена після законів, які подає оптика для сьвітла. Причина сего лежить мабуть в тім, що лучі X є филями дуже короткими і неперіодичними.

---

[1]) Bucherer: l c. §. 13. E. Marx: Phys. Zt. 1905. p. 768.
[2]) Röntgen: Ann. d. Phys. 1898, p. 18.
[3]) Fomm; Wied. Ann. 1896. p. 350.
[4]) Haga u. Wind: Wied. An. 1899. p. 884. Wind.: Phys. Zt. 1991. p. 292.

В р. 1907. відкрив Barkla [1]), що лучі Рентґена оказують типовий рід поляризації. Дві плити турмалїнові зложені навхрест є для них



фіг. 15.

так само прозорими, як в положеню рівнобіжнім. Дальше доказує Barkla, що лучі Рентґена є поперечними дроганями етеру.

Лучі вторичні.

Як ми висше згадали, лучі трафляючи тїло в якім небудь станї, побуджають єго до висилання так званих лучів вторичних.

[1]) Phil. Trans. 1905. G. Barkla, Polarised Röntgen radiation p. 467.

Dorn [1]), що їх слїдив, оказав, що они складають ся з трох родів лучів а именно: 1) з лучів сьвітла позафіолєтового, 2) з лучів Рентґена та 3) в меньшій части з лучів катодових.

Повставанє лучів вторичних. Первісні лучі Рентґена — се імпульси о великій силї елєктричній і маґнетній. Такі імпульси дїланєм своїм зміняють стан рівноваги елєктронів в тїлї та спонукують їх до дрогань. В наслїдок сего повстають періодичні і неперіодичні дроганя, які мають бути лучами вторичними.

Промінї сьвітла позафіолєтового в лучах вторичних поясняють ся в сей спосіб: Імпульс рентґенівський вихилив з рівноваги елєктрон, який по кількох періодичних дуже коротких дроганях повернув знов до рівноваги. Коли однак імпульс первісний був так сильний, що надав елєктронови так велике прискоренє, що він дальше до первісного стану рівноваги вернути не може, тоді повстає луч катодовий. Лучі рентґенівскі в лучах вторичних повстають в сей спосіб, що: а) лучі катодові, які повстали в висше згаданий спосіб ударяють о атоми тїла та в сей спосіб творять жерело лучів Рентґена; б) елєктрон в наслїдок дїланя первісного імпульсу стає ся сам причиною лучів X через короткі та неперіодичні дроганя.

Що до прикмет вторичних лучів, то треба згадати, що они не в силї проникати тїла в такий спосіб, як лучі первісні, але за се є они лїпшим йонїзатором.

Лучі треторядні.

Через насьвітлюванє вторичними лучами платинової плити удалось Sagnac'ови [2]) отримати треторядні лучі. Сей рід лучів вглотають тїла ще більше, як лучі вторичні. Sagnac заключає з сего дальше, що по кількоразовім повтореню сего процесу можнаб отримати лучі, які посїдалиби прикмети сьвітла. Однак до сего експериментом нїхто ще не дїйшов; не удалось найти таких лучів Рентґена, котрі оказувалиби цїхи заломаня при переходї з одного тїла в друге.

Найновійша корпускулярна теория.

Проти імпульсової теориї лучів Рентґена виступив H. W. Bragg [3]) з іншою теориєю чисто корпускулярної натури. Після него рентґенівські лучі повстають в сей спосіб, що елєктрони в лучах катодо-

[1]) Dorn, Jubelband für A. H. Lorentz 1900.
[2]) I. I. Thomson l. c. p. 282.
[3]) W. H. Bragg, Phil. Mag. 1907. p. 429.

вих ударяючи о тїло цїпке відбивають ся і сейчас по відбитю невтралїзують ся з додатними йонами, які повстали в наслїдок йонїзациї ґазу в трубцї лучами катодовими. Остаючи при повисшім поглядї, можна так само добре пояснити прикмети лучів *X* під заложенєм, що всякі молєкулярні сили є елєктромаґнетної природи. Погляди Bragg'a підтримують також проби Frank'a і Pol'a над скоростию рентґенівських лучів. Повторили они щераз дослїд E. Marx'a та переконались, що послїдним годї приписати скорости сьвітла. Однак й ся послїдна теория Bragg'a є також не без закидів; котра з них двох, чи імпульсова, чи корпускулярна теория побідить, покаже будучність.

ЧАСТЬ II.

Радіоактивність[1]).

(Лучистість).

Відкритє Бекереля.

Флюоресценция, яка виступає під дїланєм, лучів Рентґена на деяких тїлах, була товчком до нових слїджень які мали оказати, чи емісия згаданих лучів не стоїть в якійсь зьвязи з флюоресценциєю. Вже в р. 1896. Henry завважав, що сїрчан цинку насьвітлений сьвітлом сонця дїлає на плиту фотоґрафічну сховану в алюмінїову касетку. Подібні досліди зробили також Нєвенґльовский і Troost, перший з сїрчаком вапу, а другий з сїрчаком цинку. Опісля Г. Бекерель відкрив, що уранова сіль насьвітлена соняшним сьвітлом чорнить фотоґрафічну плиту навіть через досить грубий папір. Дїланє се приписував Бекерель флюоресценциї. Таку саму пробу повторив він щераз, але без попереднього насьвітлюваня та отримав такий самий результат. Щоби однак переконати ся, чи се дїланє не було спричинене попереднім насьвітленєм, розпустив Бекерель в водї кристал уранового азотану в темноті; се опісля кристалїзувало також в темноті. Таким способом одержаний уран

[1]) I. I. Thomson: Elektricitätsdurchgang in Gasen 1906. p. 283—366; Fr. Soddy Radioaktivität: Üb. v. Siebert 1904.; Rutherford: Radioaktivität üb. v. Aschkinass 1907.

зовсїм нефлюоризуючий дїлав також в темноті на фотоґрафічну плиту. Соли уранові були також чинними. Дїйство се лучів приписав Becquerel вже не флюоресценциї, але самій прикметї металю. Уран та єго сполуки, які цїлими місяцями не бачили сьвітла, чорнили фотоґрафічну плиту.

Becquerel пізнав з сего, що має до дїла з якимсь новим родом темних лучів, які шле уран, та які дїлають хемічно. Дальші проби показали, що сї лучі йонїзують ґази, через які переходять; елєктроскоп наряджений тратять свій наряд в наслїдок їх дїланя без огляду на се, чи наряд був додатний чи відємний. Показалось, що нові лучі переходять через тїла цїпкі пр. тонкі бляшки платинові, дерева і т. і. Тїла спосібні до флюоресценциї флюоризують ясно під дїланєм лучів урану. Сей рід лучів називаємо нині *лучами Becquerela*; тїла однак, що висилають лучі анальоґічні до уранових звемо *тїлами радіоактивними* або *лучистими*, а їх свійство *радіоактивностию* або *лучистостию* [radius = луч].

Тїла радіоактивні (лучисті).

На відкритє Becquerela звернуло увагу богато фізиків; они слїдили, чи нема більше тїл радіоактивних, чи може се малаби бути лише прикмета урану та єго хемічних сполук.

В р. 1898. відкрив Schmidt, що тор та єго хемічні сполуки висилають також такі самі лучі темні, як уран. — Дальші розслїди роблено не лиш над ураном і тором, але також і над мінералами, в яких склад входили згадані первні. Так оказалось, що богато з тих мінералів перевисшають своєю радіоактивностию уран мимо сего, що він находить ся в їх складї в дуже малій скількости. Деякі з тих мінералів оказали 2, 3, 4 а навіть 8 разів сильнїйшу радіоактивність, чим уран; пр. мінерал автуніт (ураново-ваповий фосфорак) був так само радіоактивний, як чистий металїчний уран, а хальколїт (ураново-мідяний фосфорак) перевисшав лучистостию уран $2^1/_2$ разів. Уранова живиця, викопана в Чехії в Йоахімсталю оказувала 4 рази більшу радіоактивність від урану. Пані Curie впала на здогад, що в наведених висше мінералах і їх сполуках мусить находити ся якась материя, якийсь новий первень, який є о много сильнїйше радіоактивний чим уран. Она піддала разом зі своїм мужем Петром Curie основній хемічній аналїзї живицю уранову; они віддїлили ріжні первні що в нїй находили ся, та мірили

радіоактивність кождого з окрема. Насамперед видїлили они якусь субстанцию, що оказувала зовсїм прикмети вісмуту о 100 разів сильнїйшій лучистости від урану.

Досліди над чистим вісмутом не доказали єго радіоактивности; тодї п-ство Curie догадувались, що жерелом радіоактивности не є вісмут, але якийсь новий первень получений з нам, якого з початку не удалось віддїлити хемічно від вісмуту. Сему первневи надала Curie назву п о л ь о н.

Видїлений через Curie в спілцї з Bemont'ом з уранової живицї бар оказав ся дуже радіоактивним, наколи сам бар, як й єго соли металїчні не оказують такої прикмети. Мусить отже бар видїлений з уранованої живицї бути в хемічній сумішці з якимсь новим сильно активним первнем. Сей незнаний нїкому первень назвали они р а д о м (Radium) і означили єго *Ra*. Первень сей є дуже подібний до бару, але своєю радіоактивностию перевисшає уран мілїон разів. З початку видїлити єго з чинних препаратів радових було дуже тяжко. аж опісля удалось отримати єго в в виді хльораку радового ($RaCl_2$). Giesel знов отримав рад з чинних препаратів в виді радового бромаку ($RaBr_2$).

В р. 1899 найшов Debierne в йоахімтальскій живицї радіоактивний первень, який він назвав а к т и н о м (Actinium). Опісля в р. 1900 стали Hoffmann і Strauss вказувати, що хемічні сполуки олова з уранової живицї є також радіоактивними (Radioblei). Rutherford однак уважає се за продукт розкладу раду *Ra-D* (о чім ще буде низше).

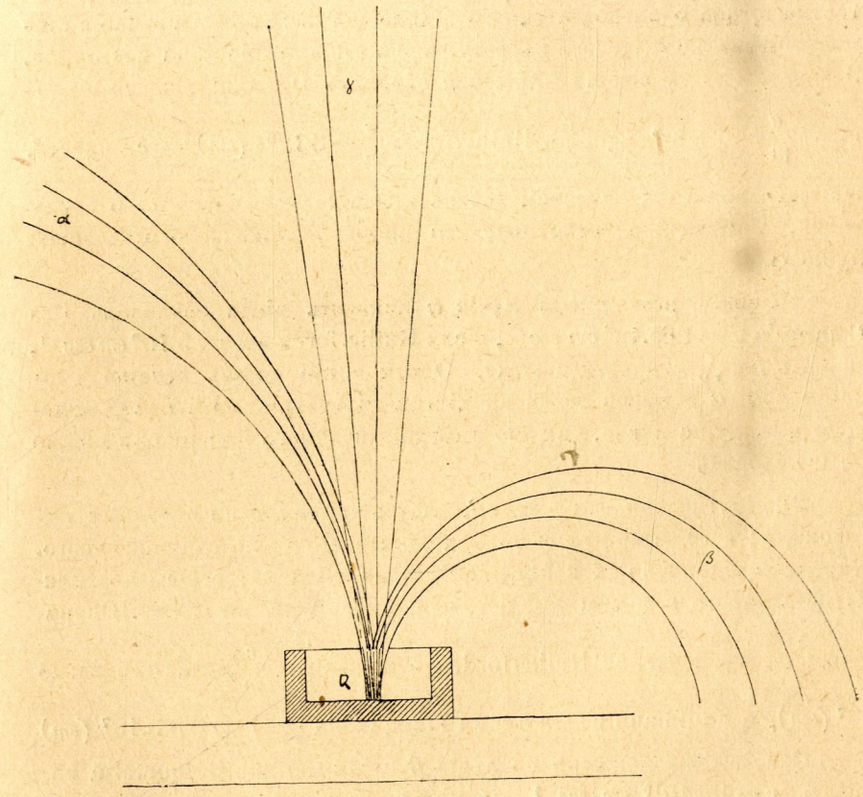
Слїдженя за тїлами радіоактивними довели отже до відкритя нових первнїв: польону, раду та актину. Для провіреня дїйсного істнованя сих первнїв піддано їх аналїзі спектральній. Сим заняв ся передовсїм Damarçay, а також Runge. Перший відкрив дуговину раду; се вказує, що істнованє раду яко нового первна не дасть ся оспорити. Але для польону і актину не удалось найти дуговин, а тим самим годї говорити рішучо на певно про їх істнованє.

Після дуговини раду схарактеризовано його яко первень, що своїми прикмелами нагадує зовсїм бар та якраз тому належить зачислити єго до ґрупи земель алькалїчних. Тягар атомовий ряду виносить 225. Під сим зглядом займає рад трете місце між радіоактивними первнями: уран 238, тор 232, рад 225. Вартість хемічна раду 2 (пр. $RaCl_2$). Giesel оказав експериментом, що хльорак раду красить полумінь карміново-червоно.

Проф. Марквальд в аналїзованю уранової живицї відкрив нове радіоактивне тїло, яке назвав р а д і о т е л ю р о м (Radiotellur) тому, що оно під зглядом хемічним оказалось дуже схоже до самого телюру, який зовсїм не оказує прикмет радіоактивности. При помочи ріжних хемічних реакций удалось Марквальдови віддїлити часть лучисту від самого телюру. Найновійші однак досліди показали, що радіотелюр, се — те саме, що польон, а Rutherford уважає його за продукт розкладу раду *Ra-E*.

Природа лучів тїл радіоактивних.

Вже з самого початку було дещо згадане про цїхи лучів урану. Лучі тїл радіоктивних не є явищем однородним, але творять



фіг. 16.

они промінюване досить зложене. Возьмім під увагу препарат радовий в начиню з олова *Q* (фіг. 16.) в сильнім маґнетнім поли, ви-

творенім сильними електромаґнетами. Маґнетні лїнії сил стоять нормально до розходженя ся лучів раду. В наслїдок дїланя електромаґнету лучі раду дїлять ся на три галузи. Один рід лучів відклонює ся так, як лучі катодові, зачеркуючи дорогу колову. Другий рід відклонює ся в сторону противну до попередних, але не так сильно. Третий рід зовсїм не зміняє свого напряму в наслїдок дїланя маґнету.

З огляду на повисше заховане ся лучів раду в маґнетнім поли, Rutherford розріжняє в них три головні типи лучів, які він назвав початковими буквами грецької азбуки: лучі α, β, γ.

1). Лучі α становлять головну часть промінювання і є анальоґічними до лучів каналових. Представляють они отже рух додатних йонів виходячих з радіоактивного тїла. В наслїдок дїланя поля маґнетного, або електростатичного відклонюють ся они незначно в сторону бігуна полудневого маґнету, або в сторону відємної електроди. З відклоненя їх в поли маґнетнім обчислив Des Coudres, що відношене $\frac{e}{m} = 6{\cdot}4.10^3$, а після Rutherforda $\frac{e}{m} = 6.10^3$ *(em)*. Се вказує, що маса додатних частинок рівнаєсь майже масї звичайного атому водня. Сим можна легко пояснити причину незначного відклоненя лучів α.

Скорість розходженя лучів α виносить після обчислень Des Coudres'a $v = 1{\cdot}65.10^9$ *cm sec*$^{-1}$, після Rutherforda знов $2{\cdot}5.10^9$ *cm sec*$^{-1}$, значить ся $\frac{1}{10}$ скорости сьвітла. Однак мимо досить великої скорости лучі α дїлають ледви на кілька мілїметрів, бо всї тїла вглощають їх дуже легко, так що картки звичайного паперу они майже не переходять.

2). Другий тип, а се лучі β, дадуть порівнати ся з лучами катодовими; є се отже рух свобідних електронів з тїла радіоактивного. Характер відхиленя їх в наслїдок дїланя поля маґнетного або електростатичного є зовсїм такий самий, як у лучів катодових. Опираючись на сїм обчислив Rutherford, що відношене $\frac{e}{m}$ рівнає ся близько 10^7 *(em)*, а Kaufmann подав его в границях від $(1{\cdot}21$ до $0{\cdot}83).10^7$ *(em)*

Скорість розходженя ся лучів β після помірів Becquerel-a виносить $v = 1{\cdot}6.10^{10}$ *cm sec*$^{-1}$, а після Kaufmann-a в границях: $(0{\cdot}79 \ldots 2{\cdot}83)10^{10}$ *cm sec*$^{-1}$ с. є. около $\frac{1}{3}$ до $\frac{2}{3}$ скорости сьвітла. Велика ся скорість лучів β не позваляє легко на їх абсорбцию тїлами на які падуть. Глин, дерево, тканки звірячого тїла і т. п. майже їх пропускають; сею саме прикметою ріжнять ся мнимо лучі β від лучів катодових.

3). Третий тип, а се лучі γ, є зовсїм не вразливі на дїланє сил маґнетних і електростатичних; відзначають ся они дуже великою силою проникапя через тїла цїпкі. Лучі ті є анальоґічні до твердих лучів Рентґена; є то отже електромаґнетні филі імпульсові, неперіодичні та дуже короткі. Лучі Рентґена повстають при ударі лучів катодових о тверду стїну; чим більша була скорість лучів катодових, тим сильнїйші були імпульси рентґенівські. Лучі γ повстають при ударі лучів β о атоми радіоактивного тїла, удар такий слїдує нагло і дуже скоро; а що скорість лучів β є більша як скорість лучів катодових, тому лучі γ є більше інтензивнїйшими імпульсами, як імпульси Рентґена. Легко буде тепер пояснити їх велику силу прониканя через тїла цїпкі, о много більшу як лучів Рентґена. Rutherford дослїдив, що лучі γ по переходї через 7 *cm* олова, 19 *cm* желїза і 150 *cm* води ослабляють ся о 1%.

В р. 1904. виступив Paschen з новим поглядом на лучі γ. Після него лучі γ — се також рух електронів, які порушають ся зі скоростию сьвітла та якраз тому не зміняють свого напряму під дїланєм сил маґнетних і електростатичних. Погляд сей однак стратив на значіню, коли I. I. Thomson доказав, що лучі γ не несуть з собою нїякого наряду електричного.

Проти імпульсової теориї лучів γ виступив в найновійших часах W. H. Bragg [порівнай при теориї лучів Рентґена]. Після него лучі γ не є імпульсивної природи, але корпускулярної. Лучі γ повстають в сей епосіб, що часть лучів β відбиває ся від невтральних атомів радіоактивного тїла, а опісля невтралїзують ся з додатними частинками.

4). Крім сих трох типів лучів відкрив I. I. Thomson ще четвертий тип лучів у тїл радіоактивних, які він назвав лучами δ. Лучі ті виходять з радіоактивного тїла в сумішці з лучами α та дїлають на дуже малий простір. Відси треба вносити, що маса тих частинок, які становлять їх суть, рівнає ся масї йонів при електролїзї; лучі δ належать поки що до найменьше розслїджених досї лучів радіоактивних тїл.

Не всї однак тїла радіоактивні висилають всї згадані роди лучів. Головну часть промінювання творять лучі α і β. Один рад висилає всї роди лучів; польон шле лише лучі α, тор α, β, уран α, β, δ, радіотелюр лише α, актин рівнож лучі α. Послїдна цїха залежить головно від віку, а також і від хемічного складу тїла.

Дїланя лучів Бекереля.

Дїланя лучів Бекереля дадуть ся подїлити на дїланя: а) електричні, б) хемічні, в) оптичні, г) термічні, ґ) фізіольоґічні та д) механїчні.

а). Електричні дїланя лучів становлять дуже важну часть в радіоактивности. Явищем сим є йонїзация тїл через лучі α, β, γ.

Найлїпшим чинником в сім случаю оказались лучі α, що мимо своєї досить великої маси посїдають велику енерґію руху. Они не йонїзують грубої верстви воздуха, як лучі β і γ, але за се йонїзують її сильно. Лучі радіоактивних тїл трафляючи ґаз або яку іншу субстанцию розбивають своєю енерґією єго атоми на електрони і додатні йони. З кождого cm^3 ґазу витворить ся тодї якась скількість йонів додатних і відємних пр. q. Колиб нїчо більше не дїлало на явище йонїзациї, тодї мусїлоби слїдувати постійне побільшуване ся йонів з часом, так, що коли скількість хвилева йонів буде n, а лучі Бекереля дїлають рівномірно, малибисьмо тодї:

$$\frac{dn}{dt} = q$$

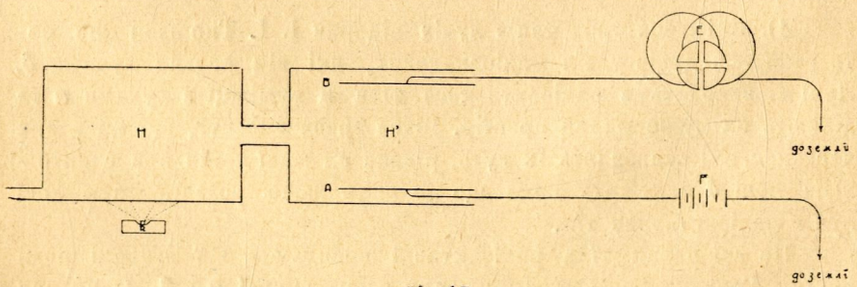
або:

$$n = qt + const.$$

Постійну означимо в сей спосіб: для $t = 0$ маємо $n = 0$, отже $const = 0$; остає:

$$n = qt.$$

Йонїзация отже слїдувалаб в безконечність, мусить проте бути якесь явище, яке єї противдїлає. Що таке явище істнує, можемо переконати ся в сей спосіб:



фіґ. 17.

Ґаз зйонїзований в начиню H (Фіґ. 17.) лучами радового препарату R впускаємо до начиня H' між дві плити кондензатора A, B, з яких одна A получена є з батериєю ґальванїчною, друга B з двома

чвертками електрометру квадратнового; дві інші чвертки електрометру сполучені з землею. Коли йонів між плитками не було, тодї електрометр не оказував нїякого току. Присутність йонів справляє се, що сказівка електрометру відклонює ся.

Наколи через якийсь час свїжого воздуха з H не впускаємо до H', тодї сказівка електрометру вертає знов до первісного положеня; се сьвідчить, що вже зникли йони в ґазї с. є. зневтралїзовались в молекули. Бачимо отже, що є явище, яке противдїлає йонїзациї, явище невтралїзованя ся йонів додатних і відємних, яке називає ся рекомбінациєю. Явище се виступає при стрічи йону додатного з електроном; число стріч йонів буде тим більше, чим більша буде скількість йонів.

Робимо при тім застереженє, що рівно богато маємо йонів додатних і електронів. Скількість стріч йону додатного з відємними буде пропорциональна до густоти послїдних; так отже скількість стріч електрону з йонами додатними буде пропорциональна до густоти електронів. З огляду на се і на попередне застереженє рекомбінация буде пропорциональна до квадрату числа хвилевого йонів n, отже: αn^2.

Треба проте узґляднути також рекомбінацию при зростї йонїзациї, отже:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2$$

причім q і α є постійними. Інтеґруючи се рівнанє, дістанемо:

$$\int \frac{dn}{q - \alpha n^2} = \int dt + const$$

або:

$$\frac{1}{2\sqrt{q}} log \frac{\sqrt{q} + n\sqrt{\alpha}}{\sqrt{q} - n\sqrt{\alpha}} = t + const.$$

З послїдного взору можемо означити n. Именно:

$$\sqrt{q} + n\sqrt{\alpha} = (\sqrt{q} - n\sqrt{\alpha})\, e^{2\sqrt{q}(t + const)}$$

або:

$$n\sqrt{\alpha}(1 + e^{2\sqrt{q}(t + const)}) = \sqrt{q}(e^{2\sqrt{q}(t + const)} - 1),$$

а звідси:

$$n = \sqrt{\frac{q}{\alpha}} \frac{Ce^{2\sqrt{q}t} - 1}{Ce^{2\sqrt{q}t} + 1}.$$

Крім рекомбінації треба ще узглядниги також дїланє току електричного, який повстає в наслїдок ріжниці потенциялів V обох плиток кондензатора. Ток спричиняє також зменшуване ся скількости йонів. Назначім через i натугу току с. є. скількість електричности, яка в 1 sec перепливає через 1 cm^2. Наколи наряд йону значити-мемо через e, тоді на кождий cm^2 в одиниці часу припаде $\frac{i}{e}$ йонів. Приймім, що віддаленє обох плит кондензатора виносить l cm, то скількість йонів $\frac{i}{e}$ роздїлить ся на l cm^3, а на 1 cm^3 припаде їх $\frac{i}{el}$. Послїдна величина вказує нам скількість йонів, яка убуває в наслїдок дїланя току електричного i. — Рівнанє, яке характеризувалоб нам явище йонізациї буде тепер виглядати ось так:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha n^2 - \frac{i}{el}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 1)$$

Скорість йонів після I. I. Thomsona має бути пропорциональна до спаду потенциялу. Заложенє се, є те саме, що при електролїзї, де йони пересувають ся пропорционально до сили, с. є. спаду потенциялу. Для ґазів закон сей буде також важний, але лише в нормальних умовах с. є., коли ґаз є мінїмально розріджений. Назвім скорість йонів додатних v, скорість електронів u; з огляду на повисше заложенє напишемо:

$$v = v_p \frac{V}{l}$$

де v_p означає скорість йону додатного в одиничнім полї, а $\frac{V}{l}$ спад потенциялу. Анальоґічно:

$$u = u_n \frac{V}{l}$$

при чім u_n означає скорість електрону в одиничнім полї.

В одиниці часу пересуне ся через 1 cm^2 перерізу n йонів о нарядї e зі скорости v_p або u_n. Спад потенциялу буде тодї:

$$n(v_p + u_n)\frac{V}{l},$$

а ток електричний назначить ся так:

$$i = ne\,(v_p + u_n)\frac{V}{l}. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 2)$$

З комбінациї рівнаня 1) з 2) дістанемо:

$$\frac{dn}{dt} = q - \alpha \frac{i^2}{\left[e\,(v_p + u_n)\frac{V}{l}\right]^2} - \frac{i}{el}.$$

Коли наступить стан рівноваги, тодї:

$\frac{dn}{dt} = 0$, отже:

$$q = \frac{i^2\alpha}{\left[e(v_p + u_n)\frac{V}{l}\right]^2} + \frac{i}{el} \quad \ldots\ldots 3)$$

або:

$$q = \frac{i}{el}\left[\frac{\alpha i}{e(v_p + u_n))\frac{V^2}{l^3}} + 1\right] \quad \ldots\ldots 3a).$$

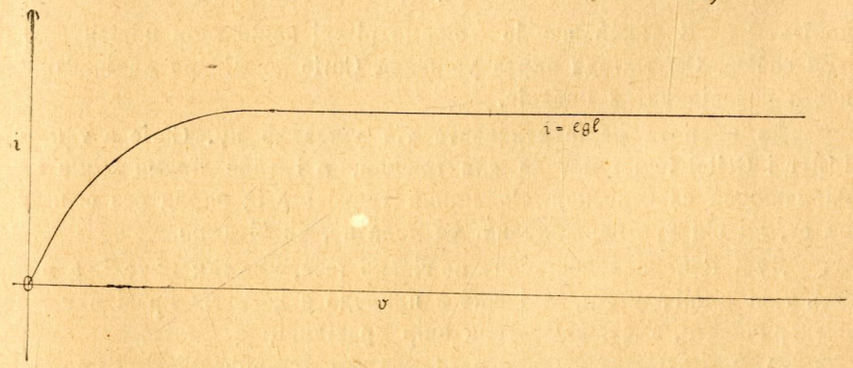
Приймім, що V є дуже мале, тодї можемо другий склад лївої сторони пропустити при складї першім; таким способом:

$$i = e\,(v_p + u_n)\sqrt{\frac{q}{\alpha}}\cdot\frac{V}{l}; \quad \ldots\ldots\ldots 4)$$

значить ся, що для малих V натуга току i є пропорциональна до сили електромоторичної $\frac{V}{l}$, значить ся право Ohma остане в сїм случаю.

Коли однак V росте так що, $lim\ V = \infty$, тодї перший склад рівнаня 3a) лївої сторони можемо без ошибки пропустити, а вираженє для току напишемо:

$$i = elq \quad \ldots\ldots\ldots\ldots 4a)$$

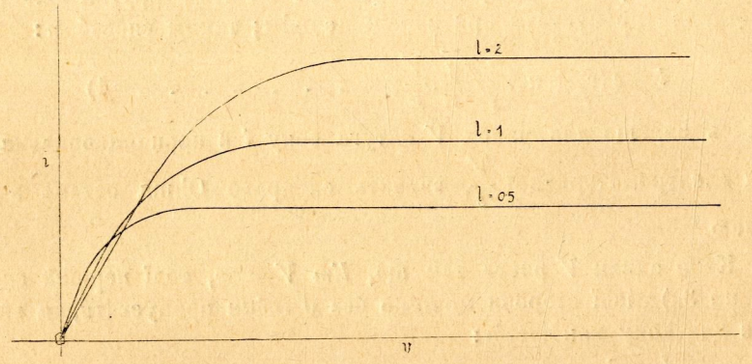


фіг. 18.

Дістанемо тоді криву II-го ряду, яка з початку росте лінійно, а опісля для току насичення дістає напрям рівнобіжний до V.

Коли будемо змінати віддаленє обох електрод l, тоді при великім V і l ток буде сильнійшим, як ток при такім самім V, а меньшім віддаленю l (фіг. 19). Йони тоді вже зовсім не рекомбінують ся, лише зараз по витвореню сейчас осїдають на електродах.

Поміри сили току насичення позваляють нам обчислити скількість витворених йонів q; скількість ся є пропорциональна до сили



фіг. 19.

йонізатора. В такий спосіб можемо ріжні йонізатори порівнувати між собою. Сеї методи якраз уживала Curie до міреня радіоактивности нововідкритих первнів.

До викритя радіоактивности тїл уживали пп. Curie а також Elster і Geitel іншої методи електричної, а именно дїланя лучів на наряджений електроскоп. Послїдний тратить свій наряд без огляду на се, як він був наряджений, чи додатно, чи відємно.

Лучі Бекереля йонїзують не тілько ґази, але також течі, а навіть тїла цїпкі; у тїл, які вже з природи є добрими провідниками електричности, зменьшають они опір провідництва.

б). З найбільше звісних хемічних дїлань лучів Бекереля є чорненє плити фотоґрафічної, через що передовсїм сам Бекерель ви-

слїдив радіоактивність урану. Найлїпше дїлають в сім случаю лучі γ, так як они найбільше переходять через тїла цїпкі; в меньшім степени дїлають лучі β, а найменьше α.

Препарат радовий переховуваний в склянім начиню спричиняє закрашенє его на фіолетово або брунатно. Закрашенє се уступає доперва при огрітю, причім слїдує явище термолюмінїсценциї.

В наслїдок дїланя лучів раду переміняє ся кисень в озон так, як се дїє ся при розрядженю кондензатора. Білий папір, в якім був завинений радовий препарат, жовтїє, а опісля червовїє та стає крихким. Розпущений бромак раду в воді розкладає воду на водень і кисень. Соли гальоідальні барвлять ся під дїланєм лучів раду не лише на зверх, але і у внутрі.

в). Лучі радіоактивних тїл спричиняють флюорисценцию тїл подібно як лучі катодові і Рентґена. Картон паперовий потягнєний цианяком бароплятиновим сьвітить ясним сьвітлом. Діямант та інші дорогі каміня сьвітять в сусїдстві раду.

Коли зближимось з радовим препаратом до висше згаданого картону, тоді в віддаленю 2 m зачинає картон сьвітити слабим сьвітлом, яке зі зближенєм препарату стає сильнійшим, аж в кінци переходить в інтензивне сьвітло. Явище се вказує, що всї три роди лучів беруть участь в викликуваню флюоресценциї, але на ріжні материї декотрий тип лучів дїлає сильнійше, а інший слабше, так пр. на згаданий цианяк дїлають передовсїм лучі β.

Цїкавим явищем є флюоресценция сїрчану цинку (тзв. бленда Sidot'a) під дїланєм лучів α: ту не виступає сьвітло тягле. Вдивляючи ся через люпу в таку флюоресценцию відносимо вражінє, немовби поодинокі точки нагло засїяли і знов гасли. Явище се можна дуже добре оглядати в апаратї Stockes'a т. зв. спінтарископі Таку флюоресценцию називаємо блимаючою флюоресценциєю, або блиманєм (Scintillieren, scintellierende Fluoreszenz).

г). В р. 1903. відкрили Curie і Laborde, що рад видїлює постійно тепло; з сего слїдує, що рад мусить мати вищу температуру від окруженя. Giesel відкрив своїм специяльним апаратом, що підвищенє се виносить около 5^0C над температуру окружаючого воздуха. При помочи кальориметру Бунзена удалось обчислити скількість витвореного тепла. Показало ся, що 1 g раду видїлює з себе в 1 годинї близько 80 малих кальорий; така сама скількість кальорий заміняє 1 g леду на воду, отже 1 g раду може своїм теплом стопити в 1 годинї 1 g леду на воду. Скількість витвореного радом тепла перевищає всяке тепло, яке повстає навіть при найсильнійших хемічних реакциях.

Витворюване ся тепла з тїл радіоактивних на разї не має нїякого практичного примінення, однак можна з сеї прикмети радіоактивних тїл зробити деякі заключеня що до віку нашої землї. — Після обчислень фізиків (Lord Kelvin, Tait), які приймали, що степенне остуджене землї повставало в наслїдок браку внутрішнього допливу тепла, мусїлаб она перед яких 10 або найвисше 15 мілїонами лїт находити ся в станї плинним. З другої знов сторони біольоґи та ґеольоґи обчислили на підставі своїх дослїдів, що вік землї виносить далеко більше а іменно до 200 мілїонів лїт.

Коли однак возьмемо під увагу, що земля у своїм нутрі посїдає чимало первнів радіоактивних, які витворюють постійно тепло, яке спричиняє опізнене в остудженю кори земскої, тодї обчисленя наші будуть годитись з обчисленями ґеольоґів; вік нашої землї не перевишає числа 10^9 або 10^{10} лїт.

Упадає також і сей арґумент фізиків, що сонце від 20 мілїонів лїт огрівае землю, коли розважимо, що сонце без найменьшого сумнїву посїдає богато раду, отже жерело постійного тепла, якого вік перевишає числа всяких обчислень.

Тепло яко енерґія само з себе повстати не може, а в сїм случаю також і окруженє не може єго витворити, бо має температуру о много низшу; енерґія ся мусить походити з якоїсь внутрішної переміни в атомах.

ґ). Неменьше цїкаві є фізіольоґічні дїланя лучів раду. Проф. Curie зробив на собі самім постереженє, що рад дїлаючи довший час на наскірок спричиняє сильні запаленя єго, які гоять ся дуже поволи, бо аж по чотирох місяцях. Наслїдки сї однак не слїдують зараз по дїланю, доперва аж по якімсь часї, що дослїдив Бекерель на собі самім. Носив він через 6 годин кілька дециґрамів чинного препарату раду в кишені від камізельки. По 10 днях дістав він в тім місци сильне запалене наскірка, рана згоїла ся аж по 49 днях.

Коли до прижмуреного ока в темноті зближимо препарат раду, тодї дістанемо вражінє, немовби ми находили ся в ясно осьвітленій комнатї. Походить се в наслїдок флюоресценциї сїтчанки ока під дїланєм лучів ряду. Після Himstedt'a і Nagel'a цїле око має флюоризувати. Слїпі, що мають здоровий нерв очний, дізнають під дїланєм лучів раду вражіня сьвітла; однак щоби слїпим привернути на ново здоровий зір, о сїм годї й говорити.

Лїкар Daulos слїдив, чи не можнаб ужити лучів раду яко лїку до деяких скірних недуг і дійшов до пізнаня, що під тим зглядом є їх дїланє подібне до лучів Рентґена. Мають они з дуже добрим

успіхом лїчити рака і т. п. Наука о приміненю лучів раду в медицинї становить навіть осібний дїл т. зв. радіотерапію.

Показало ся також, що лучі Бекереля нищать всякі мікроорґанїзми і бактериї, а навіть на більше зорґанїзовані зьвірятка дїлають смертельно. Миши, жаби та морскі свинки гинуть виставлені через довший час на дїланє згаданих лучів немов спаралїжовані. Після Giesel'a листє ростин жовкне під лучами раду, а потім розпадає ся на дрібні кусні.

д). До механїчних дїлань лучів Бекереля треба зачислити передовсїм рух частинок матеріяльних лучів α, β. Праця ся обявляє ся в силї переходженя лучів β через тїла цїпкі; механїчних дїлань лучів α безпосередно постерегти не можна. Вложім до рурки скляної невеличку скількість раду і засклепім єї; тодї як лучі β і γ в наслїдок своєї великої енерґії кінетичної перейдуть через скло рурки, так лучі α не в силї вдїяти сего; повстане отже внутр рурки надмір додатного наряду, який буде проявляти ся в видї напору електростатичного на стїни рурки. Сей напір зросте з часом так сильно, що тиснене атмосферичне і скло не в силї єго зрівноважити. Тодї скло рурки пукне.

Інший примір дїланя механїчного лучів тїл радіоактивних представляє т. зв. perpetuum mobile Strutt'a. Полягає се на слїдуючій основі: на електроскоп падуть лучі раду; в наслїдок дїланя лучів β електроскоп наряджає ся, отже листки алюмінїові розхилять ся, аж доки не діткнуть ся скляної стїни, полученої з землею. Тодї він тратить наряд, а листки знов опадають. Процес сей повтаряє ся дальше.

Еманация радіоактивних тїл.

Rutherford відкрив, що тор висилає крім лучів α і β якусь субстанцию немов якийсь ґаз, котра оказалась також радіоактивною. Сю ново-відкриту материю назвав він еманациєю. Dorn відкрив, що рад висилає також якийсь рід еманациї. Те саме вислїдили майже рівночасно пп. Curie для раду і назвали єї exradio. Актин посїдає також свій рід еманациї. Не удало ся однак викрити єї для урану — а польон зовсїм єї не має. О скілько еманациї згаданих первнів радіоактивних виріжняють ся між собою, то се питанє ще отверте. Досї найбільше розслїджено еманацию раду.

Згадалисьмо вже на самім початку, що еманация має прикмети ґазу. Так само, як ґаз старає ся еманация виповнити весь простір;

струя воздуха може єї перенести з одного місця в друге. Аналоґічно до ґазу еманация дифундує через дірковаті тіля та інші ґази. Зі скорости дифузиї Rutherford і Miss Brooks обчислили густоту еманациї раду = 80 (коли водень приймаємо за одиницю). При зміні тиснення, обєму і температури заховує ся еманация так, як сего вимагають закони для ґазів (закон Boyle'a-Charles'a-Gay-Lussac'a). Rutherford і Soddy виказали, що анї висока температура анї іскра елєктрична не впливають на зміну хемічного характеру еманациї. Під сим зглядом треба зачислити еманацию до ґрупи ґазів благородних. З огляду на се молєкули еманациї мусять бути одноатомові; знаючи се і густоту еманациї можемо обчислити тягар атомовий єї = 160.

Еманация дає ся також згущувати, що зробили Ramsay і Soddy при помочи плинного воздуха (—192°*C*); показало ся, що еманация раду ціпеніє в температурі — 150°*C*, а еманация тору в границях від — 120°*C*. Rutherford і Soddy переконались о тім експериментально. Струя воздуха з окруженя радіоактивного первня була також активною. Сей воздух зібрали они в рурку скляну і вложили до начиня з плинним воздухом. Тоді воздух зі згаданої рурки не був вже чинним, але не було в нім частинок еманациї; они мусїли в наслїдок сильного остудженя сціпенїти. Опісля по огрітю рурки воздух оказував знов активність як вперед; отже частинки еманациї стали знов молєкулами ґазовими.

Не менше цїкавим є фактъ, який вказує на велику силу дїланя еманациї. Curie і Debierne удало ся еманацию так як який небудь ґаз зібрати в маленькій скількости і ізолювати в скляній фляшці. Скло тоді зовсім почориїло. Се вказує як раз на велику силу еманациї.

Кожда частинка радіоактивного тіла видає еманацию. Навіть з соли раду або тору она витворює ся; однак до воздуха не дістає ся, але громадить ся там в більшій скількости. Коли таку радіоактивну сіль розпустимо в водї, тоді слїдує сильне видїлюванє еманациї, яка нагромадила ся була внутр тіла. Таку еманацию можна вигнати з води або через огрітє послїдної до кипіня, або через перепровадженє воздуха через воду. Нагромаджену еманацию внутр соли можна вигнати також через сильне огрітє.

В р. 1904 хотїли Ramsay і Soddy витворити дуговину еманациї раду. В тій цїли видїлили они еманацию з розчину радового бромаку, який мав в собі 30 *mgr.* чистої соли. По усуненю отже водня і кисня осталась лише якась скількість ґазу, яка давала дуговину безводника угляного, а коли і сей усунено через вимороженє плинним воздухом, осталась лише часть еманациї, яка давала в дуговинї лїнію D_3 характеристичну лише для знаного вже ґазу, а се гелю. По кількоразовім уважнім повтореню сеї проби отримано цїлковиту дуговину гелю. В такий спосіб отримана з раду еманация перетворює ся по кількох днях в знаний первень, гель. Маємо ту перетворюванє одного первня — раду в другий — гель. Ramsay'ови і Soddy'ому удало ся отриманий гель навіть ізолювати. Новоотриманий первень не оказував вже ніяких слїдів радіоактивности. Гель є отже продуктом розкладу раду. Вислїдом тим можна пояснити і се, що гель знаходжено досї також в мінералах, в яких знаходить ся уран і тор.

Коли еманация стріне ся з водою, тоді — після досьвідів Ramsay'a, переходить она місто в гель в другий благородний ґаз, а се неон; колиж еманация стріне ся з розтвором сїрчану міди, то — як сконстатував Ramsay — еманация переходить в арґон, а останок сїрчану міди виказує лїнію лїту. Сї явища вказивалиби на можливість переміни (трансмутациї) первнїв.

Індукована радіоактивність.

Rutherford постеріг, що тіла виставлені на дїланє еманациї тору самі стають радіоактивні. Майже рівночасно вислїдили те саме Curie на еманациї раду. Явище се називаємо індукованою радіоактивностию. Сила єї зовсім не залежить від природи тіла, яке єї набуває. Папір пр. виставлений на дїланє торової або радової еманациї стає так само радіоактивний, як тор і рад, але тілько часово.

Індукована радіоактивність витворює ся передовсім на тілах відємно наелєктризованих. Коли еманация находить ся в замкненім начиню, в якім находить ся дріт о відємнім нарядї, тоді еманация громадить ся на нім; дріт сей опісля набуває радіоактивности. Явище се вказує, що еманация мусить повставати з додатних частинок (лучів α). Матеріяльні частинки еманациї осїдають на тілї, яке трафляють і творять в сей спосіб радіоактивну верству; однак частинки еманациї є так нїжні, що навіть найдокладнїйші ваги не з силї були відкрити утрати на вазї радіоактивного тіла анї приросту ваги тіла о індукованій радіоактивности.

Індукована радіоактивність тору ріжнить ся від радової. Активність еманациї тору спадає в протягу мінути до половини своєї вартости; індукована нею однак радіоактивність потребує 11 годин,

щоби змалїти до половини. Еманация раду, яка потребує чотирох днїв, щоби змалїти до половини, витворює радіоактивність о много слабшу, бо вже по 28 мінутах спадає она до половини.

Індукована радіоакливність еманації актину, якої вік виносить одну секунду, тревав так само довго, як раду.

Радіоактивність атмосфери і кори землї.

Досліди над індукованою радіоактивностию показали, що наша атмосфера мусить мати в собі частинки еманації. Воздух не є нїколи добрим ізолятором; листки наелектризованого електроскопу лише якийсь час позістають розхилені, а опісля знов спадають.

Відси можна заключити, що у воздусї мусять бути деякі слїди радіоактивної материї. Elster і Geitel, які займають ся студиями над атмосферичною електричностию, показали, що дїйсно атмосфера посїдає в собі якусь часть еманації, якої сила залежить від барометричного стану воздуха, напряму вітру і т. і. Не лише свобідний воздух тїшить ся сею прикметою, але також і воздух пивниць, печер і т. і. та тим більше, чим глубше сягає в землю.

Послїдна гадка позваляє на здогад, що ся еманация в атмосфері мусить походити з глубин землї. Кора землї є також радіоактивна. Прикмета ся є взагалї дуже скупа, однак деякі знаки промавляють за тим, що кора нашої землї є богата в лучисті первні. Пр.: вулканїчний попіл уживаний під назвою „fango“ до цїлий лїчничих оказав ся лучистим. „Fango“, як се сконстатувано, має в собі дещо раду, але то в дуже малій скількости. Много жерел, а передовсїм теплих як пр. вода з Карльсбаду, з Баден приносять з собою богато еманації. Навіть опади атмосферичні: сьнїг і дощ посїдають певні слїди радіоактивности, яку однак тратять в короткім часї, бо по пів годинї, що дослїдив Allen.

Теория радіоактивоости.

Прикмети і дїланя лучів радіоактивних тїл вказують на велике жерело енергії. Лучі α і β є постійним виділюванем ся електричности і материї. Лучі β є то, як ми вже з самого початку зазначили, материяльні корпускули, які несуть з собою відємну електричність, котра мусїла находити ся з додатною в рівновазї в атомі радіоактивного тїла; яко відємні корпускули увільнившись витворюють через се в атомі хемічнім надмір додатних йонів, з яких саме повстає еманация.

Насуваєсь отже тепер питанє, відки бере ся та енергія, яку лучисті тїла постійно з себе висилають? На перший позір здавалоб ся, що се промінюванє тїл без нїякої зовнїшної причини стоїть в суперечности з законом природи — з засадою захованя енергії.

Однак ся мнима суперечність дасть ся оправдати. Рїжні були погляди фізиків на сю справу; дадуть ся они звести до двох головних точок, а іменно: деякі уважають лучисті тїла за трансформатори якоїсь незнаної нам енергії, яку они вглотають в себе, щоби опісля видїлити єї на зверх в виді радіоактивної енергії. Інші знов є сеї гадки, що енергія радіоактивних первнїв походить з їх внутрішної переміни в атомах.

Після першого погляду належить приняти, що в окружаючім нас просторі з далеких сторін вселенної пливе постійно якась незнана нам близше енергія, що переходить через всї тїла крім лучистих. Послїдні вглотають єї, щоби замінити єї в лучі Бекереля. Сей здогад видаєсь так правдивий, що годї єму заперечити, але й досить тяжко доказати. Тому як раз мусимо єго залишити, а приняти другий, що енергія лучиста лежить у внутрішній переміні атомів радіоактивних первнїв. Після сего погляду атом се не одиниця неподїльна, але противно, се тїло, яке дасть ся розложити на праатоми, з яких він колись повстав. Сю гадку виповів перший Crookes в р. 1889, а опісля і I. I. Thomson [1]). Атом представляєть ся отже яко уклад електронів в рівновазї. А що електрони всї мають відємний наряд, отже відпихалиб ся тілько взаїмно, а нїколи не моглаби наступити рівновага; тому мусить бути якась сила, яка рівноважить відємну електричність електронів. Атоми мусять крім відємного наряду електронів посїдати ще і додатну електрічність. О вигляді, як пише I. I. Thomson, в якім додатна електричність виступає, знаємо на разі дуже мало. До нинї не удалось єще викрити корпускулів о додатнім нарядї, меньших що до маси від атому водня (лучі α і ситові). Поки що не знаємо, як виступає електричність в атомі, приймаємо лише за I. I. Thomson'ом, що додатна електричність є рівномірно розміщена в кулї, в якій пливають електрони; додатна електричність притягає електрони до середини, наколи взаїмне відпиханє послїдних старає ся їх як найдальше від середини

[1]) I. I. Thomson: Elektricität u. Materie 1904; I. I. Thomson: Korpusculartheorie der Materie 1908. Оба переводи з англїйского через Siebert-a.

віддалити. Електрони укладають ся отже на вершках многокутника вписаного в кулї.

Коли атом складає ся з одного електрону, то він уставить ся в середині кулї, а коли він складає ся з двох електронів, то вони уставлять ся в прямій напротив себе. Три електрони уложать ся на вершках рівнобічного трикутника, чотири на вершках квадрату, або один в середині а три на вершках рівнобічного трикутника; пять електронів осяде на вершках пятикутника рівнобічного або чотири на вершках квадрату, а один в середині і т. д. Наколи в атомі має бути більше електронів, тоді утворять они многокутники співосередні, часом з одним або двома електронами в середині. Повстануть в сей спосіб електронові перстені. До такого укладу електронів в атомі дійшов проф. Mayer при помочи малих маґнетів пливаючих у водї.

Електрони в атомі можуть находити ся або в стані спочинку, або в станї руху, відбуваючи оборот около точки осередочної. Приймаючи другий случай, мусимо приняти також і силу відосередну, яка старає ся електрони як найдальше відсунути від осередка. Віддалене електрону від осередочної точки буде залежати лише від скорости оборотової. Чим більша буде ся скорість, тим дальше відлетить електрон від осередка кулї, аж може дійти до границї скорости, при якій електрон найде ся на поверхнї кулї. Дальший зріст скорости спричиняє, що електрон буде порушати ся на поверхнї кулї та в кінци зовсїм може ся від неї відорвати. Щоби однак нїякий електрон не вийшов поза поверхню кулї, тому мусить бути якась скорість критична, якої електрони не повинні переступити, наколи має заховати ся стан рівноваги. Колиж електрони у своїм руху оборотовім коло осередка кулї переступлять сю скорість, на що треба мілїонів лїт часу, тодї слїдує немовби яка експльозия, в наслїдок якої росте енерґія кінетична електронів, а малїє енерґія потенцияльна укладу в атомі. Енерґія кінетична електронів може бути так велика, що може їх зовсїм від укладу відірвати. Атом отже буде висилати енерґію кінетичну коштом енерґії потенцияльної, яку він набув при своїй ґенезї. Тїла радіоактивні є якраз такі, яких атоми находять ся в описанім повисше станї. Енерґія кінетична атомів лучистих обявляє ся в висиланю лучів.

Кінетична енерґія лучів радіоактивних тїл мусить бути нераз більшою від енерґії потенцияльної атому. Вперед вже ми згадали, що йонїзация ґазів, се розкад его атомів на відємні електрони і додатні йони. Але атом невтральний представляє якийсь досить вели-

кий засіб енерґії потенцияльної. Щоби отже розділити его на йони, треба ужити якоїсь працї більшої від енерґії потенцияльного атому. Тодї слїдує розклад атому на йони, які набувають великої енерґії кінетичної коштом енерґії потенцияльної свого атому.

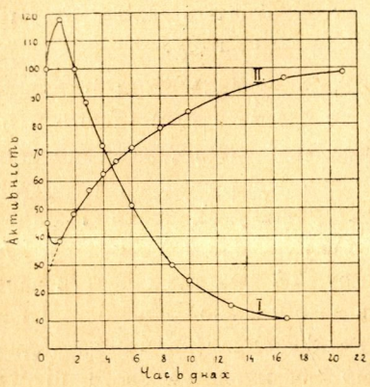
Після Rutherford'a і Soddy-го радіоактивний атом о якійсь енерґії потенцияльній переміняє ся дуже поволи в атом іншого первня, але вже о меньшім засобі потенцияльної енерґії, який ще шле лучисту енерґію. З часом знов сей первень перетворює ся в другий, який вже не оказує нїякої лучистости. Дїйсно удало ся їм віддїлити хемічно з тору часть *ThX* сильно активну та часть неактивну *Th*. Лучистість *ThX* спадає поволи, а тору *Th* зростає і осягає знов первісну активність; тодї *ThX* тратить зовсїм свою активність і заміняє ся в якийсь продукт тору вже неактивний. Час, в якім радіоактивність тору *ThX* спаде до половини початкової вартости, рівнає ся часови, якого потребує неактивний *Th* для відзисканя половини своєї лучистости. — З неактивної части можна знов віддїлити способами хемічними *ThX* від *Th*, який знов переміняє ся в субстанцию вже не радіоактивну.

Crookes-ови і Becquerel-еви удало ся роздїлити уран на часть радіоактивну *UrX* і неактивну *Ur*. З часом *Ur* стає ся знов активний, а з него дасть ся знов віддїлити *UrX* і *Ur*; процес сей можнаби повторити кілька разів. Зазначити однак треба, що та скількість, яка улягає перемінї є так мала, що лучистість тору, як взагалї інших первнів, належить після нашого подїлу часу уважати за постійну.

Коли *ThX* уважати-мемо за рід материї, то в нїякий інший спосіб не дасть ся се пояснити, як тілько сим, що тор *Th* переміняє ся в *ThX*, бо щоби оказати, що *Th* є в станї творити *ThX*, годї нам приняти при нинїшнім станї науки. — Принимаючи *ThX* за властивий собі рід материї, приймаємо тим самим, що первень може улячи повільній переміни, яку називаємо радіоактивною переміною. Се є вихідною точкою цїлої теориї розкладу атомів, яко причини радіоактивности. — Коли се можливе, що один первень може через мілїони лїт улячи перемінї, тодї легко пояснити явище радіоактивности.

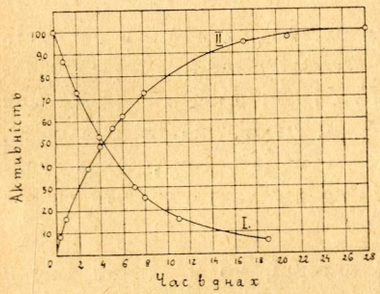
Rutherford і Soddy вказали відношенє, яке заходить між скоростию, з якою активність тору *ThX* спадає, а скоростию, з якою часть неактивна *Th* відзискує радіоактивність. Результати їх ґрафічно представляють ся так: Коли возьмем за віс x-ів час, а за

віс y-ів активність, тоді крива I. (фіг. 20.)[1]) представляє спад активности ThX а крива II. приріст тоїж части неактивної Th аж до ей вартости найбільшої.



фіг. 20.

Цїкаве захованє представляють обі субстанциї в першім дни. Активність тору ThX зачинає ся на рисунку від 100; з початку она росте, але лише в першім дни, опісля зачинає малїти і сей стан треває дальше. Активність ThX малїє після кривої виложничої, як се окаже ся низше з рахунку; активність знов тору Th в першім дни малїє, а опісля росте. Невтральність в першім дни полягає в тім, що тор Th посїдає свою невіддільну активність. По відкиненю неправильностий крива II. дає (фіг. 21.) образ відзисканої радіоактивности тору Th, яка від початку до кінця виносить 100. Крива I. подає нам захованє ся активности тору ThX в такім самім процентї і в тім самім часї.



фіг. 21.

Бачимо отже, що радіоактивности неактивної части тору Th прибуде в якімсь часї саме тілько, скілько змалїє активність у тору ThX. Назвім початкову активність ThX через I_0, а активність по часї t через I_t а maximum осягненої активности через i_∞, тодї:

$$\frac{i_t}{t_\infty} = \frac{I_0 - I_t}{I_0} = 1 - \frac{I_t}{I_0} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (1)$$

Досьвідом викрито, що лучистість ThX спадає в ґеометричній проґресиї з часом, а именно по 4 днях до половини, по 8-ох до $^1/_4$, і т. д., своєї початкової вартости. Рівнанєм означить ся се так:

$$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\lambda t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (2)$$

де λ є постійною, а e основою натуральних льоґаритмів. Позаяк для тору ThX: $\frac{I_t}{I_0} = \frac{1}{2}$ в часї 4 днїв або 345.10^3 *sec.*, то $\lambda = 2.10^{-6}$ (причім час числимо в секундах). По вставленю (2) в (1) дістанемо:

[1]) Повисші рисунки (фіг. 20. і фіг. 21.) взяті з книжки Rutherford'a ст. 231, 232.

$$\frac{i_t}{i_\infty} = 1 - e^{-\lambda t} \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad . \quad (3)$$

яко вираженє на відзискану з часом активність тору Th.

Закон спаду радіоактивности після кривої виложничої для ThX відносить ся до всїх радіоактивних субстанцій. Знані є субстанциї з характеристичними спадами активности від кількох секунд до мілїонів лїт, які заховують ся після висше згаданого закона. На скорість спаду активности не впливають анї хемічні, анї фізичні дїланя. — Сочинник λ називаємо постійною радіоактивною або лучистою; она є для кождої субстанциї інша і виступає яко характеристика тої субстанциї.

Те саме, що ми сказали про активність тору, можна примінити в такий самий спосіб до урану. Спад активности UrX і відзискуване єї через Ur відбуває ся рівнож після ґеометричної проґресиї; однак активність UrX не спадає, як тору ThX в 4 днях до половини, але в 22 днях. Коли час числити-мемо в секундах, то $\lambda = 3.6.10^{-7}$.

Повставане тору ThX з означеної скількости Th з якоюсь постійною скоростию в данім часї позваляє заключати, що якась скількість атомів тору Th в одиниці часу перетворює ся в тор ThX, а при тій перемінї слїдує висиланє лучів α. Зовсїм очистити тор зі своєї радіоактивности є неможливим, хотьби єго піддали яким хемічним процесам. Тор отже мусить посїдати якусь невідлучну лучистість, а те саме доказано також для урану і раду, а можна також піти в тім дальше і сказати, що всї радіоактивні первні мусять посїдати невідлучну активність.

Атом перемінає ся в інший о меншій енерґії потенцияльній через висланє лучів; з чого слїдує, що лучиста материя мусить малїти в своїй скількости. Для слабо радіоактивних елєментів, як уран і тор, сего в нашім подїлї часу годї зауважити, позаяк переміна не є сильна, згадані отже первнї видають ся нам зовсїм постійними. Продукти однак їх розкладу UrX і ThX, які з них повстають, є дуже скупими. Коли сї незначні скількости материї висилають значну скількість лучів, тому мусять они о много скорше переміняти ся від своїх праелєментів та тому активність їх скоро малїє.

Лучистість отже субстанциї в висшім степени активної мусить скоро малїти; чим скорше она спадає, тим сильнїйше стає радіоактивною субстанция. Активности для ThX та UrX характеризує рівнанє

$$\frac{I_t}{I_0} = e^{-\lambda t},$$ причім I_t, I_0 λ, t, задержують своє попередне

значінє. — Відношенє $\frac{I_t}{I_0}$ можемо заступити через $\frac{n_t}{n_0}$, наколи n_t означав скількість атомів субстанції, яка в часі t на одиницю часу переміняє ся, а n_0 вартість початкову сего числа. Отже:

$$\frac{n_t}{n_0} = e^{-\lambda t}.$$

Назвім N_0 всю скількість атомів субстанції, а N_t скількість атомів, яка не улягла перемінї; тодї:

$$N_t = \int_t^\infty n_t\,dt = \frac{n_0}{\lambda}\,e^{-\lambda t}$$

а:

$$N_0 = N_t \text{ (коли } t = 0),$$

отже:

$$N_0 = \frac{n_0}{\lambda}$$

або:

$$\frac{N_t}{N_0} = e^{-\lambda t}.$$

Через ріжничкованє дістанемо скорість, з якою зміняє ся первісний систем атомів, а іменно:

$$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t.$$

Коли скількість висланих лучів є мірою для скількости атомів систему, який улягає змінї, то скількість атомів, яка переміняє ся, малїє також після ґеометричної прогресиї. Скількість атомів, яка улягає радіоактивній перемінї, є все пропорціональна до скількости атомів, які не переміняють ся. Коли маємо N_t атомів якоїсь лучистої субстанції, то в 1 *sec.* переміняє ся λN_t атомів, причім λ означає радіоактивну постійну сеї материї. З поданих чисельних вартостий для λ для *ThX* і *UrX* оказує ся, що в 1 *sec.* переміняє ся $\frac{1}{500000}$ атомів тору *ThX*, а $\frac{1}{3000000}$ *UrX*.

Такі атоми, що улягають радіоактивній перемінї, що заховують лише чєрез час свого ограниченого істнованя свої характеристичні, хемічні і фізичні прикмети, та що рівночасно з промінюванєм, отже з висиланєм α і β лучів переміняють ся, назвали Rutherford і Soddy **метаболями** (Metabole). Кождий такий метаболь мусить посїдати якийсь пересїчний вік. Коли N_0 є скількість початкова атомів, а N_t скількість метаболів, які ще в часї t не улягли перемінї, тодї отримали ми:

$$\frac{dN_t}{dt} = -\lambda N_t,$$

λ отже рівнає ся дробови метаболів, який в одиниці часу переміняє ся.

Відворотність єго $\frac{1}{\lambda}$ буде нїчим іншим, як тілько пересїчним віком метаболю даної субстанції. Що дїйсно так є, дійдемо до сего таким розважанєм: Возьмім під увагу якись час t і в нїм якусь ґрупу атомів; число атомів, яке улягає змінї в дуже короткім інтервалї часу dt, рівнає ся після попередних рівнань $\lambda N_t\,dt$ або $\lambda N_0\,e^{-\lambda t}\,dt$. Кождий метаболь сеї ґрупи посїдає вік t. Однак маємо взагалї N_0 атомів, так, що для пересїчного віку всїх дістанемо:

$$\int_0^\infty \lambda t e^{-\lambda t}\,dt = \frac{1}{\lambda}.$$

В сей спосіб дійшли ми до пересїчного віку метаболів.

Метаболї радіоактивних елємєнтів ріжнять ся від атомів звичайної материї через свою надзвичайну малу постійність або іншими словами, они улягають скоро перемінї. Активність субстанції є признакою єї постійного розкладу. Рад висилає лучі α, яких маса є атомової величини і лучі β електронові, які вказують на внутрішне бомбардованє єго атомів-метаболів. Постійність переміни препарату раду лежить в тім, що коли одна часть перестане бути радіоактивна, тодї з матерного материялу повстає нова, яка знов промінює. Така переміна, як Rutherford і Soddy показали, відбуває ся з такою самою скоростию, без огляду на се, чи части розкладаючі ся є в сумішці з нерозкладаючими ся, чи відлучені.

Крім лучів витворює рад еманацию (exradio), яка по 4 днях перетворює ся в інший первень, а іменно в ґаз благородний ґель. Так як тягар атомовий раду є 225, а гелю 4, то з сего можна вносити, що увільнені електрони атому о висшій енергії потенцияльній ґрупують ся знов в атом о далеко меньшій енергії потенціяльній.

З цїпких продуктів розкладу раду маємо нинї також цїлий ряд. Як знаємо, еманация раду осїдає на тїлах цїпких, спричиняючи в сей спосіб індуковану радіоактивність. Після теориї розпаду атомового активність ся походить з сего, що еманация розпадає ся знов в іншу радіоактивну субстанцию, яка осїдає на сусїднім тїлї. Сей

продукт переміни раду названо радом A (RaA). Дальше показало ся, що він знов перетворює ся знов в рад B ($Ra\ B$) і т. д. аж до букви F є знані продукти розкладу раду.

Субстанції сї однак хемічно представити ся не дадуть; їх можна отримати тілько через постійний розклад раду. В сей спосіб отримує ся їх в так малій скількости, що годі їх розріжнити під зглядом хемічного характеру. Навіть спектральна аналїза відмовляє своєї помочи в сїм случаю. Лише через їх радіоактивність можна їх схарактеризувати. Відріжняють ся они між собою висиланем поодиноких типів лучів, а по друге своїм віком. Низше подана таблиця[1]) подає нам продукти розкладу раду.

Продукт		λ $(sec)^{-1}$	t	лучі	Хемічні та фізичні ціхи
Рад		—	1300 лїт	α	Посвоячений хемічно з баром
↓					
Еманация		$2{\cdot}1.10^{-6}$	3·8 днїв	α	Ґаз безвладний о високім тягарі молекулярнім. Температура кондензациї — 150° C.
↓					
$Ra\ A$	Скоро розпадаючі ся продукти	$3{\cdot}85.10^{-3}$	3 мінути	α	Продукти розкладу еманациї; концентрують ся на катодї. Розпускають ся в сильних квасах. $Ra\,B$ улетучує ся при $circa$ 700° C; RaA, RaC при 1000° C.
↓					
$Ra\ B$		$5{\cdot}38.10^{-4}$	21 „	—	
↓					
$Ra\ C$		$4{\cdot}13.10^{-4}$	28 „	α, β, γ	
↓					
$Ra\ D$	Поволи розпадаючі ся продукти	—	$circa$ 40 лїт	—	Розпускає ся в квасах, улетучує ся при 1000° C.
↓					
$Ra\ E$		$1{\cdot}3.10^{-6}$	6 днїв	β, γ	Не улетучує ся при 1000° C.
↓					
$Ra\ F$		$5{\cdot}610^{-8}$	143 дни	α	Видїляє ся з розтворів на візмутї. Подібні свійства оказує, як польон і радіотелюр - улетучує ся при 1000° C.
↓					
?					

[1]) Повисшу таблицю, як і слїдуючі можна знайти в зацитованій книжцї Rutherforda стор. 464.

Послїдний продукт розкладу раду RaF є після Rutherforda нїчим іншим, як тілько польоном. Природа однак самого польону досї еще не знана; не знаємо анї его дуговини, анї его тягару атомового. Можна о нїм хиба се певне сказати, що він є послїдною частию розкладу сильно радіоактивних первнїв. Дальші части розкладу польону оказались неактивними. Нинї приймають, що польон по випроміньованю переміняє ся в візмут о тягарі атомовім 208,5 або олово 206,8, зачим промавляє також ся обставина, що згадані первні виступають так богато в радіоактивних мінералах.

Коли польон мавби замикати ряд продуктів розкладу, то не можна однак сказати, що рад мавби бути початком сего ряду. Рад самий є також продуктом розкладу; на се вказує цїлий ряд досліджів. Здає ся, що уран, якого тягар атомовий є найбільший, є прадїдом (parent element) всїх радіоактивних первнїв. Однак лише один продукт его розкладу є знаний, а іменно UrX.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні та хемічні ціхи
Уран	—	—	α	Розпускає ся в вугляні амоновім.
↓				
UrX	$3{\cdot}6.10^{-7}$	22	β, γ	Розпускає ся у водї і етері.
↓				
?	—	—	—	

За тим, що рад мусїв повстати з урану, промавляє ся обставина, що рад находить ся все в товаристві урану, а дальше, що відношене скількости раду до урану оказалось у всїх радіоактивних мінералах постійне, а іменно одна часть раду припадає все на мілїон частий урану. Після теориї розпаду радіоактивні мінерали иусять бути вже досить старими та якраз тому находять ся они в станї розпаду. З урану, по переходї многих посередних продуктів, нинї не знаних повстає рад, який мілїон разів перевисшає радіоактивностию уран та мусить тілько само разів скорше розпадати ся. Коли отже переміниться одна частина раду, тодї на єї місце приходить мілїон частин урану. Рад позістає отже в відношеню до урану, як 1 : 1000000, що доказали Strutt і Boltwood. Розклад однак

раду слїдує так поволи, що після нашого подїлу часу треба уважати его за постійний.

Soddy-ому удалось доказати безпосередне повставане раду з урану. Він очистив 1 *kg* азотану урану зовсїм від всяких слїдів раду; можна се було пізнати по тім, що еманация раду зовсїм зникла. По $1^1/_2$ роках спостеріг Soddy знов еманяцию радову. Скількість сеї еманациї оказалась о много меньша від скількости обчисленої. Незгідність сю можна пояснити тим, що не бралось під увагу постепенних продуктів розкладу, а дальше, що сїрчан раду затримує також часть еманациї.

Що до слабо радіоактивного тору, то з огляду на его тягар атомовий 232 належить его умістити між ураном а радом. Тор мабуть повстав перед віками так само, як рад з урану. Не находить ся він однак все в товаристві урану в радіоактивних мінералах і тому вартість відношеня скількости тору до урану не є постійна.

Тор, як Rutherford і Soddy оказали, переміняє ся в *ThX*, який висилає еманацию. Крім *ThX* знані ще інші продукти розкладу тору *ThA*, *ThB* і *ThC*.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні і хемічні цїхи.
Тор *(Th)*	—	—	α	Нерозпускає ся в амоняку.
↓				
ThX	2.10^{-6}	4 дни	α	Розпускає ся в амоняку і водї.
↓				
Еманация	$1{\cdot}3.10^{-2}$	53 *sec.*	α	Безвладний ґаз; температура кондензациї — 120° *C.*
↓				
ThA	$1{\cdot}74.10^{-5}$	11 годин	—	Повстають яко розпади еманациї; осїдають на катодї: розпускають ся в сильних квасах.
↓				
ThB	$2{\cdot}2.10^{-4}$	55 мінут	α, β, γ	
↓				
ThC	?	?	„	?
↓				
?				

Після послїдних дослїдів O. Hahn-a тор лише завдики субстанциї радіотор є активний. Материю сю відкрив недавно Hahn з мінералу торіолїту. Радіотор посїдає ту саму радіоактивну постійну λ і ті самі продукти розкладу, що тор *Th*; ріжниця лише полягає в тім, що радіотор є 500000 разів сильнїйше активним, чим уран; вік его виносить $t = 10^9$ лїт. Радіотор належить уважати за перший продукт тору та умістити его між тором *Th* а *ThX*. Тягар атомовий мусить бути малощо меньший від тору 232.

Де саме умістити актин в ряді розкладу первнїв, наразї годї сказати, так як не знаємо его тягару атомового; продукти однак его розкладу є знані, они повстають подібно, як продукти тору.

Продукт	λ	t	лучі	Фізичні та хемічні цїхи
Актин *(Ac)*	—	—	нїякі	Нерозпускає ся в амоняку.
↓				
AcX	$7{\cdot}8.10^{-7}$	10·2 дня	α, (β?)	Розпускає ся в амоняку.
↓				
Еманация	0·7	3·9 *sec*	α	Заховує ся яко ґаз. Продукти еманациї; осїдають на катодї в поли електричнім. Розпускають ся в амоняку і сильних квасах. Улетучують ся при 1000° *C.* *AcA* і *AcB* через електролїзу дадуть ся від себе віддїлити.
↓				
AcA	$3{\cdot}2.10^{-4}$	36 мінут	нїякі	
↓				
AcA	$3{\cdot}2.10^{-3}$	2·15 мінут	α, β, γ	
↓				
?	?	?	?	

Emanium — ґаз радіоактивний відкритий через Giesel-a і Debierne-a є ідентичним первнем з актином, як се доказав проф. Ґодлєвский. До сего ряду розпаду актину зачислити ще треба продукт радіоактин відкритий O. Hahn ом і умістити его між актином *Ac* і *AcX*. Радіоактин шле лучі α, наколи сам актин не висилає нїяких лучів.

Так отже з урану — прадіда всіх первнів повстав колись перед міліонами літ тор, актин, а опісля рад, якого ряд продуктів розкладу замикає польон. Тягар атомовий всіх тих первнів перевисшає 200. З відси належить вносити, що уклад електронів в атомі сих первнів не находить ся в рівновазі; атоми їх переходять в інші о більше постійній рівновазі. Насуваєсь тепер питанє, чи атоми лекших первнів не є також метаболями, але в меньшій скількости. Цїхи материї є прецїнь спільні, а ріжниці заходити можуть лишень в скількости. Не тілько високоатомові первні розпадають ся, але також і лекшеатомові; є се загальною цїхою материї. Mc. Lennan і Burton доказали експериментально, що всї субстанциї, а передовсїм металї оказують слабі слїди радіоактивности (лучі α у металїв). Послїдне стоїть в звязи з тим, що йонізация ґазів в замкнених начинях залежить від природи стін посуди. Можливе, що деякі субстанциї розпадають ся також, але так як они не висилають лучів Becquerel-a, тому не звернено на них ще уваги.

Радіоактивність мусить бути отже загальною цїхою материї. Як колись вся материя повстала з праатома-електрону, так прийде час, що она в него обернеть ся, однак на се потрібно міліонів літ.

При писаню повисшої праці поміг менї неодною вдатною увагою, передовсїм в термінольоґії, проф. Др. Володимир Левицький, за що складаю Єму отсим сердечну подяку.

Львів, в лютім 1909.

Замітки до рівнань моно- і бімолекулярної хемічної кінетики.

написав

Др. Юлїян Гірняк.

(Реферовано на засіданю мат.-прир.-лїк. секциї дня 10. червня 1909).

Коли розглянемо ся по величезнім експериментальнім материялї, нагромадженім дотепер в хемічній кінетиці, а з другої сторони розважимо, що цїлий засіб назбираних відомостий відносить ся ледви до найпростїйших моно- і бімолекулярних типів перемін*), та що реакций постепенних (посередних) перестудиовано розмірно дуже мало, або що радше ту і там ледви найперші початки пороблено, то прийдемо до пересьвідченя, що все дотепер виконане є майже нїчим супроти безлїчи питань і проблемів, які дальше без кінця висувають ся. Та тут може виринути еще одно важне питанє. Чи цїла нова область фізикальної хемиї удержить ся і на дальше на тім самім степени заінтересованя, на який вспіла взнести ся відразу по своїм народженю? Бо годї думати, щоби без надзвичайного пієтизму дали ся перевести незлїчимі праці, яко відповіди на виринаючі проблеми. Саме визначенє сталого сочинника скорости реаґуючих субстанций, який безусловно належить до цїкавих, питомих характеристик поодиноких хемічних індивідуів, не представляє нинї такого інтересу як давнїйше. Єго незвичайна, а передовсїм ріжнородна зависимість від буквально кождої фізичної і хемічної обставини, робить бодай чим раз більше проблематичною цїлу ролю, яка єму мала би припасти в будучій науцї про хемічне свояцтво.

---

*) Чим висшемолекулярні возьмемо реакциї, тим степенно меньше студиовані.

Так отже з урану — прадіда всіх первнів повстав колись перед міліонами літ тор, актин, а опісля рад, якого ряд продуктів розкладу замикає польон. Тягар атомовий всіх тих первнів перевисшає 200. З відси належить вносити, що уклад електронів в атомі сих первнів не находить ся в рівновазі; атоми їх переходять в інші о більше постійній рівновазі. Насуваєсь тепер питанє, чи атоми лекших первнів не є також метаболями, але в меньшій скількости. Цїхи материї є прецїнь спільні, а ріжниці заходити можуть лишень в скількости. Не тілько високоатомові первні розпадають ся, але також і лекшеатомові; є се загальною цїхою материї. Mc. Lennan і Burton доказали експериментально, що всї субстанциї, а передовсїм металї оказують слабі слїди радіоактивности (лучі α у металїв). Послїдне стоїть в звязи з тим, що йонізация ґазів в замкнених начинях залежить від природи стін посуди. Можливе, що деякі субстанциї розпадають ся також, але так як они не висилають лучів Becquerel-a, тому не звернено на них ще уваги.

Радіоактивність мусить бути отже загальною цїхою материї. Як колись вся материя повстала з праатома-електрону, так прийде час, що она в него обернеть ся, однак на се потрібно міліонів літ.

При писаню повисшої праці поміг менї неодною вдатною увагою, передовсїм в термінольоґії, проф. Др. Володимир Левицький, за що складаю Єму отсим сердечну подяку.

Львів, в лютім 1909.

Замітки до рівнань моно- і бімолекулярної хемічної кінетики.

написав

Др. Юлїян Гірняк.

(Реферовано на засіданю мат.-прир.-лїк. секциї дня 10. червня 1909).

Коли розглянемо ся по величезнім експериментальнім материялї, нагромадженім дотепер в хемічній кінетиці, а з другої сторони розважимо, що цїлий засіб назбираних відомостий відносить ся ледви до найпростїйших моно- і бімолекулярних типів перемін*), та що реакций постепенних (посередних) перестудиовано розмірно дуже мало, або що радше ту і там ледви найперші початки пороблено, то прийдемо до пересьвідченя, що все дотепер виконане є майже нїчим супроти безлїчи питань і проблемів, які дальше без кінця висувають ся. Та тут може виринути еще одно важне питанє. Чи цїла нова область фізикальної хемиї удержить ся і на дальше на тім самім степени заінтересованя, на який вспіла взнести ся відразу по своїм народженю? Бо годї думати, щоби без надзвичайного пієтизму дали ся перевести незлїчимі праці, яко відповіди на виринаючі проблеми. Саме визначенє сталого сочинника скорости реаґуючих субстанций, який безусловно належить до цїкавих, питомих характеристик поодиноких хемічних індивідуів, не представляє нинї такого інтересу як давнїйше. Єго незвичайна, а передовсїм ріжнородна зависимість від буквально кождої фізичної і хемічної обставини, робить бодай чим раз більше проблематичною цїлу ролю, яка єму мала би припасти в будучій науцї про хемічне свояцтво.

---

*) Чим висшемолекулярні возьмемо реакциї, тим степенно меньше студиовані.

Як можна би нині предвиджувати по найновійших клясичних працях проф. Нернста, в сій науці буде рішати майже головно хемічна статика. Наколиж станемо на становиску, що хемічна кінетика має за виключну ціль осьвітляти самий механізм процесів, то безусловно треба виходити поза звичайні моно- і бімолекулярні процеси і брати ся за скомпліковані постепенні реакції. Тоді однак вирине поважна перешкода, яку найлїпше сформулувати словами А. Раковского*), що цілий дальший в тім напрямі поступ хемічної кінетики замикає „слїпа“ математична „вулиця“.

До тої консеквенції приходить А. Раковский вже на підставі мономолекулярних постепенних реакцій, яких ріжничкові рівнаня дають ся навіть дуже легко з'інтеґрувати. Що-ж доперва треба би сказати про вишемолекулярні процеси, для яких інтеґрация ріжничкових рівнань є справді дуже трудна, та для яких в цілій літературі не можна найти ні одного інтеґралу, навіть для найпростїйших типів хемічних процесів. Експериментальні проби O. Knoblauch'a**) і W. Federlin'a***) обминати сї трудности показали ся так утяжливими, що дальше видобуване поодиноких сочинників скорости справді не може оплатити ся в виду вище назначеної їх вартости в свояцтві.

О скілько се нині можна оком обіймити, всї подібно скомпліковані реакції дають ся представити ріжничковими рівнанями зведеними до лїнїового типу, або, о скілько посередність обмежимо до одного лиш степеня, до дворядної форми:

$$F\left(\frac{d^2y}{dt^2}, \frac{dy}{dt}, y\right) = 0.$$

Самі вже однак лїнїові форми рівнань заключають в собі теоретично безчисленні типи фізикальних феноменів, між якими очивидно можуть найти ся такі, що можуть мати першорядне значіне для хемічної „механіки“ процесів. Проф. Wegscheider натрафив вже при своїх рахованях на звісні парадоксони, які вказують на колїзию між заложеними термодинаміки і хемічної кінетики. В моїй попередній розвідці виказав я можливість періодичних реакцій в однороднім системі вже при найпростїйших мономолекулярних процесах. Очивидна річ, дальші чисто рахункові студиї могли би довести до предвидженя неодного, може і дуже важного типу феномену.

*) Zeitschrift f. physik. Chemie. том 57 стор. 321. — Kinetik der Folgereaktionen erster Ordnung.

**) Zeitschrift f. phys. Chem. B. 26. 1898. 96.

***) W. Federlin. Zeitschr. f. phys. Chem. B. 41. 1902. 565. 565. Die Reaktion zwischen Kaliumpersulfat, HI und H_3PO_3.

До того однак видає ся менї конечною річею, культивувати попри експеримент і рахункову, хочби чисто „теоретизуючу“ сторону проблему, яку загал хеміків або мовчки або навіть нерадо приймає. Преціньмайже перед кождою поважнїйшою експериментальною працею находить ся в публїкациях широка дискусия рівнань, змодифікованих незначно в приміненю до досліду, в яких остаточно „теоретично“ нїчого нового не подає ся. Є і такі праці, де по обємистих виложенях системів рівнань подає ся при кінци, що „на жаль“ вони не дають ся розвязати, і тому цїла експериментальна сторона відносить ся лиш до тої а тої частини. Виходило би з того, що хеміки дуже радо подавали би в математичній шатї свої досліди, бо воно так красше представляє ся. Менї однак здає ся, що спеціяльно на сїй области треба би конче приложити ся також і до чисто рахункової сторони, щоби подекуди не лиш улекшити, але іноді і уможливити дальший поступ.

Низше подаю декілька результатів, до котрих я вспів прийти такою роботою продовжаючи студиї зазначені в моїх двох попередних розвідках. З початку опишу наглядну методу уставлюваня ріжничкових рівнань в деяких загальних случаях, додаючи деякі замітки. Відтак хочу звернути увагу, що мономолекулярні постепенні системи, які А. Раковский*) і Е. Абель**) рахунково обробили, дають ся при деяких обмеженях розтягнути на довільне число бічних реакцій та що при тім інтеґрация не є зовсім утруднена. Наконець подам два прості приміри з области бімолекулярних процесів, в яких інтеґрация не є так проста, але все таки дає ся перевести.

I.

Найзагальнїйше рівнане хемічної кінетики в однороднім системі дає ся написати після схемату Оствальда:

$$\left.\begin{aligned} n_1M_1+n_2M_2+n_3M_3+\ldots &\longrightarrow \alpha_1M_1+\alpha_2M_2+\alpha_3M_3+\ldots \\ o_1M_1+o_2M_2+o_3M_3+\ldots &\longrightarrow \beta_1M_1+\beta_2M_2+\beta_3M_3+\ldots \\ p_1M_1+p_2M_2+p_3M_3+\ldots &\longrightarrow \gamma_1M_2+\gamma_2M_2+\gamma_3M_3+\ldots \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad &\ldots \quad \ldots \end{aligned}\right| \quad (1).$$

*) Гл. вище.

**) Zeitsch. f. phys. Chemie B. 56. 558. 1006. Über einen besonderen Fall von Stufenreaktionen.

Поодинокі M_1, M_2... і т. д. означують тут хемічні субстанції, які входять в процес. Стрілки означують тут напрям реакції, n, o, p, α, β, і т. д. є молекулярними факторами, ліві сторони символізують зникаючий, а праві новоповстаючий склад систему. Цілі поодинокі вірші уважає Оствальд за одноцільні т. зв. гильотропові одиниці, і означує їх по порядку x, y, z, і т. д. Тоді скорість реакції зазначеної першим віршом можна виразити через $\frac{dx}{dt}$, в другім $\frac{dy}{dt}$, і т. д. Означім тепер зменьшеня концентраций поодиноких M_1, M_2, M_3 відповідно через ξ_1, ξ_2, ξ_3 і т. д., то стехіометрична звязь виразить ся туть обовязуючими рівнанями:

$$\left.\begin{aligned}\xi_1&=(n_1-\alpha_1)x+(o_1-\beta_1)y+(p_1-\gamma_1)z+\ldots\\ \xi_2&=(n_2-\alpha_2)x+(o_2-\beta_2)y+(p_2-\gamma_2)z+\ldots\\ \xi_3&=(n_3-\alpha_3)x+(o_3-\beta_3)y+(p_3-\gamma_3)z+\ldots\end{aligned}\right\}\ \ldots \qquad \text{(II)}.$$

. . . . . .

Возьмім тепер найпростійшу переміну:

$$M_1 \xrightarrow{k_1} M_2$$

концентрацию M_1 на початку переміни приймім A_1, а для M_2 $A_2=0$. Ту буде на основі систему (I)

$$n_1=\alpha_2=1$$

$$n_2=n_3=\ldots=o_1=o_2=\ldots=\alpha_1=\alpha_3=\beta_1=\beta_2=\ldots=\gamma_1=\gamma_2=\ldots=0$$

а заразом на основі систему (II)

$$\xi_1=x,\ \xi_2=-x.$$

Закон активности маси примінений до кінетики дає тут на скорість процесу

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-\xi_1)$$

або на основі попереднього, одержуємо також рівнаня:

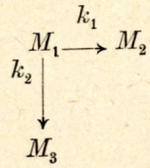
$$\frac{d\xi_1}{dt}=k_1(A_1-\xi_1),\qquad \frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1).$$

Перша ріжничкова реляція веде до інтеґралу:

$$\xi_1=A_1\left[1-e^{-k_1t}\right]$$

яким заразом і ξ_2 є визначене на основі $\xi_1=-\xi_2$.

При реакції



маємо слїдуючі відношеня:

$$n_1=o_1=\alpha_2=\beta_3=1,\ n_2=n_3=\alpha_1=\alpha_3=o_3=\beta_1=\beta_2=0.$$

Означивши через x, y сї гильотропові одиниці, до яких відповідно відносять ся чинники k_1, k_2, прийдемо на основі системів (I) і (II) до

$$\xi_1=x+y,\ \xi_2=-x,\ \xi_3=-y.$$

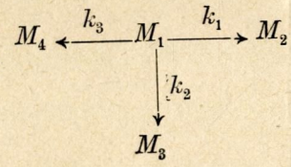
Анальоґічно, як в попереднім випадку, приходимо до ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

Возьмім тепер дальшу бічну переміну типу:



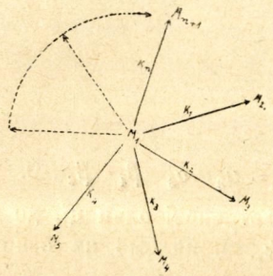
Тоді так само прийдемо до ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+k_3)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=-k_1(A_1-\xi_1),\quad \frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt}=-k_3(A_1-\xi_1).$$

Але і найзагальнїйший тип бічних перемін, який можна зазначити символїчно:



дає ся дуже легко перекласти в систем ріжничкових рівнань:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1+k_2+\ldots+k_n)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} = -k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(A_1-\xi_1)$$

. . . . . .

$$\frac{d\xi_{n+1}}{dt} = -k_n(A_1-\xi_1)$$

для яких інтеґрали дуже легко визначити, а іменно буде тут:

$$\xi_1 = -A_1\left[e^{-\Sigma k.t}-1\right]$$

$$\xi_2 = \frac{k_1A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t}-1\right]$$

$$\xi_3 = \frac{k_2A_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k.t}-1\right]$$

... ...

$$\xi_{n+1} = \frac{k_nA_1}{\Sigma k}\left[e^{-\Sigma k\,t}-1\right]$$

коли Σk напишемо замість $k_1+k_2+k_3+\ldots+k_n$.

З тих чотирох примірів можна тут вивести слїдуючу загальну правильність:

Для мономолекулярних бічних процесів, що виходять з одної центральної субстанції уложене і з'інтеґроване ріжничкових рівнань не представляє ніяких трудностий. Скорість зменьшуваня концентрації кождої в гру входячої субстанції дає ся представити тількочленним виразом, кілько реакційних стрілок комунікує з нею в реакційнім символї. Також і що до альґебраїчного знаку кождого члена видає ся в очи проста правильність, але стараймо ся провірити ѣї вперед і на иньшетипових загальних перемінах.

Возьмім тепер реакцию такого типу:

$$\begin{array}{ccc} M_1 & \xrightarrow[x]{k_1} & M_2 \\ {\scriptstyle k_2}\big\downarrow{\scriptstyle y} & & {\scriptstyle k_3}\big\downarrow{\scriptstyle z} \\ M_3 & & M_4 \end{array}$$

Тут будемо мати такі вартости на молекулярні фактори:

$$n_1=\alpha_2=o_1=\beta_2=p_3=\gamma_4=1.$$

Всї иньші є зерами. З того слїдує:

$$\xi_1=x+y,\ \xi_2=-x+z,\ \xi_3=-y,\ \xi_4=-z.$$

Гильотропові зміни дають ся представити рівнанями:

$$\frac{dx}{dt} = k_1(A_1-x-y)$$

$$\frac{dy}{dt} = k_2(A_1-x-y)$$

$$\frac{dz}{dt} = k_3(A_2+x-z)$$

а концентрацийні зміни ріжничковим системом:

$$\frac{d\xi_1}{dt} = (k_1+k_2)(A_1-\xi_1)$$

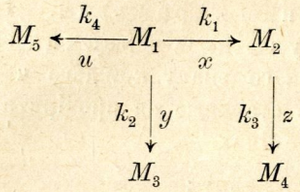
$$\frac{d\xi_2}{dt} = k_3(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt} = -k_3(A_2-\xi_2)$$

якого інтеґрация не представляє ніяких трудностий.

Зовсїм подібно буде для типу:



$$n_1=\alpha_2=o_1=\beta_3=p_2=\gamma_4=r_1=\delta_5=1$$

$$\xi_1=x+y+u,\ \xi_2=-x+z,\ \xi_3=-y,\ \xi_4=-z,\ \xi_5=-u$$

а ріжничкові реляції:

$$\frac{dx}{dt}=k_1(A_1-x-y-u) \qquad \frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+k_4)(A_1-\xi_1)$$

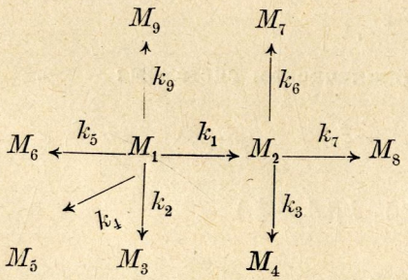
$$\frac{dy}{dt}=k_2(A_1-x-y-u) \qquad \frac{d\xi_2}{dt}=k_3(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{du}{dt}=k_4(A_1-x-y-u) \qquad \frac{d\xi_3}{dt}=-k_2(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{dz}{dt}=k_3(A_2+x-z) \qquad \frac{d\xi_4}{dt}=-k_3(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_5}{dt}=-k_4(A_1-\xi_1)$$

Возьмім ще такий случай:



Єму будуть відповідати рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt}=(k_1+k_2+k_4+k_5+k_8)(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=(k_3+k_6+k_7)(A_2-\xi_2)-k_1(A_1-\xi_1)$$

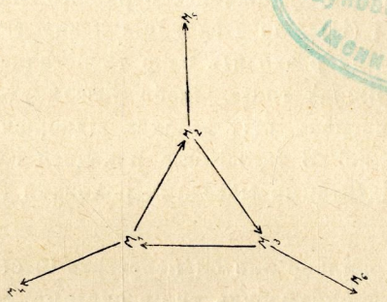
$$\frac{d\xi_3}{dt}=-k_3(A_1-\xi_1), \qquad \frac{d\xi_4}{dt}=-k_3(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_5}{dt}=-k_4(A_1-\xi_1), \qquad \frac{d\xi_6}{dt}=-k_5(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_7}{dt}=-k_6(A_2-\xi_2), \qquad \frac{d\xi_8}{dt}=-k_7(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_9}{dt}=-k_8(A_1-\xi_1)$$

а наконець для типу:



Бібліотека наукового товариства імени ШЕВЧЕНКА

$$\frac{d\xi_1}{dt}=k_{12}(A_1-\xi_1)+k_{14}(A_1-\xi_1)\quad k_{31}(A_3-\xi_3)$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=(k_{23}+k_{25})(A_2-\xi_2)-k_{12}(A_1-\xi_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}=(k_{36}+k_{31})(A_3-\xi_3)-k_{23}(A_2-\xi_2)$$

$$\frac{d\xi_4}{dt}=-k_{14}(A_1-\xi_1),\ \frac{d\xi_5}{dt}=-k_{25}(A_2-\xi_2),\ \frac{d\xi_6}{dt}=-k_{36}(A_3-\xi_3).$$

З тих всїх примірів видно, що ріжничкові рівнаня для зменьшеня концентраций всїх входячих в процес хемічних субстанций дають ся при мономолекулярних реакциях відразу написати без помочи засадничих системів (I) і (II). Треба передовсїм на загальнім символї, яким характеризуємо цїлий, доволї і без ограниченя скомбінований тип процесу, завважити, кілько

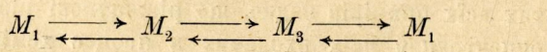
стрілок комунїкує з кождою субстанциєю. Кілько їх є, тілько треба взяти членів на вираженє скорости зменьшеня концентрациї відносного індивідуум. Кождий член складає ся зі сталого фактора скорости при даній стрілцї і з ріжницї (A—ξ). Так A як і ξ мають все той самий індекс, який відносить ся все до тої субстанциї, з якої виходить стрілка. Знак + положимо перед членом тодї, як стрілка з відносного індивідуум виходить, а знак — тодї, як стрілка до него прямує.

Думаю, що таке улекшенє уставлюваня ріжничкових рівнань може часом придати ся. Має ся розуміти, експериментатор, який студиює оден специяльний случай, нїколи не потребує послугувати ся аж якимсь улекшенєм при уложеню потрібного ріжничкового рівнаня, бо в системі (I) і (II) має загальну і певну методу. Але річи зовсїм зміняють ся, як розходить ся о теоретичне, скоре зіставленє великого числа ріжних типів, щоби розглянути якусь загальну прикмету. Тодї численє всїх дрібних відношень на основі (I) і (II) є утяжливе і нудне. З того може походити і знеохочене, якому, думаю, можна евідентними методами рахованя бодай в части запобічи.

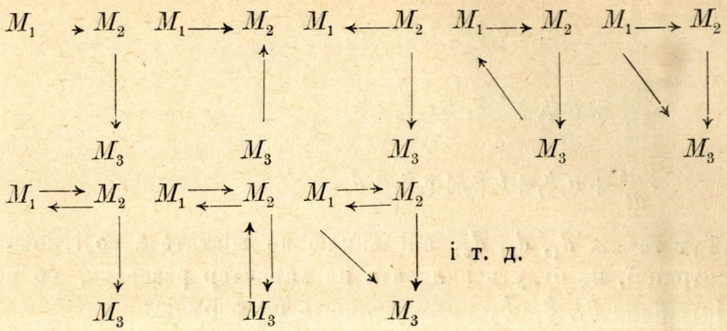
Розгляньмо тепер, о скілько дає ся перевести інтеґрация. Для мономолекулярних реакций якихнебудь типів системи ріжничкових рівнань дають ся все спровадити до лїнїових рівнань зі сталими факторами. Тому і інтеґрация дає ся в засадї перевести, а остаточна розвязка зводить ся до означеня корінїв звичайних альґебраїчних рівнань. Закон захованя маси, який все представить ся тут:

$$\xi_1+\xi_2+\xi_3+\ldots+\xi_n=0$$

редукує о оден ряд лїнїове рівнанє. Тому пр. при перемінї, в якій входять в гру три субстанциї, остаточна розвязка вимагає визначеня корінїв рівнаня другого степеня. Для найзагальнїйшого типу такої переміни



подав проф. Wegscheider інтеґрал. Але і ту можуть бути, загально беручи, пр. еще такі комбінациї:



Уставлюванє ріжничкових рівнань на основі висше наведеного буде дуже легке. З трох рівнань треба два вибрати, яко независимі і вистарчаючі до визначеня процесу. Але і дальша елїмінация забирає час. Тому, думаю, не буде злишним подати еще слїдуючий схемат до улекшеня розвязки. Як два рівнаня визначимо вже в формі

$$\frac{d\xi_1}{dt}=a\xi_1+b\xi_2+c$$

$$\frac{d\xi_2}{dt}=a'\xi_1+b'\xi_2+c'$$

тодї відразу прийдемо до відповідних лїнїових рівнань на основі елїмінацийного схемату:

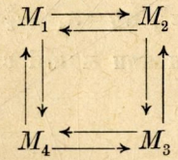
$$\frac{d^2\xi_1}{dt^2}-(b'+a)\frac{d\xi_1}{dt}-(a'b-ab')\xi_1=bc'-b'c$$

$$\frac{d^2\xi_2}{dt^2}-(b'+a)\frac{d\xi_2}{dt}-(a'b-ab')\xi_2=a'c-ac'.$$

По лївій сторонї бачимо відразу між сталими факторами лиш такі вираженя, що є збудовані з самих сочинників скорости процесу. Зате вираженя, що містять в собі початкові концентрациї поодиноких субстанций, перейшли зовсїм на праву сторону. З того вже видко, що вони нїколи не будуть модифікуючо впливати на характер процесу.

Є то загальна правильність для мономолекулярних типів. Пр. для чотирох*) субстанций конечні рівнаня будуть:

*) Що правда не самий перебіг лиш рівноваги, до яких стремлять системи типу



є вже і навіть дуже обширно студийовані експериментально через S. F. Acree (гл. Amer. Chem. Journ. послїдні томи).

$$\frac{d\xi_1}{dt}+a_1\xi_1+b_1\xi_2+c_1\xi_3=d_1$$

$$\frac{d\xi_2}{dl}+a_2\xi_1+b_2\xi_2+c_2\xi_3=d_2$$

$$\frac{d\xi_3}{dt}+a_3\xi_1+b_3\xi_2+c_3\xi_3+d_3.$$

Тут також d_1, d_2, d_3, які виключно містять в собі початкові концентрації, не будуть впливати на характер розвязки, бо поодинокі інтеґрали ξ_1, ξ_2, ξ_3 представляють ся формою:

$$C_1 e^{\alpha t}+C_2 e^{\beta t}+C_3 e^{\gamma t}$$

α, β, γ є корінями рівнаня третого степеня, що повстає з елїмінациї довільних факторів λ_1, λ_2 з систему:

$$(a_1-\varrho)\lambda_1+a_2\lambda_2+a_3=0$$
$$b_1\lambda_1+(b_2-\varrho)\lambda_2+b_3=0$$
$$c_1\lambda_1+c_2\lambda_2+(c_3-\varrho)=0$$

в якім ϱ грає тоді ролю незвісної*). В тім системі вартостий d_1, d_2, d_3 зовсїм нема, отже α, β, γ є від них независимі. Розгляньмо коротко ещe сю реакцию. Через елїмінацию λ_1 і λ_2 прийдемо до рівнаня:

$$\varrho^3(b_1-c_1)+\varrho^2[(c_1b_3-b_1c_3)+(a_1+b_2)(c_1-b_1)]+\varrho[(a_1+b_2)(b_1c_3-c_1b_3)-a_1b_2(c_1-b_1)+b_3(c_1b_2-c_2b_1)+b_1a_2(c_1-b_1)]=a_3b_1(c_2b_1-c_1b_2)+b_1a_2(c_1b_3-b_1c_3)+a_1b_3(c_1b_2-c_2b_1)+a_1b_2(b_1c_3-c_1b_3) \ldots\ldots (a).$$

Вираженє при ϱ^3 назвім A, при ϱ^2 B, при ϱ C, а вільне від ϱ назвім D.

Як впровадимо тепер слїдуючі скороченя:

$$3\pi_1=-\frac{B}{A},\quad 3\pi_2=-\frac{C}{A},\quad 3\pi_3=-\frac{D}{A}$$

і за ϱ положимо $\varrho_1+\pi_1$, то прийдемо до зредукованого рівнаня:

$$\varrho_1^3+3p\varrho_1-2q=0$$

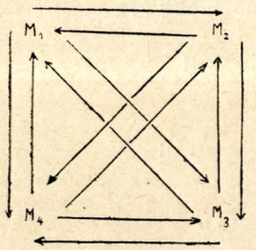
яке лекше дальше розвязувати. В нїм $p=\pi_2-\pi_1^2$, а $q=\pi_1^3-\frac{3}{2}\pi_1\pi_2+\frac{1}{2}\pi_3$.

Умова, щоби на корінї рівнаня (a) випали мнимі вартости є:

$$q^2+p^3>0.$$

*) Гл. А. Раковский loc. cit.

Якби така умова заходила, тоді малибисьмо найправдоподібнїйше*) періодичну реакцию. Щоби докладно опредїлити, коли такий випадок може зайти при перемінї чотирох тїл, требаби довгої роботи в виду великого вже числа самих комбінацій, анальоґічних до зазначених на стор. 10. при трох ізомерах. Там було максимальне число стрілок 6, ту аж 12, як видко з слїдуючого символа:



Наколи однак не всї, то деякі такі случаї дають ся навіть скоро в слїдуючий спосіб проглянути.

Якби p було зером, то услівє $q^2+p^3>0$ зійшло би на:

$$q^2>0.$$

Ся нова умова буде сповнена независимо від того, чи q буде позитивне чи неґативне, бо квадрат все буде позитивний. Цїлком певним можна бути лиш аж по пересьвідченю, що q не сходить ся з зером. Як з одного боку послїдна евентуальність не є виключена, так знов і певною є річею, що вона трафить ся справдї дуже рідко, отже в результатї з тих случаїв, в яких ми тою дорогою припустимо можливість періодичних процесів, не много відпаде через дальшу контролю, о скілько $q\gtrless 0$. Отже приймім за частинну крітерию:

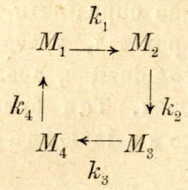
$$p=0$$

або mutatis mutandis:

$$3(b_1-c_1)[(a_1+b_2)(b_1c_3-c_1b_3)+(c_1-b_1)(b_1a_2-a_1b_2)+b_3(c_1b_2-c_2b_1)]=[(b_1c_3-c_1b_3)+(a_1+b_2)(b_1-c_1)]^2.$$

**) Требаби вперед цїлий довгий рахунок перевести, як я се зробив в попередній розвідцї п. з. „Про періодичні хем. реакциї“. щоби переконати ся дефінїтивно, о скілько всї мнимі фактори до послїдного з цїлого інтеґралу випадають.

В простім случаю:



в якім $A_1=A_1$, $A_2=A_3=A_4=0$, маємо рівнаня:

$$\frac{d\xi_1}{dt}+(k_1+k_4)\xi_1+k_4\xi_2+k_4\xi_3=k_1A_1$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} \quad -k_1\xi_1+k_2\xi_2 \quad =-k_1A_1$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} \quad -k_2\xi_2+k_3\xi_3 \quad =0.$$

Тут є очивидно:

$$a_1=k_1+k_4,\ b_1=k_4,\quad c_1=k_4$$
$$a_2=-k_1\quad b_2=k_2,\quad c_2=0$$
$$a_3=0,\quad b_3=-k_2,\ c_3=k_3$$

З того виходить: $b_1-c_1=0$
або ціла критерия зводить ся до:

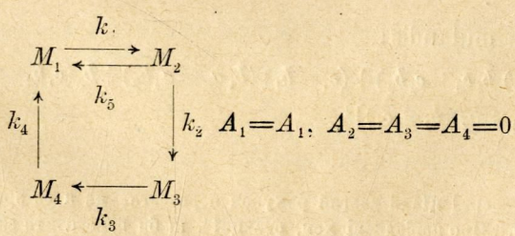
$$k_4(k_3+k_2)=0$$

що є неможливе в виду того, що всї вартости k мусять з заложеня бути позитивні. В тім проте случаю треба конечно брати загальну критерию

$$q^2+p^3>0$$

до упевненя.

Але для комбінациї:



наша частинна критерия вже дає:

$$[(k_4-k_5)k_3+k_4k_2-k_5(k_1+k_2+k_4+k_5)]^2=$$
$$=3\{(k_1+k_2+k_4+k_5)[k_5k_3-k_4(k_3+k_2)]+k_1(k_4-k_5)k_5+(k_1+k_4)(k_2+k_5)k_5$$
$$-k_3k_4(k_2+k_5)\}k_5$$

що вже вказує на евентуальну можливість періодичного процесу.

II.

В моїй першій розвідці п. з. „Про вплив синхронїчної зміни концентрациї...“ зазначив я при кінци мимоходом, що метода рахованя, якою я там послугував ся, дає ся дуже вигідно примінити також до обчислюваня скорости повставаня посередних або постепеннх продуктів хемічного процесу. Обмежаючи ся до оказаня сего на однім примірі, відложив я ширше розвиненє відносних рахунків до окремої розвідки. Обставина, що я тимчасом звернув ся до иньшого питаня, а іменно до періодичних реакций в однороднім системі, була для мене, як пізнїйше я пересьвідчив ся, о стілько корисна, що заощадила менї безпотрібну працю. Діставши відтак в Липську всї потрібні жерела, перечитав я в саму пору працю А. Раковского, що трактує специяльно і майже виключно те саме, що я мав доперва обробити, і з чого часть, а іменно обчисленє максімум нагромадженя посередного продукту, була вже в мене готова. Також, як я вже висше згадав, Е. Абель оголосив подібні обчисленя. В виду того сконстатую тепер лиш сумарично, що до тих самих інтеґралів, які оба згадані автори обчисляють більше загальною методою, можна прийти постепенним вираховуванєм функций повставаня кождого посередного продукту з попередних субстанций. При тім треба собі представити, що кожда материя, яка переходить на дальшу, змінає синхронїчно свою концентрацию через рівночасне повставанє з якоїсь попередної. Слова „синхронїчно“ хочу туть ужити в тім самім значіню, на якім є розвинена ціла моя, висше згадана, розвідка. Таке укладанє рівнань та їх інтеґрация не займе більше часу, чим метода Раковского.

Уважаю однак за відповідне додати ту слїдуючу доповняючу замітку.

В однім случаю, як іменно зійдуть ся дві сусїдні скорости, такі, що мають рівну нумеричну вартість, інтеґрали стають безпредметові, бо в однім або і більше знаменниках являє ся зеро. Як іменно буде n посередних перемін, а часову концентрацию означимо z_i, $(i=1, 2, 3, \ldots n)$, відповідну скорість k_i, то після обчислень Абеля поодинокі інтеґрали мають слїдуючу форму:

$$z_n = a\left[1 - e^{-k_n t}\right]$$

$$z_{n-1} = a\left[1 + \frac{k_{n-1}}{k_n - k_{n-1}} e^{-k_n t} + \frac{k_n}{k_{n-1} - k_n} e^{-k_{n-1} t}\right]$$

$$z_{n-2} = a\left[1 - \frac{k_{n-1} \cdot k_{n-2}}{(k_n - k_{n-1})(k_n - k_{n-2})} e^{-k_n t} - \right.$$

$$- \frac{k_n k_{n-2}}{(k_{n-1} - k_n)(k_{n-1} - k_{n-2})} e^{-k_{n-1} t} -$$

$$\left. - \frac{k_n k_{n-1}}{(k_{n-2} - k_n)(k_{n-2} - k_{n-1})} e^{-k_{n-2} t}\right]$$

. . . . . .

$$z_1 = a\left[1 + (-1)^n \frac{k_{n-1} k_{n-2} k_{n-3} \ldots k_2 k_1}{(k_n - k_{n-1})(k_n - k_{n-2})(k_n - k_{n-3}) \ldots (k_n - k_1)} e^{-k_n t} + \right.$$

$$+ (-1)^n \frac{k_n k_{n-2} k_{n-3} \ldots k_2 k_1}{(k_{n-1} - k_n)(k_{n-1} - k_{n-2})(k_{n-1} - k_{n-3}) \ldots (k_{n-1} - k_1)} e^{-k_{n-1} t} +$$

$$+ \quad . \quad . \quad .

$$\frac{d\xi'_2}{dt} = k_8(0-\xi'_2) - k_6(0-\xi_2) - k_7(0-\xi''_1)$$

$$\frac{d\xi_3}{dt} = -k_2(0 \quad \xi_2) \quad k_8(0-\xi'_2)$$

дає ся так само як попередний постепенно з'інтеґрувати, з тої самої причини. Він сповняє заразом конечну реляцию

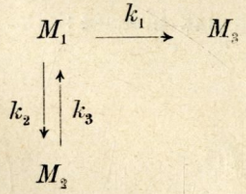
$$\Sigma\frac{d\xi}{dt} = 0$$

о чім дуже легко через зсумованє можна переконати ся.

Таке улекшенє рахунку дає ся примінити до найзагальнійшого случаю, який тут ad libitum можна скомбінувати. Треба лиш памятати, що стрілки не можуть бути противно звернені, т. зн. реакциї противні або відворотні будуть в міру своєї скількости, а передовсім відповідно до положеня стрілок сю методу рахованя чимраз більше утруднювати.

Утрудненє, яке тут маю на думці, лежить не в чім иньшім, як лиш в потребі розвязуваня найзвичайнійших альґебраічних рівнань щораз висших степенів, до яких провадить звичайна метода рахованя. В повисших двох примірах і в дуже мнових иньших случаях, де всї стрілки будуть однако з'орієнтовані, ся трудність зовсїм відпаде. В многих навіть случаях, де якесь число стрілок буде також противно з'орієнтоване, те саме улекшенє, а в слїд за ним і уможливленє гладкої інтеґрациї дасть ся також перевести.

А тепер звернїм ся до скомбінованих синхронїчних перемін. Хоч в сій публїкациї присьвячу їм дуже мало місця, то зате зазначу, що на мій погляд, вони будуть колись грати важну ролю при експериментальних студиях механїзмів скомплїкованих постепенних реакций. Сподїю ся, що незадовго буду міг про се окремо і обширнїйше виповісти ся. Тепер возьму лиш під огляд такий тип:



Подумаймо собі, що в часі реакциї M_1 M_2 зміняють синхронїчно свою концентрацию пропорционально до часу. M_1 нехай прирастає зі скоростию m_1, а M_2 зі скоростию m_2. Тодї ріжничкові рівнаня дають ся легко написати в формі:

$$\frac{d\xi_1}{dt} + (k_1+k_2)\xi_1 - k_3\xi_2 = (k_1+k_2\ A_1 - k_3A_2 + [m_1(k_1+k_2) - k_3m_2]t$$

$$\frac{d\xi_2}{dt} - k_2\xi_1 + k_3\xi_2 = k_3A_2 - k_2A_1 + (k_3m_2 - k_2m_1)t.$$

Означім цїлу праву сторону першого рівнаня через T_1, а другого через T_2, помножім друге рівнанє через l і додаймо до першого, то буде:

$$\frac{d}{dt}(\xi_1 + l\xi_2) + \lambda(\xi_1 + l\xi_2) = T_1 + lT_2$$

під заложенєм, що l і λ будуть так дібрані, що сповнять рівнаня:

$$(k_1+k_2) - lk_2 = \lambda$$
$$-k_3 + lk_3 = \lambda l$$

але так, щоби за λ вставити корені λ_1 і λ_2 рівнаня:

$$(k_1+k_2-\lambda)(k_3-\lambda) - k_2k_3 = 0.$$

Вони мають вартість:

$$\lambda_{1(2)} = \frac{k_1+k_2+k_3}{2} \pm \sqrt{\frac{(k_1+k_2+k_3)^2}{4} - k_1k_3}$$

Як їх ьисше вставимо, то на l дістанемо також дві вартости:

$$l_1 = \frac{k_1+k_2-k_3}{2k_3} - \frac{1}{k_3}\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\right)^2 - k_1k_2}$$

$$l_2 = \frac{k_1+k_2\quad k_3}{2k_3} + \frac{1}{k_3}\sqrt{\left(\frac{k_1+k_2+k_3}{2}\right)^2 - k_1k_2}$$

Комплєтні інтеґрали ξ_1 і ξ_2 дають ся тодї легко визначити в формі:

$$(\xi_1 + l_1\xi_2)e^{\lambda_1 t} = A_1 + \int (T_1 + \lambda_1 T_2)e^{\lambda_1 t}\,dt$$

$$(\xi_1 + l_2\xi_2)e^{\lambda_2 t} = A_2 + \int (T_1 + \lambda_2 T_2)e^{\lambda_2 t}\,dt$$

в якій так квадратури, як і всї потрібні елїмінациї сходять на елєментарну операцию.

Возьмім тепер під огляд иньший случай, в якім субстанция зміняє свою концентрацию синхронїчно (через зовнїшний доплив, або через розпускане) пропорционально до часу, т. зн. положім:

$$\varphi(c) = v \cdot t$$

де v буде сочинником скорости допливу або розпусканя. Як тая

субстанция буде в новім системі (пр. під впливом каталїзатора) переміняти ся дальше бімолекулярно, то процес виразить ся рівнанем:

$$\frac{dy}{dt} = k(vt - y)^2 \qquad (\alpha)$$

або по вимноженю:

$$\frac{dy}{dt} - ky^2 + 2kvty - kv^2t^2 = 0.$$

Є то загальне рівнанє типу Riccati. Щоби улекшити его інтеґрацию, найлїпше буде впровадити нову змінну, означену після звісної методи звязею

$$y = -\frac{1}{k}\frac{d}{dt}\log z$$

По підставленю та упорядкованю виходить ріжничкове рівнанє другого ряду

$$\frac{d^2z}{dt^2} + 2kvt\frac{dz}{dt} + k^2v^2t^2z = 0.$$

Положім $z = w.x$.

Після звісної методи, w має вартість:

$$w = e^{-\frac{1}{2}\int 2kvtdt}$$

а x означує ся з нового помічного ріжничкового рівняня:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + Ix = 0$$

де знов $I = k^2v^2t^2 - \frac{1}{2}2kv - \frac{1}{4}4k^2v^2t^2 = -kv$.

По підставленю одержуємо рівнанє:

$$\frac{d^2x}{dt^2} - kvx = 0$$

якого інтеґралом є функция:

$$x = Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}.t}$$

Таким чином z дало ся визначити. Перехід до y є дуже легкий. Зльоґаритмуймо вперед обі сторони рівняня:

$$z = e^{-\frac{kvt^2}{2}}\left[Ae^{-\sqrt{kv}t} + Be^{\sqrt{kv}t}\right]$$

то виходить:

$$\log z = -\frac{kvt^2}{2} + \log\left[Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}\right]$$

Ріжничковане після часу дає:

$$\frac{d}{dt}\log z = -kvt + \frac{\sqrt{kv}Be^{\sqrt{kv}\,t} - \sqrt{kv}Ae^{-\sqrt{kv}\,t}}{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}}$$

з чого остаточно по подїленю через $-k$ одержуємо:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{k}}\frac{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} - Be^{\sqrt{kv}\,t}}{Ae^{-\sqrt{kv}\,t} + Be^{\sqrt{kv}\,t}}$$

Рівнанє (α), з якого ми вийшли, є першого ряду, тому дві сталі A і B в послїднім інтеґралї виглядалиби на суперечність, якби не се, що через подїленє дроба по правій сторонї через $Be^{\sqrt{kv}\,t}$ одна з них випадає. Означім $\frac{A}{B} = C$, то інтеґрал прийме форму:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{k}}\frac{Ce^{-2t\sqrt{kv}} - 1}{Ce^{-2t\sqrt{kv}} + 1}$$

З него на основі услівя $t = 0$, $y = 0$ елїмінуємо послїдну сталу $C = 1$, і приходимо в кінци до форми:

$$y = vt + \sqrt{\frac{v}{t}}\frac{e^{-2t\sqrt{kv}} - 1}{e^{-2t\sqrt{kv}} + 1}$$

яка ідентифікує заложене ріжничкове рівнанє (α).

Далеко важнїйше є ріжничкове рівнанє, що представляє бімолекулярну посередну переміну, яка є скомбінована з попереджаючою бімолекулярною реакциєю. Такий процес можна представити символом:

$$2M_1 \longrightarrow 2M_2 \longrightarrow M_3 + M_4$$

Ту субстанция M_1 переходить бімолекулярно на M_2, на чім однак реакция не з'упиняє ся, бо M_2 переміняє ся дальше і то знов бімолекулярно на M_3. Переведенє інтеґралу є дуже трудне.

За почином проф. Оствальда студиював свого часу O. Knoblauch *) процес змиленя етильового естру двозасадового бурштинового квасу, змилюючи лугом $NaOH$. Реакция, що хемічно представляє ся взірцем:

$$C_2H_4(CO_2C_2H_5)_2+2NaOH=C_2H_4(CO_2C_2H_5)CO_2Na+C_2H_5OH+NaOH$$
$$C_2H_4(CO_2C_2H_5)CO_2Na+C_2H_5OH+NaOH=C_2H_4(CO_2Na)_2+2C_2H_5OH$$

йде, як видимо, постепенно даючи на першу фазу моноестер. Щоби процес математично виразити означує автор за Освальдом поодинокі концентрациї:

лугу	$C_1=A-x$
естру	$C_2=B-y$
соли естрового квасу	$C_3=z$
соли бурштинового квасу	$C_4=w$

при чім увзгляднює ся стехіометричну звязь

$$x=z+2w$$
$$y=z+w$$

Тодї систем ріжничкових рівнань процесу формулує ся слїдуючо:

$$-\frac{dC_1}{dt}=\frac{dx}{dt}=k_{12}(A-x)(B-x)+k_{13}(A\quad x)(2y-x)$$

$$-\frac{dC_2}{dt}=\frac{dy}{dt}=k_{12}(A-x)(B-y)$$

По означеню $\frac{k_{13}}{k_{12}}=k$ і по поділеню виходить ту помічниче рівнанє:

$$\frac{dC_1}{dt}:\frac{dC_2}{dt}=(1-2k)+k\frac{C_1-A+2B}{C_2}$$

яке можна з'ідентифікувати реляцією:

$$C_1=cC_2^{k}+\frac{1-2k}{1-k}C_2+(A-2B).$$

Інтеґральна стала c одержує ту відповідну вартість

$$c=\frac{B^{1-k}}{1-k}$$

*) Über die Verseifungsgeschwindigkeit der Ester mehrbasischer Säuren. O. Knoblauch. Zeitschrift f. physikalische Chemie B. 26. стор. 96. 1898.

Тепер вставляючи сю реляцію в друге рівнанє систему, приходить ся там до квадратури

$$\int\frac{dC_2}{cC_2^{k+1}+\frac{1-2k}{1-k}C_2^{2}+(A\quad 2B)C_2}=-k_{12}t+Const.$$

Поминїм сю обставину, що практичне примінене „квадратури“ до досліду було одним величезним рахунковим амбарасом*), який напевно скорше може відстрашити чим заохотити до дальшої в тім напрямі праці. Так само згадати треба про неможливість досліджуваня переміни, як k_{12} не буде значно більше від k_{13}, бо лиш в тім послїднім припадку можна з більшим або меньшим приближенєм дістати одну, конечну до дальших рахунків, вартість k.

Найбільше однак знеохочуючо дїлає ту форма проблематичної квадратури, яка зависимо від (nota bene незвісної) вартости k давати має щораз нові функциї на інтеґрали, так, що властиво требаби зі становиска теориї функцій доперва спрецизувати, чи і о скільки всї тут повстаючі функциї будуть представляти однородний бодай тип феномену**). Аж по такім упевненю можнаби приступити до дальшого, зовсїм негладкого рахунку.

Сї причини спонукали мене до того, щоби конечно спробувати перевести замкнений інтеґрал ріжничкового рівнаня. Дотепер се менї не удало ся, мимо довгих проб. Зате подібна реакция, яку я висше зазначив, допускає замкнену інтеґрацию. То повинно бути принайменьше інтересне тому, що однородність феномену дає ся тут на певно сконстатувати, а по друге, що вироблюване методи рахованя, має також своє значінє. Звернїм ся отже до реакциї на стор. 21. Функцию повставаня субстанциї M_3 в процесї:

$$2M_1\xrightarrow{k_0}2M_2\xrightarrow{k}M_3+M_4$$

або

$$2M_1\xrightarrow{k_0}2M_2\xrightarrow{k}2M_3$$

можна означити ріжничковим рівнанєм

$$\frac{dy}{dt}=k(\varphi(t)-y)^2 \qquad (\alpha')$$

*) ibid. пр. вишукуване означених інтеґралів через вирізуване паперових фігур, означуване їх поверхнї через порівнаюче важене вирізаних простокутників.

**) A priori нема ґваранциї, що при деяких особливих вартостях k, феномен не може не стати „нефізикальним“, хочу сказати виключенім через свого рода фальшиву рівновагу або иншу фізичну прояву систему.

в якім $\varphi(t)$ означує синхронічне повставане посередного продукту M_2 з попередної реакції $2M_1 \longrightarrow 2M_2$. З причини, що ту стрілки не йдуть також в противнім напрямі, $\varphi(t)$ дає ся легко визначити з простого рівнаня

$$\frac{dx}{dt} = k_0(a_1 - x)^2$$

при якім a_1 означує початкову концентрацію вихідної субстанції M_1. Інтеґрал того рівнаня дає на функцію $\varphi(t)$ по усуненю сталої:

$$x = \frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}$$

В той спосіб рівнанє (α') перейде на

$$\frac{dy}{dt} = k\left(\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t} - y\right)^2$$

якого інтеґрация є нашим проблемом. Підставляючи, як в попереднім случаю, реляцію

$$y = -\frac{1}{k}\frac{d}{dt}\log z$$

приходимо по відповіднім упорядкованю до ріжничкового рівнаня другого ряду:

$$\frac{d^2 z}{dt^2} + 2k\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\frac{dz}{dt} + k^2\left(\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right)^2 z = 0$$

Так як передше впровадьмо дві функції w і v

$$z = w.v$$

то w можна означити з рівнаня

$$w = e^{-\frac{1}{2}\int 2k\frac{a_1{}^2 k_0 t\,dt}{1 + a_1 k_0 t}}$$

а v_0 з нового помічничого ріжничкового рівнаня:

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} + I v_0 = 0$$

в якім

$$I = k^2\left(\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right)^2 - \frac{1}{4}\left(2k\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right)^2 - \frac{1}{2}\frac{d}{dt}\left(2k\frac{a_1{}^2 k_0 t}{1 + a_1 k_0 t}\right) = -\frac{a_1{}^2 k_0 k}{(1 + a_1 k_0 t)^2}$$

так, що наш проблем спровадимо до інтеґрації рівнаня:

$$\frac{d^2 v_0}{dt^2} - \frac{a_1{}^2 k_0 k}{(1 + a_1 k_0 t)^2} v_0 = 0 \qquad (\alpha'').$$

Між ріжними методами, які ту можваби запропонувати до розвязки, удало ся мені знайти і успішно примінити слїдуючу, скомбіновану зі спеціяльним ріжничковим рівнанєм для чисельника, по пробнім принятю певного знаменника.

Як звісно в лїнїовім ріжничковім рівнаню

$$u\frac{d^2 y}{dt^2} + v\frac{dy}{dt} + wy = 0$$

в якім u, v, w є функциями t, можна операційний символ на y_0

$$u\frac{d^2}{dt^2} + v\frac{d}{dt} + w$$

розложити на продукт подібних операційних значків

$$\left(p\frac{d}{dt} + q\right)\left(r\frac{d}{dt} + s\right)$$

в котрих p, q, r, s є новими функциями t, але такими, що сповняють конечне услівє, представлене слїдуючими трома рівнанями:

$$\left.\begin{aligned} pr &= u \\ qr + p\left(\frac{dr}{dt} + s\right) &= v \\ qs + p\frac{ds}{dt} &= w \end{aligned}\right\} \qquad (\beta)$$

Положім тепер: $\left(r\frac{d}{dt} + s\right)y = z_1$

то з принятого операційного добутка виходить рівнанє:

$$p\frac{dz_1}{dt} + qz_1 = 0$$

отже і $z_1 = Ae^{-\int\frac{p}{q}dt}$

В такім случаю і y можна визначити з лїнїового рівнаня

$$r\frac{dy}{dt} + sy = Ae^{-\int\frac{p}{q}dt} \qquad (\beta')$$

Як описану методу схочемо приложити до нашого рівнаня (α''), то три услівні рівнаня (β) по положеню $p = r = 1$ перейдуть тут на:

$$\begin{aligned} pr &= 1 \\ q + s &= 0 \end{aligned}$$

$$-s^2+\frac{ds}{dt}=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2} \qquad (\gamma)$$

Як знайдемо з послїдного рівнаня якийнебудь, хочби партикулярний інтеґрал s, то з попереднього визначимо також функцию q, а тоді в виду звісних вже p і r можна буде спробувати, чи ціла метода допроводить до квадратур, якіби дали ся врахувати.

Приймім за інтеґрал рівнаня (γ) вираженє $\frac{x}{1+a_1k_0t}$, в якім чисельник є незвісний. Вставляючи в (γ) приходимо до ідентичности

$$\frac{(1+a_1k_0t)\frac{dx}{dt}-a_1k_0x-x^2}{(1+a_1k_0t)^2}=-\frac{a_1{}^2k_0k}{(1+a_1k_0t)^2}$$

з якої виходить ріжничкове рівнанє для чисельника x:

$$\frac{dx}{dt}=\frac{x^2+a_1k_0x-a_1{}^2kk_0}{1+a_1k_0t} \qquad (\delta)$$

Інтеґралом (δ) буде рівність:

$$Const.-\frac{1}{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}\,ln\frac{a_1k_0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}=\frac{1}{a_1k_0}\,ln(1+a_1k_0t)$$

або:
$$ln\frac{C}{\left(\frac{a_1k^0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}\right)^{\frac{1}{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}}}=ln\,(1+a_1k_0t)^{\frac{1}{a_1k_0}}$$

а дальше:

$$\frac{a_1k_0+2x+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0+2x-\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}=\left[\frac{C}{(1+a_1k_0t)^{\frac{1}{a_1k_0}}}\right]^{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}} \qquad (\varepsilon)$$

Означім праву сторону рівнаня через ϱ, а $\sqrt{a_1{}^2k^0(k_0+4k)}$ через w, то x дасть ся легко виймити, а іменно буде

$$x=\frac{\varrho(a_1k_0-w)-w-a_1k_0}{2(1-\varrho)}$$

Вернїм єще раз до (ε). Виложник в знаменнику правої сторони $\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0}$ дає ся стянути на $\frac{k_0+4k}{k_0}$, що означім через b

Тоді можна написати

$$\varrho=\frac{C^w}{(1+a_1k_0t)^b}$$

з чого: $$x=\frac{(a_1k_0-w)C^w-(w+a_1k_0)(1+a_1k_0t)^b}{2[(1+a_1k_0t)^b-C^w]}$$

Впровадьмо єще скороченя $(a_1k_0-w)C^w=A$, $w+a_1k_0=B$, і поділїм через $(1+a_1k_0t)$, то прийдемо до інтеґралу рівнаня (γ) ст. 26

$$s=\frac{A-B(1+a_1k_0t)^{b-1}}{2[(1+a_1k_0t)^b-c^w]}$$

З тої форми не прийшло би нам багато хісна, якби не обставина, що нам загальний інтеґрал не конечно потрібний, бо вистарчить і партикулярний. Тому положім $C=0$, з чого і $A=0$, а тоді

$$s=-\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}$$

Послїдна помічнича функция q на стор. 25 ріжнить ся від s лиш альґебр. знаком, отже наконець і

$$q=\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}$$

Маючи тепер всї функциї (p, q, r, s) потрібні до збудованя операцийного добутка на функциї v_0, можемо тепер приступити до вище описаного способу розвязаня нового рівнаня, яке формуємо слїдуючо:

$$\left(\frac{d}{dt}+\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)\left(\frac{d}{dt}-\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_0=0$$

Отже означім вперед

$$\left(\frac{d}{dt}-\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_0 \text{ через } v_1 \qquad (\zeta)$$

тоді з рівнаня:

$$\left(\frac{d}{dt}+\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}\right)v_1=0$$

прийдемо через інтеґрацию до:

$$log\,v_1+\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2a_1k_0}\,log\,(1+a_1k_0t)=log\,C$$

звідки по означеню $\frac{a_1k_0+\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{2a_1k_0}$ через β приходимо до

$$v_1 = C_0(1+a_1k_0t)^{-\beta}$$

Узглядняючи тепер другу часть добутка, пишемо на основі (β')

$$\frac{dv_0}{dt} - \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}v_0 = C_0(1+a_1k_0t)^{-\beta}$$

якого інтеґрал

$$v_0 = e^{\int_0^t \frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}dt}\left\{C_1 + \int_0^t e^{-\int_0^t \frac{\sqrt{\quad}+a_1k_0}{2(1+a_1k_0t)}dt} \cdot C_0(1+a_1k_0t)^{-\beta}dt\right\}$$

не представлає вже рахункових трудностий.

Виконаймо вперед квадратури в обох виложниках, то буде

$$v_0 = (1+a_1k_0t)^{\frac{\sqrt{a_1{}^2(k_0+4k)}+a_1k_0}{2a_1k_0}}\left[C_1 + C_0\int_0^t (1+a_1k_0t)^{-\left(\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}+a_1k_0}{a_1k_0}\right)}dt\right]$$

а назначивши $\frac{\sqrt{a_1{}^2k_0(k_0+4k)}}{a_1k_0} = \sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}} = b$ (η)

одержуємо $v_0 = (1+a_1k_0t)^{\frac{b+1}{2}}\left[C_1 + C_0\int_0^t (1+a_1k_0t)^{-(b+1)}dt\right]$

Впровадьмо $1+a_1k_0t = \vartheta$, тоді $dt = \frac{d\vartheta}{a_1k_0}$, а долїшна границя перейде з 0 на 1, так що остаточно по виконаню квадратури і по відворотнім підставленю t замісць ϑ приходимо до:

$$v_0 = (1+a_1k_0t)\sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}}\left\{C_1 + \frac{C_0}{a_1\sqrt{k_0(k_0+4k)}}\left[1 - \frac{1}{(1+a_1k_0t)\sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}}}\right]\right\}$$

або тримаючи ся скороченя (η)

$$v_0 = (1+a_1k_0t)^{\frac{b+1}{2}}\left\{C_1 + \frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1 - \frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}$$

Щоби вираховати тепер функцию w (стор. 24), розложимо функцию під інтеґральним знаком виложника в слїдуючий спосіб:

$$\frac{a_1{}^2k_0tdt}{1+a_1k_0t} = \left[a_1 - \frac{a_1}{1+a_1k_0t}\right]dt.$$

Супроти того, цїлий дальший рахунок сходить на елементарні операциї і дає в результатї:

$$w = e^{-ka_1t}(1+a_1k_0t)^{\frac{k}{k_0}}$$

Комплетний інтеґрал ріжничкового рівнаня другого ряду на стор. 24 зводить ся таким способом до форми:

$$z = e^{-ka_1t}(1+a_1k_0t)^{\frac{k}{k_0}}(1+a_1k_0t)^{\frac{b+1}{2}}\left\{C_1 + \frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1 - \frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}$$

яку вперед через льоґаритмоване:

$$\log z = -ka_1t + \left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\log(1+a_1k_0t) + \log\left\{C_1 + \frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1 - \frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}$$

а відтак через зріжничковане приводимо до вигляду:

$$\frac{d}{dt}\log z = -ka_1 + \left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\frac{a_1k_0}{1+a_1k_0t} + \\ + \frac{C_0}{a_1k_0(1+a_1k_0t)^{+(b+1)}\left\{C_1 + \frac{C_0}{ba_1k_0}\left(1 - \frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}}$$

Поділенєм чисельника і знаменника на правій стороні через C_0 усуваємо одну інтеґральну сталу. Як наконець поділимо через $-k$ цїле нове рівнане, та при помочи услівя $t=0$, $y=0$, вилїмінуємо і другу інтеґральну сталу, то прийдемо до інтеґралу заложеного ріжничкового рівнаня (α')

$$y = a_1 - \left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\frac{a_1k_0}{k(1+a_1k_0t)} - \\ - \frac{1}{ka_1k_0(1+a_1k_0t)^{+(b+1)}\left\{C_1 + \frac{1}{ba_1k_0}\left(1 - \frac{1}{(1+a_1k_0t)^b}\right)\right\}}$$

в якім $C_1 = \frac{1}{ka_1k_0\left[a_1 - \left(\frac{k}{k_0}+\frac{b+1}{2}\right)\frac{a_1k_0}{2}\right]}$, $b = \sqrt{\frac{k_0+4k}{k_0}}$

Липськ д. 3. червня 1909.

Вплив температури
на скорість декількох хемічних реакций.

НАПИСАВ

Др. Юлїян Гірняк.

В послїдних часах дає ся завважати більше заінтересоване сочинником температури при скорости хемічних реакций. Завдяки сїй обставинї, що в безглядну вартість скорости хемічного процесу входить безпосередно т. зв. хемічний опір, свого рода міжмолекулярне тертє, спричинене грою атомових сил, цїле питанє є дуже далеке від виясненя, бо про сили споріднїня нинї прямо нїчо не знаємо. Тому нема й бесїди, щоби і вплив температури на скорість реакциї можна нинї чисельно видедукувати з яких теоретичних заложень. Мимо того, появу кількох теоретичних праць, що стремлять до тої цїли[1]), треба радо привитати, а то з двох причин. Сам факт, що з ріжних сторін проявляє ся вже потреба приложити до справи активну працю, говорить много за себе, — бо трудне питанє, треба надїяти ся, не лишить ся вже на довший час нетикальним. Поволи, з часом нагромадило ся на стільки материялу і фактів, що заходить потреба зібрати їх в одну орґанїчну цїлість, а теоретики находять вже точки опертя. Годї також заперечити, щоби згадані проби не кинули одробини нового сьвітла, мимо незначних контроверзий, які вони подекуди викликали.

---

[1]) H. Goldschmidt. Inaugural-Dissertation (Breslau) 1907.

F. Krüger. Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes u. der Reaktionsgeschwindigkeit. Göttinger Nachrichten. Dezember 1908.

M. Trautz. Zeitschr. f. phys. Ch. B. 77. 1909. Z. f. Elektrochemie 1909.

Про віддалене однак результатів тих праць від остаточної цїли, до якої вони в сути річи стремлять, сьвідчить наглядно се, що всї три дедукують, (nota bene кожда з иньшого заложеня) лиш загально, великий сочинник температури. І тим результатом мусять вдоволити ся *). Практика однак знає дещо більше. Дослїдом сконстатовано на численних конкретних случаях, що границя вартостий того сочинника є незвичайно велика. Реакциї чисто фотохемічні дають вартість дуже мало вишу від 1. Звичайні реакциї дають, як до случаю, від 1·6 до 5 а навіть 6 (декотрі тавтомерні переміни **)), а ензимові реакциї йдуть еще вище, аж до 7. Якби будучність і дальше не тілько найзагальнїйше потвердила, але і чисельно (хочби навіть зложеною функциєю) виразила звісну антибатию між сочинником температури а абсолютною скоростию процесу, то безсумнївно цїлий інтерес кінетики сконцентрував би ся до певної міри в студиї сочинника температури. Реакциї, що під зглядом скорости стоялиб до себе в відношеню скажім $1 : 10^{10}$, давали би відношене в мірі сочинника температури замкнене в чисельній границї між 10 а 1. Евентуальне перенесене тоді области обсервациї на сочинник температури було би, на меньшу скалю, чимсь анальоґічним до можности кидання на фотоґрафічну плитку в цїлях близшої аналїзи будьто мікроскопових, будьто космічних віддалень між обсервованими точками.

Послїдні часи принесли нову низку цїкавих дослїдів і спостережень. Сам M. Trautz, що сконструував свою теорию сочинника, подав недавно ***) свої дослїди над нерегулярним его перебігом в деяких случаях, а іменно над максімум того сочинника, яке там виступає між 10° а 20° Cel. А вже пряме зменьшуване скорости реакциї з температурою сиґналїзує (хоч не перший) проф. M. Bodenstein ****). На такі факти теория Trautz'a має бути приготована. Не меньше цїкаві спостереженя зробив Dr. H. v. Halban.

*) Цїкаве се, що кожда з них є консеквентним дальшим виобразованем поодиноких думок, від себе ріжних, а кинених яко здогади такої міри вченими, як S. Arrhenius [континуує еї H. Goldschmidt, а по части Krüger] і van't Hoff (переводить еї на основі третого теорему термодинаміки, поставленого недавно Nernst'ом, Trautz). Праця F. Krüger'a, після мого погляду найлїпша, унаглядняє знаменито погляд Arrhenius'a, кромі того постулює мексуелївский розклад скоростий атомів в молекулї, який много теоретиків уважає нині за правдоподібний.

**) O. Dimroth. Lieb. Ann. 335, 1—112. 1904.

***) Zeitschr. f. phys. Ch. Гл. вище.

****) Z. f. Elektrochemie. 1909. Bd. 15. p. 695 (при нагоди дискусиї над теориею M. Trautz'a).

Вперед лиш заповідає *), а відтак обширнїйше зіставляє **) загальну правильність, яка має заходити між рядом хемічної реакциї, а еї сочинником температури. Після его погляду реакциї мономолекулярні є ті, що дають переважно високу вартість сочинника. Реакциї вишемолекулярні мають мати взагалї меньший сочинник, чим перші. І той факт хоче вияснити теория Trautz'a.

В минулім році мав я приємну нагоду пізнати в Липську п. H. v. Halban'a, обзнакомити ся з его поглядами і за его порадою розпочати отсю працю. Єму отже маю до завдяченя першу думку, методу, впровадженє і неодну поміч в тім часї, в якім він еще задержав ся в Липську. Чую ся обовязаним про се ту з вдячностию згадати.

Наколиби вище згаданий погляд на звязь між рядом а сочинником температури хемічної реакциї був необмежено оправданий, тоді можна би також і в слїдуючий спосіб ту правильність провірити. Можна би бімолекулярну реакцию між двома субстанциями, що заходить в якімсь розчиннику, перевести раз звичайно, а другий раз без того розчинника, що функував при першій перемінї, беручи за розчинник одну з реаґуючих материй. Реакция піде тоді мономолекулярно. Зіставляючи сочинники температури в обох случаях можна евентуально сконтролювати згадану правильність. Спробувати се на деяких субстанциях, було першою цїлею отсеї праці. До того вибрано реакциї повставаня сільних амоніових сполук, які заходять між амінами а алькільовим йодом. Так війшли до дослїду реакциї між дво-метильо-анїлїною $C_6H_5 . N(CH_3)_2$ і дво-етильо анїлїною $C_6H_5 . N . (C_2H_5)_2$ а етильовим йодом C_2H_5I, пізнїйше дальші гетероциклькові аміни.

Експериментальне переведене.

Мірене скорости процесу виконано на слїдуючій основі. Звісно в реакциях:

$$C_6H_5 . N . (CH_3)_2 + C_2H_5 . I = C_6H_5N(CH_3)_2C_2H_5 . I$$
$$C_6H_5 . N . (C_2H_5)_2 + C_2H_5 . I = C_6H_5N(C_2H_5)_3 . I$$

повстають чотирорядні амоніові засади, яко гомольоґи звичайного амону NH_4, злучені з йодом у відповідні соли. Ті послїдні розпускають ся легко в воді, улягаючи електролітичній диссоциациї. Повста-

*) B. d. d. ch. G. 41, 2417. 1908.

**) Z. f. ph. Ch. B. 68. 1909.

ючий йон I дуже легко визначити через міренє розчином $AgNO_3$, беручи до протиміреня розчин родан-амонїюм, а за індикатор желїзо-амонїовий алун.

Щоби при аналїзї не впливали некорисно на індикатуру аміни, або етильовий йод, а головно, щоби спинити дальше повставане аналїзуючої ся соли, треба усунути амін з пробки, що входить до аналїзи. Тоє усуненє дає ся вигідно перевести в слїдуючий спосіб. Поодиноку пробку, що є затоплена в невеличку скляну рурку, видуту в серединї в кульку (на обєм 3—5 cm^3), сполїкує ся, по отвореню рурки з обох сторін, водою квантитативно до звичайної скляної грушки (± 100 cm^3) замиканої в горі дуже добре шлїфованим корком, в долинї також можливо добре вишлїфованим закрутком з єнайского скла. До грушки додає ся передтим потрібну скількість етеру. По кількакратнім, скорім витрясеню води з етером, дістаємо в долинї чисту верству води з розпущеною солию, в горі верству етеру з аміном і етильовим йодом. По отвореню закрутка спускаємо водну верству до плиткої порцелянової мисочки, уважаючи, щоби до неї не дістало ся нїчо з верстви етеру.

Закруток має врізаний дуже вузонький, ледви слїдний рівець, що йде з противного кінця від того, який служить до реґульованя, не дальше як до середини своєї довжини. При замкненім положеню закрутка той рівець комунїкує як раз з долїшним кінцем грушки, то є з невеличким продовженєм рурки, що відпроваджує спусканий плин. Як тепер, по першім роздїленю верстви води від етеру, при замкненім вже закрутку подуємо легко в рівець, то решта води в долїшнім продовженю рурки до послїдної краплї сплине до мисочки. Тепер можна повторити сполоскане кульки водою, витрясене з тим самим етером, і віддїленє нової порциї води до мисочки. По скінченім спровадженю соли випускає ся в обчисленім в приближеню надмірі з бірети змірену скількість $AgNO_3$ в воднім розчинї, додає ся потрібну (до всїх проб однакову) скількість сильно закрашеного азотовим квасом індикатора і протимірить ся тепер осторожно розчином амонового родану аж до першого червоного закрашеня плину. В такий спосіб аналїза дає ся докладно перевести.

Приладженє реаґуючої мішанини зводило ся до впровадженя з відповідної піпети до важеня першої субстанциї в означеній скількости до скляної фляшочки, осмотреної на вузкій і довгій шийцї маркою і шлїфованим корком. Означенє скількости дає ся дуже легло осягнути через подвійне зваженє фляшочки або піпети. Відтак наливає ся осторожно але скоро другу реаґуючу субстанцию, що має служити за розчинник і вкладає опісля до начиня з ледом. В температурі 0^0 хемічний процес йде дуже поволи, так що через се цїле поступованє не дізнає перешкоди. Тепер піпетує ся з фляшочки однакові скількости мішанини до приготованих скляних, видутих в серединї, рурок, при чім найлїпше послугувати ся відповідно нареґульованою, водною помпою. По скінченій маніпуляциї затоплює ся рурки з другого кінця, звужуючи і видовжуючи при тім рурки в легкі дзюбки. Затоплені рурки завішує ся тепер на мідяних дротиках і вкладає ся всї нараз в термостат, нотуючи в тій самій хвилї час. По упливі відповідної скількости мінут виймає ся одну рурку, вкидає скоро до начиня з ледом, або в міру потреби в остуджуючу мішанину, а по 5 мінутах отвирає ся рурку і переводить скоро цїлу аналїзу. За термостати служили звичайні великі бляшані, в серединї поливані начиня, хоронені зверха грубим фільцом, наповнені водою. Щоби воду охоронити від парованя, прикриває ся єї поверхню верствою плинної парафіни. Терморeґулятори були, звичайно уживані, толюольові, термометри сконтрольовані, а постійне мішанє води обслугував єлєктромотор. Взагалї термостати функционували зовсїм бездоганно. Всї скляні прилади, які стикали ся з реаґуючими субстанциями, то є фляшки до їх переховуваня, т. зв. кольбки до міреня, видуті рурки, піпетки звичайні і піпетки до важеня, були вперед дуже докладно, при кождій маніпуляциї, вичищені хромово-сїрковим квасом, відтак струєю горячої водної пари, а наконець старанно висушені.

Всї препарати, які війшли до досліду, були спроваджені з фабрики Kahlbaum'a в Берлїнї. Вони оказали ся доволї чистими, все-ж таки кождий без виїмку був по попереднім відводненю піддани повторенїй фракціонованій дестиляциї або перекристалїзованю з абсолютного алькоголю (α-нафтохінолїна, три-бензиль-амін). Слїдуючі з них: метильовий алькоголь, піридина, α-піколїна, хінолїна мали марку „Kahlbaum".

Висліди експерименту.

Добиранє відповідних вагових і концентрацийних відношень реаґуючих материй відбувало ся на пробній дорозї. Через провізоричні досліди доходило ся до „вибираня" скоростий реакциї, які дають ся вигідно перемірити. О скільо як раз справдї вигідно справа пішла в поодинокім случаю, сьвідчать о сім відповідні та-

белї. В сїм розділї зберу всї поміри, зроблені так в цїли провіреня погляду п. H. v. Halban'a, як і переведені для порівнаня сочинників температури дальших гетероциклькових материй при реакциї з етильовим йодом. Той новий плян працї підняв я в хвили, як упав всякий сумнїв, що вибрані дослїди дають противний результат, чим того вимагав би погляд п. Halban'a. Реакцяя:

$$C_6H_5N(CH_3)_2 + C_2H_5I = C_2H_5N(CH_3)_2C_2H_5I$$

переведена в температурах 40° і 60° в надмірі (в розчиннику) дво-метильо-анїлїни, отже мономолекулярно, дала далеко меньший сочинник температури чим тая сама реакция, переведена бімолекулярно в розчиннику метильового алькоголю.

Що до вибраних концентрацій і скількости мішанини в поодиноких кульках, скажу ту загально, що до означеня перших служили в міру потреби і в міру скількости приготованого препарату кольбки о обємі 20, 25, 30, 35 і 50 cm^3, а кульки обіймали 2, 3, 4 і 5 cm^3. В поодиноких табелях не подаю тому тих даних, що не входять в суть річи, лиш при мономолекулярних перемінах, які йдуть після рівнаня:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)$$

подаю a, то є вихідну концентрацию, в безглядній мірі, то є в ґрамах (перечислену на кожду пробку), а при бімолекулярних після вимаганя ріжничкового рівнаня:

$$\frac{dx}{dt} = k(a-x)(b-x)$$

а зглядно єго інтеґралу:

$$k = \frac{1}{(a-b)t} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)}$$

подаю a і b при кождій табелї в молярній мірі.

Сталу скорости я обчисляв в міру потреби після взорів:

для мономол. реакций: $k = \frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$ або $k = \frac{1}{t-t_0} \log \frac{a-x_0}{a-x}$

для бімол. реакций:

$$k = \frac{1}{(a-b)t} \log \frac{b(a-x)}{a(b-x)} \quad \text{або} \quad k = \frac{1}{(a-b)(t-t_0)} \log \frac{(b-x_0)(a-x)}{(a-x_0)(b-x)}$$

За пробу, коли перший або другий спосіб перечислюваня був потрібний, нехай послужить слїдуюче зіставленє:

Концентрация $AgNO_3$ була така, що:

в 1 cm^3 було 0,003417gr $AgNO_3$, що відповідало: 0·003134 ґрамам етильового йоду. В слїдуючих двох табелях a означає початкову концентрацию C_2H_5I в розчиннику дво-етильо-анїлїни в ґрамах.

Температура 50° Cel.

a	час	cm^3	$\frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
0·37725	1288 мінут	9·30	0·0000272
	1470 „	10·65	0·0000273
	1529 „	11·10	0·0000273
	2741 „	18·75	0·0000268
		пересїчна вартість:	0·00002715

Ту, як бачимо, через се, що відступ часу, а за тим і скількість $AgNO_3$ були вже досить великі при першій аналїзї, перший спосіб перечислюваня був вистарчаючо докладний. За те в слїдуючій табелї:

Температура 60° Cel.

a	час	cm^3	$\frac{1}{t} \log \frac{a}{a-x}$
0·158	102 мінут	0·6	(0·0000507)
	297 „	1·6	0·0000470
	1282 „	6·4	0·0000463
	1450 „	7·2	0·0000463
		пересїчна вартість:	0·00004653

були иньші услівя, і тому до пересїчної вартости годї вже було брати перше число (взяте тому в скобки).

З того першого дослїду бачимо однак, що мимо розмірно низької температури, отже і малої вартости k, сочинник температури взагалї є меньший від 2. Значить ся, при бімолекулярній реакциї між тими субстанциями, не можна вже сподївати ся великої ріжниці в сочиннику температури, особливо в тім змислї, щоби він в другім случаю був значно меньший від першого. Скорше противно, як то справдї виказав дальший дослїд. Щоби дістати вигіднїйші до дослїду скорости, перейшов я дво-метильо-анїлїни і змірив k в більшім інтервалї температури, беручи так само $C_6H_5N(CH_3)_2$ за розчинник.

Двометильоанїлїна $C_6H_5N(CH_3)_2$

$t = 40^0$ Cel. $a = 0{\cdot}10758$

Час	cm^3	k
131·5 мінут	4·95	0·0005369
229·5 „	8·3	0·0005377
349·5 „	11·9	0·000528(?)
460·5 „	14·7	0·000534
	пересїчна вартість:	0 0005342

$t = 50^0$ Cel. $a = 0{\cdot}17715$

Час	cm^3	k
38 мінут	5·27	0·001119
136 „	15·65	0·001035
170 „	19·15	0·001057
211 „	22·80	0·001063
274 „	27·5	0·001056
	пересїчна вартість:	0·001066

$t = 60^0$ Cel. $a = 0{\cdot}10758$

Час	cm^3	k
22·6 мінут	3·83	(0·00227)
47·5 „	7·06	0 00210
85·5 „	11·45	0·00206
135·5 „	16·16	0·00205
167·7 „	18·45	0·00205
	пересїчна вартість:	0·002065

$t = 70^0$ Cel. $a = 0{\cdot}11565$

0	мінут	9·61	—
18·7	„	13·85	0·003904
38·7	„	17·46	0·003800
55·7	„	20·17	0·003807
66·7	„	21·83	0·003860
75·7	„	23·05	0·003880
		пересїчна вартість:	0·003841

$t = 90^0$ Cel. $a = 0{\cdot}144045$

0·0	мінут	10·04	—
9·75	„	18·35	0·01210
15·39	„	22·44	0·01195
19·39	„	25·00	0·01206
23·3	„	27·06	0·01197
27·3	„	28·92	0·01181
		пересїчна вартість:	0·01198

Ту досліди дали вистарчаючо докладний результат. Сочинник температури є троха меньший від 2, зі зростом температури зменьшає ся зовсїм нормально:

$$k_{50}/k_{40} = 1{\cdot}995, \quad k_{60}/k_{50} = 1{\cdot}937, \quad k_{70}/k_{60} = 1{\cdot}860, \quad k_{90}/k_{70} = 1{\cdot}766.$$

Тепер перейшов я до реакций бімолекулярних. За розчинник взяв метильовий алькоголь. Трудність при аналїзї в виду присутности алькоголю не виринула. Того можна було побоювати ся в виду того, що присутність алькоголю збільшує значно взаїмну розпускаємість води і етеру, в слїд за чим при аналїзї (утвореної в реакциї) соли бувби присутний також амін і етильовий йод. Можна було отже побоювати ся, що з одної сторони момент переходу в червону краску не виступить так остро, або радше плин стратить ще перед тим моментом свою безбарвність. Тому можна було зарадити, як оказало ся в практиці, повтореним передестильованєм обох субстанций. Що до другого шкідливого впливу, то побої оказали ся так на основі специяльної аналїзи з KCl, як і самої дальшої практики непотрібнимв. Треба лиш було (більше вже для субєктивної певности) брати до кождої аналїзи більшу скількість етеру і води, так що $2-4$ cm^3 входячого алькоголю не входило практично в рахубу.

З дво-метильо-анїлїною мав я ту однак неприємну несподїванку, імовірно через частинний розклад препарату (хоч свїжо передестильовував) або який иньший некорисний момент, що усунув ся з моєї контролї — що мимо кількоразового зарядженя досліду не вдало ся менї усталити скорости k з вистарчаючою докладностию. В слїдуючім зіставленю

$t = 42{\cdot}5^0$ Cel. $a = 2{\cdot}372$. $b = 2.260$

час $t - t_0$	cm^3	$k(a-b)$
0 мінут	7·64	—
48 „	9·43	0·00000708
1023 „	43·29	0·00000910
1473 „	53·89	0·00000936

$t = 60^0$ Cel.

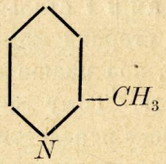
0	мінут	10·84	—
30	„	15·30	0·00003
93	„	25·57	0·000035

зріст k з ходом процесу є троха за великий, щоби можна его вартість замкнути в певні границі. Одно лиш певне, що сочинник температури є дуже незначно але більший від 2. В виду того, я дальший плян праці змінив, постановляючи принагідно перевести кілька визначень скорости в мономолекулярних подібних реакціях, щоби сконстатований ту факт провірити на еще якім примірі. Як пізнійше окаже ся, мій здогад був вірний.

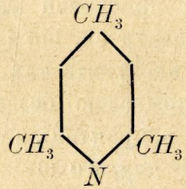
Питане, як під зглядом сочинника температури заховують ся треторядні аміни, але в дальших гетероциклових ґрупах, видало ся менї більше інтересним. Я хотів довідати ся, який вплив на той співчинник буде мати иньше положене атому N в молекулї. Тому вибрав передовсїм:

піридину

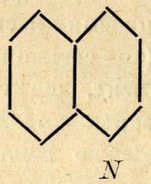
α-піколїну



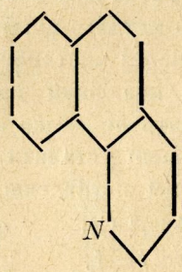
колліdину



хїнолїну

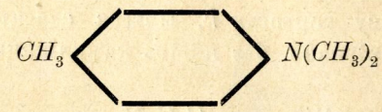


α-нафтохінолїну



в яких азот стоїть в значно тїснійшим звязаню з иньшими атомами, бо в бензольовім перстїнї, а до порівнаня в виду недокладности досліду з дво-метильо-анїлїною взяв еще:

дво-метильо-пара-толюїдину:



в якій, подібно як в дво-метильо-анїлїнї, азот вже находить ся в бічнім положеню.

До дослїдів взяв я той самий розчинник, то є метильовий алькоголь. Розчин $AgNO_3$ був на ново приготований. В виду того, що тут входили в гру майже виключно бімолекулярні реакції, всї відношеня при аналїзї, і початкові концентрації мусїли бути раховані в молях. Розчин $AgNO_3$ мав концентрацию: 1 $cm^3 = 0{\cdot}01797$ молїв. В попередній табелї числа в колюмнї під „cm^{α} є виражені власне сим еквівалєнтом.

Загально ту зазначу, що сочинник температури оказав ся в цїлій серії досліду значно висшим від 2, бо перейшов навіть число 3. В міру зложеня і в міру зросту молекулярної ваги субстанції він зростав систематично. Возьмім вперед дво-метильо-пара-толюїдину.

Двометильо-пара-толюїдина: $CH_3C_6H_4 . N(CH_3)_2$

$a = 1{\cdot}92234$, $b = 0{\cdot}79119$.

$t = 39{\cdot}8^0$ Cel.

Час		cm^3	$(a-b)k$	k
0	мінут	4·60	—	
88	„	8·08	0·000277	
148	„	10·24	0·000282	
192	„	11·80	0·000287	
1195	„	31.66	0·000292	
		середна вартість:	0·000285	0·000252

$t = 60{\cdot}7^0$ Cel.

0	мінут	6·65	—	
21·5	„	10·72	0·00149	
43·	„	14·45	0·00154	
132	„	25·30	0·00159	
		середна вартість:	0·00154	0·00136

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 2{\cdot}24$.

Як бачимо, він переступив досить значно вартість 2. Для двометильо-анїлїни буде правдоподібно троха меньший. Мимо малого зросту з ходом процесу вартости k, можна сказати, що реакция йде після звичайного рівнаня, без якоїсь компліkації.

Піридина C_5H_5N

$a = 1{\cdot}93607$, $b = 0{\cdot}98788$

$t = 42{\cdot}3^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	2·84	—	
99 „	4·58	(0·0000890)	
199 „	6·30	0·0000834	
1178 „	20·10	0·0000830	
1339 „	22·08	0·0000845	
середна вартість:		0·0000836	0·00008816

$t = 60{\cdot}4^0$ Cel.

0 мінут	5·78	—	
96 „	13·91	0·000441	
165 „	18·58	0·000440	
280 „	25·35	0·000445	
середна вартість:		0·000442	0·004661

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 2{\cdot}51$.

Тут вартість k можна уважати за сталу. Сочинник зріс значно висше.

α-піколїна $CH_3 . C_5H_4 . N$

$a = 2{\cdot}00848$, $b = 0{\cdot}924405$

$t = 39{\cdot}9^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	0·70	—	
1011 „	3·52	0·0000134	
1178 „	3·95	0·0000134	
3917 „	10·70	0·0000139	
5462 „	13·60	0·0000135	
середна вартість:		0·00001355	0·0000125

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
$t = 60{\cdot}6^0$ Cel.			
0 мінут	1·10	—	
186·2 „	5·43	0·000111	
1198 „	22·67	0·000124	
1340 „	24·47	0·000125	
1411 „	25·30	0·000125	
середна вартість:		0·0001212	0·0001118

Сочинник температури $k_{10+t}/k_t = 2{\cdot}882$.

Тут дослїд випав найдокладнїйше. Скорість змалїла, а сочинник температури підскочив дуже високо.

З початку не мав я наміру брати дальших гомольогів піридини, але послїдний результат заохотив мене до сего. Я спровадив лютїдину, але препарат, як оказало ся, не був одностайний, лиш мішаниною кількох ізомерів. Я проте взяв дальше коллїдину, передовсїм тому, щоби мати коло атому N в сусїдстві з обох сторін ґрупи метильові. Препарат (симетрична три-метиль-піридина) був однакож за дорогий, щоби єго передестильовувати, тому я взяв такий, як був, не беручи повної відвічальности передовсїм за абсолютну вартість скорости. Результат був слїдуючий:

Температура 39·8° Cel. $a = 0{\cdot}42220$, $b = 0{\cdot}33057$

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
4.548 мінут	0·86	0·000001008	
10.080 „	1·83	0·000001010	
пересїчна вартість:		0·000001009	0·000010902

Температура 60·9° Cel.

240 мінут	0·5	0·0000109	
1335 „	2·63	0·0000123	
2760 „	5·11	0·0000126	
пересїчна вартість:		0·00001193	0·0001302

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 3{\cdot}239$.

Тут як бачимо абсолютна скорість в порівнаню з α-піколїною єще дальше змалїла, бо при майже тих самих температурах 39·8 і 39·9, маємо $0{\cdot}_4 10902$, $0{\cdot}_4 125$ зате сочинник температури зріс о значну вартість. Приглянемо ся тепер двом репрезентантам єще дальших гетероцикльових ґруп.

Хінолїна $C_6H_4 \cdot C_3H_3 \cdot N$

$a = 2{\cdot}0526$, $b = 1{\cdot}6504$

$t = 42{\cdot}25^0$ Cel.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
0 мінут	0·554	—	
135 „	0.98	0·00000300	
1197 „	4·46	0·00000317	
1522 „	5·31	0·00000307	
пересїчна вартість;		0·00000308	0·00005114

$t = 60^0$ Cel.

0 мінут	2·7	—	
170·5 „	6·17	0·0000206	
1182 „	23·75	0·0000221	
1529 „	28·88	0·0000221	
1598 „	29·77	0·0000228	
переєїчна вартість:		0·0000219	0·0003637

Сочинник температури $k_{t+10}/k_t = 3.019$.

Як бачимо випав він ту меньший, чим при коллїдинї, але є більший нїж при піридинї і α-пїколїнї. Значить ся, бензольова ґрупа в сусїдстві атому N збільшує значнїйше сочинник температури, чим одна метильова ґрупа, але меньше, нїж дві метильові ґрупи. Перейдім наконець до єще одного типу.

α-нафтохінолїна

$t = 39{\cdot}9^0$ Cel. $a = 0{\cdot}862521$, $b = 0{\cdot}58803$.

Час	cm^3	$(a-b)k$	k
1283 мінут	0·44	0·00000146	
1679 „	0·53	0·00000135	
2863 „	0·91	0·00000137	
середна вартість:		0·000001393	0.00000507

$t = 60{\cdot}3^0$ Cel.

180 мінут	0·67	0·0000162	
1273 „	4·36	0·0000168	
1621 „	5·42	0·0000164	
2711 „	8·68	0·0000174	
середна вартість:		0·0000167	0·0000608

Сочинник температури $k_{10+t}/k_t = 3{\cdot}372$ випав тут найбільшим зі всїх, які висше визначено.

На сїм я поки що замкнув серию дослїдів, задумуючи річ дальше континуувати. Хоч може передвчасними моглиби ся видавати консеквенциї витягані з так скупого материялу, то однак безперечно можна сконстатувати одну правильність, що до сочинника температури, яка проявляє ся в порівнаних ґрупах. Насамперед треба ствердити, що так зв. реґула антибатиї між сочинником температури а скоростию процесу тут добре провіряє ся. Прогляньмо єї на слїдуючім уставленю:

	Температура	k	k_{t+10}/k_t	$k60^0$
толюїдина	39·8° Cel.	0·000252	2·24	
піридина	42·3 „	0·0000882	2·51	
α-піколїна	39·9 „	0·0000125	2·882	
хінолїна	42·25 „	0·00000766	3·019	0·0000545
коллїдина	39·8 „	0·0000109	3·239	0·0301302
α-нафто-хінолїна	39·9 „	0·00000507	3·372	0·0000606

Виїмок становилаби, як бачимо, лиш коллїдина, що має більшу скорість реакциї, чимби вимагало повисше упорядкованє. Якбисьмо хотїли обговорюваній антибатиї надати характер конечного постуляту, тоби такі виїмки говорили про себе не мало. При коллїдинї требаби релятивно велику скорість реакциї звести на присутність аж трох „рухливих“ метилїв. Як сю антибатию треба однак розуміти, видко вже з того, що в температурі 60^0 порядок скоростий реакциї між хінолїною а α нафто-хінолїною вже відвернений, отже о 20^0 висше маємо вже симбатию. Єще маркантнїйше виходить брак антибатиї при слїдуючих мономолекулярних реакциях, які низше докладнїйше подам:

Реакция	Температура	k	k_{10+t}/k_t
(розчинник:)			
C_2H_5I + $C_6H_5N(CH_3)_2$	40°	0·000534	1·995
C_2H_5I + хінолїна	39·9°	0·00276	2.227
хінолїна + C_2H_5I	39·85°	0·000180	2.511

Можна однак сьміло припускати, що при значно низшій температурі, скорість другої реакції, як раз задля більшого сочинника температури ніж при першій реакції так спаде, що виступить антибатия.

Вже з сего конклюдую, що сочинники температури подекуди ліпше зіставляти, чим абсолютні скорости реакций в порівнуваних ґрупах. Передовсім впадають в очи великі скоки при переході з одної ґрупи до другої. Порядкови: піридина, хіноліна, α-нафтохіноліна відповідають числа 2·51, 3·019, 3·371. Зн. впровадженю в безпосереднє сусїдство атому N одинокого бензольового перстеня на місце атому H відповідає релятивно більше підвисшене сочинника, чим вже дальшого, то є подвійного. Все-ж таки і в другім случаю є він досить великий. Мені здає ся тому, що в α-нафтохіноліні другий перстінь находить ся по тім самім боцї, що перший, причиняючи ся до єще дальшого „заслонювання“ атому N перед зовнішними впливами співреаґуючих атомів чи молекулів. Пр. при β-нафто-хіноліні можнаби сподївати ся вартоститроха меньшої, чим при α-нафто-хіноліні, евентуально навіть мало що більшої від хіноліни.

Хоч скорість реакції при релятивнім „хованю“ або заслонюваню дотичного „реаґуючого центрум“ в глубині молекула постепенно, але дуже скоро малїе, то однак вплив температури стає ту відворотно чим раз більший. То видко маркантно і правильно на гомольоґах піридини, де порядкови: піридина, α-піколїна, коллїдина відповідають чйсла; 2·51, 2·88, 3·239 **а б о м а й ж е і д е н т и ч н і р і ж н и ц ї с к о к і в** 0·37, 0·36, чого зовсїм не видко на абсолютних скоростях, бо на двох послїдних маємо раз симбатию, другий раз антибатию (див. передпопередня таблиця). Оба послїдні, рівні числа, говорять на мій погляд дуже много. Факт, що третий метиль в коллїдинї не причинив ся нїчо до піднесеня сочинника, а другий цїлком докладно здвоїв его вартість в порівнаню до переходу з піридини до α-піколїни вказує недвозначно і ясно дорогу, на якій ту можна дійти до конкретних правильностий, а яких даремно шукати в безглядних скоростях реакції. Видко би з сего відразу, що лиш сї ґрупи впроваджувані гомольоґічно до реаґуючого типу мають вплив на вартість сочинника температури, які входять в безпосереднє сусїдство з реаґуючим центрум в молекулі. Иньші не ґають тут нїякої ролї, хоч на безглядну вартість скорости процесу очевидно впливають.

В звичайних або релятивно досить високих температурах послїдний вплив може бути ріжний (підвисшене або обниженє) а лиш

взглядно низьких температурах можна-б a priori приймити, що при якім небудь переході до висшого гомольоґа можна без виїмку очікувати безглядного обниженя скорости реакції. Як отже поодинокі ґрупи в молекулах мають і то не даючий ся докладно проглянути вплив на скорість реакції, так з другого боку справа сочинника температури була-б меньше скомплїкована, бо дала би ся пояснити при стерео-хемічнім узглядненю обємів поодиноких ґруп, що находять ся в сусїдстві реаґуючого атома.

Обєми тих ґруп причиняють ся в міру їх нагромадженя до постепенного заслонюваня реаґуючого атома перед зіткненєм з другими атомами иньших співреаґуючих молекулів. При такім релятивнім схованю его в глубині молекули стає він на температуру вражливійший. Думка H. Goldschmidt'a, на якій він розвинув свою теорию *), мала би тут в специяльнім змодифікованю своє добре примінене і з'ілюстроване. Треба би собі так річ з'образувати: приймім, що реакция заходить лиш між тими молекулами етильового йоду і дотичного аміну, яких взаїмна релятивна скорість перевисшає якусь означену мінїмальну границю. Тодї не далеке та не дуже штучне буде вже дальше конклюдоване, що релятивна взаїмна скорість мусить бути тим більша, чим релятивно більше схований буде атом N в молекулї аміну, щоби скорість реакції могла приймити певну означену вартість. Возьмім під огляд слїдуюче рівнане, до якого він там доходить:

$$k = \frac{konst.}{\alpha}\sqrt{v^2+\alpha^2}\cdot e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

α^2 є тут пропорцнональне до абсолютної температури, v означає мінїмальну скорість руху молекулів, вимагану до того, щоби вони стали спосібними до реакції. Рівнане лишить ся правдоподібно те саме, як під v будемо розуміти релятивну скорість. З него однак легко виходить, що чим більшу вартість з гори положимо за v, в тим більшій мірі зріст α^2 (починаючи особливо від малих вартостий α^2) причиняє са до зросту k.

Принагідно перевів я єще кілька помірів з хіноліною без розчйнника метильового алькоголю, роблячи тим самим реакцию мономолекулярною. Розходило ся менї, як я се висше зазначив о докладнїйше провірене погляду п. H. v. Halban'a в повисших обставинах. Беручи вперед хіноліну за розчинник дістав я слїдуючий результат:

---

*) Гл. loc. cit.

Етильовий йод + хіноліна

Температура 39·90 $a = 0{\cdot}52637$

Час	cm^3	k
0 мінут	4·24	—
94 „	8 95	0·00266
137·2 „	14·00	0·00277
174 „	16·64	0·00285

пересїчна вартість: 0·00276

Температура 60·3°

0 мінут	4·80	—
19 „	11·60	0·014105
43 „	16·24	0·01549

пересїчна вартість: 0·01479

Сочинник температури: 2·227.

Тепер відвернув я порядок відношень в тім змислї, що хіноліну розпустив в етильовім йодї і роблячи тимсамим знов реакцию мономолекулярною, зміряв в тихсамих температурах єї скорість. Результат був такий:

Хіноліна + етильовий йод.

Температура 39·85° Cel. $a = 1{\cdot}2111$

Час	cm^3	k
0 мінут	2·73	—
63 „	4·4	0·000180
136 „	6·21	0·000177
297 „	10·4	0·000184

пересїчна вартість: 0·0001803

Температура 60·5° Cel.

0 мінут	1·7	—
18 „	4·91	0·00119
60 „	11·35	0·00121
114 „	20·09	0·00124

пересїчна вартість: 0·001213

Сочинник температури: 2·511.

Як бачимо, в обох случаях випав він великий, але все таки меньший нїж при бімолекулярній реакциї в розчинї метильового алькоголю (3·02). Мій здогад оказав ся тут вірний, однак не беручи вже иньших, в лїтературі численно поданих, примірів, власне з обох послїдних табель бачимо виразно, як велику ролю в сочиннику температури грає сам розчинник. Мимо проте зовсїм иньшого результату, чим на початку я сподївав ся, не хочу поки що займати становиска в тім питаню.

Берлїн, в грудни 1909.

4(с)У-3:549+549(014)

Виразня мінеральоґічна.

НАПИСАВ

Іван Верхратский.

Виразня мінеральоґічна. Mineralogische Terminologie.

Видівня мінералів. Mineral-Morphologie.

Мінерали скристалїзовані. Krystallisierte Mineralien.

Мінерали безподобні. Gestaltlose oder amorphe Mineralien.

Обмежники кристалів. Begrenzungsstücke der Krystalle.

Площа, площина або стїна. Fläche.

Грана. Kante.

Кін. Ecke.

Форма, скількість і положенє стїн. Form, Zahl und Lage der Flächen.

Фіґури стїн правильні. regelmäßige Figuren der Flächen.

„ „ **сомірні або симетричні.** symmetrische Figuren der Flächen.

„ „ **несомірні або асиметричні.** asymmetrische Figuren der Flächen.

У грани замічає ся:

1. **Фіґура і положенє стїн пересїчних.** die Figur und die Lage der Flächen, die sich in der Kante schneiden.

2. **Довгота грани.** die Länge der Kante.

3. **Розхильність грани.** die Grösse der Kante т. є. **кут наклонний (наклонник,** Neigungswinkel) **обох площ зглядом себе творячих грану.**

Грани однакі. gleiche Kanten.

Кутомір. Goniometer.

Кутомір ручний Каранжо́. Carangeau's Handgoniometer.

Кутомір рефлєксийний Волястона Wollaston's Reflexionsgoniometer.

Уклади кристальні. Krystallsysteme.

А. Триосники.

I. Уклад рівноосний. gleichaxiges oder tessulares System.

II. Уклад квадратний або однодвуосний. tetragonales oder einzweiaxiges System.

III. Уклад просторомбний або ріжноосний. orthorhombisches oder ungleichaxiges System.

IV. Уклад скісноромбний або односкісний. klinorhombisches, monoklines oder deltoidisches System.

V. Уклад трискісний. triklines oder skalenisches System.

Б. Чотироосники.

VI. Уклад однотриосний. eindreigliedriges oder hexagonales System.

I. Уклад рівноосний. tessulares System.

а. Види рівноосні поєдинчі. einfache tessulare Gestalten.

а. Види повностінні. holoedrische Gestalten.

1. Осьмистінник (das Oktaeder) обнятий 8 рівними рівнобічними трикутниками, посїдає 12 рівних гран (кожда о 109°28') і 6 чотиростінних конів слїдуючого положеня: 1 в горі, 1 долї, 4 в половинній висотї квадрат творячі. Оси лучать два противположні кони (пр. у плавня, діяманту, куприту, ґаленїту).

Das Oktaeder ist umschlossen von 8 gleichen gleichseitigen Dreiecken, besittzt 12 gleiche Kanten und 6 vierfiächige Ecke von folgender Lage: 1 oben, 1 unten, 4 in halber Höhe ein Quadrat bildend. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende Ecke.

Кожда стїна осьмистінника перерізує всї три оси в однакій віддали від осередка кристалу; відношенєм проте відмірників (параметрів) єсть 1 : 1 : 1, а цїлий вид означає ся буквою початковою О.

Осьмистінник єсть видом основним, з котрого всї прочі види сего укладу мож вивести (після Навмана).

2. Шестистінник (das Hexaeder, der Würfel) заключений 6 рівними квадратами, посїдає 12 рівних (рівно довгих і рівно острих) гран (кожда о 90°) і 8 тристінних конів того положеня: 4 в горі, 4 в долинї. Оси лучать осередки двох противлежних стїн. Пр. у соли. плавня, піриту, арґентиту, ґаленїту.

Das Hexaeder ist umschlossen von 6 gleichen Quadraten, besitzt 12 gleiche (gleichlange und gleichscharfe) Kanten (jede von 90°) und 8 dreifiächige Ecke von dieser Lage: 4 oben, 4 unten und je 4 be-

nachbarte ein Quadrat bildend. Die Axen verbinden die Mittelpunkte je zweier gegenüberliegender Flächen.

Шестистінник одержимо, коли в кождий кін осьмистінника положимо площу простопадно до оси того кону, а рівнобіжно до двох других осий. Кожда стіна шестистінника прорізує тогді одну піввісь в віддали = 1, а дві другі доперва в віддали = ∞ (або есть до них рівнобіжною). Відношене проте відмірників того вида есть ∞ : ∞ : 1, а відношеню тому одвічає знак шестистінника: ∞ 0 ∞.

3. Дванайцятистінник ромбний (das Rhombendodekaeder) заключений 12 пристайними ромбами, котрих тупі кути по 109°28′, острі по 70°32′ мірять, має 24 рівних гран (кожда о 120°), 6 чотиростінних конів і 8 тристінних. Оси лучать по два противлежні чотиростінні кони. Пр. у ґранату, куприту, маґнетиту.

Das Rhombendodekaeder ist umschlossen von 12 kongruenten Rhomben, deren stumpfe Winkel je 109°28′, jeder Spitze 70°31′ messen, hat 24 gleiche Kanten, 6 vierflächige Ecke und 8 dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Дванайцятистінник ромбний одержимо, коли в кожду грану положимо площу рівнобіжну лише до оси не належної до тої же грани, а перерізуючої дві другі в віддали = 1. Проте кожда стіна того вида перерізує дві пів'оси в віддали = 1, а трету в віддали = ∞ від осередка. Проте відношене відмірників есть ∞ : 1 : 1, а знаком того вида ∞ 0 1 або ∞ 0 (більший содійник все пише ся перед 0).

4. Чотирошестистінник (das Tetrakishexaeder) в головних зачерках подібний шестистінникови: шестистінник понад кождою своїх 6 стін з острицею чотиростінною менше або більше тупою — есть обнятий 6 чотиростінними ґрупами стін, проте 24 стінами, пристайними рівнораменними трикутниками, посідає 12 довших гран, і 6 × 4 = 24 коротших, відтак 6 чотиростінних конів і 8 шестистінних. Оси лучать подва противлежні чотиростінні кони.

Das Tetrakishexaeder in seinen Hauptumrissen dem Hexaeder ähnlich, ein Hexaeder mit einer mehr oder weniger stumfen vierseitigen Pyramide über jeder seiner 6 Flächen — ist umschlossen von 6 vierzähligen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, besitzt 12 längere Kanten, und 6 × 4 = 24 kürzere, sodann 6 vierflächige Ecke und 8 sechsflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Положім в кожний кін O в напрямі граний по 4 площі, з котрих кожда перерізує другу піввісь належну до тої самої грани, в віддали $n > 1$, а до оси, неналежну до тої же грани, есть рівнобіжною або перерізує її в віддали = ∞, тогді одержимо чотиришестистінник. Проте кожда стіна того вида перерізує одну піввісь в віддали = 1 (як в 0), другу в віддали = n, а трету в віддали = ∞ від осередка. Відношенем відмірників есть оттак ∞ : n : 1, а знаком того вида ∞ 0 n. В природі буває звичайно $n = \frac{3}{2} = 3$ або = 2.

(Остриці чотиростінні, котрі в тім виді суть осаджені на стінах вписаного ∞ 0 ∞ бувають тим низші, чим більшим есть n (вид той переходить в ∞ 0 ∞, скоро n стане = ∞), а тим висші, чим менше есть n (вид той переходить в ∞ 0, коли n стане = 1).

5. Триосьмистінник (das Triakisoktaeder) в головних своїх зачерках подібний до осьмистінника, осьмистінник по над кождою своїх стін з менше або більше тупою тристінною острицею, — обнятий 8 тристінними ґрупами стін, проте також 24 стінами, пристайними рівнораменними трикутниками, посідає 12 довших гран і 8 × 3 = 24 коротших, відтак 6 осьмистінних конів і 8 тристінних. Оси лучать по два напротивні осьмистінні кони.

Das Triakisoktaeder in seinen Hauptumrissen dem Oktaeder ähnlich, ein Oktaeder mit einer mehr oder weniger stumpfen dreiseitigen Pyramide über jeder seiner 8 Flächen, — ist umschlossen von 8 dreizähligen Flächengruppen, also auch 24 Flächen, kongruenten gleichschenklingen Dreiecken, besitzt 12 längere Kanten und 8 × 3 = 24 kürzere Kanten, sodann 6 achtflächige Ecke und 8 dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüber liegende achtflächige Ecke.

Покладім до кождої грани по дві площі з таким нахилом, щоби кожда з них перерізовала трету піввісь т. є. неналежачу до тої самої грани в віддали $n > 1$, тогді одержимо триосьмистінник. Кожда стіна того вида прорізує дві оси, належачі до тої самої грани в віддали = 1 (як в 0), а трету в віддали = m. Проте відношенем відмірників буде m : 1 : 1, а знаком триосьмистінника m 0. Мінерали кристалізують звичайно лише в таких видах, в котрих $m = \frac{3}{2}$, = 2 або = 3.

(Чим більше есть m, тим більше зближає ся той вид до ∞ 0, в котрий переходить, коли m = ∞, чим менше есть m, тим більше зближає ся до 0, в котрий переходить, если m = 1).

5. Двадцятьчотиростінник дельтоїдний (das Deltoid-Ikositetraeder) в головних зачерках менше або більше осьмистінникови або шестистінникови подібний — есть обнятий 6 чотиро-

стїнними або 8 тристїнними ґрупами стїн, в кождім разї також 24 стїнами, пристайними дельтоїдами, посїдає $6 \times 4 = 24$ довших гран і $8 \times 3 = 24$ коротших, відтак 8 тристїнних конів, 6 рівногранних чотиростїнних і 12 нерівногранних чотиростїнних, остатні такого положеня як осередки стїн дванайцятистїнника (ромбного). Оси лучать по два напротивні рівногранні чотиростїнні кони. Пр. у левкіту, ґранату, аналькіму.

Das Deltoid-Ikositetraeder in seinen Hauptumrissen mehr oder weniger dem Hexaeder und dem Oktaeder ähnlich, — ist umschlossen von 6 vierzähligen oder 8 dreizähligen Flächengruppen, jedenfalls also auch 24 Flächen, kongruenten Deltoiden, besitzt $6 \times 4 = 24$ längere Kanten und $8 \times 3 = 24$ kürzere, sodann 8 dreiflächige Ecke, 6 gleichkantige vierfläche und 12 ungleichkantige vierflächige, letztere von einer Lage wie die Mittelpunkte der Flächen eines Rhomben-Dodekaeders. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende gleichkantige vierflächige Ecke.

Приложім ро кождого кона O по чотири площі з таким нахилом до стін O, що кожда з них перерізує дві оси, належачі до тої самої стїни в віддали $m > 1$ від осередка, а одержимо **двайцятьчотиростїнник дельтоїдний**. Кожда стїна того вида перерізує одну піввісь в віддали $= 1$ (як в O), а дві другі в віддали однакій $= m$ від осередка. Відношенєм відмірників проте єсть $m : m : 1$, а знаком двайцятьчотиростїнника m O m. Звичайно бувае $m = 2$ або $= 3$.

7. **Сорокосьмистїнник** (das Tetrakontaoktaeder oder der Achtundvierzigflächner) в головних зачерках менше або більше осьмистїннику, шестистїннику і дванайцятистїннику ромбному подібний, — заключений 8 шестистїнними або 6 осьмистїнними або 12 чотиростїнними ґрупами стїн, в кождім разї проте 48 стїнами, пристайними нерівнобічнми трикутниками, посїдає 24 довших гран, 24 середних і 24 коротших, відтак 6 осьмистїнних конів, 8 шестистїнних, 12 чотиростїнних. Оси лучать по два напротивні осьмистїнні кони.

Der Achtundvierzigflächner in seinen Hauptumrissen mehr oder weniger dem Oktaeder, dem Hexaeder und dem Dodekaeder ähnlich, — ist umschlossen von 8 sechszähligen oder 6 achtzähligen oder 12 vierzähligen Flächengruppen, jedenfalls also 48 Flüchen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 24 längere Kanten, 24 mittere und 24 kürzere, sodann 6 achtflächige Ecke, 8 sechsflächige, 12 vierflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende achtflächige Ecke.

Приложім до кождого кона по 8 площ, з котрих кожда перерізує одну з двох пів'осий, неналежних до того-ж кона, в віддали $= m$, другу в віддали $= n$ (але тодї $m > n > 1$), а одержимо **сорокосьмистїнник**. Кожда стїна з двох лежачих над тою самою граною і в тім самім кону, перерізує одну піввісь в віддали $= 1$, другу неналежачу до тої грани в віддали більшій $= m$, а трету належачу до тої самої грани, в віддали меншій $= n$ від осередка вида. Відношенєм відмірників єсть $m : n : 1$, а знаком того вида m O n. В природї бувае звичайно $m = 3$, а $n = \frac{3}{2}$, $m = 4$ а $n = 2$, або $m = 5$ а $n = \frac{5}{3}$.

(Сорокосьмистїнник переходить в другі види повні укладу рівноосного, коли розхильність одних або других граний стає $= 180^0$, через що з обох або кількох стїн повстає лиш одна, належача до одвітного вида повного. Єсли зникнуть найдовші грани, повстане m O m, єсли середні ∞ O n, а єсли найкоротші, тодї m O. Єсли зникнуть рівночасно грани середні і найкоротші, повстає ∞ O, єсли грани середні і найдовші ∞ O ∞, а єсли грани найдовші і найкоротші, тогдї повстане вид первинний O).

β. Види полустїнні. hemiedrische Gestalten.

*) рівнобіжностїнні.

8. **Дванайцятистїнник пятикутний** (das Pentagon-Dodekaeder oder das Dyakishexaeder) обнятий 6 двустїнними ґрупами стїн, проте 12 стїнами, пристайними симетричними пятикутниками (пятикутниками о 4 рівних боках а 2 парах рівних кутів) і посїдає 6 довших гран, котрі лежать рівнобіжно до гран шестистїнника, $8 \times 3 = 24$ коротших, — відтак 8 рівногранних тристїнних конів і $6 \times 2 = 12$ нерівногранних тристїнних на кінцях 6 довших гран. Оси лучать точки половинні двох напротивних довших гран. Пр. у піриту, кобальтиту.

Das Pentagon-Dodekaeder ist umschlossen von sechs zweizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, kongruenten symmetrischen Fünfecken, und besitzt 6 längere Kanten, deren Lauf parallel ist den Kanten eines Hexaeders, $8 \times 3 = 24$ kürzere, — sodann 8 gleichkantige dreiflächige Ecke und $6 \times 2 = 12$ ungleichkantige dreiflächige an den Enden der 6 längeren Kanten. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegenden längeren Kanten.

З чотиршестистїнника через побільшенє попереміних стін по-

єдиних в той спосіб, що инші зникнуть, повстає **дванайцятистінник пятикутний** з знаком $\pm \frac{\infty\, 0\, n}{2}$.

9. **Двайцятьчотиростінник трапезоїдний** (das Trapezoid-Ikositetraeder) есть заключений 6 чотиростінними ґрупами стін, оттак 24 стінами, пристайними трапезоїдами, посідає $6 \times 2 = 12$ коротших гран (ті грани, котрі подібно гранам дванайцятистінника пятикутного лежать), $6 \times 2 = 12$ довших гран (прочі грани), $8 \times 3 = 24$ середних, відтак 8 тристінних конів, 6 двогранних чотиростінних конів і $6 \times 2 = 12$ тригранних чотиростінних конів. Оси лучать по два напротивні двугранні чотиростінні кони. Буває у піриту.

Das Trapezoid-Ikositetraeder ist umschlossen von 6 vierzähligen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten Trapezoiden, besitzt $6 \times 2 = 12$ kürzere Kanten (diejenigen Kanten, welche ähnlich den Kanten des Pentagon-Dodekaeders liegen) $6 \times 2 = 12$ längere Kanten (die übrigen Kanten), $8 \times 3 = 24$ mittlere, dann 8 dreiflächige Ecke, 6 zweikantige vierflächige Ecke und $6 \times 2 = 12$ dreikantige vierflächige Ecke. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende zweikantige vierflächige Ecke.

Побільшаючи у сорокосьмистінника $m\ 0\ n$ напротивні пари стін, стикаючих ся в гранах середних, одержуємо **двайцятьчотиростінник трапезоїдний** із знаком $\pm \frac{m\, 0\, n}{2}$ (= означає рівнобіжність стін сеї половинки).

**) нерівнобіжностінні.

10. **Чотиростінник** (das Tetraeder) есть обнятий 4 пристайними рівнобічними трикутниками, посідає 6 рівних гран (кожда о 70°32′) і 4 тристінні кони. Оси лучать точки половинні двох напротивних гран. Приміром у тетраедриту, сфалериту).

Das Tetraeder ist umschlossen von 4 kongruenten gleichseitigen Dreiecken, besitzt 6 gleiche Kanten und 4 dreiflächige Ecke. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Kanten. Es kommt vor am Tetraedrit, Sphalerit.

Чотиростінник находить ся з шестистінником в положеню рівнобіжнім, коли кожда з его гран з перекутнею стіни шестінникової іде рівнобіжно.

Das Tetraeder befindet sich mit dem Hexaeder in paralleler Stellung, wenn jede seiner Kanten mit einer Diagonale einer Hexaederfläche parallel läuft.

У шестистінника суть двоякі попереміннi кони, через різи на одних повстала половина одмічає ся від другої положеньем, або через побільшене попереміннх стін, так що приляглі никнуть, повстає **чотиростінник** $\pm \frac{0}{2}$. Знаки + і — вказують, що ті дві половини мають положенє о 90° від себе відвернене, після того, котрі стіни попереміннi зістали збільшені.

Три слідуючі види в головних зачерках всї чотиростіннику подібні і ставляють ся в подібний спосіб рівнобіжно шестистіннику.

Die drei nachfolgenden Gestalten sind in ihren Hauptumrissen sämtlich dem Tetraeder ähnlich und werden auf ähnliche Weise dem Hexaeder parallel gestellt.

11. **Тричотиростінник** (das Trigon-Dodekaeder) обнятий 4 тристінними ґрупами, оттак 12 стінами, пристайними рівнораменними трикутниками, посідає 6 довших гран і $4 \times 3 = 12$ коротших, відтак 4 шестистінні кони і 4 тристінні. Оси лучать точки половинні двох напротивних гран.

Das Trigon-Dodekaeder ist umschlossen von 5 dreizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, kongruenten gleichsschenkligen Dreiecken, besitzt 6 längere Kanten und $4 \times 3 = 12$ kürzere, dann 4 sechsflächige Ecke und 4 dreifläche. Die Axen verbinden die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegender Kanten.

Побільшаючи в $m\ 0\ m$ попереміннi ґрупи стін зібраних наоколо кона тристінного, одержимо яко половину тогож вида **тричотиростінник** із знаком $\pm \frac{m\, 0\, m}{2}$.

12. **Дванайцятистінник дельтоїдний** (das Deltoid-Dodekaeder oder das zweikantige Tetragonal-Dodekaeder) обнятий 4 тристінними ґрупами, проте 12 стінами, пристайними дельтоїдами, посідає $6 \times 2 = 12$ довших гран і $4 \times 3 = 12$ коротших, відтак 6 чотиростінних конів, 4 острійші тристінні і 4 тупійші тристінні. Оси лучать по два напротивні чотиростінні кони.

Das Deltoid-Dodekaeder ist umschlossen von 4 dreizähligen Flächengruppen, also 12 Flächen, congruenten Deltoiden, besitzt $6 \times 2 = 12$ längere Kanten und $4 \times 3 = 12$ kürzere, dann 6 vierflächige Ecke,

4 spitzere dreiflächige und 4 stumpfere dreiflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberliegende vierflächige Ecke.

Побільшаючи в m O попеременні ґрупи тристінні, здіймаючі ся над стінами вписаного O, одержимо яко половину того вида дванайцятстінник дельтоїдний із знаком $\pm \frac{m\,O}{2}$.

13. Шестичотиростінник (das Hexakistetraeder) есть обнятий 4 шестистінними ґрупами, оттак 24 стінами, пристайними нерівнобічними трикутниками, посідає $4 \times 3 = 12$ довших гран, $6 \times 2 = 12$ середних і $4 \times 3 = 12$ коротших, відтак 6 чотиростінних конів, маючих положенє подібне до конів осьмистінника, 4 острійші шестистінні і 4 тупійші шестистінні кони. Всї сомірні. Оси лучать по два напротивні чотиростінні кони.

Das Hexakistetraeder ist umschlossen von 4 sechsflächigen Flächengruppen, also 24 Flächen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt $4 \times 3 = 12$ längere Kanten, $6 \times 2 = 12$ mittlere und $4 \times 3 = 12$ kürzere, dann 6 vierflächige Ecke, 4 spitzere sechsflächige und 4 stumpfere sechsflächige. Die Axen verbinden je zwei gegenüberltegende vierflächige Ecke.

Побільшаючи в m O n попеременні ґрупи стін зібраних по 6 наоколо кона шестистінного так, що приляглі ґрупи зникнуть, одержимо шестичотиростінник із знаком $\pm \frac{m\,O\,n}{2}$.

6. Сполуки рівноосні. Tessulare Kombinationen.

Вид переважний (переважник). vorherrschende Gestalt.
Вид підрядний (підрядник). untergeordnete Gestalt.
Грана стята. abgestumpfte Kante.

Грана притуплена. zugeschärfte Kante. (На місци грани поєдинчого вида виступають в сполуцї дві нові стіни, котрі суть однако наклонені до стін прилежних вида переважного а творять грану розхильнїйшу).

Кін стятий. abgestumpfte Ecke.
Кін склинений. zugeschärfte Ecke.
Кін притуплений. zugespitzte Ecke.

Переважником: осьмистінник.

O. ∞ O ∞. Осьмистінник, котрого 6 конів стятих стінами шестистінника (пр. галун, ґаленїт). ein Oktaeder, dessen 6 Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

O. ∞ O. Осьмистінник, котрого 12 гран стятих стінами дванайцятистінника ромбного пр. у куприта. ein Oktaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

O. m O m. Осьмистінник, котрого 6 конів чотиростінно (чотироплощно) притуплених площами двайцятьчотиростінника дельтоїдного. пр. плеонаст. ein Oktaeder, dessen 6 Ecke vierflächig zugespitzt sind durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

O. $\frac{\infty\,O\,n}{2}$. Осьмистінник, котрого 6 конів склинених площами дванайцятистінника пятикутного. У кобальтина. ein Oktaeder, dessen 6 Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Dyakishexaeders.

Переважником: шестистінник.

∞ O ∞. O. Шестистінник, котрого 8 конів стятих площами осьмистінника; у соли камінної, флуорита, ґаленита. ein Hexaeder, dessen 8 Ecke abgestumpft durch die Flächen des Oktaeders.

∞ O ∞. $\frac{O}{2}$. Шестистінник на чотирох попеременних конах стятий стінами чотиростінника. ein Hexaeder, die vier abwechselnden Ecke abgestumpft durch die Flächen des Tetraeders.

∞ O ∞. ∞ O. Шестистінник о гранах стятих площами дванайцятистінника ромбного. ein Hexaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

∞ O ∞. ∞ O n. Шестистінник, котрого 12 гран чотирестінно притуплених площами чотирошестистінника; у фльуориту. ein Oktaeder, dessen 6 Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

∞ O ∞. m O. Шестистінник, котрого кождий з вісїм конів триплощно притуплений (від гран) площами триосьмистінника. ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind (von den Kanten her) durch die Flächen eines Triakisoktaeders.

∞ O ∞. m O m. Шестистінник, котрого кождий з 8 конів триплощно притуплений (від стін) стінами двайцятьчотиростінника (у аналькиму). ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind (von den Flächen her) durch die Flächen eines Deltoid-Ikositetraeders.

∞ O ∞. m O n. Шестистінник, котрого кождий з 8 конів шестиплощно притуплений площами сорокосьмистінника. ein Hexaeder, dessen 8 Ecke je sechsflächig zugespitzt durch die Flächen eines Achtundvierzigflächners.

в) Переважником: **дванайцятистїнник ромбний.**

∞ 0. m 0 m. **Дванайцятистїнник ромбний, котрого 24 гран стятих площами двайцятьчотиростїнника дельтоїдного;** пр. у ґранату. ein Rhomben-Dodekaeder, dessen 24 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen eines Deltoid Ikositetraeders.

∞ 0. $\frac{m\,0\,m}{2}$. **Дванайцятистїнник ромбний, котрого 6 чотиростїнних конів склинених площами тричотиростїнника; у сфалериту.** ein Rhomben Dodekaeder, dessen 6 tetragonale Ecke zugeschärft sind durch die Flächen eines Trigon-Dodekaeders.

г) Переважником: **дванайцятистїнник дельтоїдний.**

m 0 m. ∞ 0 ∞. **Двайцятьчотиростїнник дельтоїдний, котрого 6 конів чотиростїнних рівногранних стятих площами шестистїнника, у аналькиму.** ein Deltoid-Ikositetraeder, dessen 6 tetragonale Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

Переважником: **чотиростїнник.**

$\frac{0}{2}\cdot\frac{0'}{2}$. **Чотиростїнник, котрого 4 кони стяті площами чотиростїнника відворотного (чотирост. в положеню відверненім) пр. у тетраедриту, у сфалериту.** ein Tetraeder, dessen 4 Ecke abgestumpft sind durch die 4 Flächen des Tetraeders in der Gegenstellung.

$\frac{0}{2}$. ∞ 0. **Чотиростїнник, котрого кождий з 4 конів триплощно притуплений площами дванайцятистїнника ромбного (у тетраедриту).** ein Tetraeder, dessen 4 Ecke je dreiflächig zugespitzt sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders.

$\frac{0}{2}\cdot\frac{m\,0\,m}{2}$. **Чотиростїнник, котрого 6 гран притуплених площами тричотиростїнника (у тетраедриту).** ein Tetraeder, dessen 6 Kanten zugeschärft sind durch die Flächen eines Trigonal-Dodekaeders.

Переважником: **дванайцятистїнник пятикутний.**

$\frac{\infty\,0\,n}{2}$. ∞ 0 ∞. **Дванайцятистїнник пятикутний, котрого 6 ромбічних гран стятих площами шестистїнника (у піріту, кобальтину).**

ein Dyakishexaeder, dessen 6 rhombische Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders.

Приміри потрійних комбінацій (сполук).

∞ 0 ∞. ∞ 0. $\frac{0}{2}$. **Шестистїнник, котрого 12 гран стятих площами дванайцятистїнника ромбного, а 4 попереміннї кони площами чотиростїнника (у борациту).** ein Hexaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders, die 4 abwechselnden Ecke aber durch die Flächen des Tetraeders.

∞ 0. ∞ 0 ∞. $\frac{0}{2}$. **Дванайцятистїнник ромбний, котрого 6 чотиростїнних конів стятих площами шестистїнника, а 4 попереміннї кони тристїнні площами чотиростїнника.** ein Rhomben-Dodekaeder, dessen 6 tetragonale Ecke abgestumpft sind durch die Flächen des Hexaeders, die 4 abwechselnden trigonalen Ecke aber durch die Flächen des Tetraeders.

0. ∞ 0. ∞ 0 ∞. **Осьмистїнник, котрого 12 гран стятих площами дванайцятистїнника ромбного, а 6 конів площами шестистїнника (у ґаленїту).** ein Oktaeder, dessen 12 Kanten abgestumpft sind durch die Flächen des Rhomben-Dodekaeders, die 6 Ecke aber durch die Flächen des Hexaeders.

II. **Уклад квадратний або однодвоосний,** Tetragonales oder einzweiaxiges System.

A. **Види поєдинчі однодвоосні.** Einfache tetragonale Gestalten.

а) **Види замкнені.**

P. **Остриця квадратна.** tetragonale Pyramide.

m P. **Первостриця квадратна.** tetragonale Protopyramide.

m P ∞. **Второстриця квадратна.** tetragonale Deuteropyramide.

Остриця квадратна (O. рівногранна чотиростїнна, tetragonale Pyramide) **єсть обнята двома чотиростїнними ґрупами, 8 пристайними рівнораменними трикутниками, — посїдає 2 рівногранні чотиростїнні кони, котрі вершками зовуть ся, 4 нерівногранні чотиростїнні кони, котрі бічними зовуть ся, на послїдок 2 × 4 = 8 гран вершкових і 4 грани бічні. Вісь головна лучить оба вершки, оси бічні кони бічні; одна з тих послїдних кладе ся межи правицею а лївицею, Остриця звертає тогдї до зрітеля одну грану вершкову і єсть в положеню звичайнім. Підставою єсть квадрат. Остриця зове ся острою, коли вісь головна довша, нїж оси бічні, в противнім разї тупою. Знак**

остриці звичайного положеня (первостриці) есть P. Через скручене о 45^0 одержує она відвернене положене, звертає тогдї до зрітеля стїну (второстриця). В природї буває у мелїту (грана вершкова $118^0 4'$, бічна $93^0 22'$). Die tetragonale Pyramide ist umschlossen von zwei vierzähligen Flächengruppen, 8 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken, — besitzt 2 gleichkantige vierflächige Ecke, die man Spitzen nennt, 4 ungleichkantige vierflächige Ecke, die man Seitenecke nennt, endlich $2 \times 4 = 8$ Spitzenkanten und 4 Seitenkanten. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen, die Nebenaxen die Seitenecke; eine der letzteren sei zwischen Rechts und Links gestellt. Die Pyramide wendet alsdann dem Beschauer eine Spitzenkante zu und ist so in der normalen Stellung. Die Basis ist ein Quadrat. Die Pyramide heißt spitz, wenn die Hauptaxe länger ist als die Nebenaxen, sonst stumm oder flach. Das Zeichen der Pyramide in normaler Stellung ist P. (Protopyramide). Durch eine Drehung von 45^0 kommt sie in die diagonale Stellung, wendet alsdann dem Beschauer eine Fläche zu (Deuteropyramide).

Pn. Остриця осьмибічна.

Остриця осьмибічна (die ditetragonale Pyramide) есть обмежена 2 осьмистїнними ґрупами, оттак 16 стїнами, нерівнобічними трикутниками, — посїдає 2 осьмистїнні двугранні кони, так звані вершки, і 8 чотиростїнних конів бічних, зкотрих однак 4 острійші, 4 тупійші суть, — наконець троякі грани: $2 \times 4 = 8$ довших і острійших, $2 \times 4 = 8$ коротших і тупійших гран вершкових, 8 гран бічних. Вісь головна лучить оба вершки, оси бічні по два тупійші кони бічні (підставові). Підстава есть симетричним (рівнобічним, але що до кутів лиш попереміно рівним) осьмибоком. Die ditetragonale Pyramide ist umschlossen von 2 achtzähligen Flächengruppen, also 16 Flächen, ungleichseitigen Dreiecken, — besitzt 2 achtflächige zweikantige Ecke, Spitzen, und 8 vierflächige Seitenecken, wovon aber 4 spitzer, 4 stumpfer sind, — endlich dreierlei Kanten: $2 \times 4 = 8$ längere und schärfere, $2 \times 4 = 8$ kürzere und stumpfere Axenkanten, 8 Seitenkanten. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen, die Nebenaxen je 2 stumpfere Seitenecke. Die Basis ist ein symmetrisches (gleichseitiges, doch nur abwechselnd gleichwinkliges) Achteck.

$\frac{P}{2}$. Клиняк квадратний. Tetragonales Sphenoid.

(Клиняк квадратний) Нехай у остриці квадратної (рівногранної чотиростїнної) стїни попереміннї зникають, тим часом полишені

розширяють ся аж до взаїмної прорізи: то повстає клиняк квадратний або однодвоосний. Подібний до чотиростїнника укладу рівноосного, але обмежає ся 4 рівнораменними трикутниками і має 6 гран, з котрих 2 ідуть навхрест і поземо через вершки, прочі 4 через кони бічні остриці, з котрої вид повсав; на кождім 4 коні встикають ся 2 грани бічні і 1 позема. — Вісь головна лучить точки половинні 2 поземих гран, дві оси бічні точки половинні двох гран бічних. Знаком клиняка есть $+\frac{P}{2}$ і $-\frac{P}{2}$, після звичайного чи відверненого положеня. Das tetragonale Sphenoid ist dem Tetraeder des tessularen Systems ähnlich, wird aber von 4 gleichschenkligen Dreiecken begrenzt und hat 6 Kanten, wovon 2 kreuzweise und horizontal durch die Spitzen, die anderen 4 durch die Seitenecke der Pyramide gehen, aus welcher die Gestalt entstanden ist; an jedem der 4 Ecke stoßen 2 Seitenkanten und 1 horizontale Kante zusammen. — Die Hauptaxe verbindet die Halbierungspunkte der 2 horizontalen Kanten, die zwei Nebenaxen die Halbierungspunkte je zweier Seitenkanten. Das Zeichen des Sphenoids ist $+\frac{P}{2}$ und $-\frac{P}{2}$, je nach der normalen oder der Gegenstellung.

б) Види отверті.

Граняк квадратний. tetragonales Prisma.

∞P. Первограняк квадратний. tetragonales Protoprisma.

$\infty P \infty$. Второграняк квадратний. tetragonales Deuteroprisma.

$o P$. Двостїнник оконечний (наконечний, підставовий) квадратний. tetragonale Basis- oder Endfläche (basisches oder tetragonales Pinakoid).

$\infty P n$. Граняк осьмибічний. Ditetragonales Prisma.

Граняк квадратний есть то граняк чотиростїнний, котрого перекрой підставовий есть квадратом, а стїни суть рівнобіжні до оси головної. Das tetragonale Prisma ist ein vierflächiges Prisma, dessen Basis ein Quadrat ist, und die Flächen paralell sind zur Hauptaxe.

Вивід і означене видів. Первострицю, яко вид первинний, означаєм буквою P; піввісь головна най буде $= a$, а піввісь бічна $= 1$, — проте відношене параметрів (відмірників) кождої стїни вида первинного есть $a : 1 : 1$. — Коли піввісь головну помножим певним числом $m \leqq 1$, але завсе вимірним (найчастїйше буває $m = \frac{1}{2}, = 2$ або $= 3$) а відтак в кожду грану бічну первостриці положим по

дві площи з таким нахилом, щоб одна в горі а друга в долині прорізала вісь головну в віддали $= m$, тогдї одержимо ряд первостриць $m\ P$, котрих границею з одної сторони, коли $m = \infty$ єсть первограняк $\infty\ P$, а з другої сторони, коли $m = 0$, двостінник підставовий $o\ P$. Die Protopyramide als Grundgestalt, wird mit dem Buchstaben P bezeichnet; die halbe Hauptaxe sei $= a$, und die halbe Seitenaxe $= 1$; — das Verhältniß der Parameter jeder Fläche der Grundgestalt ist $a : 1 : 1$. — Wenn die halbe Hauptaxe mit einer gewissen meßbaren Größe $m \gtrless 1$ (am meisten $m = \frac{1}{2} = 2$ oder $= 3$) multipliciert wird, und sodann in jede Seitenkante der Protopyramide je zwei Flächen mit solcher Neigung gelegt werden. daß die eine oben und die zweite unten die halbe Grundaxe in der Entfernung $= m$ schneidet, so erhält man die Reihe der Protopyramiden $m\ P$, deren Grenze einerseits, wenn $m = \infty$ das Protoprisma $\infty\ P$, und andererseits, wenn $m = 0$, das basische Pinakoid $o\ P$ ist.

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\ P \ldots \infty\ P.$$

Граняк осьмибічний (das ditetragonale Prisma) або гр. нерівногранний осьмибічний єсть обмежений 8 стїнами, рівнобіжними до оси головної, перекрой підставовий єсть осьмибоком симетричним (рівні боки але лише поперемінно рівні кути) а грани поперемінно суть острійші і тупійші. Das ditetragonale Prisma ist begrenzt von 8 zur Hauptaxe parallelen Flächen; der Hauptschnitt ist ein symmetrisches Achteck (alle Seiten gleich aber bloß gegenüberliegende Winkel gleich) und die Kanten sind abwechselnd gleich (vier schärfere und vier stumpfere).

Єсли кожду піввісь бічну $(= 1)$ якої небудь первостриці $m\ P$ помножимо числом $n > 1$, але все вимірною (звичайно буває $n = \frac{3}{2}$, $= 2$ або $= 3$) а відтак до кождої грани вершкової приложимо по дві площини, котрі неналежачу до тої грани вісь бічну обосторонно в віддали $= n$ від осередка вида перерізують, тогдї одержимо одвітно до великости виводника n, ряд стриць осьмибічних, котрих грани, лежачі в місци гран первістних вершкових, будуть тим тупійші, чим більше єсть n. Відношенєм відмірників єсть тогдї $m : n : 1$, а знаком стриць осьмибічних $m\ P\ n$, котрих границею, коли $m = \infty$, єсть граняк осьмистїнний із знаком $\infty\ P\ n$.

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ n \ldots Pn \ldots \overset{>}{m}\ P\ n \ldots \infty\ P\ n.$$

Коли n стане $= \infty$, тогдї відношенєм відмірників єсть $m : \infty : 1$; обі площини приложені до грани вершкової $m\ P$, суть рівнолеглі до оси бічної, неналежної до тої грани, або творять тілько одну стїну, а тим способом з стриці 8-бічної повстає ряд стриць другого ряду із знаком $m\ P\ \infty$, котрих границею горішною, сли $m = \infty$, єсть второграняк $\infty\ P\ \infty$.

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \infty \ldots P\ \infty \ldots \overset{>}{m}\ P\ \infty \ldots \infty\ P\ \infty,$$

Wenn jede Hälfte der Nebenaxe $(= 1)$ irgend einer Protopyramide $m\ P$ mit $n > 1$, jedenfalls einer meßbaren Größe (gewöhnlich ist $n = \frac{3}{2} = 2$ oder $= 3$) multipliciert wird, und sodann in jede Spitzenkante je zwei Flächen gelegt werden, welche die zu dieser Kante nicht gehörige Seitenaxe beiderseits in der Entfernung $= n$ vom Mittelpunkt der Gestalt durchschneiden, dann erhalten wir, je nach der Größe der Ableitungszahl n, eine Reihe ditetragonaler Pyramiden, deren Kanten, welche an der Stelle der urspüngliohen Spitzen kanten liegen, desto stumpfer sind, je größer die Ableitungszahl n. Das Parameterverhältnis ist sodann $m : 1 : 1$, und das Zeichen der ditetragonalen Pyramiden $m\ P\ n$, deren Grenze, wann $m = \infty$, das ditetragonale Prisma $\infty\ P\ n$ ist.

Wenn $n = \infty$ wird, dann ist das Parameterverhältniß $m : \infty : 1$; beide an die Scheitelkante gelegte Flächen sind der Seitenaxe, welche zu der Scheitelkante nicht gehört, parallel oder bilden nur eine Fläche, und auf diese Weise entsteht aus der ditetragonalen Pyramide eine Reihe Deuteropyramiden $m\ P\ \infty$, deren obere Grenze, wann $m = \infty$ das Deuteroprisma $\infty\ P\ \infty$ ist.

Двостінник підставовий (наконечний або наконечник) виступає лише в сполуцї з одвітними граняками яко пара стїн рівнобіжних до підстави стриць, проте простопадних до оси головної. Двостінники в сполуцї з стрицями стинають їх вершки, а получені з граняками замикають їх двома стїнами поземими. Das basische Pinakoid tritt nur in Kombination mit entsprechenden Prismen als ein Paar zur Basis der Pyramiden paralleler, zur Hauptaxe senkrechter Flächen. Die beiden Endflächen stumpfen die Spitzen der Pyramide ab, und kombiniert mit dem Prisma schließen sie dasselbe mit zwei horizontalen Flächen.

Б. Сполуки однодвоосні.

$o\ P.\ \frac{1}{3}\ P.$ Первостриця (P) сплощена в первострицю $\frac{1}{3}\ P$, на кінцях стята наконечником квадратним $o\ P$. die Protopyramide, sich verflachend in die Protopyramide $\frac{1}{3}\ P$, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid $o\ P$.

o P. $\frac{1}{3}$ *P.* **Первострица** $\frac{1}{3}$ *P*, **на вершках стята наконечником квадратним** *o P.* die Protopyramide $\frac{1}{3}$ *P* an der Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid *o P.*

o P. $\frac{1}{3}$ *P.* $\frac{1}{2}$ *P* ∞. **Первострица** $\frac{1}{3}$ *P* **на вершках стята наконечником квадратним** *o P*, **грани вершкові первострицї** $\frac{1}{3}$ *P* **косо стяті площами второстриці** $\frac{1}{2}$ *P* ∞. die Protopyramide an der Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid, die Kanten der Protopyramide schief abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide.

o P. P. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. **Первогрзняк** ∞ *P*, **котрого грани стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею** *P*, **на вершках стятою наконечнихом** *o P.* das Protoprisma ∞ *P*, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P*, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid *o P.*

o P. P. P ∞. 3 *P* 3. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. **Первограняк** ∞ *P*, **котрого грани стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею, вершок стятий наконечником квадратним** *o P*, **грани вершкові первострицї** *P* **стяті площами второстриці** *P* ∞, **а кін сполучний межи стїнами второграняка** ∞ *P* ∞ **і первострицї** *P* **притуплений стїнами острицї осьмибічної** 3 *P* 3. das Protoprisma ∞ *P*, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P*, die Spitze abgestumpft durch das tetragonale Pinakoid *o P*, die Spitzenkanten der Protopyramide *P* abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide *P* ∞ und die Combinationsecke zwischen den Flächen des Deutero-Prisma ∞ *P* ∞ und der Protopyramide *P* zugeschärft durch die Flächen der ditetragonalen Pyramide 3 *P* 3.

o P. P. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. ∞ *P* 3. **Первограняк** ∞ *P*, **котрого грани стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею** *P*, **вершок стятий наконечником квадратним** *o P*; **первострица** *P* **і второграняк** ∞ *P* ∞ **значно переважаючі, первограняк** ∞ *P* **дуже підрядний, а грани сполучні обох граняків квадратних стяті стїнами граняка осьмибічного** ∞ *P* 3. das Protoprisma ∞ *P*, dessen Kanten abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P* — die Protopyramide und das Deuteroprisma weitaus vorherrschend — das Protoprisma ∞ *P* sehr untergeordnet und die Kombinationskanten der beiden tetragonalen Prismen abgestumpft durch die Flächen des ditetragonalen Prisma ∞ *P* 3.

P. ∞ *P.* **Первограняк** ∞ *P* **замкнений первострицею** *P*; **грани сполучні поземі.** das Protoprisma ∞ *P* geschlossen durch die Protopyramide *P*, die Kombinationskanten horizontal.

P. 3 *P* 3. ∞ *P* ∞. **Второграняк** ∞ *P* ∞, **замкнений первострицею** *P*; **клесом ідучі грани сполучні стяті стїнами осьмибічної острицї** 3 *P* 3; **по 3 площі творять пояс.** das Deuteroprisma ∞ *P* ∞ geschlossen durch die Protopyramide *P*; die im Zickzak verlaufenden Kombinationskanten abgestumpft durch die Flächen der ditetragonalen Pyramide 3 *P* 3, je 3 Flächen bilden eine Zone.

P. ∞ *P* 3. **Осьмибічний граняк** ∞ *P* 3, **замкнений первострицею** *P.* das ditetragonale Prisma ∞ *P* 3, geschlossen durch die Protopyramide *P.*

P. ∞ *P* ∞. **Второграняк** ∞ *P* ∞ **замкнений первострицею** *P.* das Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P.*

o P. P. ∞ *P* ∞. **Второграняк** ∞ *P* ∞ **замкнений первострицею** *P*, **граняк дуже низкий (о оси головній дуже малій) а острица стята наконечником** *o P.* das Deuteroprisma ∞ *P* ∞ geschlossen durch die Protopyramide *P*; das Prisma sehr niedrig und die Pyramide abgestumpft durch das Pinakoid *o P.*

P. 2 *P* ∞. ∞ *P.* ∞ *P* ∞. **Грани первограняка** ∞ *P* **стяті стїнами второграняка** ∞ *P* ∞, **замикає первострица** *P* **і второстриця** 2 *P* ∞. die Kanten des Protoprisma ∞ *P* abgestumpft durch die Flächen des Deuteroprisma ∞ *P* ∞, geschlossen durch die Protopyramide *P* und die Deuteropyramide 2 *P* ∞.

2 *P* ∞. ∞ *P* ∞. **Второстриця** 2 *P* ∞ **з второграняком** ∞ *P* ∞ die Deuteropyramide 2 *P* ∞ mit dem Deuteroprisma ∞ *P* ∞.

$\frac{P}{2}.\frac{P'}{2}$. **Клиняк** $\frac{P}{2}$, **котрого кони стяті тим самим клиняком в противположеню** $\frac{P'}{2}$. Ein Sphenoid, desen Ecke abgestumpft durch dasselbe Sphenoid in der Gegenstellung $\frac{P'}{2}$.

o P. $\frac{P}{2}.\frac{P}{2}.P$ ∞. 2 *P* ∞. **Клиняк** $\frac{P}{2}$, **котрого кони стяті тим самим клиняком в противположеню** $\frac{P'}{2}$, **поземі грани клиняка звичайного стяті наконечником** *o P*, **грани сполучні обох клиняків же по части (просто) стяті стїнами второстриці** *P* ∞, **по части (косо) стїнами (острійшої) второстриці** 2 *P* ∞. ein Sphenoid $\frac{P}{2}$, dessen

Ecke abgestumpft durch dasselbe Sphenoid in der Gegenstellung $\frac{P'}{2}$, die horizontalen Kanten des Sphenoids $\frac{P}{2}$ abgestumpft durch das Pinakoid $o\ P$, die Combinationskanten der beiden Sphenoide aber teils (gerade) abgestumpft durch die Flächen der Deuteropyramide $P\ \infty$, teils (schief) durch die Flächen der (spitzeren) Deuteropyramide $2\ P\ \infty$.

III. Уклѣд просторомбний або ріжноосий. orthorhombisches oder rhombisches System.

A. Види просторомбні поєдинчі. einfache rhombische Gestalten.

я) Види замкнені.

Острица просторомбна. die orthorombische Pyramide P.

Острица перекутнї довгої. die Makropyramide.

$$(m\ P\overline{n}\ \ldots\ P\overline{n}\ \ldots\ m\ P\overline{n}).$$

Острица перекутнї короткої. die Brachypyramide.

$$(m\ P\breve{n}\ \ldots\ P\breve{n}\ \ldots\ m\ P\breve{n})$$

Клиняк просторомбний. das rhombische Sphenoid $\frac{P}{2}$.

Острица просторомбна (die orthorhombische Pyramide) єсть то проста нерівногранна чотиростїнна острица, обнята двома чотиростїнними ґрупами, 8 пристайними нерівнобічними трикутниками і посїдає самі чотиростїнні двогранні кони, з яких два котрі небудь противоположні яко вершки, вісь через них ідучу яко головну приймаєм, котру ставляєм простопадно. Дві другі оси зовуть ся відтак осями бічними, ромб, котрого перекутнї творять, підставою. Довшу тих обох перекутнїй зовем перекутнею довгою, коротшу пер. короткою. Грани вуть троякі: 4 довші острійші сягають від вершків до кінцїв перекутнї довшої і зовуть ся тому гранами вершковими перекутнї довшої; 4 коротші тупійші сягають від вершків до кінцїв перекутнї коротшої і зовуть ся гранами вершковими перекутнї коротшої; 4 грани бічні або підставові лучать кінцї перекутнї довгої з кінцями короткої. Кони суть також троякі: оба вершки; 2 острійші кони бічні на кінцях перекутнї довшої, тому

конами бічними пер. довшої, 2 тупійші кони бічні на кінцях перекутнї коротшої, тому конами бічними пер. коротшої звані. Перекрой головний, котрий містить грани вершкові перекутнї довгої, зове ся перекроєм головним перекутнї довгої, різ головний, котрий містить грани вершкові перекутнї короткої, перекроєм головним перекутнї короткої, оба суть ромбами, так як підстава єсть ромбом.

Острицю просторомбну так уставляє ся, що перекутня довша лежить поперек (т. є. межи правицею а лївицею); зовуть ї тому також перекутнею поперечною, а перекутню коротшу відтак перекутнею здовжною. Острицю того укладу значать також P.

Das Orthotyp oder die gerade ungleichkantige vierseitige Pyramide ist von zwei vierzähligen Flächengruppen, 8 kongruenten ungleichseitigen Dreiecken begrenzt und besitzt lauter vierflächige zweikantige Ecke, von denen man zwei beliebige sich gegenüberliegende als die Spitzen, die durch selbe gehende Axe als Hauptaxe nimmt, die man sofort vertikal stellt. Die zwei anderen Axen heißen sodann Nebenaxen, der Rhombus, dessen Diagonalen sie bilden, die Basis. Die längere dieser beiden Diagonalen nennt man Makrodiagonale, die kürzere Brachydiagonale. Die Kanten sind dreierlei 4 längere schärfere gehen von den Spitzen zu den Enden der Makrodiagonale, und heißen deshalb selbst makrodiagonale Spitzenkanten; 4 kürzere stumpfere gehen von den Spitzen zu den Enden der Brachydiagonale und heißen deshalb selbst brachydiagonale Spitzenkanten, 4 Seiten- oder Basiskanten verbinden die Endpunkte der Makrodiagonale mit denen der Brachydiagonale. Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: die beiden Spitzen; 2 spitzere Seitenecken an den Enden der Makrodiagonale, deshalb makrodiagonale Seitenecken genannt; 2 stumpfere Seitenecke an den Enden der Brachydiagonale, deshalb brachydiagonale Seitenecke genannt. Der Hauptschnitt, welcher die makrodiagonalen Spitzenkanten enthält, heißt makrodiagonaler Hauptschnitt; der Hauptschnitt, welcher die brachydiagonalen Spitenkanten enthält, brachydiagonaler Hauptschnitt; beide sind Rhomben, wie die Basis ein Rhombus ist.

Die orthorhombische Pyramide stellt man so, daß die Makrodiagonale quer (d. i. zwischen Links und Rechts) zu stehen kommt; man nennt sie daher auch die Querdiagonale, während die Brachydiagonale dann auch Längsdiagonale genannt wird. Die Pyramide dieses Systemes wird auch mit P bezeichnet.

Відносно до зглядної довготи оси головної, перекутнї довгої і короткої, ріжнимо троякі острицї; перворядні (первостриці, Pro-

topyramiden), второрядні (второстриці, остриці перекутні довгої, Makropyramiden) і треторядні (третостриці, остриці перекутні короткої, Brachpyramiden).

Розширім попеременні стїни остриці просторомбної аж до заникання других, то одержимо вид подібний до чотиростінника рівносного або клиняка квадратного, званий клиняком просторомбним. Есть він обнятий 6 трикутниками рівнобічними, має грани троякі: 2 вершкові, 2 бічні довші і тупійші і 2 бічні коротші і острійші. Грани вершкові суть поземо уставлені, бічні же здіймають ся і опадають клесом. Кони всї суть тристїнні, ріжногранні. Оси лучать осередки напротивних граній. Знаком клиняка того есть $\frac{P}{2}$ в звичайнім, $-\frac{P}{2}$ в противоположеню. Erweitert man die abwechselnden Flächen der orthorhombischen Pyramide bis zum Verschwinden der anderen, so erhält man eine dem Tetraeder im tessularen, dem Sphenoide im tetragonalen Systeme ähnliche Gestalt, die orthorhombisches Sphenoid genannt wird. Ist von 6 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, hat dreierlei Kanten: 2 Spitzenkanten, 2 längere und stumpfere und 2 kürzere und schärfere Seitenkanten. Die Spitzenkanten sind horizontal gestellt, die Seitenkanten hingegen erheben sich und fallen im Zickzack. Die 4 Ecke sind dreiflächig, ungleichkantig. Die Axen verbinden die Mittelpunkte gegenüberliegender Kanten

б) Види отверті.

Граняк простопадний. vertikales Prisma ∞P.

Дашник (кришец) перекутної довгої. Makrodoma

$$(m P \breve{\infty}, \ldots P \breve{\infty}, \ldots \overset{>}{m} P \breve{\infty})$$

Дашник (кришец) перекутнї коротшої. Brachydoma.

$$(\overset{<}{m} P \breve{\infty}, \ldots P \breve{\infty}, \ldots m P \breve{\infty})$$

Поземий наконечник (двостїнник наконечний). horizontales rhombisches Pinakoid (Protopinakoid) $o P$.

Наковечник перекутнї довгої. Makropinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

Наконечник перекутнї короткої. Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

Граняк простопадний має 4 стїни рівнобіжні до оси головної. а перекрой їх поперечний одвічаючий підставі остриці, есть ромбом, в котрім обі оси бічні лучать напротивні кути.

(Граняки поземі або дашники (кришці) мають 4 стїни рівнобіжні до одної з оси бічних. Види сї подібні до двох дашків стикаючих ся своїми підставами. Ріжнимо два роди дашників).

а) Дашники перекутнї довгої (Makrodomen) в котрих перекрою перекутня простопадна одвічає оси головній, а позема оси бічній короткій остриці просторомбної. Грани суть рівнобіжні до перекутнї довгої. Die Makrodomen, in deren Querschnitt die senkrechte Diagonale der Hauptaxe, und die horizontale der Brachydiagonale der orthorhombischen Pyramide entspricht. Die Kanten sind der Makrodiagonale parallel.

β) Дашники перекутнї короткої, в котрих перекрою перекутня простопадна одвічає головній оси, а позема оси бічній довгій остриці просторомбної. Грани суть рівнобіжні до перекутнї короткої. Die Brachydomen, in deren Querschnitt die vertikale der Hauptaxe entspricht, und die horizontale der Makrodiagonale der orthorhombischen Pyramide. Die Kanten sind der Brachydiagonale parallel.

Двостїнники (наконечники) просторомбні суть троякими парами стїн рівнобіжних, з котрих одні суть простопадні до оси головної (двостїнник підставовий), другі до перекутнї довгої (двостїнник перекутнї короткої) а треті до перекутнї короткої (двостїнник перекутнї довгої). Die orthorhombischen Pinakoide sind dreifache Paare paralleler Flächen, von denen das eine Paar senkrecht zur Hauptaxe ist (basisches Pinakoid) das zweite zur Makrodiagonale (das Brachypinakoid) und das dritte zur Brachydiagonale (das Makropinakoid).

Вивід і означеңе видів. Остриця просторомбну як вид первістний означаєм буквою P. Піввісь головна най буде $= a$, піввісь бічна довга $= b$, а піввісь бічна коротка $= c$; відношене проте відмірників кождої стїни есть $a : b : c$.

1. Продовжім піввісь головну остриці P, множачи її певним числом $m \gtrless 1$, але в кождім разї вимірним і приложім до гран бічних остриці площини, прорізучі вісь головну обосторонно в m-тій віддали від осередка, а одержимо ряд первиць первого ряду (первостриць) $m P$, маючих таку саму підставу і однакове положене стїн, як остриця первітна P:

$$\text{а)}\ o P \ldots \overset{<}{m} P \ldots P \ldots \overset{>}{m} P \ldots \infty P.$$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, есть двостїнник підставовий $o P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, есть граняк просторомбний ∞P. Чим більше есть m, тим розхильнїйші будуть грани підставові, а остриці тим острійші (висші); чим менше

єсть m, тим острійші будуть грани підставові, а остриці тим тупійші (низші).

2. Продовжім перекутню довгу всїх остриць первітних, множачи єї половину числом $n > 1$, все вимірним, і приложім до кождої тупійшої грани вершкової (належачої до перекутнї короткої) площини, перерізуючі перекутню довшу в віддали $= n$, тогдї одержимо ряд остриць другорядних (второстриць, *o.* перекутнї довгої) із знаком $m\ P\ \bar{n}$, в котрій знак $\bar{}$ над n відносить ся до перекутнї довгої.

b) $o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \bar{n} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \bar{n} \ldots \infty\ P\ \bar{n}.$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = o$, єсть второграняк перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{n}$.

3. Продовжім перекутню коротку всїх первостриць, множачи єї половину числом $n > 1$ все вимірним, і приложім до кождої острійшої грани вершкової (належачої до перекутнї довгої) площини, перерізуючі перекутню коротку в віддали $= n$, тогдї одержимо ряд остриць треторядних (третостриць, о. перекутнї короткої) $m\ P\ \breve{n}$, в котрих знак $\breve{}$ над $\breve{n}$ відносить ся до перекутнї короткої:

c) $o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \breve{n} \ldots P\ \breve{n} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \breve{n} \ldots \infty\ P\ \breve{n}.$

Границею того ряду з одної сторони, коли $m = o$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть граняк треторядний (граняк перекутнї короткої) $\infty\ P\ \breve{n}$.

4. Єсли в ряді b) остриць другорядних $n = \infty$, повстане ряд дашників перекутнї довгої $m\ P\ \bar{\infty}$:

d) $o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \bar{\infty} \ldots P\ \bar{\infty} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \bar{\infty} \ldots \infty\ P\ \bar{\infty},$

котрі будуть тим острійші (висші), чим більше єеть m, а коли $m = \infty$, переходять в двостїнник перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{\infty}$.

5. Коли в ряді c) остриць треторядних $n = \infty$, повстане ряд дашників перекутнї короткої $m\ P\ \breve{\infty}$:

e) $o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ \breve{\infty} \ldots P\ \breve{\infty} \ldots \overset{>}{m}\ P\ \breve{\infty} \ldots \infty\ P\ \breve{\infty}.$

котрі будуть тим острійші (висші), чим більше єсть m, а коли $m = \infty$, переходять в двостїнник перекутнї короткої $\infty\ P\ \breve{\infty}$.

Б. Види зложені (сполуки просторомбні). rhombische Kombinationen.

o P. P. Остриця просторомбна P на вершках стята наконечником просторомбним (двостїнником підставовим) *o P.* die rhombische Pyramide P, die Spitzen abgestumpft durch das rhombische Pinakoid *o P.*

P. ∞ *P.* ∞ $P\ \breve{\infty}$. Грвняк просторомбний $\infty\ P$, грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї коротшої $\infty\ P\ \breve{\infty}$, замкнений острицею просторомбною *P.* das rhombische Prisma $\infty\ P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\ P\ \breve{\infty}$, geschlossen durch die rhombische Pyramide P.

P. ∞ *P.* $\infty\ P\ \breve{2}$. Первограняк $\infty\ P$ збігаючий в граняк перекутнї коротшої $\infty\ P\ \breve{2}$, замкнений остриею основною P (пр. у топазу). das Protoprisma $\infty\ P$, verlaufend in das Brachyprisma $\infty\ P\ \breve{2}$, geschlossen von der Grundpyramide P.

o P. P. ∞ *P.* $\infty\ P\ \breve{2}$. $2\ P\ \breve{\infty}$. Первограняк $\infty\ P$ збігаючий в граняк перекутнї коротшої $\infty\ P\ \breve{2}$, замкнений первостриею P, котра глубоко стята двостїнником підставовим *o P*, кін сполучний межи первостриею і граняком перекутнї короткої $\infty\ P\ \breve{2}$ стятий стїнами дашника перекутнї короткої $2\ P\ \breve{\infty}$. das Protoprisma $\infty\ P$, verlaufend in das Brachyprisma $\infty\ P\ \breve{2}$, geschlossen ven der Grundpyramide P, welche tief abgestumpft wird durch das horizontale Pinakoid *o P*, die Kombinationsecke zwischen der Grundpyramide und dem Brachyprisma $\infty\ P\ \breve{2}$ abgestumpft durch die Flächen des Brachydoma $2\ P\ \breve{\infty}$.

o P. ∞ *P. P* $\breve{\infty}$. Граняк $\infty\ P$ замкнений двостїнником *o P*, кони сполучні перекутнї довгої стяті стїнами дашника перекутнї коротгої $P\ \breve{\infty}$. das Prisma $\infty\ P$ geschlossen durch das Pinakoid *o P*, die makrodiagonalen Kombinationskanten abgestumpft durch die Flächen des Brachydoma $P\ \breve{\infty}$.

$\frac{1}{2}\ P\ \breve{\infty}$. ∞ *P.* Граняк $\infty\ P$, замкнений дашником перекутнї короткої $\frac{1}{2}\ P\ \breve{\infty}$. das Prisma $\infty\ P$, geschlossen durch das Brachydoma $\frac{1}{2}\ P\ \breve{\infty}$.

o P. ∞ *P.* $\infty\ P\ \bar{\infty}$. Граняк $\infty\ P$, перекутнї довгої грани стяті двостїнником перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{\infty}$, замкнений двостїнником підставовим *o P.* das Prisma P, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty\ P\ \bar{\infty}$. geschlossen durch das horizontale Pinakoid *o P.*

$\frac{1}{2}\ P\ \bar{\infty}$. $\infty\ P\ \breve{2}$. $\infty\ P\ \bar{\infty}$. Граняк перекутнї короткої $\infty\ P\ 2$, грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої $\infty\ P\ \bar{\infty}$, замкнений дашником перекутнї довгої $\frac{1}{2}\ P\ \bar{\infty}$. das Bra-

chyprisma $\infty P \breve{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen durch das Makrodoma $\frac{1}{2} P \bar{\infty}$.

$P \bar{\infty}$. $P \bar{2}$. P. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \bar{\infty}$ **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **грани перекутнї короткої стяті двостїнником перекутнї довгої (значно переважаючої)** $\infty P \bar{\infty}$, **замкнений по часги дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$, **по части первострицею** P, **котра сплощує ся в острицю перекутнї довгої** $P \bar{2}$. das Makroprisma $\infty P \breve{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das weitaus vorherrschende Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$, geschlossen teils durch das Makrodoma $P \bar{\infty}$, teils durch die Protopyramide P, die sich verflacht in die stumpfere Makropyramide $P \bar{2}$,

$o P$. $P \bar{\infty}$. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \bar{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **грани перекутнї довгої стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty P \bar{\infty}$, **замкнений двостїнником підставовим** $o P$, **кін сполучний межи ним і гранами перекутнї короткої стятий дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$. das Makroprisma $\infty P \bar{\infty}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch das horizontale Pinakoid $o P$, die Kombinationsecke zwischen diesem und den brachydiagonalen Prismakanten abgestumpft durch das Makrodoma $P \bar{\infty}$.

$P \breve{\infty}$. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Граняк перекутнї довгої** $\infty P \bar{2}$, **замкнений дашником перекутнї короткої** $P \breve{\infty}$, **котрого грани підставові стяті двостїнником перекутнї коротшої** $\infty P \breve{\infty}$. das Makroprisma $\infty P \bar{2}$, geschlossen durch das Brachydoma $P \breve{\infty}$, dessen Basiskanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

P. $\infty P \bar{\infty}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Двостїнник перекутнї довгої** $\infty P \bar{\infty}$ **і двостїнник перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$ **творять граняк, котрого різ поперечний есть прямокутником; замкнене творить острица просторомбна** P. das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$ und das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$ bilden ein Prisma, dessen Querschnitt ein Rechteck ist; den Schluß bildet die rhombische Pyramide P.

$o P$. P. $\infty P \bar{\infty}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Двостїнник перекутнї довгої** $\infty P \bar{\infty}$ **і двостїнник перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$ **творять граняк, котрого різ поперечний есть прямокутником, замкнене творить острица просторомбна** P **стята двостїнником підставовим** $o P$. das Makropinakoid $\infty P \bar{\infty}$ und das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$ bilden ein Prisma, dessen Querschnitt ein Rechteck ist; den Schluß bildet die rhombische Pyramide P abgestumpft durch das Protopinakoid $o P$.

P. $\infty P \bar{\infty}$. $\infty P \breve{\infty}$. **Три двостїнники самі зложені;** (у карстенїту) die 3 Pinakoide allein kombiniert.

$P \breve{\infty}$. P. ∞P. **Граняк просторомбний** ∞P **замкнений острицею** P, **грани вершкові перекутнї довгої острицї стяті дашником перекутнї короткої** $P \breve{\infty}$; **грани сполучні межи стїнами острицї і стїнами граняка поземі.** das rhombische Prisma ∞P, geschlossen von der Pyramide P, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma $P \breve{\infty}$; die Kombinationskanten zwischen den Flächen der Pyramide und den Flächen des Prisma horizontal.

$P \breve{\infty}$. P. $\infty P \bar{2}$. **Граняк перекутнї короткої** $\infty P \bar{2}$, **замкнений острицею** P, **острицї грани вершкові перекутнї довгої стяті дашником перекутнї короткої** $P \breve{\infty}$; **грани сполукові межи стїнами острицї і стїнами граняка перекутнї короткої похилені.** das Brachyprisma $\infty P \breve{2}$, geschlossen von der Pyramide P, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma $P \breve{\infty}$; die Kombinationskanten zwischen den Flächen der Pyramide und den Flächen des Brachyprisma $\infty P \breve{2}$ geneigt.

P. $\infty P \bar{2}$. $\infty P \breve{2}$. **Граняк перекутнї короткої** $\infty P \bar{2}$ **замкнений острицею** P, **грани перекутнї короткої граняка притуплені стїнами граняка перекутнї довгої** $\infty P \breve{2}$. das Brachyprisma $\infty P \bar{2}$ geschlossen von der Pyramide P, die brachydiagonalen Kanten des Brachyprisma zugeschärft durch die Flächen des Makroprisma $\infty P \bar{2}$.

$P \breve{\infty}$. P. $\infty P \breve{\infty}$. **Острица просторомбна** P, **вершкові грани перекутнї довгої стяті дашником перекутнї короткої** $P \breve{\infty}$, **кони бічні перекутнї довгої острицї глубоко стяті двостїнником перекутнї короткої** $\infty P \breve{\infty}$. die rhombische Pyramide P, die makrodiagonalen Spitzenkanten der Pyramide abgestumpft durch das Brachydoma $P \breve{\infty}$, die makrodiagonalen Seitenecke der Pyramide tief abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P \breve{\infty}$.

$o P$. $\boldsymbol{P}$. $P \bar{\infty}$. $\frac{3}{4} P \breve{\frac{3}{2}}$. $\infty P \breve{\frac{3}{2}}$. ∞P. **Зложений граняк (у манґанїту) на перекутнї короткій вида основного виступає первограняк** ∞P, **на перекутнї довгій граняк перекутнї короткої** $\infty P \breve{\frac{3}{2}}$, **замкнений двостїнником підставовим** $o P$; **грани сполукові межи двостїнником підставовим і первограняком стяті площами первострицї** P, **грани сполукові межи двостїнником підставовим і граняком перекутнї короткої площами у острицї перекутнї коротшої** $\frac{3}{4} P \breve{\frac{3}{2}}$; **грани вершкові перекутнї коротшої первострицї** P **надто стяті дашником перекутнї довгої** $P \bar{\infty}$. ein kombiniertes Prisma, an der Brachydiagonale der Grundgestalt das Protoprisma ∞P, an der Makrodiagonale das Brachyprisma $\infty P \breve{\frac{3}{2}}$ auftretend, geschlossen durch das Pinakoid $o P$; die Kombinationskanten zwischen $o P$ und ∞P abgestumpft

durch die Flächen der Protopyramide P, die Kombinationskanten zwischen $o\,P$ und $\infty\,P\frac{3}{4}$ durch die Flächen der Brachypyramide $\frac{3}{4}\,P\,\breve{\frac{3}{2}}$; die brachydiagonalen Spitzenkanten von P überdies durch das Makrodoma $P\,\breve{\infty}$.

$P\,\breve{\infty}$. $P\,\bar{\infty}$. P. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{2}$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **по части дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$; **кін сполуковий межи дашником перекутні короткої, дашником перекутні довгої і граняком перекутні короткої стятий площами первостриці** P. das Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$, geschlossen teils durch das Brachydoma $P\,\breve{\infty}$, teils durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$; die Kombinationsecke zwischen dem Brachydoma, dem Makrodoma und dem Brachyprisma abgestumpft durch die Flächen der Protopyramide P.

$P\,\bar{\infty}$. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Двостінник перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$ **з дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$, **площі граняка перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{2}$ **дуже підрядні.** das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$ mit dem Makrodoma $P\,\bar{\infty}$, die Flächen des Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$ sehr untergeordnet.

$o\,P$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк** $\infty\,P$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений двостінником підставовим** $o\,P$. das Prisma $\infty\,P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$, geschlossen durch das Protopinakoid $o\,P$.

$P\,\bar{\infty}$. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{2}$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$. das Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$, geschlossen durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$.

$2\,P\,\breve{\infty}$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк** $\infty\,P$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$. das Prisma $\infty\,P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachydoma $2\,P\,\breve{\infty}$.

$\frac{1}{2}\,P\,\breve{\infty}$. $P\,\breve{\infty}$. $\infty\,P$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк** $\infty\,P$ (**арагоніту**), **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$, **замкнений дашником перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **котрий сполущує ся в дашник перекутні коротшої** $\frac{1}{2}\,P\,\breve{\infty}$. Das Prisma $\infty\,P$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachydoma $P\,\breve{\infty}$, das sich verflacht in das Brachydoma $\frac{1}{2}\,P\,\breve{\infty}$.

$P\,\breve{\infty}$. $P\,\bar{\infty}$. $\infty\,P\,\breve{2}$. $\infty\,P\,\breve{\infty}$. **Граняк перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **замкнений по части дашником перекутні короткої** $P\,\breve{\infty}$, **по части дашником перекутні довгої** $P\,\bar{\infty}$, **грани підставові дашника перекутні короткої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty\,P\,\breve{\infty}$. das Brachyprisma $\infty\,P\,\breve{2}$ geschlossen teils durch das Brachydoma $P\,\breve{\infty}$, teils durch das Makrodoma $P\,\bar{\infty}$, die Basiskanten des Brachydoma abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty\,P\,\breve{\infty}$.

$\frac{P}{2}$. $\infty\,P$. **Граняк** $\infty\,P$ (**епсоміту**) **замкнений клиняком просторомбним** $\frac{P}{2}$. das Prisma $\infty\,P$, geschlossen durch das rhombische Sphenoid $\frac{P}{2}$.

IV, **Уклад скісноромбний або односкісний.** Klinorhombisches, monoklines oder deltoidisches System.

А. Поєдинчі види ускісноромбні. einfache deltoidische Gestalten.

а) замкнені.

(Остриця ускісноромбна).

Пів'остриця додатна (половина додатна). die positive Hemipyramide.

Пів'остриця уємна (половина уємна). die negative Hemipyramide.

Перекутня позема. die Orthodiagonale.

Перекутня скісна. die Klinodiagonale.

Підстава. die Basis.

Різ головний простоперекутний. der orthodiagonale Hauptschnitt.

Різ головний скісноперекутний. der klinodiagonale Hauptschnitt.

Остриці ускісноромбні перворядні, второрядні (перекутні поземої), треторядні (перекутні ускісної).

Остриця скісноромбна обмежена 8 стінами, має 12 гран і 6 конів. Стіни суть трикутниками ріжнобічними двоякими. Пристайні стіни лежать паристо при гранах перекутні скісної так, що двом стінам горішним з переду одвічають дві долішні з тилу, а дві тильні горішні суть пристайні до двох передних стін долішних. Чотири перші стіни творять півострицю додатну $+\,P$ (**пр. в сполуках авгіту**), **чотири же другі стіни півострицю уємну** $-\,P$ (**пр. в сполуках гіпсу**). **Проте обі пів'остриці, зовсім від себе независимі, виступають в природі звичайно в сполуках. Звичайно уставляє ся остриця так, що ві вісь головна, котра против одної з бічних осей**

ускісно стоїть, скермована простопадно; тота вісь бічна або (скісної) підстави перекутня, з котрою вісь головна простий кут творить, так звана перекутня позема поперек лежить, а тота вісь бічна або підстави перекутня, проти котрої вісь головна під ускісним кутом нахилена, так звана перекутня скісна в довжнім напрямі і то від зрітеля до гори протягає ся.

Грани повної остриці суть четверакі, 4 грани вершкові, лучачі вісь головну з перекутнею скісною, з котрих лише напротивні суть рівні, і то довші одвічають кутови тупійшому, а коротші кутови острому (межи осню головною а перекутнею скісною), відтак 4 вершкові середні межи собою рівні і 4 бічні (підставові) также рівні.

Кони суть чотиростінні троякі: 2 ріжногранні на кінцях оси головної (вершкові), 2 ріжногранні на кінцях перекутні скісної і 2 сомірні на кінцях перекутні поземої.

Підстава, котра містить в собі обі оси бічні, есть ромбом, різ головний поземоперекутний, котрий містить вісь головну і перекутню позему, також ромбом, а різ головний скісноперекутний, котрий містить вісь головну і перекутню скісну, ромбоїдом.

Відносно до згаданої довготи оси головної, поземої або скісної ріжнимо троякі остриці: первородні, другорядні (перекутні поземої) і треторядні (перекутні скісної).

Die klinorhombische Pyramide ist von acht Flächen umschlossen besitzt 12 Kanten und 6 Ecke. Die Flächen ungleichseitige Dreiecke, sind zweierlei. Kongruente Flächen liegen paarweise bei den Kanten der Klinodiagonale so, daß zwei oben Flächen von vorne zwei untere von hinten entsprechen, und zwei hintere obere sind mit zwei vorderen unteren kongruent. Die vier ersten Flächen bilden die positive Hemipyramide $+P$ (in den Kombinationen des Augits) die vier anderen die negative Hemipyramide $-P$ (in den Kombinationen des Gypses), somit beide von einander unabhängige Hemipyramiden treten in der Natur in Kombinationen auf.

Gewöhnlich wird die vollflächige Pyramide so aufgestellt, daß seine Hauptaxe, die gegen eine der anderen Axen schief steht, vertikal, diejenige Nebenaxe oder Diagonale der (schiefen) Basis, mit welcher die Hauptaxe einen rechten Winkel bildet, die sogenannte Orthodiagonale quer, dagegen diejenige Nebenaxe oder Diagonale der Basis, gegen welche die Hauptaxe unter einem schiefen Winkel geneigt ist, die sogenannte Klinodiagonale in der Längsrichtung, und zwar vom Beschauer weg aufsteigend gerichtet sei.

Die Kanten der vollflächigen Pyramide sind vierfach, 4 Spitzenkanten, welche die Hauptaxe mit der Klinodiagonale verbinden; von diesen sind nur die gegenüberliegenden gleich, und zwar längere entsprechen dem stumpferen und kürzere dem spitzeren Winkel (zwischen der Hauptaxe und der Klinodiagonale), sodann 4 einander gleiche mittlere Spitzenkanten und 4 ebenfalls gleiche Seitenkanten (Basiskanten).

Die vierflächigen Ecke sind dreifach, 2 ungleichkantige an den Enden der Hauptaxe (Spitzenecke) — und Seitenecke: 2 ungleichkantige an den Enden der Klinodiagonale und 2 symmetrische an den Enden der Orthodiagonale.

Die Basis, welche die zwei Nebenaxen enthält, ist ein Rhombus, der orthodiagonale Hauptschnitt, welcher die Hauptaxe und die Orthodiagonale enthält, gleichfalls ein Rhombus, der klinodiagonale Hauptschnitt, welcher die Hauptaxe und die Klinodiagonale enthält, ein Rhomboid.

Je nach der Länge der Hauptaxe, Ortho- und Klino-diagonale unterscheidet man: Protopyramiden, Orthopyramiden und Klinopyramiden.

б) види отверті.

Граняк скісноромбний (граняки первородні, другорядні і треторядні).

Дашник (кришець) перекутні скісної. das Klinodoma.
Півдашник (півкришець) додатний. das positive Orthohemidoma.
Півдашник (півкришець) уємний. das negative Orthohemidoma.
Двостінник підставовий. das basische Pinakoid.
Двостінник перекутні поземої. das Orthopinakoid.
Двостінник перекутні скісної. das Klinopinakoid.

2. Граняки скісноромбні мають 4 однакі стіни, рівнобіжні до осн головної; поперечний їх різ (перекрой) есть ромбом. Грани бічні суть двоякі, лише напротивні суть однакі, а їх кути сповняють ся до 180°. Граняки сї суть троякі: первородні, второродні і треторядні.

Klinorhombische Prismen besitzen 4 gleiche zur Hauptaxe parallele Flächen, ihr Querschnitt ist ein Rhombus. Die Seitenkanten sind zweifach; nur die gegenüberliegenden sind gleich und ihre Winkel ergänzen sich zu 180°. Diese Prismen sind dreifach: vertikale, orthodiagonale und klinodiagonale.

3. Дашники перекутні скісної (скіснодашники) мають 4 однакі стіни, рівнобіжні до перекутні скісної; різ їх поперечний есть ром-

бом, одвічаючим різови головному перекутні поземої. Грани суть двоякі; лише противбіжні суть однакі і сповняють ся до 180°.

Klinodomen besitzen 4 gleiche zur Klinodiagonale parallele Flächen; ihr Querschnitt ist ein Rhombus, das dem orthodiagonalen Hauptschnitt entspricht. Die Kanten sind zweifach; nur die gegenüberliegenden sind gleich und ergänzen sich zu 180°.

4. Дашники перекутні поземої (простодашники) мають 4 стїни рівнобіжні до перекутної поземої, двоякі, з котрих тілько рівнобіжні суть однакі; їх різ поперечний есть ромбоїдом. Грани суть двоякі; лише рівнобіжні суть однакі і сповняють ся до 180°.

Дашники сї суть властиво видами зложеними з двох піддашників додатного і уємного, або з двох пар стїн рівнобіжних до одної з осий бічних; кожда пара стїн подібно, як пів'остриці, може независимо в сполуках виступовати.

Orthodomen besitzen 4 zur Orthodiagonale parallele Flächen, unter denen nur die parallelen gleich sind; ihr Querschnitt ist ein Rhomboid. Die Kanten sind zweifach; nur parallele sind gleich und ergänzen sich zu 180°.

Diese Domen bestehen eigentlich aus zwei Hemidomen, einem positiven und negativen. oder aus zwei zur einen Nebenaxe parallelen Flächenpaaren; ein jedes Flächenpaar kann ebenso wie die Hemipyramiden in den Kombinationen unabhängig auftreten.

5. Двостїнники скісноромбні суть трояками парами стїн, рівнобіжних до одного з трох перекроїв остриці: двостїнник підставовий, рівнобіжний до різу підставового, проте нахилений; двостїнник перекутнї поземої, рівнобіжний до перекрою головного перекутнї поземої і двостїнник перекутнї скісної, рівнобіжний до різу головного перекутнї скісної.

Klinorhombische Pinakoide sind dreifache Flächenpaare, die zu einem der drei Durchschnitte der Pyramide parallel sind: das basische Pinakoid, welches parallel zum basischen Durchschnitt, somit geneigt ist; das Ortho-Pinakoid, parallel zum Hauptschnitt der Orthodiagonale, und das Klinopinakoid, parallel zum Hauptschnitte der Klinodiagonale.

Вивід і означене видів. Одна з остриць скісноромбних яко вид первістний одержує знак $\pm P$. Остриця ся есть докладно означена, коли звісне есть відношене довготи оси головної до обох перекутнїй то-ж розхильність кута, під котрим вісь головна перерізує перекутню скісну.

Види того укладу подібно випровожають ся з остриці первітної, як в укладї просторомбнім. Перекутню довгу заступає тут перекутня позема, перекутню коротку заступає скісна (одмічена скісною черткою: $\breve{P}$). Ряди проте остриць, граняків, дашників і двостїнників одвічають таким же видам укладу ріжноосного:

Остриця і граняк перворядний (первограняк):

1) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P \ldots \pm P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty P$

Остриці (второстриці) і граняк второрядний (второграняк):

2) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,n \ldots \pm P\,n \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,n \ldots \infty P\,n$

Остриці третого ряду (остриці перекутнї скісної) і граняк тр. ряду (третограняк):

3) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,\breve{n} \ldots \pm P\,\breve{n} \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,\breve{n} \ldots \infty P\,\breve{n}$

Дашники і двостїнники перекутнї поземої:

4) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,\infty \ldots \pm P\,\infty \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,\infty \ldots \infty P\,\infty$

Дашники і двостїнники перекутнї скісної:

5) $o\,P \ldots \pm \overset{<}{m}\,P\,\breve{\infty} \ldots \pm P\,\breve{\infty} \ldots \pm \overset{>}{m}\,P\,\breve{\infty} \ldots \infty P\,\breve{\infty}$.

A) Сполуки скісноромбні. Deltoidische Kombinationen.

$\frac{P'}{2}.\frac{P}{2}.\infty P.\infty P\,\breve{\infty}$. Первограняк ∞P (у ґипсу), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty P\,\breve{\infty}$, замкнений обома півострицями $\frac{P'}{2}$ і $\frac{P}{2}$. das Protoprisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P\,\breve{\infty}$, geschlossen von beiden Hemipyramiden $\frac{P'}{2}$ und $\frac{P}{2}$.

$\frac{P'}{2}.\infty P.\infty P\,\breve{\infty}$. Первограняк ∞P (у ґипсу), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної, замкнений уємною половиною остриці $\frac{P'}{2}$. das Protoprisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P\,\breve{\infty}$, geschlossen von der negativen Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P'}{2}$. $\infty P 2$. $\infty P \breve{\infty}$. Граняк перекутнї поземої $\infty P 2$ (сода), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty P \breve{\infty}$, замкнений уємною пів'острицею $\frac{P'}{2}$. das Orthoprisma $\infty P 2$, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P}{2}$. ∞P. $\infty P \infty$. $\infty P \breve{\infty}$. Граняк ∞P (авґит), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї ускісної $\infty P \breve{\infty}$, грани перекутнї ускісної двостїнником перекутнї поземої $\infty P \infty$, замкнений пів'острицею додатною $\frac{P}{2}$. das Prisma ∞P die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$, die klinodiagonalen durch das Orthopinakoid $\infty P \infty$, geschlossen durch die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$o P$. $\frac{P}{2}$. ∞P. $\breve{\infty} P \breve{\infty}$. Граняк ∞P (амфіболю), грани перекутнї косої $\infty P \breve{\infty}$, замкнений по части додатною пів'острицею $\frac{P}{2}$, по части двостїнником підставовим $o P$. das Prisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$. geschlossen teils durch die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$, teils durch das basische Pinakoid $o P$.

$o P$. $\frac{P' \infty}{2} \cdot \frac{P \infty}{2} \cdot \frac{P}{2}$. $P \breve{\infty}$. ∞P. $\infty P \breve{\infty}$. Граняк ∞P (мелянтериту, 82° 32'), грани перекутнї поземої стяті двостїнником перекутнї скісної $\infty P \breve{\infty}$, замкнений двостїнником підставовим $o P$; грани сполукові межи двостїнником підставовим і граняком суть стяті пів'острицею уємною $\frac{P'}{2}$; грани сполукові межи двостїнником і двостїнником перекутнї ускісної дашником перекутнї ускісної $P \breve{\infty}$; грани вершкові перекутнї скісної пів'остриці уємної $\frac{P'}{2}$; на конець півдашником додатним $\frac{P \infty}{2}$ і уємним $\frac{P' \infty}{2}$. das Prisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch das Protopinakoid $o P$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Prisma sind abgestumpft durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Prisma sind abgestumpft durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$; die Kombinationskanten zwischen dem Protopinakoid und dem Klinopinakoid durch das Klinodoma $P \breve{\infty}$; die klinodiagonalen Spitzenkanten von $\frac{P'}{2}$ endlich durch das positive Orthohemidoma $\frac{P \infty}{2}$ und das negative $\frac{P' \infty}{2}$.

$\frac{P \infty}{2} \cdot \frac{P}{2}$. $\infty P 2$. $\frac{P' \infty}{2}$. Граняк перекутнї поземої $\infty P 2$, замкнений обома півдашниками $\frac{P' \infty}{2}$ і $\frac{P \infty}{2}$ і (дуже підрядна) пів'острица уємна $\frac{P'}{2}$. das Orthoprisma $\infty P 2$, geschlossen durch die beiden Orthohemidomen $\frac{P \infty}{2}$ und $\frac{P \infty}{2}$ und (sehr untergeordnet) die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{\frac{1}{2} P' \infty}{2} \cdot \frac{\frac{1}{2} P \infty}{2}$. $P \breve{\infty}$. ∞P. $\infty P \infty$. Граняк ∞P_2 (Вольфрамїту), грани перекутнї ускісної стяті двостїнником перекутнї поземої $\infty P \infty$, замкнений по части обома (плоскійшими) дашниками перекутнї поземої $\frac{\frac{1}{2} P' \infty}{2}$, $\frac{\frac{1}{2} P \infty}{2}$, по части дашником перекутнї ускісної $P \breve{\infty}$. das Prisma ∞P, die klinodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Orthopinakoid $\infty P \infty$, geschlossen teils durch die beiden

(flacheren) Orthohemidone $\frac{\frac{1}{2}P'\infty}{2}$, $\frac{\frac{1}{2}P\infty}{2}$, teils durch das Klinodoma $P\breve{\infty}$.

$\frac{P\infty}{2}\cdot\frac{P\infty}{2}\cdot\infty P2$. **Граняк перекутні поземої** $\infty P2$ **(ортоклязу) замкнений уємним і додатним дашником** $\frac{P'\infty}{2}$ і $\frac{P\infty}{2}$. das Orthoprisma $\infty P2$ geschlossen von dem negativen und dem positiven Orthohemidoma $\frac{P'\infty}{2}$ und $\frac{P\infty}{2}$.

$\frac{3P\infty}{2}\cdot\frac{P\infty}{2}\cdot\infty P2.\infty P\breve{\infty}$. **Граняк перекутні поземої, замкнений стрімшим уємним півдашником** $\frac{3P'\infty}{2}$ **і додатним** $\frac{P\infty}{2}$; **грани перекутні поземої граняка стяті двостінником перекутні ускісної** $\infty P\breve{\infty}$. das Orthoprisma geschlossen von dem steileren negativen Hemidoma $\frac{3P'\infty}{2}$ und dem positiven Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$; die orthodiagonalen Kanten des Prisma abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P\breve{\infty}$.

$o\,P.\frac{P}{2}\cdot\frac{2P'\infty}{2}\cdot\frac{2P\infty}{2}.\infty P.\infty P\breve{\infty}$. **Переважає двостінник перекутні ускісної** $\infty P\breve{\infty}$, **замкнений в горі двостінником підставовим** $o\,P$, **з переду (і напротив) уємною півострицею** $\frac{P'}{2}$, **(стрімшим) уємним півдашником перекутні поземої** $\frac{2P'\infty}{2}$, **первограняком** ∞P **і додатним півдашником перекутні поземої** $\frac{2P\infty}{2}$. vorherrschend das Klinopinakoid $\infty P\breve{\infty}$, geschlossen oben durch das basische Pinakoid $o\,P$, vorne (und gegenüber) durch die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$, das (steilere) negative Orthohemidoma $\frac{2P'\infty}{2}$, das Protoprisma ∞P und das positive Orthohemidoma $\frac{2P\infty}{2}$

$o\,P.\,P\breve{\infty}.\frac{\infty P}{2}.\infty P\infty.\infty P\frac{3}{2}.\frac{P'2}{2}$. **Переважає двостінник перекутні поземої** $\infty P\infty$, **замкнений в горі двостінником підставовим** $o\,P$, **по боках дашником (у азурита, 99° 32′) перекутні ускісної** $P\breve{\infty}$; **грана сполукова межи двостінником підставовим і двостінником перекутні поземої стятий уємним дашником перекутні поземої** $\frac{P'\infty}{2}$, **кін сполуковий межи двостінником перекутні поземої і дашником перекутні скісної додатною півострицею** $\frac{P\breve{2}}{4}$, **наконець кін сполуковий межи двостінником перекутні поземої, скіснодашником і додатною півострицею стятий граняком перекутні поземої** $\infty P\frac{3}{2}$. vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P\infty$, geschlossen oben durch das basische Pinakoid $o\,P$, seitwärts durch das Klinodoma $P\breve{\infty}$; die Kombinationskante zwischen dem basischen Pinakoid und dem Orthopinakoid abgestumpft durch das negative Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, die Kombinationskante zwischen dem Orthopinakoid und dem Klinodoma durch die positive Klinohemipyramide $\frac{P'2}{2}$, endlich die Kombinationsecke zwischen dem Orthopinakoid, dem Klinodoma und der positiven Klinohemipyramide abgestumpft durch das Orthoprisma $\infty P\frac{3}{2}$.

$P\breve{\infty}.\infty P\infty$. **Виступають лише площі двостінника перекутні поземої** $\infty P\infty$ **і дашника перекутні ускісної** $P\breve{\infty}$. die Flächen des Orthopinakoids und des Klinodoma allein herrschend.

$\frac{P'}{2}\cdot\frac{P}{2}\cdot\frac{P\infty}{2}.\infty P2.\infty P\infty.\infty P\breve{\infty}$. **Переважає двостінник перекутні поземої** $\infty P\infty$, **замкнений в горі і долині додатним півдашником перекутні поземої** $\frac{P\infty}{2}$, **з боку граняком перекутні поземої** $\infty P2$ **(у мірабіліту 86° 31), котрого грани перекутні поземої стяті двостінником перекутні ускісної** $\infty P\breve{\infty}$; **грана сполукова межи двостінником перекутні скісної** $\infty P\breve{\infty}$ **і додатним піддашником перекутні поземої есть просто стята додатною пів'острицею** $\frac{P}{2}$; **грана сполукова межи додатною пів'острицею і двостінником перекутні по-**

земої стяті уємною пів'острицею $\frac{P'}{2}$. Vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P \infty$, geschlossen oben und unten durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, seitwärts durch das Orthoprisma $\infty P 2$, dessen orthodiagonale Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$; die Kombinationskante zwischen dem Klinopinakoid und dem positiven Orthohemidoma P ist gerade abgestumpft durch die positive Hemipyramide, die Kombinationskante zwischen der positiven Hemipyramide und dem positiven Orthohemidoma durcb die negative Hemipyramide $\frac{P'}{2}$.

$\frac{P'}{2} \cdot \frac{P'\infty}{2} \cdot \frac{P\infty}{2} \cdot \infty P \infty$. Переважає двостінник перекутні поземої $\infty P \infty$, збігає в горі в уємний півдашник перекутні поземої $\frac{P'\infty}{2}$, у долу в додатний $\frac{P\infty}{2}$, з боку замкнений уємною пів'острицею $\frac{P'}{2}$ (у епідоту 70° 33'). vorherrschend das Orthopinakoid $\infty P \infty$, verlaufend nach oben in das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, seitwärts geschlossen durch die negative Hemipyramide $\frac{P}{2}$.

$\frac{P\infty}{2} \cdot \frac{P}{2} \cdot \infty P \cdot \infty P 2$. Первограняк ∞P (реальгар 74° 30') збігає в граняк перекутні поземої $\infty P 2$, замкнений додатним півдашником $\frac{P\infty}{2}$, котрий сам збігає в додатну пів'острицю $\frac{P}{2}$. das Protoprisma ∞P, verlaufend in das Orthoprisma $\infty P 2$, geschlossen durch das positive Orthohemidoma $\frac{P\infty}{2}$, das selbst in die positive Hemipyramide $\frac{P}{2}$ verläuft.

$o P \cdot \infty P \cdot \infty P \breve{\infty}$. Граняк ∞P, грань перекутні поземої стяті двостінником, перекутні скісної $\infty P \breve{\infty}$, замкнений двостінником підставовим $o P$. das Prisma ∞P, die orthodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Klinopinakoid $\infty P \breve{\infty}$, geschlossen durch das basische Pinakoid $o P$.

V. Уклад трискісний. das trikline oder das skalenische System.

A. Поодинчі види трискісні. Einfache skalenische Gestalten.

Види замкнені.

1. Острица трискісна. die skalenische Pyramide.

Чвертка, четвертина або чвертьострица. die Tetartopyramide.

Первострица трискісна. die skalenische Protopyramide.

Трискісна острица перекутні довгої. die skalenische Makropyramide.

Трискісна острица перекутні короткої. die skalenische Brachypyramide.

Чвертьострица $d \frac{P}{4}$, Tetartopyramide (права площа на передї з правого боку і до неї рівнобіжна з заду. die vordere obere Fläche rechts und die ihr parallele rückwärts).

Ч. $s \frac{P}{4}$, (передна горішна площа лївобіч і до неї рівнобіжна з заду. die vordere obere Fläche links und die ihr parallele rückwärts).

Ч. $d \frac{P'}{4}$, (передна спідна площа правобіч і до неї рівнобіжна з заду. die vordere untere Fläche rechts und die ihr parallele rückwärts.)

Ч. $s \frac{P'}{4}$, (передна спідна площа лївобіч і до неї рівнобіжна з заду. die vordere untere Fläche links und die ihr parallele rückwärts).

Первострицї, острицї перекутні довгої, острицї перекутні короткої. Proto-, Makro- und Brachypyramiden.

1. Острица трискісна есть обнята 8 нерівнобічними трикутниками, з котрих лише по два рівнобіжні пристають до себе. Тим способом скадають ся сї острицї з 4 пар стїн однаких, званих чвертками, четвертинами або чвертьострицями; кожда з тих четвертин може з осібна виступовати в видах зложених. З 12 гран суть тілько напротивні рівні; грани бічні лежать в одній скісній площи, званій

підставою. Кони суть троякі, всі чотиростінні, ріжногранні: 2 вершкові на кінцях осн головної і 4 підставові, лише напротивні собі рівні, два острійші, а два тупійші. Різи головні і підставовий суть ромбоїдами.

Die skalenische Pyramide ist von 8 ungleichseitigen Dreiecken umschlossen, von denen nur je zwei parallele kongruent sind. Somit sind diese Pyramiden aus 4 besonderen Flächenpaaren zusammengesetzt, sogenannten Vierteln oder Tetartopyramiden; jedes dieser Viertel kann in besonderen Kombinationen auftreten. Von den 12 Kanten sind nur die gegenüberliegenden gleich: die Seitenkanten liegen in einer schiefen Ebene, der sogenannten Basis. Die Ecke sind dreifach, alle vierflächig, ungleichkantig; zwei Spitzen-Ecke an den Enden der Hauptaxe und 4 basische, von denen nur die gegenüberliegenden einander gleich sind, zwei spitzere und zwei stumpfere. Die Hauptschnitte und der basische Schnitt sind Rhomboide.

Види отверті.

2. Граняки трискісні (первограняки, гр. перекутні довгої, гр перекутні короткої. Proto-, Makro-, Brachyprismen).

Півдашники трискісні (п. перекутні довгої і п. перекутні короткої) skalenische Hemidomen (Makro- und Brachydomen).

Двостінник підставовий. Protopinakoid.

Двостінник перекутні довгої. Makropinakoid.

Двостінник перекутні короткої. Brachypinakoid.

2. Граняки трискісні мають 4 двоякі стіни рівнобіжні до осн головної; лише противбіжні стіни суть однакі. Проте кождий граняк складає ся з двох пар стін або з двох півграняків, з котрих кождий може виступати в сполуках осібно. Різом поземим тих граняків есть ромбоїд, але инший ніж підстава одвітної остриці.

Die skalenischen Prismen besitzen 4 zweifache der Hauptaxe parallele Flächen; nur die gegenüberliegenden sind einander gleich. Somit jedes Prisma besteht aus zwei Flächenpaaren oder aus zwei Hemiprismen, von denen jedes in besonderen Kombinationen auftreten kann. Der Querschnitt dieser Prismen ist ein Rhomboid, doch ein anderes wie die Basis der entsprechenden Pyramide.

3. Дашники трискісні суть обмежені 4 двоякими стінами, рівнобіжними до одної з обох перекутній: дашники перекутні довгої і д. п. короткої; мають они все положене нахилене (скіснодашники). Напротивні стіни суть однакі, а тому кождий дашник складає ся з двох пар стін рівнобіжних, званих півдашниками. Перекрої дашників суть також ромбоїдами, одвічаючими перекроям головним перекутні довгої і короткої.

Die skalenischen Domen sind von 4 einer der beiden Diagonale parallelen Flächen zweierlei Art begrenzt: Makro- und Brachyprismen; ihre Lage ist immer geneigt. Die gegenüberliegenden Flächen sind gleich, deshalb besteht jedes Doma aus zwei parallelen Flächenpaaren, den sogenannten Hemidomen. Die Durchschnitte der Domen sind auch Rhomboide, welche den Hauptdurchschnitten der Makro- und Brachydiagonale entsprechen.

4. Двостінники трискісні суть троякими парами стін рівнобіжних або до підстави (дв. підставовий), або до перекрою головного перекутні довгої (дв. перекутні довгої) або до перекрою головного перекутні короткої (двостінник перекутні короткої).

Die skalenischen Pinakoide sind dreierlei Flächenpaare, welche zur Basis (das basische Pinakoid) oder zum Hauptschnitt der Makrodiagonale (das Makropinakoid) oder zum Hauptschnitt der Brachydiagonale (das Brachypinakoid) parallel sind.

Вивід і означене видів. Одна з остриць трискісних, яко вид первинний, одержує знак P, а поодинокі чвертки $\frac{P}{4}$ значать ся одвітно (гл. висше).

Остриця виводна (або поєдинчі чвертки) докладно есть означена, коли знаним есть не лише відношене довготи всіх трох півосий $a : b : c$, але також розхильність кутів α, β і γ, під котрими перерізують ся оси. Вивід инших видів з тої остриці есть подібний. як в укладі ріжноосніім. Проте ряди остриць, граняків, дашників і двостінників одвічають таким же укладу ріжноосного.

Чвертьостриці і півграняки перворядні (простопадні):

$$1)\ o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\,P \ldots \infty P$$

Чвертьостриці і півграняки другорядні (перекутні довгої):

$$2)\ o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\bar{n} \ldots P\bar{n} \ldots \overset{>}{m}\,P\bar{n} \ldots \infty P\bar{n}.$$

Чвертьостриці і півграняки треторядні (перекутні короткої):

$$3)\ o\,P \ldots \overset{<}{m}\,P\breve{n} \ldots P\breve{n} \ldots \overset{>}{m}\,P\breve{n} \ldots \infty P\breve{n}.$$

Півдашники і двостінники перекутні довгої:

4) $o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\infty \ldots P\infty \ldots \overset{>}{m}\ P\infty \ldots \infty P\infty$.

Півдашники і двостінники перекутні короткої:

5) $o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\breve{\infty} \ldots P\breve{\infty} \ldots \overset{>}{m}\ P\breve{\infty} \ldots \infty P\breve{\infty}$.

Б. **Види сполукові трискісні.** skalenische Kombinationen.

$d\frac{P}{4}.\frac{P\breve{\infty}}{2}.\frac{P'\breve{\infty}}{2}.\ d\frac{\infty P\breve{2}}{2}.\ s\frac{\infty P\breve{2}}{2}.\ \infty P\breve{\infty}$. **Оба півграняки перекутні короткої альбіту, правий** $d\frac{\infty P\breve{2}}{2}$ **і лівий** $s\frac{\infty P\breve{2}}{2}$. **грани перекутні короткої стяті двостінником перекутні довгої** $\infty P\breve{\infty}$, **замкнені обома дашниками перекутні короткої додатним** $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ **і ємним** $\frac{P'\breve{\infty}}{2}$, **пара гран сполукових межи додатним дашником перекутні короткої** $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ **і двостінником перекутні довгої** $\infty P\breve{\infty}$ **стяті чверткою** $d\frac{P}{4}$. die beiden Brachyprismen von Albit, das rechte $d\frac{\infty P\breve{2}}{2}$ und das linke $s\frac{\infty P\breve{2}}{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P\breve{\infty}$, geschlossen von beiden Brachydomen, dem positiven $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und dem negativen $\frac{P'\breve{\infty}}{2}$, ein Paar Kombinationskanten zwischen $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und $\infty P\breve{\infty}$ abgestumpft durch die Tetartopyramide $d\frac{P}{4}$.

$d\frac{P}{4}.\frac{P\breve{\infty}}{2}.\frac{P'\breve{\infty}}{2}.d\frac{\infty P\breve{2}}{2}.\ s\frac{\infty P\breve{2}}{2}.s\frac{P}{4}.\frac{5}{3}\frac{P\breve{\infty}}{2}.\ \infty P\breve{\infty}$. **Вид попередній, тільки місто півграняків півдашники переважають, потім друга пара гран сполукових межи** $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ **і** $\infty P\breve{\infty}$ **стята чверткою** $s\frac{P}{4}$ **і додатний півдашник** $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ **к підставі переходить в стрімший півдашник** $\frac{\frac{5}{3}P\breve{\infty}}{2}$ (**буває у перекліну**). die vorige Gestalt, nur statt der Hemiprismen die Hemidomen vorherrschend, dann das andere Paar Kombinationskanten zwischen $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ und $\infty P\breve{\infty}$ abgestumpft durch die Tetartopyramide $s\frac{P}{4}$, und das positive Hemidoma $\frac{P\breve{\infty}}{2}$ gegen die Basis herübergehend in das steilere Hemidoma $\frac{\frac{5}{3}P\breve{\infty}}{2}$.

$d\frac{P}{4}.\ d\frac{\infty P}{2}.\ s\frac{\infty P}{2}.\ \infty P\breve{\infty}.\ \infty P\breve{\infty}$. **Оба півграняки халькантиту, пра́вий** $d\frac{\infty P}{2}$ **і лі́вий** $s\frac{\infty P}{2}$, **грани перекутні короткої стяті двостінником перекутні довгої** $\infty P\breve{\infty}$, **грани перекутні довгої стяті двостінником перекутні короткої** $\infty P\breve{\infty}$, **замикає чвертка** $d\frac{P}{4}$. die beiden Hemiprismen von Chalkanthit, das rechte $d\frac{\infty P}{2}$ und das linke $s\frac{\infty P}{2}$, die brachydiagonalen Kanten abgestumpft durch das Makropinakoid $\infty P\breve{\infty}$, die makrodiagonalen Kanten abgestumpft durch das Brachypinakoid $\infty P\breve{\infty}$, geschlossen durch die Tetartopyramide $d\frac{P}{4}$.

Б. Чотиреосники.

VI. **Уклад однотриосний.** eindreigliedriges oder hexagonales System.

A. **Види поодинчі однотриосні.** Einfache hexagonale Gestalten.

а) Види замкнені.

(*P*. **Остриця шестибічна.** die hexagonale Pyramide).

m P. **Первостриця шестибічна.** hexagonale Protopyramide.

m P 2. **Второстриця шестибічна.** Deuteropyramide.

$\pm \frac{m\,P}{2}$. **Первострицѧ трибічна (п. додатна, п. уємна).** die trigonale (pos., negat.) Protopyramide.

$\pm \frac{m\,P2}{2}$. **Второстриця трибічна (в. додатна, в. уємна).** die trigonale (pos., negat.) Deuteropyramide.

Остриця дванайцятибічна. die dihexagonale Pyramide.

$\pm$ *R* **Ромбостїнник.** das Rhomboeder.

$\pm$ *m R n*. **Ріжногранник.** das Skalenoeder.

1) **Остриця шестибічна** (шестерна, die hexagonale Pyramide) обмежена 2 шестерними ґрупами т. є. 12 стїнами, має 18 гран і 8 конів. Стїни суть пристайними трикутниками рівнораменними. Грани суть двоякі: 12 довших вершкових і 6 коротших бічних (підставових). Кони суть двоякі: 2 вершкові 6 стїнні, рівногранні і 6 бічних чотиростїнних двогранних. Всї перекрої головні суть ромбами, перекрой же підставовий шестикутником правильним. Розличаєм два роди остриць шестибічних:

a) **Первостриці** (Protopyramiden), котрих оси бічні лучать кони бічні. Остриці сї звертають ся одною стїною просто до зрітеля, єслп одна з осий бічних к нему рівнобіжно єсть уставлена,

b) **Второстриці** (Deuteropyramiden), котрих оси бічні лучать осередки гран бічних напротивних. Остриці сї звертають ся одною граною впрост до зрітеля.

2) **Остриця трибічна** (trigonale Pyramide) обмежена 6 пристайними трикутниками рівногранними. Грани суть двоякі: 6 вершкових і 3 бічні. Кони суть також двоякі: 2 вершкові, тристїнні і 3 бічні чотиростїнні сомірні. Перекрой підстави єсть трикутником рівнобічним. Вісь головна лучить вершки, а оси бічні кони бічні з осередками напротивних гран бічних. В тім видї виступає инколи кварц.

Die hexagonale Pyramide ist begrenzt von 2 sechszähligen Gruppen d. i. 12 Flächen, hat 18 Kanten und 8 Ecke. Die Flächen sind kongruente, gleichschenklige Dreiecke. Die Kanten sind zweierlei; 12 längere Spitzenkanten und 6 kürzere Seitenkanten. Die Ecke sind zweierlei: 2 sechflächige gleichkantige Spitzenkanten und 6 vierflächige zweikantige Seitenkanten. Die Ecke sind zweierlei: 2 sechsflächige, gleichkantige Spitzenecke und 6 vierflächige zweikantige Seitenecke. Alle Hauptdurchschnitte sind Rhomben, der basische Durchschnit ein regelmäßiges Sechseck. Wir unterscheiden zwei Arten der hexagonalen Pyramiden.

a) Die Protopyramiden, deren Nebenaxen die Seitenecke verbinden. Diese Pyramiden sind mit einer Fläche gegen den Beschauer gewendet, wenn eine der Nebenaxen parallel zum Beschauer läuft.

b) Die Deuteropyramiden, deren Nebenaxen die Mittelpunkte der gegenüberliegenden Seitenkanten verbinden. Diese Pyramiden sind mit einer Spitzenkante gegen den Beschuer gewendet.

2) Die trigonale Pyramide ist begrenzt von 6 kongruenten gleichschenkligen Dreiecken. Hat zweierlei Kanten: 6 Spitzenkanten und 3 Seitenkanten. Die Ecke sind auch zweierlei: 2 dreiflächige Spitzenecke und 3 vierflächige symmetrische Seitenecke. Der basische Durchschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck. Die Hauptaxe verbindet die Spitzen, die Nebenaxen verbinden die Nebenecke mit den Mittelpunkten gegenüberliegender Seitenkanten.

3. **Остриця дванайцятибічна** (Die dihexagonale Pyramide) має 24 стїн, 36 гран і 14 конів. Стїни суть трикутниками рівнобіжними. Грани суть троякі: 12 бічних і 24 вершкових, з котрих 12 єсть довших і острійших а 12 коротших і тупійших. Кони суть також троякі: 2 вершкові 12 стїнні сомірні, 6 бічних острійших і 6 бічних тупійших; кони бічні суть 4 стїнні сомірні. Перекрій підставовий єсть двошестикутником (о всїх боках рівних, але попереміпно рівних кутах). Остриці сї виступають звичайно в сполуках (бериль, апатит). Die dihexagonale Pyramide hat 24 Flächen 36 Kanten und 14 Ecke. Die Flächen sind ungleichseitige Dreiecke. Die Kanten sind dreierlei: 12 Basis- oder Seitenkanten und 24 Spitzenkanten, von denen 12 länger und schärfer uud 12 kürzer und stumpfer sind. Die Ecke sind ebenfalls dreierlei: 2 Spitzenecke 12 zählig, symmetrisch, 6 spitzere und 6 stumpfere, 4-flächige, symmetrische Seitenecke. Der basische Durchschnitt ist ein Dihexagon (Seiten gleich, nur abwechselnd gleiche Winkel). Diese Pyramiden treten gewöhnlich in Kombinationen auf.

4. **Ромбостїнник** (das Rhomboeder) має 6 стїн, 12 гран і 8 конів. Стїни суть ромбами. Грани суть двоякі: 6 вершковпх а 6 бічних, котрі клесом здіймають ся і опадають. Всї грани мають вправдї рівну довготу, але неоднаку розхильність; грани вершкові сповняють бічні до 180°. Кони суть також двоякі: 2 вершкові. тристїнні, рівногранні і 6 бічних тристїнних ріжногранних. Вісь головна лучить оба вершки, а оси бічні осередки напротивних гран бічних. Перекрой, проходячий через оси бічні, єсть шестикутником правильним (оси бічні суть тогдї єго перекутнями), а рівнобіжний до него або шестикутником рівнокутним, або трикутником рівнобічним. Після того, чи грани вершкові менше або більше нїж 90°

виносять, ріжнимо острійші і тупійші ромбостїнники (кальцит). Das Rhomboeder ist von 6 Rhomben begrenzt, hat 12 Kanten und und 8 Ecke. Die Kanten sind zweierlei: 6 Spitzenkanten und 6 Seitenkanten, welche letztere im Zickzack in halber Höhe um das Rhomboeder herumlaufen. Alle Kanten haben zwar gleiche Länge, aber ungleiche Grösse; die Spitzenkanten und Seitenkanten ergänzen sich zu 180°. Die Ecke sind auch zweierlei: 2 dreiflächige, gleichkantige Spitzenecke und 6 dreiflächige ungleichkantige Seitenecke. Die Hauptaxe verbindet die beiden Spitzen mit einander, die 3 Nebenaxen die Halbierungspunkte je zweier gegenüberliegenden Seitenkanten. Der basische Durchschnitt ist ein reguläres Sechseck (die Nebenaxen sind dann seine Diagonalen), und der ihr parallele Durchschnitt entweder ein gleichwinkliges Sechseck oder ein gleichseitiges Dreieck. Man nennt ein Rhomboeder ein spitzes, wenn seine Spitzenkanten weniger als 90°. ein stumpfes oder flaches, wenn sie mehr als 90° messen.

5. Ріжногранник (das Skalenoeder) обнятий 2×3 парами площ, проте 12 площами, трикутниками ріжнобічними, має 18 гран і 8 конів. Грани суть троякі: 6 вершкових коротших і острійших, 6 вершкових довших і тупійших і 6 бічних клесоватих. З довшими і тупійшими гранами горішного вершка сходять ся коротші і острійші долїшного вершка. Кони суть двоякі: 2 вершкові 6 стїнні сомірні і 6 бічних 4-стїнних ріжногранних. Вісь головна лучить вершки, а оси бічні осередки напротивних гран бічних. Перекрой підставовий есть дванайцятикутником сомірним (з всїми рівними боками, але попереміннo рівними кутами) (кальцит). Die ungleichkantige sechsseitige Pyramide oder das Skalenoeder ist umschlossen von $2 \times 3 = 6$ Flächenpaaren, also 12 Flächen, kongruenten ungleichseitigen Dreiecken, besitzt 18 Kanten und 8 Ecke. Die Kanten sind dreifach: 6 kürzere und schärfere und 6 längere und stumpfere Spitzenkanten, und 6 Seitenkanten im Zickzack verlaufend. Mit den längeren und stumpferen Kanten der oberen Spitze treten kurzere und schärfere der unteren Spitze. Die Ecke sind zweifach; 2 sechsflächige, symmetrische Spitzenecke und 6 4-flächige, ungleichkantige Seitenecke. Die Hauptaxe verbindet beide Spitzen, und die Seitenaxen die Mittelpunkte gegenüberliegender Seitenkanten. Der basische Durchschnitt ist ein symmetrisches Zwölfeck (mit lauter gleichen Seiten, aber abwechselnd gleichen Winkeln).

б) Види отверті.

(Граняк шестибічний. das hexagonale Prisma).

∞P. Первограняк шестибічний. das hexagonale Protoprisma.

$\infty P 2$. Второграняк шестибічний. das hexagonale Deuteroprisma.

$\infty P n$. Граняк дванайцятибічний. das dihexagonale Prisma.

$\pm \frac{P}{2}$. Первограняк трибічний. trigonales Protoprisma.

$\pm \frac{\infty P}{2}$. Второграняк трибічний, trigonales Deuteroprisma.

$o P$. Двостїнник підставовий hexagonales Pinakoid,

6. Граняк шестибічний (шестерний, hexagonales Prisma) есть обнятий 6 стїнами однакими і рівнобіжними до оси головної. Грани суть однакі о 120° розхильности; перекрой поперечний есть шестибоком правильним. Із згляду на положенє до осий бічних ріжнимо також два роди граняків шестибічних, одвічаючих таким же остриям: первограняки, второграняки. Das hexagonale Prisma ist umschlossen von 6 gleichen, der Hauptaxe parallelen Flächen. Je nach der Stellung der Nebenaxen unterscheidet man auch zwei Arten der hexagonalen Prismen, die den hexagonalen Pyramiden entsprechen: Protoprismen, Heteroprismen.

7. Граняк тристїнний (trigonales Prisma) обнятий трома стїнами однакими і рівнобіжними до оси головної. Грани суть однакі; перекрой поперечний есть трикутником рівнобічним (кварц, турмалїн). Das trigonale Prisma ist umschlossen von drei gleichen, der Hauptaxe parallelen Flächen. Die Kanten sind gleich; der Querdurchschnitt ist ein gleichseitiges Dreieck.

8. Граняк дванайцятистїнний (dihexagonales Prisma) обнятий 12 стїнами рівнобічними до оси головної. Грани суть двоякі: 6 тупійших і 6 острійших попереміннх; перекрой поперечний есть дванайцятибоком сомірним. Das dihexagonale Prisma ist umschossen von 12 zur Hauptaxe parallelen Flüchen. Die Kanten sind zweierlei, abwechselnd gleich: 6 stumpfere und 6 spitzere; der Querschnitt ist ein symmetrisches Sechseck.

9. Двостїнник підставовий (basisches Pinakoid) есть парою стїн сполуку замикаючих, простопадних до оси головної, проте рівнобіжних до підстави. Das basische Pinakoid ist ein Paar die kombinierte Gestalt schliessender, zur Hauptaxe senkrechter, somit zur Basis paralleler Flächen.

Вивід і означенє видів. Видом первістним того укладу есть остриця шестибічна P. Довгота півоси головної най буде $= a$, півоси же бічної $= 1$. До означеня положеня кождої стїни слу-

жать, подібно як в инших укладах, три відмірники, з котрих один єсть відрізком оси головної, другі же два відрізками двох осей бічних; відношенєм проте відмірників кождої стїни єсть $a : 1 : 1$.

1. Продовжім піввісь головну первостриці P, множачи її числом $m \gtrless 1$, все однак вимірним, а одержимо ряд острійших або тупійших первостриць $m\ P$:

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P \ldots P \ldots \overset{>}{m}\ P \ldots \infty\ P.$$

Границею того ряду з одної сторони. коли $m = 0$, єсть двостїнник підставовий $o\ P$, з другої же сторони, коли $m = \infty$, єсть первограняк шестибічний $\infty\ P$.

2. Єсли вівоси бічні якої небудь первостриці $m\ P$ помножимо числом вимірним $n > 1$, але < 2, а кінці продовжених осей бічних получимо з конами підстави первостриці і через боки нової підстави положимо площі перерізуючі піввісь головну обосторонно в віддали $m \gtrless 1$, тогді одержимо ряд острець дванайцятистїних $m\ P\ n$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в граняки дванайцятистїнні $\infty\ P\ n$

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ n \ldots P\ n \ldots \overset{>}{m}\ P\ n \ldots \infty\ P\ n.$$

3. Єсли півоси бічні котрої будь первостриці помножимо числом $n = 2$, а кінці продовжених осий получимо з кутами підстави первостриці і через боки нової підстави (шестибоку правильного инакше положеного) положимо площі перерізуючі піввісь головну в тій самій віддали $m \leqq 1$, одержимо ряд второстриць шестибічних $m\ P\ 2$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в второграняк шестибічний $\infty\ P\ 2$:

$$o\ P \ldots \overset{<}{m}\ P\ 2 \ldots P\ 2 \ldots \overset{>}{m}\ P\ 2 \ldots \infty\ P\ 2$$

4. З кождої первостриці $m\ P$ через побільшене поперемінних стїн поєдинчих, одержимо два ромбостїнники одмінного положеня, котрі яко половини повинні би властиво одержати знак $\pm \frac{mP}{2}$, однакож задля частого виступованя одержують простїйший знак $\pm\ m\ R$. Ромбостїнники подібно як остриці, одвітно до довготи оси головної, творять ряд:

$$o\ R \ldots \pm \overset{<}{m}\ R \ldots \pm R \ldots \pm \overset{>}{m}\ R \ldots \infty\ R.$$

Границею того ряду, коли $m = 0$, єсть двостїнник $o\ R$, котрий одвічає двостїнникови $o\ P\ 2$, а коли $m = \infty$, граняк шестибічний, котрий одвічає второгранякови $\infty\ P\ 2$.

5. Єсли вісь головну котрого-будь ромбостїнника $\pm\ m\ R$ помножимо числом $n \gtrless 1$, але завсїгди вимірним, і приложимо до кождої грани бічної ромбостїнника по дві площі (одну у гори, а другу у долу тої самої грани), перерізуючі обосторонно вісь головну в віддали $= n$ від осередка вида, тогді одержимо ряд ріжногранників $m\ R\ n$, котрі, коли $m = \infty$ (проте і $n = \infty$), переходять в граняк шестибічний, одвічаючий второгранякови $\infty\ P\ 2$.

$$o\ R \ldots \pm \overset{<}{m}\ R\ n \ldots \pm R\ n \ldots \pm \overset{>}{m}\ R\ n \ldots \infty\ R.$$

Ріжногранники може також вивести з остриць дванайцятистїнних через побільшене кождої пари стїн при гранах поперемінних, вершкових і второрядних.

6. Через побільшене кождої пари стїн остриць $m\ P$ або $m\ P\ 2$, лежачих при поперемінних гравах підставових, одержимо дві остриці тристїнні відмінного положеня з знаком $\pm \frac{mP}{2}$ або $\pm \frac{mP2}{2}$, котрі, коли $m = \infty$, переходять в одвітні граняки трістїнні $\pm \frac{\infty P}{2}$ або $\pm \frac{\infty P2}{2}$.

Б. Сполуки однотриосні, hexagonale Kombinationen.

$R.\ \frac{1}{2}\ R'$. Перворомбостїнник R (кальциту; грана вершкова $105^0\ 5'$), грани вершкові просто стяті площами найблизше плоскійшого ромбостїнника в протиположеню (грана вершкова $134^0\ 57'$). das Grundrhomboeder R, die Spitzenkanten gerade abgestumpft durch die Flächen des nächst flacheren Rhomboeders $\frac{1}{2}\ R'$ in der Gegenstellung.

$R.\ 2\ R'$. Той сам перворомбостїнник, кони бічні стяті площами найблизшого острійшого ромбостїнника $2\ R'$ в протиположеню (грана вершкова $78^0\ 51'$). dasselbe Grundrhomboeder, die Seitenecke abgestumpft durch die Flächen des nächst spitzeren Rhomboeders $2\ R'$ in der Gegenstellung (Spitzenkante $78^0\ 51'$).

$R.\ R\ 3$. Той сам перворомбостїнник, о гран бічних єго притуплених площами ріжногранника $R\ 3$ (грани вершкові $104^0\ 38'$,

144° 24′, грана бічна 132° 58′). dasselbe Grundrhomboeder, die 6 Seitenkanten desselben zugeschärft durch die Flächen des Skalenoeders R 3.

$R.\ \frac{1}{4}\ R.$ **Перворомбостїнник R (гематиту 85° 58′) к вершкови сплощуючий ся в двойноплоскійший ромбостїнник $\frac{1}{4}\ R$ (142° 56′).** das Grundrhomboeder R, gegen die Spitze hin sich verflachend in das zweitflachere Rhomboeder $\frac{1}{4}\ R$.

$R.\ \frac{1}{4}\ R'.\ \frac{4}{3}\ P\ 2.$ **Попередна сполука, та ще грани вершкові ромбостїнника R притуплені площами второстриці $\frac{4}{3}\ P\ 2$.** die vorige Kombination, nur noch die Spitzenkanten von R zugeschärft durch die Flächen der Deuteropyramide $\frac{4}{3}\ P\ 2$.

$R.\ \infty\ R.$ **Первограняк $\infty\ R$ замкнений перворомбостїнником R (у кальциту);** das Protoprisma $\infty\ P$ geschlossen durch das Grundrhomboeder R.

$R.\ \infty\ P\ 2.$ **Второграняк $\infty\ P\ 2$ замкнений перворомбостїнником R.** das Deuteroprisma $\infty\ P\ 2$, geschlossen durch das Grundrhomboeder R (Kalzit).

$R.\ \infty\ P\ 2.\ \frac{\infty R}{2}.$ **Второграняк $\infty\ P\ 2$, попеременні грани простопадні стяті площами трибічного граняка (первопівграняка) $\frac{\infty R}{2}$, замкнений перворомбостїнником R (турмалїн).** das Deuteroprisma $\infty\ P\ 2$, die abwechselnden lothrechten Kanten abgestumpft durch die Flächen des dreiseitigen Prisma, halben Protoprisma $\frac{\infty R}{2}$, geschlossen durch das Grundrhomboeder R.

$\frac{R}{2}.\ \frac{2R'}{2}.\ \infty\ P\ 2.\ \frac{o\,R}{2}.$ **Той самий первограняк $\infty\ P\ 2$, але в горі замкнений по части площами того самого перворомбостїнника R, по части площами найблизше кінчастого ромбостїнника $2\ R'$, сподом поземою площею підставовою $o\ R$. Знак $\frac{R}{2}$ значить, що площі ромбостїнника на одній (тут горішній) половинї кристала находять ся; подібно у других знаків.** dasselbe Deuteroprisma, aber oben geschlossen teils durch die Flächen desselben Grundrhomboeders R, teils durch die Flächen des nächst spitzeren Rhomboeders $2\ R'$ in der Gegenstellung, unten durch die

wagrechte Basisfläche R. Das Zeichen $\frac{R}{2}$ bedeutet, daß die Rhombenflächen nur an einer (hier der oberen) Hälfte des Krystalls vorkommen, ähnlich bei den übrigen Zeichen.

$\frac{1}{2}\ R'.\ \infty\ R.$ **Первограняк $\infty\ R$ замкнений найблизшим тупійшим ромбостїнником $\frac{1}{2}\ R'$ в противположеню (у кальциту, 134° 57′).** das Protoprisma $\infty\ R$ geschlossen durch das nächst stumpfere Rhomboeder $\frac{1}{2}\ R'$ in der Gegenstellung.

$\frac{1}{2}\ R'.\ \infty\ P\ 2.$ **Второграняк $\infty\ P\ 2$ замкнений найблизшим плоскійшим ромбостїнником $\frac{1}{2}\ R'$ в противположеню (у кальциту, приближно також у піраргіриту).** das Deuteroprisma geschlossen durch das nächst flachere Rhomboeder $\frac{1}{2}\ R'$ in der Gegenstellung.

$o\ P.\ P.$ **Первостриця P, глубоко стята двостїнником підставовим $o\ P$ (у хльоритy).** die Protopyramide P, tief abgestumpft durch das Pinakoid $o\ P$.

$o\ P.\ P.\ \infty\ P.$ **Первограняк $\infty\ P$ замкнений первострицею P і двостїнником підставовим $o\ P$.** das Protoprisma $\infty\ P$, geschlossen durch die Protopyramide P und das Pinakoid $o\ P$. **(у піроморфіту).**

$o\ P.\ P.\ 2\ P\ 2.\ \infty.\ P$ **Первограняк $\infty\ P$, замкнений первострицею P, вторострицею $2\ P\ 2$ і двостїнником підставовим $o\ P$ (у апатиту).** das Protoprisma $\infty\ P$, geschlossen durch die Protopyramide P, die Deuteropyramide $2\ P\ 2$ und das basische Pinakoid $o\ P$.

$o\ P.\ \infty\ P.\ \infty\ P\ 2.$ **Первограняк $\infty\ P$ стятий гранами второграняка $\infty\ P\ 2$, замкнений двостїнником $o\ P$ (також у апатиту).** die Kanten des Protoprisma $\infty\ P$, abgestumpft durch die Kanten des Deuteroprisma $\infty\ P\ 2$, geschlossen durch das Pinakoid $o\ P$.

$P.\ \infty\ P.$ **Первограняк $\infty\ P$ замкнений первострицею P (у кварцу).** das Protoprisma $\infty\ P$ geschlossen durch die Protopyramide P.

$P.\ \infty\ P.\ \frac{2\,P\,2}{2}.\ \frac{6\,P\frac{6}{5}}{2}.$ **Первограняк $\infty\ P$, замкнений первострицею P, на переміннях гранах граняка по над собою площі тристїнної остриці $\frac{2\,P\,2}{2}$, а обобіч неї площі двутристїнної остриці $\frac{6\,P\frac{6}{5}}{2}$.** das Protoprisma $\infty\ P$, geschlossen von der Protopyramide P, an den abwechselnden Prismakanten über einander die Flächen einer trigonalen Piramide $\frac{2\,P\,2}{2}$, und zu beiden Seiten derselben die Flächen einer ditrigonalen Pyramide $\frac{6\,P\frac{6}{5}}{2}$.

R 3. $R\frac{5}{3}$. **Ріжногранник** R 3 **кальциту к вершкам сплощуючий ся в ріжногранник** $R\frac{5}{3}$; **грани сполукові обох з того самого ромбостінника виведених ріжногранників рівноляглі гранам бічним ріжногранника** R 3.

R 3. $\frac{1}{4}R$ 3. **Той сам ріжногранник** R 3 **к вершкови сплощуючий ся в ріжногранник** $\frac{1}{4}R$ 3; **грани сполукові обох з ріжних ромбостінників** R **і** $\frac{1}{4}R$, **але після того самого числа виводного** 3 **утворених ріжногранників — поземо.** dasselbe Skalenoeder R 3 gegen die Spitze sich verflachend in das Skalenoeder $\frac{1}{4}R$ 3; die Kombinationskanten der beiden aus verschiedenen Rhomboedern R und $\frac{1}{4}R$, aber nach derselben Ableitungszahl 3 gebildeten Skalenoeder — horizontal.

Близняки. Zwillingskrystalle.

Двояк, трояк. Zwillings- Drillings- ... Krystall.

Площа близнява або стїна зложеня. Zwillings- oder Zusammensetzungsfläche.

Вісь близняча. Umdrehungsaxe.

Зросляки. Berührung-szwillinge.

Перехрестники. Durchkreuzungszwillinge.

Несовершености кристалів. Unvollkommenheiten der Krystalle.

Пружкатість. Streifung.

Шерехатість. Drusigkeit.

Хроповатість. Rauheit.

Зернатість. Gekörnheit.

Лусковаті кристали. geschuppte Krystalle.

Погризені кристали. zerfressene Krystalle.

Покривлені площі. gekrümmte Flächen.

Звіреність всеї форми. Verzerrung der ganzen Form.

Несповнене маси кристальної. Unterbrechung der Krystallsubstanz.

Несовершене виобразоване кристалу. unvollständige Ausbildung der Krystallgestalt.

Вросліе кристали. eingewachsene Krystalle.

Материця. Matrix.

Окремішний кристал, окремішник. loser Krystall.

Наросліе кристали. aufgewachsene Krystalle.

Незначна великість декотрих кристалів. geringe Ausdehnung mancher Krystalle.

Іголчаті (іглясті) кристали. nadelförmige Krystalle.

Види волосоваті. haarförmige Gestalten.

Види пластковаті. lamellare oder tafelförmige Gestalten.

II. **Видівня (морфольогія) кристалїнїчних скупнїй.** Morphologie der krystallinischen Aggregate.

Мінерал зложений. zusammengesetztes Mineral.

Правильно зложений мінерал. regelmäßig zusammengesetztes Mineral.

Неправильно зложений мінерал. unregelmäßig zusammengesetztes Mineral.

a) **Вид кристалїнїчних скупнїй із внї.** Gestalt kristallinischer Aggregate im Äußeren.

Види наслїдовні. nachahmende Gestalten.

1. **Громада кристальна і види наслїдовні з неї.** die Krystallgruppe und die nachahmenden Gestalten aus ihr.

Вросліе кулї. eingewachsene Kugeln.

Окремішні кулї. lose Kugeln.

Види грозноваті. traubige Gestalten.

Види почковаті. nieranförmige Gestalten.

2. **Грузло і види наслїдовні з неї.** die Krystalldruse und die nachahmenden Gestalten.

Наросліе кулї. aufgewachsene Kugeln.

Види грозноваті і почковнті. traubige und nierenförmige Gestalten.

Види корчиковаті або цвітуховаті. staudenförmige oder blumenkohlförmige Gestalten.

Вицвит. Efflorescenz.

Деревастка. Dendrit.

Види зубчасті. zähnige Gestalten.

Види дротоваті. drahtförmige Gestalten.

Види волосоваті. haarförmige Gestalten.

Види деревчасті. baumförmige Gestalten.

Види бляшковаті. blattförmige Gestalten.

Види помотані. gestrickte Gestalten.

Види капельникові. tropfsteinartige Gestalten.

Види зубчасті або корчиковаті. zackige oder korallenartige Gestalten.

Безподобиця (безподобне зложене). gestaltlose oder derbe Zusammensetzung.

Мінерал вприслий. eingesprengtes Mineral.

б) **Складня зложених мінералів в середині**. Gefüge oder Structur der zusammengesetzten Mineralien im Inneren.

Складовини. Zusammensetzungsstücke.

Складня мінерала. Structur des Minerals.

Складня зерняста. körniges Gefüge.

Складня прутчаста. stängliges Gefüge.

Складня рівнобіжно-прутчаста. gleichlaufend stängliges Gefüge.

Складня розбіжно-прутчаста. auseinanderlaufend stängliges Gefüge.

Складня скарупчаста. schaliges Gefüge. (dick- dünnschaliges G. **грубо- тонко скарупчиста ск.**).

Двійна складня. doppelte Zusammensetzung.

Складовини зникущо дрібні. verschwindend kleine Zusammensetzungsstücke.

Збитий (густий) мінерал. dichtes Mineral.

Дрібнисті мінерали. mikromorphe Mineralien.

Гущаві мінерали. kryptomorphe Mineralien.

Види безподобних мінералів. Formen der amorphen Mineralien.

Уложене поодиньче (уліг поодиньчий einfache Ablagerung).

кулясте. kugelig.

бульвисте. knollig.

каплясте. tropfenförmig

обловате. cylindrisch.

чоповате. zapfenförmig.

коровате, поволочисте. krustenförmig.

уліг повторний. wiederholte Ablagerung.

поволоки филясті. wellenförmige Überzüge.

види грознисті. traubige Gestalten.

види почковаті. nierenförmige Gestalten.

види капельникові (натечні, сопляковаті). tropfsteinartige Gestalten.

Підмінки. Pseudomorphosen.

а) **Підмінка наскорупленя**. Umhüllungs-Pseudomorphosen.

б) **Підмінка виповненя**. Ausfüllungs Pseudomorphen.

в) **Підмінка витисненя**. Verdrängungs-Pseudomorphose.

г) **Підмінка переісточеня**. Umwandlungs-Pseudomorphose.

д) **Переобразоване**. Paramorphose.

ж) **Звірокамені і рослинокамені**. Zoomorphosen und Phytomorphosen.

Ядро камінне. Steinkern.

Скаменілість. Versteinerung.

Тїла мінералїзуючі. mineralisierende Körper.

Тїла мінералїзовані. mineralisierte Körper.

Види случайні мінералів. Zufällige Formen von Mineralien.

Плити. Platten.

Налет. Anflug.

Жили. Adern.

Види походні мінералів. sekundäre Formen von Mineralien.

Види зломкові або зломові, зломні, зломини. fragmentare Formen von Mineralien.

Рінь (ріняки, рінцї). Geschiebe.

Оточні. Gerölle. (**Більший о́точень = лоба́к; місце, де богато лобаків вода накотила = лобище**).

Зерна. Груз. Körner.

Пісок. Sand.

Порох. Staub.

Здавка, зсувка, зеркало. Rutschfläche, Quetschfläche, Spiegel.

Вигризи, види діркаті, виполочи. Erosionsformen.

Види жужлеваті. Schlackenformen.

II. **Власности фізичні мінералів**. physikalische Eigenschaften der Mineralien.

1. **Спійня мінералів**. Kohärenz der Mineralien.

Лупність кристалів. Spaltbarkeit der Mineralien.

Стїни лупности, пролупи. Spaltungsflächen.

Лупність дуже совершена (доконана). sehr vollkommene Spaltbarkeit.

Лупність совершена (доконала). vollkommene Spaltbarkeit.

Лупність виразна. deutliche Spaltbarkeit.

Лупність невиразна. undeutliche Spaltbarkeit.

Лупність дуже невиразна. sehr undeutliche (sehr unvollkommene) Spaltbarkeit.

Лише слїди лупности. bloße Spuren der Spaltbarkeiten.

Пластковатість. Blätterdurchgänge.

Вид лупности. Spaltungsgestalt.

Лупність осьмистїнникова. oktaedrische Spaltbarkeit.

Лупність шестистїнникова. hexaedrische Spaltbarkeit.

Лупність дванайцятистїнникова. dodekaedrische Spaltbarkeit.

Лупність острицева. pyramidale Spaltbarkeit.

Лупність підставова. basische Spaltbarkeit.

Лупність гранякова. prismatische Spaltbarkeit.
Лупність дашникоза. domatische Spaltbarkeit.
Лупність ромбостінникова. rhomboedrische Spaltbarkeit.
Кристал однолупний. monotomer Krystall.
Кристал оселупний. axotomer Krystall.
Кристал призматоїдний. prismatoidischer Krystall.
Кристал доколалупний. paratomer Krystall.
Кристал граняковолупний. prismatischer Krystall.
Кристал побілялупний. paratomer Krystall.
Кристал крізьлупний. diatomer Krystall.
Кристал двограняковий. diprismatischer Krystall.
Кристал труднолупний. dystomer Krystall.
Кристал легколупний. eutomer Krystall.

2. **Злом мінералів.** Bruch der Mineralien.

Злом. Bruch.
Зломини, Проломини. Bruchflächen.
Злом скальковий або скальчастий. muscheliger Bruch.
Злом рівний. ebener Bruch.
Злом нерівний. unebener Bruch.
Злом гладкий. glatter Bruch.
Злом залупчастий. splitteriger Bruch.
Злом гачистий. hakiger Bruch.
Злом землястий або порхкий. erdiger Bruch.
Проломи острокінчасті, (остроґранні). scharfkantige Bruchstücke.
Проломи тупокінчасті, (тупоґранні). stumpfkantige Bruchstücke.

3. **Твердота.** Härte.

Степені твердоти. Hauptabstufungen oder Grade der Härte.

1. **Тальк.** Talk.
2. **Сіль камінна або ґипс.** Steinsalz oder Gyps.
3. **Кальцит.** Kalzit.
4. **Флуорит (плавень).** Fluorit.
5. **Апатит, (злудень).** Apatit.
6. **Ортокляз.** Orthoklas.
7. **Кварц.** Quarz.
8. **Топаз.** Topas.
9. **Корунд.** Korund.
10. **Дямант.** Diamant.

Степенник (скаля) твердоти. Härteskala.

4. **Скупня мінералів.** Aggregation der Mineralien.

Тїла ціпкі. feste Körper.

Тїла каплисто плинні (каплисті). tropfbarflüssige (tropfbare) Körper.

Тїла пружиповлинні (ґази, визїви, пари). elastisch-flüssige Körper (Gase, Dünste, Dämpfe).

Тїла ціпкі бувають:

Порскливі, порскі, розпорсні. spröde.
Лагідні. milde.
Крайкі. geschmeidig.
Гнучкі. biegsam.
Розтяжні, тяжкі (клепні, ковкі, ковні). dehnbar (hämmerbar).
Зваркі. schweißbar.
Зваркість. Schweißbarkeit.
Звязкість мінералу. Zähigkeit des Minerals.
(дуже звязкий; звязкий; крушний (кришний, крихкий); дуже крушний; розтерливий).
Причіпність. Adhäsion.
Розпливність. das Zerfließen und Benetzen flüssiger Mineralien auf festen.
Відбарвлене і писане. Abfärben und Schreiben.
Прилягане до язика. Ankleben an der Zunge.
Густота. Dichte.
Вагота питима. Spezifisches Gewicht.

Маґнетизм. Magnetismus.

Поєдинчо маґнетичні м. einfach magnetische Mineralien.
Полярно маґнетичні м. polarisch magnetische Mineralien.

Діткнене, Скус (смак) і Запах декотрих мінералів. Das Anfühlen, Geschmack und Geruch mancher Mineralien.

Худі. mager.
Товсті, товставі, тучні, масні. fettig.
Гладкі і лагідні. glatt und sanft.
Серсткі (хропаві), острі, колючі. rauh, scharf und stechend.

Скус (смак). Geschmack.

Терпкий (стягаючий) zusammenziehend.
Солодкавий. süßlich.
Солоний. salzig.
Луговатий. laugenhaft.

Холодячий. kühlend.
Гіркий. bitter.
Колючий. stechend.
Квасний. sauer.

Запах. Geruch.
Живичний. bituminös.
Сірковий. schweflig.
Чісниковий. knoblauchartig.
Згорільний. brenzlich.
Іловий, ілястий. tonig.

Власности оптичні мінералів. Optische Eigenschaften der Mineralien.

А) Блеск. Glanz.

а) Роди блеску. Arten des Glanzes.

1. Блеск металістий (метальний). Metallglanz.
2. Блеск диямантний. Diamantglanz.
3. Блеск товстий (тучний, масний). Fettglanz.
4. Блеск скляний (склистий). Glasglanz.
5. Блеск перловий. Perlmutterglanz.
6. Блеск шовковий. Seidenglanz.

б. Степені блеску. Grade des Glanzes.

1. мінерал сильно блискучий, живо блискучий. stark glänzend.
2. блискучий. glänzend.
3. мало блискучий. wenig glänzend.
4. мигтячий. schimmernd.
5. млий (без блеску). matt (glanzlos).

Б. Барва. Farbe.

Мінерали барвисті (красисті). farbige Mineralien.
Мінерали безбарві (безкрасі). farblose Mineralien.
Мінерали забарвлені (закрашені). gefärbte Mineralien.
Ряд барв (красок). Farbenreihe.
Мінерал спорошкований. gepulvertes Mineral.

Роди барв (красок). Arten von Farben.

α) Барви (краски) метальні (металисті). metallische Farben.

1. Барва томбакова. tombackbraune Farbe.
2. Барва мідяна. kupferrothe Farbe.
3. Барва спижева. speisgelbe Farbe.

4. Барва бронзова. bronzene Farbe.
5. Барва мосяжна. messinggelbe Farbe.
6. Барва золотаста (золота). goldgelbe Farbe.
7. Барва сріблята (серебряна). silberweiße Farbe.
8. Берва цинова. zinnweiße Farbe.
9. Барва оловиста (оловяна). bleigraue Farbe.
10. Барва сталева (желїзиста). eisengraue (stahlgraue) Farbe.

β) Неметальні барви. nicht metallische Farben.

1. Барва біла, снїжно біла. weiße, schneeweiße Farbe.
(червонаво-, жовтаво-, сиваво-, зеленаво-, молочнобіла).

2. Б. сива, попеляста graue, aschgraue F. [синявосива, перлова (сива з дрібкою червоного і синього), димовосива (сива з брунатною), зеленявосива, жовтавосива].

3. Б. чорна. schwarze F. (аксамітночорна, сивавочорна, зеленавочорна, буравочорна, синявочорна).

4. Б. сина. blaue F. (голуба berlinerblaue F. чорнявосина, лазурна (живосина з дрібкою червоного), фіялкова, качориста entenblau (сина богато з зеленою і трохи чорна пр. у турмаліну), небессина (ясно сина трохи зелена).

5. Б. зелена grüne F. (смарагдова; селядинова, чорнозелена, яблочнозелена, травнозелена, шпарагова, оливкова, олеїста).

6. Б. жовта gelbe F. (цитринова, сіркова, соломиста, воскова, медова, охрова, винножовта, помаранчева).

7. Б. червона rote F. (кармінова, зоряна, іякинтова, шкарлатна, кровяночервона, мясночервона, кошенильова (червона трохи з синою і сивою), рожева (блїдо червона з білою і сивою), кармазинова, бросквова, синочорночервоне (kolombinrote F.) буравочервона).

8. Б. бура або брунатна. braune F. (каштанова, червонавобура, гвоздикова, волоснобура, деревнобура, печінкова, чорнявобура).

б) степені барв. Grade der Farben,

жива hoch, повна tief, ясна licht, темна, тьма. тьмава dunkel, блїда blaß.

в) Многобарвість і писаристість. mehrfache Färbung und Farbenzeichnung.

точковані, крапчасті. punktiert.
плямлені. geflekt.
облачковаті. gewölkt.

поломисті. gefiammt.
пругасті. gestreift.
жилчасті, жилкасті. geadert.
розвалиновато писані. ruinenförmig gezeichnet.

г) **Зміна барви.** Veränderung der Farbe.

бліднїє. es verblasse.
темнїє. es verdunkle sich.
перебарвлює ся. es verfärbe sich.

д) **Риса.** Strich.

порошок. Pulver.
в рисї незмінені. im Striche unverändert.
риса барвиста. gefärbter Strich.
риса некрасиста, біла, безбарва. ungefärbter Strich.

В) **Прозорість.** Durchsichtigkeit.

1. **прозо́рий (прозірни́й)** durchsichtig.
(**водоясний.** wasserhell).
2. **полупрозорий.** halb durchsichtig.
3. **просвітлястий.** durchscheinend.
4. **на гранах просвітлястий.** an den Kanten durchscheinend.
5. **непрозорий.** undurchsichtig.

[**визір металїчний.** metallisches Aussehen. [**блеск метальний** (Metallglanz), **барва метальна** (metallische Farbe) і **непрозорість** (Undurchsichtigkeit) **споводують визір металїчний** (metallisches Aussehen) **мінералів; мінерали о блеску і барвах металїчних, але не зовсїм прозорі мають визір півметалїчний** (halb metallisches Aussehen)].

Г) **Задвійне ломане лучів.** doppelte Strahlenbrechung.
Одноосно-оптичні м. optisch einaxige Mineralien.
Двуосно-оптичні м. optisch zweiaxige Mineralien.

Д) **Многобарвність.** Pleochroismus.
(**Двобарвність.** Dichroismus. **Трибарвність.** Trichroismus).

Е) **Барви набіглих мінералів.** die Farben angelaufener Mineralien.

набіганє. das Anlaufen.
павлячковато набіглий. pfauenschweifig angelaufen.

дуговато набіглий. regenbogenfarbig angelaufen.
голубчасто набіглий. taubenhälsig angelaufen.
дугованє. das Irisiren.
миготанє барв. das Farbenspiel.
гра барв. die Farbenwandlung.
гра сьвітла, сьвітлованє. die Lichtwandlung.
мінене, міньба. das Schillern.
звіздкованє. der Asterismus.
світличкованє. Phosphorescenz.
Власности термічні. termische Eigenschaften.
проводство тепла. die Wärmeleitung.
розширність мінералів. Ausdehnbarkeit der Mineralien.
топність. Schmelzbarkeit.
(1. **антимонїт,** 2. **натролїт,** 3. **ґранат червоний,** 4. **актинолїт,** 5. **ортокляз,** 6. **бронзит,** 7. **кварц**).
Власности електричні. elektrische Eigenschaften.
Многі мінерали стають електричними:
1. **через потиранє.** durch Reiben (**додатно електричні,** positiv elektrisch; **уємно електричні,** negativ elektrisch.
2. **чевез тиск.** durch Druck.
3. **через огріванє.** durch Erwärmen.

Ві Львові 12. липня 1909.

Доповненя:

На сторонцї 3. під стихом 5. з долини треба всунути:

Грани ромбові (ромбічні). rhombische Kanten.
Грани дельтоїдні. deltoidische Kanten.
Грани скалєнїчні (нерівнокосі, ріжнокосі). skalenische Kanten.

Справленє похибок печатних:

				місто:	має бути:
Стор.	22.	в стиху	6. з долини	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	22.	„	5. „	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	22.	„	4. „	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	22.	„	3. „	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	22.	„	1. „	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	23.	„	1. з гори	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	23.	„	2. „	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	23.	„	4. „	перекутнї догвої	перекутнї довгої
„	24.	„	11. з долини	дашник (кришец)	дашник (кришець)
„	24.	„	9. „	дашник (кришец) перекутнї коротшої	дашник (кришець) перекутнї короткої.

Бібліїографія.

A. Voss — Über das Wesen der Mathematik. (B. G. Teubner, Leipzig u. Berlin 1908 ст. 98).

Що се математика? які єї цїли? де она веде? се питаня, на які автор старає ся в тій брошурі відповісти. Чому як раз та наука, що стала підоймою сучасної культури, є так непопулярна і мало звісна ширшому загалови? Ріжні на се складають ся причини, а мабуть головна та, що матеріял шкільний зійшов в шкільництві на шабльон, від віків не розширяєть ся і не дає ученикови навіть спромоги догадувати ся, як величавими здобутками красуєть ся математика від часів Нютона і Лєйбнїца і яка глубина єї метод і поглядів. І тому то автор стараєть ся в тій брошурі, що вийшла з його публичного викладу в баварській академії наук, подати в коротцї і приступно не лиш математикам, але і фільософам та образованим людям погляд на математику і єї змаганя. Основою математики є все число; но порівнати лиш дорогу, через яку оно перейшло від числа цїлого до глубоких ідей Дедекінда (Schnitt) і Кантора, що злучили ся в одну богату царину т. зв. теорії множинй! А таку саму довгу дорогу перейшло поняте функциї, що вийшло з механїки і ґеометриї і постепенно довело науку при помочи чудового відкритя Нютона і Лєйбнїца до нинїшної величавої будівлї. Всї ті квестиї, що вяжуть ся з тим постепенним розширюванєм овиду математичного, автор ставить уміло перед слухачами-математиками. Але і фільософ найде в тій брошурі неодно і для себе, як пр. погляди на т. зв. ґеометриї неевклїдові, що їх істнованє є важним арґументом проти апріорности Канта; він побачить, що математика, та велика конструкция духа людского, є в сути річи лиш фільософією. Брошуру сьміло можна припоручити до пе-

Доповненя:

На сторонцї 3. під стихом 5. з долини треба всунути:

Грани ромбові (ромбічні). rhombische Kanten.
Грани дельтоїдні. deltoidische Kanten.
Грани скалєнїчні (нерівнокосі, ріжнокосі). skalenische Kanten.

Справленє похибок печатних:

				місто:	має бути:
Стор.	22.	в стиху	6. з долини	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	22.	„	5. „	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	22.	„	4. „	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	22.	„	3. „	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	22.	„	1. „	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	23.	„	1. з гори	перекутнї довшої	перекутнї довгої
„	23.	„	2. „	перекутнї коротшої	перекутнї короткої
„	23.	„	4. „	перекутнї догвої	перекутнї довгої
„	24.	„	11. з долини	дашник (кришец)	дашник (кришець)
„	24.	„	9. „	дашник (кришец) перекутнї коротшої	дашник (кришець) перекутнї короткої.

Бібліїографія.

A. Voss — Über das Wesen der Mathematik. (B. G. Teubner, Leipzig u. Berlin 1908 ст. 98).

Що се математика? які єї цїли? де она веде? се питаня, на які автор старає ся в тій брошурі відповісти. Чому як раз та наука, що стала підоймою сучасної культури, є так непопулярна і мало звісна ширшому загалови? Ріжні на се складають ся причини, а мабуть головна та, що матеріял шкільний зійшов в шкільництві на шабльон, від віків не розширяєть ся і не дає ученикови навіть спромоги догадувати ся, як величавими здобутками красуєть ся математика від часів Нютона і Лєйбнїца і яка глубина єї метод і поглядів. І тому то автор стараєть ся в тій брошурі, що вийшла з його публичного викладу в баварській академії наук, подати в коротцї і приступно не лиш математикам, але і фільософам та образованим людям погляд на математику і єї змаганя. Основою математики є все число; но порівнати лиш дорогу, через яку оно перейшло від числа цїлого до глубоких ідей Дедекінда (Schnitt) і Кантора, що злучили ся в одну богату царину т. зв. теорії множинй! А таку саму довгу дорогу перейшло поняте функциї, що вийшло з механїки і ґеометриї і постепенно довело науку при помочи чудового відкритя Нютона і Лєйбнїца до нинїшної величавої будівлї. Всї ті квестиї, що вяжуть ся з тим постепенним розширюванєм овиду математичного, автор ставить уміло перед слухачами-математиками. Але і фільософ найде в тій брошурі неодно і для себе, як пр. погляди на т. зв. ґеометриї неевклїдові, що їх істнованє є важним арґументом проти апріорности Канта; він побачить, що математика, та велика конструкция духа людского, є в сути річи лиш фільософією. Брошуру сьміло можна припоручити до пе-

речитаня кождому, що в математиці не бачить лиш самих лекших або тяжших операций, але хоче глубше увійти в суть тих дїлань і пізнати, як ще нині наука боре ся з ясним, точним і критичним розбором основних проблємів. — Тенор брошури ось-такий: по думцї автора математика оперта є на певній творчости людскої фантазиї і через се много має схожого з поетикою; з сього творчого дару виходять всї найважнїйші поступи математики, що їх опісля вбирає ся в певну конвенціональну аритметичну символїку. І в тій то творчости лежить велика обєктивна вартість математики, хотяй зверхна єї одїж не дуже то прихожа для звичайного сьвіта.

В. Л.

F. Klein — Elementarmathematik vom höheren Standpunkte aus (Theil I: Arithmetik, Algebra, Analysis, Leipzig, 1908. B. Teubner, ст. IV. + 590; Theil II: Geometrie, ibidem 1909 ст. VI. + 515).

Ся книжка вийшла з викладів великого нїмецького ґеометра і педаґоґа, що він їх читав у Ґетінґен в році 1908; як більша часть творів Кляйна видане не є друковане, а автоґрафоване. Цїль автора усунути та заповнити ту пропасть, що дотепер дїлить науку елєментарну математики від науки унїверситетської. Автор як довголїтний учитель унїверситетський звертає увагу на се, що кандидат покинувши ґімназию стає в хвилї, коли прийшов на унїверситет, перед проблємами цїлком новими, які не стоять в нїякій пропорциї з наукою елєментарною; колиж як укінчений кандидат вертає назад до ґімназиї та має знов обучувати дїти елєментів, мусить відбити ся знов від тих метод, що їх пізнав в часї унїверситетских студиїв і попасти знов в колишний шабльон. І так все крутить ся в колесо завдяки невідповідним нинїшним методам шкільного научаня. Тому то автор поставив собі за завдане усунути ту аномалїю та подати слухачам звязь між ріжними методами і проблємами математики елєментарної і вишої і показати їм на тятлість обох тих областий. Авторови не іде о се, щоби подавати нові якісь твердженя або виклад поодиноких партий з математики — він принимає, що слухачі є з ними добре обзнакомлені, йому іде більше о осьвітлене тих метод з ріжних точок погляду. Він хоче вказати, як і о скілько елєментарна математика може скористати з математики вишої. В противоположеню до стислих методиків, що всюди строго віддїлюють аритметику від ґеометриї, є Кляйн приклонником т. зв. „фузиї аритметики і ґеометриї“; він є далї приклонником сполученя ґеометрий метової (синтетичної) з аналїтичною, сполученя погляду просторного (стереометриї) з поглядом плянїметричним.

Наглядність форми і рисунку має після нього більшу нераз вартість, як строго переведений доказ, як се робить пр. ґеометрия евклїдова. Під проводом автора читач переходить постепенно усї области елєментарної аритметики, альґебри та ґеометриї та переконуєть ся раз у раз, що прогалина між елєментарною а вишою математикою не так дуже велика, як собі зуявляв; він бачить, як одна може впливати на поглубленє і лїпше зрозуминє другої. Він бачить, що і ученикови шкіл середних можна на неодну квестию звернути увагу і відкрити перед ним новий, обширний овид.

Особливо в части II. Кляйн остро розправляєть ся з елєментами Евклїда, що від тільки віків є майже виключною основою елєментарного научаня в школах, так що зійшли в кінци на шабльон, що своїм беззглядним доґматизмом може вбити всяку інвенцию. Автор не заперечує великого значіня культурального тих елєментів, але зводить їх вартість до відповідного уровеня, бо він є за зреформованєм елєментарної ґеометриї в дусї новітних змаганъ і ідей.

В детайлїчний розбір сього нового твору Кляйна не слїд тут входити; се би значило переповісти зміст сеї книжки — таку книжку треба перечитати самому, а тодї кождий, що занимає ся научанєм математики, буде мусїв признати авторови слушність. А книжку перечитати варта, бо написана легко, прозоро, подає обширну лїтературу та порушає ріжні квестиї наукові та педаґоґічні.

Незвичайно інтересний є додатковий уступ в части II., де автор подає історичний і сучасний стан научаня ґеометриї в Англії, Франциї, Італії та Нїмеччині. Тут наглядно читач побачить, як старий консерватизм боре ся з модерними ідеями, на се, щоби звільна їм уступати; тут довідає ся читач про такі куріози, як дорічні іспити в Англії, тій поступовій державі, іспити, що способом переведеня нагадують ще нині китайщину. Тут довідає ся, що як раз Австриа завдяки щасливим обставинам в реформі научаня математики станула на однім з перших місць. *В. Л.*

D. Hilbert — Grundlagen der Geometrie. (3. виданє, B. G. Teubner, Leipzig 1908, ст. VII. + 288).

Трете виданє глубокої студиї Гільберта являєть ся як VII. том важного видавництва п. з. Wissenschaft und Hypothese. Автор поставив собі цїль подати для ґеометриї повний, а при тім простий систем аксіомів і з них вивести всї найважнїйші твердженя ґеометриї. Се авторови вдало ся як найкрасше; читач бачить, яке зна-

чінє мають поодинокі ґрупи аксіомів, яка їх взаїмна залежність від себе і що за консеквенциї з них виходять. Се виданє ріжнить ся від попередних тим, що автор долучив до сеї моноґрафії ще сім менших розвідок, що появили ся в послїдних десяти роках, та в яких розбирає ріжні квестиї ґеометричні і аритметичні, як пр. нові основи ґеометриї Bolyai-Лобачевского, поверхні зі сталою кривиною, понятє числа і пр. Сю бистроумну і глубоку моноґрафію одного з найбільших нинїшних ученых нїмецких повинен пізнати кождий математик. *В. Л.*

J. Tannery — Elemente der Mathematik; autor. deutsche Ausgabe von P. Klaess, (B. G. Teubner, Leipzig 1909, ст. XII. + 339).

Книжка ся — се підручник математики для т. зв. кляс фільософічних в французьких ґімназиях, написана на основі плянів шкільних французьких з р. 1902. Книжку попереджає в переводї нїмецкім вступ, написаний Ф. Кляйном, а кінчить короткиї начерк історичний пера Павла Таннері. Обширна рецензия сего підручника поміщена в кн. I.—II. журнала „Наша Школа“ 1909, ст. 62 sqts. *В. Л.*

Dr. Placyd Dziwiński. Wykłady matematyki, kurs I. Zasady geometryi analitycznej i analizy wyższej, Tom II. (Lwów, Biblioteka politechniczna, 1908, ст. XVI + 1040).

В тій великій книжцї зискала польска наука величавий причинок до своєї лїтератури математичної. Автор заслужений професор львівскої полїтехнїки, дав своїм ученикам свого рода chef d'oeuvre до рук, бо в двох томах подав їм майже повний виклад математики висшої (про том I. сего твору була вже згадка в Збірнику т. IX). Починаєть ся сей том основними правилами рахунку інтеґрального, отже понятєм інтеґрала, інтеґрованєм функцій елємєнтарних, вимірних та альґебраічних; далї посьвячує автор доволї много місця інтеґралам типу

$$\int \frac{x^m dx}{(ax^2+bx+c)^r}, \int R(x\,y)\,dx \quad \text{та} \quad \int R(x, \sqrt{ax^2+bx+c})\,dx,$$

інтеґралам функцій виложних, льоґаритмічних, цикльометричних, ґіперболїчних та мішаних, інтеґрованю через ряди та розвиванню інтеґралів на ряди, пр. інтеґралу $\int f(x)\,\varphi(x)\,dx$. Опісля переходить автор до ріжничкованя і інтеґрованя функцій двох і більше змінчивих, подає ряди Taylor'a і Maclaurin'a для якого небудь числа змінчивих, їх максіма та мінїма. Далї представляє теорию незмінників і співзмінників форм альґебраічних, теорию перетворюваня походних і ріжничок функцій з якоюнебудь скількостию змінчивих та розвій функцій на ряди степеневі і безконечні добутки. Дальшу часть книжки занимають функциї періодичні і елїптичні (функциї $\vartheta(x)$ Jacobi, $\sigma(u)$, $p(u)$, $\zeta(u)$ Вейерштрасса), їх розвиненя на ряди та взагалї розвій функцій на безконечні дроби тяглі.

В другій части книжки автор розбирає теорию інтеґралів означених з їх приміненєм в ґеометриї (інтеґрали одно- і много-кратні, квадратура, ректифікация і кубатура, криві плоскі, переступні та основи ґеометриї ріжничкової). Перейшовши обширно теорию поверхний переходить автор до теориї рівнань ріжничкових звичайних першого, другого і висших рядів, до укладів рівнань звичайних, до рівнань частних та до розвязки рівнань ріжничкових при помочи інтеґралів означених (інтеґрали Euler'a і Fourier'a). Обширний сей том кінчать основні понятя рахунку варияційного. До кождого роздїлу додані численні, дуже інструктивно дібрані вправи та нотатки бібліоґрафічні.

Вже з короткого сего огляду можна набрати понятя про богатий зміст сеї книжки. Коли ще додамо, що виклад автора є дуже ясний і прозорий, то не ошибнемо ся, коли скажемо, що ся книжка приносить честь авторови, а читачам велику користь. На кождий случай можна пожелати математицї польскій так величавого твору. *В. Л.*

Eugen Beutel — Algebraische Kurven. Erster Teil: Kurvendiskussion. (Leipzig 1909. Sammlung Göschen. стр. 147, 16^0).

Видавництво „Sammlung Göschen“ стає що раз симпатичнїйше публїкациями дуже інтересних річий із усїх обсягів людського знаня. Таку дуже інтересну тему приносить один із найновійших томиків видавництва про альґебраічні криві. У першій части переводить автор дискусию кривих. По історичнім вступі класифікує криві на альґебраічні, інтерсцендентні (т. є такі, де виложники рівнаня кривої є невимірні) і трансцендентні і обговорює прінціп однородности. Головними засобами до дискусії являють ся: прінціп знакованя (Signierungsprinzip) та прінціп лїнійної комбінації, а далї ґрафічна розвязка альґебраічних рівнань 3. і 4. степеня. — По виведеню многократних точок займаєть ся автор теорією асимптот; отся теорія дуже важна для дискусії кривих, бо — по словам Cayley'a — є теоретичне трактованє кривої тим труднїйше, чим менше асимптот має крива (стр. 86). — Далї говорить ся про поміч

ріжничкового рахунку для дискусії, про аналїтичний трикутник, про розвиване на ряди для даної точки та про деякі спеціяльні криві. Роздїли про відворотну дискусію (відчитуване прикмет кривої з її даних характеристичних власностий) та спис важнїйших альґебраічних кривих кінчать книжочку. Лїтература подана досить обширно. Для першого обзнакомленя ся з теорією кривих є мабуть отся книжочка далеко відповідвійша, вїж деякі иньші більші підручники. *М. Ч.*

Richard Gans — Einführung in Vektoranalysis mit Anwendungen auf die mathematische Physik. (35 фіґур в тексті; друге видане. Leipzig, B. G. Teubner 1909, ст. 126).

Книжка ся складає ся з пятьох частий. — З початку находимо там представлене елєментарних дїлань векторової аналїзи, як додаване та віднимане векторів та поняте добутка скалярного і векторового. Дальше маємо подані ріжничкові дїланя аналїзи векторової, а іменно поняте ґрадієнту, твердженє Gaussa, divergenz-ня, твердженє Stokes'a, Green'a і ріжничковане векторів після часу.

Найважнїйшою частию бодай чи не є часть трета, де автор пише про криволїнїйні сорядні з їх значінєм для математичної фізики. — Від першого виданя ріжнить ся знов се друге видане четвертим уступом про тензори. Тут подає автор дефінїцию тензора і его ґеометричне представленє, опісля специяльні місця з механїки, де виступають тензори, як моменти девіяцийні, елїпсоіда безвладности та рух кружків. — В послїднім уступі находимо приміри з математичної фізики. Тут знов виступає ріжниця сього виданя від першого, бо примірів маємо тут много більше, як в першім виданю, а передовсїм з теориї елєктричности і маґнетизму.

Для того, хтоб хотїв обзнакомити ся з аналїзою векторовою, є ся книжка дуже вказана, бо обсяг материялу є о много більший від книжки Bucherera: „Vektoranalysis". Крім сего відзначає ся Gans-ова робота ясним представленєм річи. *В. К.*

Prof. Dr. Paul Bachmann — Grundlehren der neueren Zahlentheorie (Leipzig 1907, Göschen, Sammlung Schubert том III. ст. XI + 270, мал. 8°).

Знаний автор богатьох праць з теориї чисел оголошує в збірці підручників Шуберта основи модерної теорії чисел до квадратових форм включно і квадратове чисельне тїло. В теорії квадратового тїла спинює ся на найважнїйших твердженях про краткові числа

(Gitterzahlen). Книжка призначена для початкуючих, і справдї виклад дуже зрозумілий і ясний. *М. Ч.*

Dr. Antoni Hoborski i Dr. Antoni Wilk, Zasadnicze pojęcia rachunku różniczkowego i całkowego, przystępnie napisali... (W Krakowie, 1910, стр. X + 180, 8°).

Польська математична лїтература не мала доси елєментарного, майже популярного підручника до вищої аналїзи, яких є кілька в нїмецькій лїтературі (прим. Ковалєвского „Einleitung in die Infinitesimalrechnung" в збірці: „Aus Natur und Geisteswelt"). Автори професори ґімназії, взяли собі за задачу, виповнити ту люку, видаючи отсей підручник. Вони мали на думцї тих читачів, що не займаючи ся математикою, хочуть дізнатись, що се таке „ріжничка, зґл. похідна і інтеґрал"; мали також на думцї учеників з середньої школи, що приходячи на університет не мають на стільки підготованя, щоби могли читати підручники до аналїзи. І хоч книжочці не можна нїчого закинути що до приступного способу представленя таких трудних річий, як о с н о в и аналїзи, то все-ж таки мусимо сумнївати ся, чи зможуть її читати ученики VI. кл. ґімн. або V. реальної, як сего бажали-б собі автори.

В девяти розлїлах подані такі відомости:

I. Вступ, ріжні неповязані з собою квестії, як приготоване до ріжничкового рахунку, чисельна пряма, про нерівности, безґлядна вартість, сума n чисел природного ряду і сума квадратів, про радіян, а далї відомости з тригонометрії і аналїтичної ґеометрії.

II. Про функції і їх тяглість. Отсей роздїл подає в примірах поняте сталої величини і функції, а далї тяглої і нетяглої функції.

III. Про границї. Знов на примірах пояснена границя функції, розріжнена „лївосторонна" і „правосторонна" границя, а вкінцї обчисленє $\lim_{\alpha=o}\left(\frac{\sin\alpha}{\alpha}\right)$.

IV. Про похідну та ріжничкованє. Вихідною точкою є питане: „де більше зростає рядна, коли посунемо ся о такий самий кусень дороги на кривій $y=f(x)$ з точок A і B: в точці A чи в B?" Звідси дефінїція похідної як стичної до кривої в точці (x, y) і приміри: альґебраічні та тригонометричні функції, рівномірно прискорений рух. На кінець загальне пояснене „ріжнички", похідної" та „ріжничкованя".

V. Про ряди. Приступно, на примірах, виложена теорія рядів Cantor'a.

VI. Прикмети тяглих функцій та твердженє про середню вартість. Дефінїція множини, її границь та крайних вартостий, всьо з примірами. Через обясненє осциляцій приготовляють автори до твердженя про середню вартість (перехід через 0) і теорема Rolle. Сей остатнїй теорем доказують дуже точно.

VII. Про інтеґрали. — Елементарне сумованє функцій, а саме: прямої $y = x$, параболї $y = lx^2 + 1$ та сінусоіди. Потім загальний доказ про одновартність такого сумованя. Тепер приходить дефінїція означеного інтеґрала, твердженя про границї, а вкінцї дефінїція неозначеного інтеґрала.

VIII. Про інтеґрованє. Дефінїція інтеґрованя (відверненя ріжничкованя) і найважнїйші взори альґебраічні, вимірні і тригонометричні функції.

IX. Бібліоґрафічні вказівки; вибір підручників з аналїзи, альґебри, ґеометрії та теорії функції, — на нашу думку не найщасливійший, бо поминено ті твори, на яких вироблюєть ся рахункова практика (прим. Junker з Sammlung Göschen та Kiepert).

Як бачимо зі змісту, книжочка не є повним підручником, та автори заповідають, що ладять другий томик, який доповнить отсей перший. Треба би тільки звернути увагу, щоби в II. томі фіґури були трошки стараннїйші, бо тутки виглядають часами дуже карикатурно (прим. фіґ. 13 і 21, сінусоіда, або фіґ. 29, параболя), а се може дуже легко помилити читача, що у перве бачить ті криві. Також на 63 стор. впроваджено tacite другу похідну, без поясненя, що тодї ми вважаємо першу похідну за первісну функцію, — а се не буде початковому зрозуміле само собою.

Помимо того можемо сьміло поручити отсю книжечку студентам з перших семестрів, що вже дещо читали з математики, — натомість ученикам з V та VI кл. радили-б ми скорше взяти у руки Юнкера або Кіперта. *М. Ч.*

F. Auerbach — Taschenbuch für Mathematiker und Physiker (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1909 ст. XLIV + 450).

Рік річно являє ся ряд календарів, що призначені до ужитку фахових людий, як пр. календар для хеміків, елєкротехнїків і т. п.; лиш для фахових математиків і фізиків такого видання до нинї не було. І тому-то славнозвісна фірма Тейбнера старала ся положити конець тій недостачі і видала під редакциєю проф. Ауербаха перший річник такого фахового календара (вийшов в другій половинї р. 1909). Се видане може вдоволити як найдальше ідучі вимоги фахових математиків і фізиків так укладом, як і змістом. По при

необхідні таблицї місяцїв (до марта 1910 включно) подані тут найважнїйші таблиці астрономічні, льоґаритмічні, тригонометричні і таблиці квадратів (ст. I—XLIV). Властива книжка обнимає на ст. 1—160 найважнїйші твердженя і взори з математики (аналїзи і ґеометрії), на ст. 161—369 основні річи з фізики теоретичної, практичної та хемії загальної. Партиї, що не найшли ще місця в тім річнику, наміряє редакция подати в дальших випусках. Далї іде огляд найважнїйших фахових журналів і товариств, нових книжок, некрольоґи, спис фахових математиків і фізиків нїмецких, виказ технїчних фірм та анонси. Видане і під зверхним зглядом гарне робить вражінє як найлїпше і заслугує на розповсюдненє серед фахових кругів. На початку подана біоґрафія покійного льорда Кельвіна з гарним портретом. *В. Л.*

Prof. Dr. Eugen Netto — Gruppen und Substitutionentheorie. (Leipzig, 1908, Göschen. Sammlung Schubert Bd. LV, ст. VIII + 175, мал. 8°).

По своїй клясичній „Substitutionentheorie und ihre Anwendungen auf die Algebra“ (Leipzig 1882, Teubner), двотомових „Vorlesungen über Algebra“ (Leipzig 1896—1900, Teubner) пустив проф. Netto в світ отсю книжечку, яка в своїм способі представленя ріжнить ся від попереднїх тим, що тутки ґрупи трактовані з загальнїйшого, абстрактного становиска; субституції вважають ся лиш одним із спеціяльних родів „операторів“. — В теорії ґруп дійшов автор до тверджень Сильова і Фробеніюса, а опісля займає ся ґрупами субституцій, що дають ся розвязати та лінїйними ґрупами. *М. Ч.*

Prof. A. Adler — Fünfstellige Logarithmen, (Leipzig 1909, Sammlung Göschen t. 423, ст. 116 + 1 табл. 16°).

Збірка математичних книжок в видавництві „Sammlung Göschen“ комплєтує ся. Одним із найважнїйших підручників являють ся отсї льоґаритми. Побіч звичайних льоґаритмів та льоґаритмів тригонометричних функцій (що 2') є тутки такі таблиці: вартости ґоніометричних функцій, табелї для докладного обчисленя льоґаритмами при кутах менших від 2°, табелї для n^2, n^3, $\sqrt{n}$, $\sqrt[3]{n}$, $\frac{100}{n}$ для $n = 1,\ldots 100$, табелї для 10^n ($n = 0, 9$ до $0{\cdot}000001$), таблиці на складаний процент, таблиця смертности, 10-циферні льоґаритми для $q = 1 + \frac{p}{100}$, довжина колових луків для $r = 1$, заміна мінут

і секунд на степені (в десяточних дробах), та степенів на сотки мінут і секунд, астрономічні та фізикальні вартости. Вкінці подані ґрафічні таблиці для розвязки деяких переступних, квадратових та кубічних рівнань. *М. Ч.*

Prof. Dr. Siegmund Günther — Geschichte der Mathematik, I. Teil, von den ältesten Zeiten bis Cartesius (Leipzig, Göschen, 1908. Стр. VIII + 427, 8^0 — в збірці математичних підручників „Sammlung Schubert“ (XVIII том)).

Проф. Ґінтер знаний добре усім, що коли небудь мали до діла з історією стислих наук; усюди той сам легкий стиль, той сам займаючий спосіб представлюзаня хоч би найтруднїйших річий. Перша частина історії математики із збірки Шуберта, се найновійша праця заслуженого автора. Побіч великанської праці M. Cantor'a, Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (Leipzig, Teubner, 1880, — до тепер чотири томи, 1-ий в 3. вид. 1907), се одинока книжка, що дає який такий погляд на історію математики, бо з коротонького начерку Sturm'a в „Sammlung Göschen“ годї в предметї з'орієнтуватись.

Історія математики Ґінтера починаєть ся від найдавнїйших часів, від початків культури, і добігає до 1637 р., коли-то Декарт видав свою першу математичну книжку. Автор впроваджує в числельні системи, які були у ріжних народів, переходить кількома словами їх розвій і згадує коротко про повстанє ґеометричних та астрономічних поглядів; властиву історію зачинає від народу, що по всякій правдоподібности дав початок людській культурі, себ-то від мешканців Мезопотамії. Далї говорить про Египтян, Китайців та Індів; здобутки культури тих народів дістались через посередництво Мезопотамійців до Греків. Історію математики у Греків можна поділити на такі періоди: передалєксандрійська доба (Пітаґор, Платон, Арістотель), клясична доба (Евклїд, Ератостен, Архімед, Апольонїй з Перґи). Слїдуюча епоха (до Птолємея включно), се початок занепаду; цїлковитий занепад грецької математики приходить по смерти Діофанта. Римляни не займались математикою, отже тепер приходить черга на Візантійців взяти в свої руки научну спадщину Греків.

В середнїх віках припадає велика роля в історії математики культурним азійським народам: Індам та Арабам; крім того займають ся математикою християнські монахи в середній Европі. Кінець середних віків — се час твореня ся університетів, а і се не остає без впливу на розвій математики. З настанєм нових віків настає гуманїзм і реформація. Сей час важний в історії математики горячковим працями над обчисленями рухів планет — се як раз перед-коперніканська доба. Опісля приходить переворот в усїх математичних науках, нова теорія рухів небесних тїл, а се дає початок новим ідеям в математиці, яких інкорпорацією являєть ся поняте функції, основа цїлої висшої математики. Серед того виступає Декарт, якого твори переняті думкою „безконечно малих змін“, і він зачинає цїлком нову добу в історії висшої математики. На тім кінчить ся перший том книжки.

Працю проф. Ґінтера прочитає з інтересом кождий, навіть нефаховець; отся історія математики поможе йому зрозуміти богато квестий із загальної історії культури. *М. Ч.*

M. Cantor — Vorlesungen über Geschichte der Mathematik (том IV., Leipzig, B. G. Teubner, 1908, ст. VI + 1113).

Під редакцією заслуженого сеніора істориків математики вийшов том IV., що обіймає історию математики від р. 1759 до 1799. Та коли попередні три томи сього величавого твору вийшли виключно з під пера Кантора, то сей том являєть ся збірним виданєм приклонників старенького вже нині історика. На сей том зложили ся: S. Günther (істория математики 18 ст.), F. Cajori (аритметика, альґебра, теория чисел), E. Netto (комбінаторика, рахунок імовірности, ряди, числа мнимі), V. Bobynin (істория елємєнтарної ґеометриї), A. Braunmühl (тригонометрия і полїґонометрия), V. Kommerell (ґеометрия аналїтична), G. Loria (ґеометрия метова і начеркова), H. Vivanti (рахунок інфінїтезімальний), C. R. Wallner (рівнаня ріжничкові, рахунок варияційний) та M. Cantor (загальний перегляд). Як бачимо — автори, дуже добрі звісні як історики математики.

Завдяки тим поодиноким моноґрафіям, що під проводом редактора зложили ся в одну гармонїйну цїлість, виступають перед нашими очима часи 18. столїтя, часи, коли то нові методи математичні — вибороли вже собі значінє в науці, та завдяки новим працям математиків таких, як родина Bernouilli'х, Euler'a, Lambert'a, Legendre'a, Lagrange'a, Monge'a, Laplace'a т. н. почали класти основи до тої величавої будівлї, якою стала математика в 19. столїтю. Бажати би лиш треба, щоби знаменитий автор так само вспів ще опрацювати часи 19. столїтя, коли то нові відкритя розширили овид математичний і завершили той найвеличавійший твір людского інтелєкту, яким являєть ся математика. *В. Л.*

Max Planck — Das Prinzip der Erhaltung der Energie. (2. Auflage, Leipzig u. Berlin 1908, ст. XVI + 278).

В р. 1884 оголосив факультет фільософічний в Ґетінґен конкурс на основне представлене засади збереженя енерґії так під зглядом історичним, як і річевим. На конкурсї тим нагороджено в р. 1887 книжку молодого ще тодї ученого з Kiel Макса Плянка, нинїшнього професора університету в Берлїнї. Нинї по двайцяти роках являє ся нове виданє сего твору, як VI. том видавництва „Wissenschaft und Hypothese", очевидно виданє розширене і доповнене з огляду на поступ і нові понятя в фізиці. Книжка представляє, як звільна виборола собі ідея збереженя енерґії в першій половинї 19. столїтя начальне місце в усїх теоріях фізики і стала єї осередком, а далї подає усякі докази на єї вірність та огляд ріжних родів енерґії. Автор розбирає в трох роздїлах лиш перший закон термодинаміки, друга засада термодинаміки не була предметом его розслїдів в сїй моноґрафії. Се рішучо найлїпший твір, що коли небудь в сїй материї зістав написаний. *В. Л.*

E. Lommel — Lehrbuch der Experimentalphysik — (15. виданє ново опрацьоване. Leipzig, J. Amb. Barth 1908, ст. 631).

Як улюбленою є книжка Lommela, вказує ся обставина, що в протягу 15 лїт появилось єї 16 видань. Сю прояву можна хиба пояснити ясностю представленя так обширного материялу і єї педаґоґічною стороною. — Се найновійше виданє доповнене є всїми новими здобутками на поли науки електричности. *В. К.*

Edward Riecke — Lehrbuch der Physik, 4. Auflage. (Leipzig, Veit et Co. 1908, ст. 742).

Підручник сей в попередних виданях мабуть добре знаний зі своїх добрих прекмет, тому зазначити хиба треба про доповнене сего нового виданя представленєм явищ з електронової теорії, йонїзациї ґазів, з радіоактивности і т. п. З огляду на строге а ясне представлене фактів книжку сю можна як найлїпше припоручити для початкуючих. *В. К.*

I. B. Messerschmitt — Die Schwerbestimmungen an der Erdoberfläche. (Braunschweig 1909. Vieweg et Sohn, ст. 158).

В першій части говорить автор про вільне спаданє, про загальне ґравітованє, про теорию маятника і т. п. Опісля обговорює головно маятник фізичний та його примінене при помірах сили тяжіня на поверхнї землї.

Головну часть книжки становлять поміри тяжести при помочи маятника. Тут наводить автор історию тих помірів, пише про нормальне роздїленє ґравітациї і про відклоненє пряму. Дуже обширно трактує автор річ про абсолютні поміри ґравітациї, причім описує дуже докладно всякі апарати уживані до сеї цїли. — Дальше слїдує річ про поміри зглядні. — В части о роздїленю ґравітациї на земли подає автор всякі дотепер отримані вислїди, через що ся книжка має не мале значінє для ґеофізики. *В. К.*

A. Kalähne — Die neueren Forschungen auf dem Gebiete der Elektrizität und ihre Anwendungen. (Leipzig, Quelle u. Meyer 1908, ст. VIII + 285).

Книжка ся є написана досить приступно так, що обізнані дещо з новими розслїдами в електричности, можуть через перечитанє сеї книжки відомости свої поглубити, тим більше, що нема там нїяких труднїйших екскурсий математичних. — Автор застановляє ся над такими проблємами; Що таке електричність і маґнетизм, як також як заховують ся они, та в якім відношеню остають до себе. — Поодинокі части згаданої книжки обговорюють ось такі річи з електричности: 1) історию флюідову; 2) сили маґнетні і електричні і їх закони, дїланє в віддаль і дїланє посереднє; 3) електромаґнетні дроґаня і филї; 4) бездротне телеґрафованє; 5) розрядженя електричні в ґазах і радіоактивність.

З огляду на ясне представленє фактів можна сю книжку поручити як найширшим кругам. *В. К.*

R. Gans — Eiführung in die Theorie des Magnetismus. (Leipzig, 1908. B. G. Teubner, стор. 110).

Після вступного слова автора треба его книжку поставити по серединї між творами du Bois та Ewing'a з одної сторони, а писанями модерними Abrahama, Cohna і Eberta з другої сторони, бо автор опирає ся більше на мексуелївскій теорії як перші, а не так модерно знов представляє річ, як послїдні. В сей спосіб отворив автор немов міст між повисше згаданими опрацьованями теорії маґнетизму і тому якраз книжка ся надає ся дуже добре для студіюючих, а також і для тих, які займають ся приміненим маґнетизмом, бо маємо там також й примінене маґнетизму крім теорії. Автор при писаню сеї книжки уживав аналїзи векторової.

Передовсїм звертає він увагу на се, щоби теорию перманентного маґнетизму представити яко спеціяльний случай теорії феромаґнетизму, як сего бажають модерні електротехніки. В сей спосіб можна перманенцию докладнїйше сформулювати і зробити єї місце таке в теорії маґнетизму, що єї дїйсно належить ся. *B. K.*

Clemens Schaefer — Finführung in die Maxwellsche Theorie der Elektrizität und Magnetismus. З портретом Maxwell'a. (Leipzig 1908. B. G. Teubner, 174 стор.).

Між книжками, що трактують про Maxwell-івску теорию, ся книжка є лиш введенем читача в основи сеї теорії. Автор старає ся о ясне представлене теорії Faraday-Maxwella, тому редукує він часть математичну до minimum; також символїв векторової аналїзи уживає автор о скілько можливе найменьше. Так само математичні твердження Green'a, Stokes'a старає ся автор оминути. Через се тратить справдї книжка на науковій строгости, але за се зискує на приступности.

Зміст цїлої книжки розпадає ся на 5 частий. В першім уступі находимо явища електростатичні, в другім закони маґнетизму. В 3. части подає автор теорию електромаґнетизму, а в 4. електромаґнетну індукцию. В сих обох частях випроваджені є рівнаня Maxwell'a електромаґнетного поля. В пятім уступі маємо представлені дальші части теорії Maxwell'a, а іменно филї електричні в ізоляторах і добрих провідниках зі спеціяльним узглядненем електромаґнетної теорії съвітла.

Автор подав сю теорию, як бачимо зі змісту, в такий спосіб, як она розвивала ся історично, а такий спосіб є і дидактичний і педаґоґічний. *B. K.*

Franz Richarz — Anfangsgründe der Maxwell'schen Theorie verknüpft mit der Elektronentheorie. (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1909, стр. IX + 246).

Вже зі вступного слова автора довідуємо ся, що підставу до сеї книжки дали виклади, які автор виголосив 1906 р. в Марбурзї для учителїв висших шкіл. Автор доповнив їх дещо і вигладив викладами університетскими в зимовім і в лїтнім курсї, та аж сей материял віддав до друку. Тому отже годї уважати сю книжку за якийсь учебник (Lehrbuch), в роді дуже доброї книжки Abraham'a-Föppl'a.

Знаємо, що електронова теория в послїдних часах дуже широко розвинулась, та богато повстало підручників, що трактують

про єї, однак не богато є підручників, які би впроваджували в єї, в єї рівнаня з давнїйшої теорії Maxwell'a. Таким як раз є книжка F. Richarza. Як заповідає заголовок, опрацьовує автор ясно і наглядно лише теорию Maxwell'a, причім послугує ся, де лише можна і о скілько можна, поглядами сучасної електронової теорії.

Книжка ся писана векторовою аналїзою і складає ся з вісьмох частин. В першій частинї займає ся автор випровадженем рівнань Maxwell'a для поля електромаґнетного знаним способом з лїнїйної суми електричних згл. маґнетних сил. Тут обчисляє він раз працю маґнетної сили по замкненій кривій в поли о натузї $\mathfrak{H}$; опісля обчисляє працю, яку виконує одиничний бігун при окруженю електричного тока і бере відношене одної до другої. Таким способом доходить автор до перших трох рівнань Maxwell'a, які аналїзою векторовою представляють ся: $\frac{D}{c}\frac{d\mathfrak{E}}{Dt} = rot\ \mathfrak{H}$, причім зміну для електричної поляризациї бере за ток діелектричного пересуненя. Опісля через анальоґію поляризациї маґнетної з електричною доходить автор до дальших трох рівнань Maxwella: $\frac{\mu}{c}\frac{d\mathfrak{H}}{dt} = -rot\ \mathfrak{F}$.

В другім роздїлї випроваджує автор знов обі трійки рівнань Maxwell'a для ізоляторів, але в модерний спосіб, а іменно: Етер уважає він за пруживе тїло і поясняє маґнетну та електричну енерґію яко однородну функцию другого степеня маґнетної та електричної сили ($\mathfrak{H}$, $\mathfrak{E}$). Так доходить автор до першої трійки рівнань Maxwell'a. Через відношене між часовою зміною електричної сили а зміною в просторі маґнетної сили і на основі енерґії випроваджує Richarz другу трійку рівнань.

В 3-ій частинї займає ся автор приміненем мексуелївских рівнань до електростатики і маґнетизму. Тут подає він також основні і ясні дефінїциї „свобідної“ і „увязненої“ електричности.

Опісля в 4-ім роздїлї розбирає автор провідники електричної енерґії і токи в них, а іменно токи постійні, як й токи непостійні, а дальше токи при розрядженях електричних. Рівнаня отримані інтерпретує автор на підставі молекулярної теорії та в сей спосіб виводить заком Ohm'a, тепло Joule'a і закон Wiedemann'a-Franz'a. При всїх тих розважанях послугує ся автор також о скілько лише можливе модерною електроновою теориєю.

В 5-ій частинї займає ся автор лїнїями сил і теориєю потенциялу для ізоляторів і добрих провідників. Подає відношене між поверхнями рівного потенциялу а лїнїями сил, опісля переходить до приміненя їх для явищ статичних і постійних. Для більше на-

глядного представленя наводить автор приміри з інших партий фізики, передовсїм з науки тепла.

В 6-ій части представляє автор явища електромаґнетизму. Подає понятя потенціялу векторового і електромаґнетного, виводить право Biot-Savart'a і займає ся током лїнійним. Опісля розводить ся над замкненим током, твердженем Stokes'a і загальною теориєю електродинаміки.

На вступі 7-ої частини обговорює F. Richarz основні закони індукциї, опісля поодинокі єї роди як: індукция в дорогах замкнених (in geschlossenen Bahnen), індукція через рух короткого куеника доброго провідника і взаїмна індукция токів. Часть ся кінчить ся токами перемінними та повільними дроганями електромаґнетними.

Осьма і послїдна часть дає нам образ скорих змін електромаґнетного поля і електромаґнетних филь. Тут знов послугує ся автор анальоґією між етером а тїлом пруживим і вказує, що ріжниця між скорими а повільними филями полягає в сїм, що в перших слїдують електромаґнетні заколоти, які порушають ся дальше самостійно. Ся обставина улекшає опісля розважаня математичні, які автор розвиває опісля для дуже скорих електромаґнетних заколотів і спеціялїзує їх передовсїм до періодичних заколотів. Часть ся кінчить ся широкою електромаґнетною теориєю сьвітла.

Мимо сего, що книжка не велика, бо 246 стор. друку, однак кожда точка Maxwell'івскої теориї находить у нїй свій куток. Є она не лише введенем до електронової теориї, але можна би сказати — помостом, що лучить обі сучасні теориї електричности. Тому поручити єї можна до читаня й таким, що бажалиб орієнтувати ся в сучасній теориї електричности, як й тим, що бажають поглубити своє знане з сеї части фізики. *B. K.*

Waldemar Voigt — Magneto- und Elektrooptik. (78 фіґур в тексті, Leipzig, B. G. Teubner, ст. 396).

В сїй книжці подає автор не лише спеціяльно проблєми маґнето- і електрооптики та їх широке опрацьоване теоретичне і експериментальне, але він розвинув також для цїлости самої річи загальні основи теориї оптичних явищ, а передовсїм старає ся пояснити дисперзію і абсорбцию сьвітла на основі електронової теориї.

Книжка та складає ся з девятьох частин, а іменно з самого початку находить докладне обговорене відкритя т. зв. ефекту Faraday'a с. є. маґнетне скручене площі поляризациї сьвітла. Опісля йде ефект Zeeman'a поданий експериментально з широкою теориєю.

Дальше маємо там теорию маґнетооптичних ефектів для нормальних рівнозворотних (ізотропічних) субстанций, почім слїдує проба теориї скомплїкованих типів ефекту Zeeman'a. Опісля описує автор відкритий в найновійших часах ефект маґнето-оптичний I. Becquerel'a на абсорбуючих кристалах. В слїдуючій части поясняє автор маґнето-оптичний ефект Kerra; дальше слїдує електронова теория ефекту Kerr'a. Потім описує автор дїланя маґнето-оптичні на субстанциї ізотропові та кристалїчні. Послїдні дві части є посьвячені більше самій електроновій теориї, а іменно находимо там: дроганя несвобідних електронів в наслїдок дїланя сил електричного поля та електронову теорию електро-оптичних ефектів.

Мимо сего, що книжка Voigt'a є в високім степени теоретичною, однак з огляду на єї ясність та прозорість не буде она читачеви при уважнім читаню справляти великих трудностий. *B. K.*

H. A. Lorentz — „The Theory of Electrons and its Applications to the phenomena of light and radiant heat". (A course of lectures delivered in Columbia Universyty, New-York, in march and april 1906). Leipzig B. G. Teubner, 1909 ст. 332).

Книжка ся складає ся з 5 частий: Перша часть (General principles Theory of free elektrons) подає розвій електромаґнетних рівнань для свобідного етеру і для важких тїл на основі електронової теориї (vide: A. H. Lorentz: Versuch einer Theorie der elektrischen u. optischen Erscheinungen etc.). З введенем електромаґнетного моменту переходить автор легко з рівнань попередних до рівнань руху електрону. При динаміцї електрону порушає автор такі питаня, як маси електромаґнетної, відношеня єї до наряду $\left(\frac{e}{m}\right)$, промінюваня і т. п. Послїдні уступи сеї части подають примінене електронової теориї до поясненя явищ електричних та термічних в металях.

Друга часть (Emission and absorption of heat) подає закони емісиї і абсорпциї тепла з особливим узглядненем темного промінюваня і єго зависимости від температури і довготи филї (закони Stefan'a, Wien'a, Planck'a). Тут находимо також теорию промінюваня темного від початку єї розвою до нинїшного стану.

Часть третя (Theory of the Zeeman-effect) займає ся теориєю явища Zeeman'a і творить немов перехід до приміненя електронової теориї до явищ оптичних, що їм посьвячує автор передовсїм дві послїдні части: (4) Propagation of light in a body composed of mo-

lecules. Theory of the inverse Zeeman-effect, (5) Optical phenomena in moving bodies). Тут занимає ся він експериментами Kaufmann'a та питанем деформуючого ся електрону. Опісля на закінченє слідує прінціп релятивности Einsteina (Relativitätsprinzip).

Автор послугує ся в писаню сеї книжки виключно векторовою аналїзою, якої основи подає на вступі так, що читачеви не буде справляти се нїякої трудности при читаню сеї книжки. В текстї автор скіцує лиш деякі довші рахунки, які опісля обчисляє докладно в доданім на кінци уступі „Notes". — Книжка ся повинна бути симпатичною передовсїм для тих, що займають ся електроновою теориєю. *B. K.*

Max Abraham — Theorie der Elektrizität. II. Band: Elektromagnetische Theorie der Strahlung. (3. Auflage ст. XII + 404. Leipzig B. G. Teubner 1908).

Перед трома роками появивсь був перший том сего підручника, який вже в першім роцї майже зовсїм розібрано та тепер появивсь другий его наклад. Се скоре розкупленє може хиба тїлько вказувати на доброту сеї книжки. Се друге виданє є доповнене новійшими розслїдами на поли промінюваня, та оглядом електромаґнетної механїки з постулятом релятивности.

Другий том „Theorie der Elektrizität", як вказує его заголовок, є посьвячений теорії електромаґнетного промінюваня. Під промінюванєм розуміє автор ток або вплив електромаґнетної енергії (Energiestrom); наколи енергію сю переносять електрони, що рівномірно порушають ся пр. при лучах катодових або лучах раду, тодї маємо до дїла з конвекцийним промінюванєм; колиж однак енергію сю шлють електрони прискорені, що взагалї нерівномірно порушають ся, тодї маємо до дїла з филястим промінованєм (Wellenstrahlung). В сїм другім случаю филї електромаґнетні не є вязнені через електрон. Теория обох сих родів промінюваня полягає на динамицї електронів, яку автор опрацьовав також в першій части.

Часть друга обіймає уступи з оптики, де електронова теория веде до глубших результатів, чим мексуелївска теория. Автор займаючи ся тут електромаґнетними филями приходить також до деяких проблємів з бездротної телеґрафії. В дальших уступах опрацював автор дуже докладно електродинаміку для тїл в русї. Тут разом з теориєю відбиваня ся від зеркала в руху находить ся також термодинамічна теория промінюваня (Stefan, Planck, Wien); з сим лучить ся також динаміка порожнього простору (Hohlraum, яку розвязав K. Mozengeil законами відбиваня ся сьвітла в порушаючім ся зеркалї, а опісля E. Hasenöhrl, а яка дуже тїсно лучить ся є динамікою електрону (§. 44). Також в справах „постулятів релятивности" (Einstein, Minkowski і пр.) забирає автор голос в послїдних уступах.

Для тих, які хотїлиб ся запізнати глубше з річами, що їх тут референт дуже коротко наскіцував в новійшім змістї, ся книжка є дїйсно необходима. *B. K.*

H. Greinacher — Die neueren Fortschritte auf dem Gebiete der Radioaktivität. (Braunschweig 1908, F. Vieweg & Sohn, ст. 47).

Книжку становить один виклад, що його виголосив автор на зїздї природників в Цюріху. Відзначає ся она передовсїм ясним представленєм річи і обнимає всї поступи на поли радіоактивности між лїтами 1906 а 1908. Найдемо там обговорені лучі α з їх цїхами, лучі β і їх абсорбция; дальше подані лучі γ з всякими найновійшими теориями, як пр. теориєю ундуляцийною і корпускулярною Bragg'a, та лучі δ. Опісля слїдують переміни радіоактивних субстанцій і залежність процесу розпаду від зовнїшних вилівів температури і тисненя. Також розходженє радіоактивности находить ся в сїй книжцї. На закінченє книжки пише автор про радіоактивні первні в корі нашої землї і атмосфері, як також про лучистість деяких металїв.

Крім поступів радіоактивности між 1906 а 1908 подана є там також на вступі радіоактивність коротко від самого початку свого розвою; тому може ся книжка віддати великі услуги тому, хто інтересує ся здобутками на поли лучистости. *B. K.*

H. Mache und E. Schweidler — Die atmosphärische Elektrizität. (Braunschweig, Vieweg und Sohn, 1909, ст, XI + 247).

Слїдженя на поли воздушної електричности в послїдних десяти роках пішли скорим можна сказати кроком наперед, завдяки відкритю радіоактивних первнів та явищ електричних в ґазах. Провід електричний атмосфери, істноване первнів радіоактивних в корі земскій та воздусї достарчили материялу емпіричного до вияснення явищ електричних у воздусї; так само дуже великі услуги в слїдженях над атмосферичною електричностию віддала електронова теория в приміненю до явищ в електричнім поли атмосфери.

Однак література атмосферичної електричности, яка зросла в послїдних часах дуже богато, була порозкидана по многих фізичних та метеорольоґічних часописях, так що в послїдних трох роках

зачали автори гуртувати єї в книжки. Так отже 1906 р. появилась стаття H. Gardiens'a п. з. „Atmosphärische Elektrizität“ в V. т. Winkelmann'a: „Handbuch der Physik“. Для ширшого однак подання розслїдів з атмосферичної електричности, як також метод слїдженя і теорнї, забрали ся оба учені Mache і Schweidler і в сей спосіб повстала отся книжка.

Складає ся она з сїмох частин і подає всї теорнї атмосферичної електричности до 1908. З початку говорять автори про електричне поле атмосфери, величину спаду потенциялу атмосфери та єго поміри, та описують докладно знаряди уживані до помірів. Подають они висліди обсерваций зміни спаду потенциялу в атмосфері, як річні та денні єго періоди. Дальше маємо в тій части також описану звязь, що заходить між спадом потенциялу а чинниками метеорольоґічними, як також вплив сонця і місяця на спад потенциялу.

В другій частинї розбирають автори електричний провід атмосфери а іменно: закон Coulomb-a розсїяня наряду у воздусї, та апарат до поміру сего розсїяня Elster-Geitel'a; дальше слїдує теория йонів і єї примінене до означеня проводу атмосфери.

Частина трета обіймає річ про йони в атмосфері, а іменно находимо тут йонїзацию атмосфери і рекомбінацию йонів, а дальше адсорпцию і дифузию йонів.

Найобширнїйше опрацьована четверта часть посьвячена єонїзаторам і електризаторам атмосфери. Яко такі подають автори: 1) йонїзацию через розпорошене крапель води солодкої відкриту Ph. Lenard'ом; 2) електризоване атмосфери емісиєю електронів через насьвітлену сонцем землю; 3) йонїзацию позафіолєтовим сьвітлом; 4) йонїзацию через лучі Becquerel'a, що їх висилають радіоактивні субстанциї кори землї та через їх еманацию. Тут маємо також описані методи многих фізиків, примінювані до помірів скількости радіоеманациї в атмосфері, як методи Elster'a і Geitel'a та Mc Lennan'a.

В шестій части обговорюють автори електричні токи в атмосфері, а то: ток нормальний, який пливе з горішних вершин атмосфери до землї (анодою є тут частинки пороху або пари водяної, що уносять ся в горі та осїдають на йонах відємних, а катодою земля); ток витворений в наслїдок розпаду продуктів раду і тору; дальше ток, що його спричиняють струї воздушні через транспортоване витворених йонів в атмосфері; токи конвекцийні витворені опадами атмосферичними. При тих послїдних подана також теория кондензациї Wilsona.

Сьвітляні розрядженя електричні в атмосфері находимо в части шестій. Починають ся они вступом о розрядженях взагалї в ґазах і розпадають ся на два роди а) електричні розрядженя в часї бурі б) сьвітло полярне. Так одних, як й других розряджень находимо тут многі приміри як також їх теоретичні поясненя.

В послїдній части на закінчене маємо теорию атмосферичної електричности після сучасної електронової теорнї зі зіставленєм всїх інших попередних теорий, яких після француского фізика Chauveau є circa 30.

Оба автори завдали собі чимало працї, бо опрацювали річ під кождим зглядом дуже старанно та вичерпали весь материял так, що книжку їх „Atmosphärische Elektrizität“ можна уважати за дуже добрий підручник в оріентациї для студиїв над воздушною електричностию, тим більше, що находимо там много дат і експериментів, що їх автори самі перевели.

Подібно опрацював також воздушну електричність A. Gockel в книжцї п. з. „Die Luftelektrizität. Metoden und Resultate der neuen Forschung“ (з 28 фіг. Leipzig 1908. S. Hirzel, ст. 206). *В. К.*

Ludwik Bruner — Ewolucya materyi, zarys nauki o promieniotwórczości. (Kraków, nakładem kółka matematyczno-fizycznego U. U. J. 1909. ст. III. + 142).

Ся моноґрафія є збіркою викладів, що їх автор виголосив в унїверситетї краківскім: а хоч в тій материї являють ся разу раз нові брошури і книжки, то однак ся книжочка є рішучо одна з найлїпших і найінтереснїйше написаних. Така моноґрафія є тим важнїйша, що квестия лучистости тїл не є ще замкнена, але так сказатиб „in statu nascendi“; тому огляд того, що до нинї зроблено в тій области, є від часу до часу конче потрібний. Автор вивязав ся з свого завдання дуже уміло; він в сїмох роздїлах — з яких очивидно найбільший посьвячений радови і єго перемінам — представляє сучасний стан науки про тїла лучисті, їх свійства, походні тїла з їх фамілїй, методи експериментальні та теоретичні в їх розслїджуваню. Моноґрафію можна припоручити сьміло студентам унїверситетським, та взагалї особам, що мають які такі відомости є аналїзи. *В. Л.*

W. Wien — Über Elektronen (друге виданє; B. G. Teubner. Leipzig, 1909, ст. 39).

Перед несповна трома роками появилась отся брошурка в першім виданю, яка повстала з відчиту, що його автор виголосив на

з'їзді природописнім-лїкарскім в Мерані. Наука однак о електронах поступила за сей час досить далеко, богато змінило ся, дещо виясннлось інакше. Розвинулась передовсїм теория релятивности, яка тодї була ще в початках свого розвою, та була звичайно подавана лишень в формі здеформованого електрону. В сїм другім виданю немало посьвятив єї автор місця і подав єї доповнене ще в увагах. Також не помннув автор поступів на поли радіоактивности, нових дослїдів над явищем Zeeman'a та додатнимн лучами т. зв. анодовими. — Тому кождому, хтоб хотїв пізнати ся з загальною електронїкою друге доповнене видане брошурки Wien'a принесе немалий хосен. *B. K.*

Herm'an Minkowski — Raum und Zeit, (видав A. Gutzmer, з портретом автора. Leipzig 1909. B. G. Teubner, ст. 14).

Відчит „Raum und Zeit", який H. Minkowski виголосив на з'їзді природничо-лїкарскім м. р. в Кольонїї є послїдною єго роботою з сего обсягу, бо смерть 12. сїчня с. р. забрала нам єго серед праці. Так отже робота, яку він в послїдних днях життя свого розпочав, а іменно збудоване механїки, в якій крім трох сорядних простору час є четвертою сорядною, осталась на жаль не викінченою.

Проби неґативного явища інтерференциї Michelson-Morley'a, інтерпретовані опісля H. A. Lorentz'ом, показали, що віддалене в напрямі трансляциї скорочує ся в відношеню як $1 : \sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}$, де v є скоростию даного тїла, а c скоростию сьвітла. Скорочене се не є однак скороченем в дословнім значіню слова; єго треба відносити лише до обсерватора, який позістає в супочинку, але не до обсерватора, який відбуває також рух з даним системом. — Дальші теориї Einsteina відносять ся до часу; у него о елемент:

$$\tau = \frac{x\,v}{c^2\sqrt{1 - \frac{v^2}{c^2}}}$$

мусить ріжнити ся час в двох місцях для обсерватора, який находить ся в супочинку, наколи оба місця в напрямі руху трансляцийного є віддалені від себе о x. — Ісля сих теорий поняте цїпкого тїла тратить своє значіне, а з другої сторони понятя простору і часу входять з собою в дуже тїсну звязь.

В дуже гарній математичній формі подає сю теорию H. Minkowski в Gött: Nachrichten 1908, ст. 53 і коротко та приступно

в висше наведеній брошурі. Він бере величину ct за четвертий розмір. Як $\frac{v}{c}$ вибирає він стичну в площи (xt), яка з осию $-x$ творить одну лїнїю. Дальше виставлена пряма означає постійно скорість. — Коли отже в площи (x, ct) построїмо гіперболю, о рівнаню $c^2t^2 - x^2 = 1$, опісля попровадимо довільну пряму з початку укладу до перетятя єї з гіперболею і в тій точці виставимо стичну до гіперболї, а дальше попровадимо рівнобіжну до неї через початок укладу, тодї дістанемо скісний уклад сего рода, що трансформация попереднього укладу до нового скісного укладу буде трансформациєю, яка виступає в теориї релятивности. Кождий вектор розпадає ся дальше на чотири, так що дістанемо в сей спосіб чотири рівнаня руху, з яких бодай одно є рівнанем енергії. *B. K.*

W. Ramsay — Die edlen und radioaktiven Gase. (Leipzig, Akademische Verlagsgesellschaft, 1908, ст. 39).

Є се виклад славного хеміка англїйського, виголошений торік у Відни в товаристві інженїрів і архітектів, де автор з питомою собі ясностию подає історичний огляд відкритя ґазів ґрупи арґонової і переміни первнїв; виклад тим інтереснїйший, що головна слава сих вислїдів звязана на все з іменем автора. Сей відчит надруковано в украïньскім переводї в „Учителю" р. 1909. *B. Л.*

R. Nimführ — Die Luftschiffahrt, ihre wissenschaftlichen Grundlagen und technische Entwicklung. (Leipzig, B. G. Teubner, 1909, ст. 152).

Автор великого підручника про аеронавтику і авіятику (пор. Збірник т. XII) видав тепер в добре звіснім видавництві „Aus Natur und Geisteswelt" популярну моноґрафію, де зібрані вперед загальні основи, на яких оперте літане по воздусї, а далї основи лету аеростатичного (бальон без мотору і з мотором) та лету аеродинамічного (авіятика). Для тих, щб бажали би запізнати ся з сучасним станом квестиї воздухоплавства та з дорогами, якими оно ішло, ся книжочка буде дуже інтересна і інструктивна. *B. Л.*

Р. Цегельский — Оповіданя з природописної науки (фізики). (В части переповіджене з росийского). Часть I. про воздух, воду, ґази і течи. Дещо з механїки. Часть II. Про тепло, маґнетну та електричну силу, голос та сьвітло. Чернівцї, 1909. Видане „Рускої Бесіди" в Чернівцях, ч. 205—206 і 207—208. Ст. 40 + 44. 8^0.

Побіч „астрономії“ дра Раковського се друга популярна книжочка з обсягу природних наук, яку нам принїс отсей рік. — Справдї мусимо бути вдячні ш. авторови, що збогатив нашу популярно-наукову лїтературу отсим дрібним, але цїнним причинком, бо з фізики популярно ще доси у нас майже не писано.

Добр. Цегельський розказав тутки дуже приступно усе, що найважнїйше, з фізики, зачіпаючи подекуди о хемію. Усї феномени зведені до прояв із щоденного житя, так що їх пояснюване є не то, що дуже легке, але навіть майже зовсїм само собою зрозуміле. Притім подає автор практичні ради — як висновки з теорії, прим. як заховуватись в часї бурі (II. ст. 27). — Шкода тільки, що книжочка дуже маленька, рішучо за мала. Деякі партії ледви порушено, так прим. з акустикою упорав ся ш. автор на двох сторінках. Поминено такий апарат як фоноґраф, далї телефон, опісля дуже мало сказано про маґнетоелектричну індукцію (II. 25), а в партії механїки пропущено таку важну річ, як відосередну силу.

Далї треба би також звернути трошки більшу увагу на мову та коректу і пильнїйше стерігати ся деяких неточностий, як прим. (II. 22) „...електричність витворює ся також через потиране металю, але іде по металю і по нашій руцї та по тїлї в землю, де щезає“. Отже тутки говорить ся, що електрична сила „щезає“, а колись, при иньшій нагодї, будемо вчити про „непропащу енерґію“, побиваючи самі один вислів другим; можна-б прецїнь сказати: „в землї вона розходить ся на усї сторони“.

Взагалї книжочка робить дуже добре вражіне, так що читаючи її справдї жалуємо, що вона така маленька. *М. Ч.*

Др. Іван Раковський — Про землю, сонце і звізди. (Популярна астрономія). Видавництво Товариства „Просьвіта“, ч. 350. У Львові, 1909. Ст. 103. 16⁰.

Отсе перший у нас оригінальний підручник популярної астрономії, який сьміло може стати на рівнї з підручниками в иньших літературах. Автор розказує дуже приступно і інтересно про вигляд і величину нашої землї, про рухи землї та їх наслїдки, т. є зміни дня і ночи та пір року. В уступі „чарівні прилади“ говорить про телескоп та спектроскоп, а далї переходить до опису поверхні і рухів місяця. Далї слїдує опис сонця і поодиноких планет, які називає автор „посестрами“ землї. Пятий з черги розділ займаєть ся описом комет і падучих звізд, а шестий і остатнїй говорить про сталі звізди. Книжочка прикрашена 28 образками і гарною вінїетою. *М. Ч.*

G. Riegler — Der Amateurastronom. (Wien u. Leipzig, Hartleben 1909, ст. 255).

Се мінятурове видане, що є другим томиком видавництва „Naturwissenschaftliche Taschenbibliothek“, вводить дїлєтанта астрономії в сучасну будівлю сеї величавої науки. Коротко а ясно подані тут найважнїйші квестиї астрономії і астрофізики нашої системи сонїчної і сталих зьвізд. Дуже гарні ілюстрациї, переважно фотоґрафії, в числї 112, доповняють сам виклад. Для любителя астрономії буде ся книжочка дуже цїнним дарунком; популяризациї астрономії дальше посунути годї. *В. Л.*

J. Scheiner — Populäre Astrophysik. (Leipzig u. Berlin, B. G. Teubner 1908, ст. VI. + 718).

Книжка має на цїли дати фаховим астрономам і нефаховим ділєтантам, що мають деякі відомости з математики і астрономії, виклад найважнїйших відкрить і областий з царини астрофізики; до написаня такої книжки нїхто не є певно так покликаний, як славнозвіский ученый потсдамский. Часть I. (ст. 1—328) занимає ся методами астрофізикальними, а се аналїзою спектральною, фотометриєю, поміром тепла лучистого сонця і фотоґрафією неба. Часть II. (ст. 329 sqts.) подає висліди дослїдів астрофізикальних; тут говорить ся про сонце — автор означує єго ефективну температуру на 6250⁰, температуру фотосфери на 7000⁰ (ст. 468), — далї про планети, місяцї, комети, метеори, сьвітло зодіякальне, мраковини та зьвізди постійні. Книжку прикрашає 210 фіґур в текстї та 20 прекрасно викінчених таблиць (фотоґрафій). Хоч як гарна ся книжка і пїкаво написана для фахового, однак властиво „популярною“ для ширших кругів она не є; вже і сам автор заявляє, що она вийшла переважно з його викладів университетських. *В. Л.*

B. Peter — Die Planeten. (Leipzig, B. G. Teubner, 1909, ст. 131).

Книжочка, що вийшла як 240 том видавництва „Aus Natur und Geisteswelt“, подає приступно найважнїйші відомости про нашу систему сонїчну. Як така надає ся дуже добре для початкуючих студентів, як також для любителїв астрономії. *В. Л.*

M. W. Meyer — Der Mond (Stuttgart, Franckh'sche Buchhandlung, 1909, ст. 98).

Гарно написана моноґрафія звісного популяризатора астрономії; книжочка ілюстрована вийшла як одна з природописних мо-

нографій, що їх періодично видає нїмецьке товариство природописне „Kosmos“. *В. Л.*

A. F. Holleman — Lehrbuch der organischen Chemie (7. Auflage, Leipzig, Veit u. Comp. 1909, ст. X. + 490).

Капітального учебника, що його автором є звісний голєндерський ученый, протягом одного року являє ся вже нове виданє (виданє 6. вийшло в р. 1908). Вже сам сей фактъ промавляє як найкрасше про велику стійність сеї книжки. В тім виданю узгляднено всї новини сучасної хемії з послїдних лїт, отже послїди E. Fischer'a над хемією білковин, про циклїчні сполуки типу $C_n H_{2n}$, процес оборотний Walden'a в тїлах оптично активних (переміна квасу l-хльороянтарового в квас l-яблоковий і назад в квас d-хльороянтаровий) і т. п. Книжку сю можна як найгорячійше припоручити початкуючим адептам хемії; разом з неорґанїчною хемією тогож автора книжка стаєсь учебником перворядної ваги і вартости. *В. Л.*

Dr. Walter Nernst — Theoretische Chemie vom Standpunkte der Avogadroschen Regel und der Thermodynamik. (VI. Auflage. Stuttgart, 1909).

Величавий підручник являє ся вже по двох роках в сьвіжім накладї. Загальний плян лишає ся той сам, що в першім накладї вже в р. 1893. Що раз дальші наклади узгляднювали лиш рівночасний, великаньский поступ науки у відповідних роздїлах. Модерний підручник, виданий в маю, має дословно всї найважнїйші цитати лїтератури до кінця 1908 р., а навіть з початку 1909. Вчитувати ся в текст, зн. входити докладно в методу і напрям думаня великого корифея хемії, який виріжняючи ся маркантно від тих, що оперують „елєґантними“ термодинамічними функциями, доходить виключно рефлексіями над т. зв. замкненими процесами до результатів, що роблять пролім в науцї. Так скрізь, через цїлу книжку. На кінци від стор. 691 до 762 найде читач найсильнїйше немов потверджене повисших слів. Є там виложена синтеза дотеперішної творчости автора, що довела его до поставленя третої основи (закону) термодинаміки (р. 1906). Далекосяглість нового теорему для фізикальної хемії прямо необчислена. Вона відбила ся сейчас на творчости цїлої плеади дослїдників, яку за три послїдні роки (1906—1909) не так легкоб зібрати в кількох томах. *Ю. Гірняк.*

Hermann Schlesinger — Die spezifischen Wärmen von Lösungen. I. Physikalische Zeitschrift Jg. 10. p. 210. 1909.

Розвій приміненя термодинаміки на хемічні проблєми дає відчувати чим раз більше зростаючу потребу знаня зміни питомого тепла з температурою в можливо широких границях. Автор поставив собі за цїль вироблене експериментальної методи, якою можна би вигідно оперувати в довільних температурах. Дотичний плин впроваджує ся до великого розмірно ділятометру. Через середину йде спірально платиновий дріт, якого електричний опір перед тим мірить ся. Перепускаючи звісну скількість електричности можна відтак визначити віддану ділятометрови скількість тепла, зміривши експанзію плину, бо з еї сочинника дає ся обчислити підвисшене температури. З таких даних можна легко найти питоме тепло. Слїдують подробиці методи і вислїди на ріжно сконцентрованім сїрковім квасї від 0° до 70°. Наконець визначує автор питоме тепло пентану в 0° (0,512) і в —78° (0,476). *Ю. Гірняк.*

E. Grüneisen — Über die thermische Ausdehnung u. die specifische Wärme der Metalle; Annalen der Physik. B. 26. s. 211. 1908.

Автор виказує на 8 хемічних елєментах, а іменно на Al, Fe, Ni, Cu, Pd, I, Ag, і Pt емпіричну звязь між сочинником експанзиї а питомим теплом металїв. Квот з першої і другої вартости є для повисших металїв в дуже широких границях температури від — 173° до + 1000° Cel майже сталий, отже від температури независимий. Означивши першу значком α, другу C_p, подає автор

		$\frac{\alpha}{C_p} \cdot 10^6$ = від		
для	Al		109	до 112
„	Fe	„	105	— 112
„	Ni	„	117	— 126
„	Cu	„	174	— 182
„	Pd	„	192	— 204
„	Ag	„	329	— 342
„	I	„	205	— 207
„	Pt	„	270	— 280

Як ся зважить широкі границї температури і фактъ, що вартість квота зростає дуже легко в висше поданім зіставленю, то треба за автором сконстатувати новий закон, який здає ся немало заважить на дальшім розвою кінетичної теориї металїв.

Ю. Гірняк.

E. Grüneisen — Zusammenhang zwischen Kompressibilität, thermischer Ausdehnung, Atomvolumen und Atomwärme der Metalle. Annalen der Physik B. 25. S. 393. 1908.

Сочинник компресиї хемічних елементів є, як се виказав недавно Richards і его співробітники Stull, Brink, Bonnet (Zeitschr. f. physik. Chem. 61, p. 77. 171. 183. 1907) так як атомовий обєм, сочинник експанзиї і т. д. періодичною функциєю атомової ваги. А що максіма зґл. мінїма тих всїх періодичних прикмет майже сходять ся, то вже сама періодичність обусловлює між ними певний параллелїзм. Своєю дуже простою теориєю автор вяже цїлу низку основних фізикальних прикмет „одноатомових“ сталих або плинних материй в гарну цїлість. Коротенька репродукция ходу думок була би така:

Як приймемо, що між атомами дїлають центральні сили, то для неупорядкованого руху тепла можна заложити вірияльне рівнанє Clausius'a:

$$\Sigma mu^2 + \Sigma rf(r) = 3pv \tag{1}$$

в якім поодинокі значки мають звісне значінє. Означім 3α сочинник експензиї, $\varkappa$ соч. ізотермічної компресиї, тодї для соч. тиску маємо звісну звязь з термодинаміки:

$$\left(\frac{\partial p}{\partial T}\right)_v = \frac{3\alpha}{\varkappa}$$

Зріжничкуймо (1) після T, то буде:

$$\frac{3\alpha v}{\varkappa} = \tfrac{1}{3}\frac{\partial}{\partial t}\left\{\Sigma mu^2 + \Sigma rf(r)\right\}_v \tag{2}$$

Щоби про зміну виразу в скобках з температурою можна було щось позитивного сказати, треба зробити слїдуючі три заложеня:

Перше, загально вже втерте, можна виписати:

$$\Sigma \tfrac{1}{2} mu^2 = \tfrac{3}{2} RT \tag{3}$$

Зн. середна кінетична енергія ґрам-атому нехай буде пропорціональна до абсолютної температури.

Друге відносить ся до розложеня центральної сили $f(r)$ на притягаючу $-f_1(r)$ і відпихаючу $+f_1(r)$. — На основі елястичного захованя сталих тїл, приймає ся, що відпихаючі сили без порівнаня більше зміняють ся з віддаленєм атомів чим притягаючі, тому так функция вірияльна $-\Sigma rf_1(r)$, як і відносна часть потенцияльної енергії ґрам-атома U_1 що відносить ся до сили притягаючої, буде дуже мало зміняти ся з температурою, отже можна положити:

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma rf_1(r)\right)_v = o, \quad \left(\frac{\partial U_1}{\partial T}\right)_v = o. \tag{4}$$

Трете заложенє є таке, що відпихаюча сила має потенциял:

$$\Phi_2(r) = \frac{a}{r^\nu}$$

отже $f_2(r) = -\frac{\partial}{\partial r}\Phi_2(r) = \frac{\nu}{r}\Phi_2(r)$, або що другу часть вірияльної функциї можна написати:

$$\Sigma rf_2(r) = \nu\Sigma\Phi_2(r) = \nu U_2. \tag{5}$$

Зі зрозумілого тепер енергетичного рівнаня:

$$\int_0^T C_p dT = \Sigma mu^2 + U_1 + U_2.$$

легко прийти до реляциї: $C_v = \frac{3}{2}R + \left(\frac{\partial U_2}{\partial T}\right)_v$, як зважить ся, що при сталім обемі в часї нагріваня, в лївій сторонї попереднього рівнаня можна заступити C_p через C_v, а U_2 при ріжничкованю після T є рівне зеро (4), Після (5) виходить тепер

$$\frac{\partial}{\partial T}\left(\Sigma rf_2(r)\right)_v = \nu\left[C_v - \tfrac{3}{2}R\right], \tag{6}$$

а дальше через узгляднєнє (2), (3), (4) і (6)

$$\frac{3\alpha v}{\varkappa} = R + \nu\left[\tfrac{1}{3}C_v - \tfrac{1}{2}R\right] \tag{7}$$

зн. добуток сочинника тиску (Spannungskoeffizient) і атомового обєму одноатомових тїл є лїнїовою функциєю атомового тепла.

Впроваджуючи дальше закон Dulong-Petit'a в поданій Boltzmann'ом формі: $C_v = 3R$ приходить ся з (7) до дальшої консеквенциї:

$$\frac{3\alpha v}{\varkappa} = \frac{\nu + 2}{2}R \tag{8}$$

т. зн. Сочинник тиску (Spannungskoefficient) одноатомових сталих і плинних тїл є означеною многократностию числа атомів в одиниці обєму.

З термодинамічної наконець реляциї між температурою а обємом при адябатичній компресиї:

$$\frac{dT}{T} = -\frac{dv}{v}\left(\frac{3\alpha v}{\varkappa C_v}\right)$$

виходить з огляду на (8) і сталість C_v, що:

Всї одноатомові сталі і плинні матерії дізнають при однаковій адябатичній компресиї однакових підвисшок температури.

Сї консеквенциї, які автор виводить з теориї *G. Mie*, розглядає відтак на чисельнім материялї, критично дібранім і провіряє так на металях, як неметалях. Між иньшим виходить перепектива можности обчисляти сочинники компресиї для одних металїв з других. Для ірідіюм обчисляє автор $0{,}28.10^{-12}$, отже меньший від всїх досї звісних. Цїла праця є важна яко свого рода критерия, о скільо для металїв можна приймати одноатомову конституцию [пр. *Sb* і *Bi* мають зовсїм иньшу молекулярну структуру, бо випадають зовсїм з зіставленя], або також о скільо можна приймати потенциял відпихаючих сил в формі $\Phi(r) = \frac{a}{r^{\nu}}$ (для тяжких металїв виходило би $\nu = 12$). *Ю. Гірняк.*

Hans Goldschmidt — Über die Abhängigkeit der Reaktionsgeschwindigkeit von der Temperatur in homogenen gasförmigen Systemen. Physikalische Zeitschrift. 10 Jahrg. (März) p. 206. 1909.

Автор подає короткий автореферат своєї недавної праці (Inaugural-Dissertation. Breslau, 1907), якої цїлию було вишуканє гіпотези, дозваляючої врахованє високого сочинника температури скорости хемічних реакций. По дискусиї всїх дотепер пропонованих форм, виходить автор від ідеї Arrhenius'a, яка розріжняє два роди реаґуючих молекулів, іменно: активні і неактивні. Покористуючи ся дальше деякими кінетичними поглядами G. Jäger'a, ставить такий постулят: Зі всїх молекулів ґазу реаґують лиш сї, які мають скорість v більшу від найправдоподібнїйшої α (в змислї Maxwell'a). Їх число можна найти через інтеґрацию выраженя:

$$dn = \frac{4}{\sqrt{\pi}} . N . \frac{v^3}{\alpha^3} . e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} . dv$$

яку автор переводить при помочи всуненя між дві сусїдні функциї:

$$\frac{v}{\alpha^2} . e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} \quad , \quad \frac{v^3}{\alpha^4} e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}} .$$

В такий спосіб приходить до скорости процесу:

$$k = \frac{const}{\alpha} \sqrt{v^2 + \alpha^2} . e^{-\frac{v^2}{\alpha^2}}$$

а дальше до форми Arrhenius'a для сочинника температури:

$$ln \frac{k_2}{k_1} = A \left[\frac{1}{T_1} - \frac{1}{T_2} \right] .$$

Теория дає лїпші результати в висших температурах, і при вартостях сочинника більших від 2. *Ю. Гірняк.*

F. Krüger — Zur Kinetik des Dissoziationsgleichgewichtes und der Reaktionsgeschwindigkeit. Göttinger-Nachrichten. 1908, p 318.

Як звісно, вже Boltzmann подав кінетичну теорию диссоциациї, виводячи независимо від міжатомного механїзму процесу, реакційну ізотерму і ізохору. Рівновага між звязаними, а незвязаними атомами є ту статично представлена. Як стан систему є віддалений від рівноваги, тоді через принятє скорости реакциї в однім напрямі пропорциональним до числа взаїмних ударів реаґуючих молекулів доходить ся легко до законів кінетики, бо послїдне число є відповідно пропорциональне до концентрациї переміняючої ся материї, до еї квадрату і т. д. Але нїяк не можна було кінетично зрозуміти анормально високого сочинника температури реакциї, бо зріст числа ударів між молекулами є пропорциональним до другого коріня температури. Дальші кінетичні теориї диссоциациї L. Natanson'a і G. Jäger'a тої справи не дотикали. Автор піднимає ся тому теорию дальше здетайлїзувати в тій цїли, щоби дійти до конкретного еї висказу в квестиї згаданого сочинника. При розкладї молекула AB на атоми A і B в ґазовім станї автор робить слїдуючі три заложеня. 1) В молекулї AB атом B находить ся в сфері притяганя атому A, маючи повну свободу руху. 2) Скорости атому B в AB є розложені після закону Maxwell'a. 3) Атом B може відлетїти зі сфери атому A лиш тодї, як его скорість переступить означену границю c. 4) Кождий удар атомів A і B уважає ся за такий, що веде до сполуки в молекул.

Всї повисші заложеня є дуже основно і стисло мотивовані. Перше пр. є в згодї з консеквенциями теориї питомого тепла ґазів поставленої Maxwell'ом, яка при свобідній сполуцї двох атомів в молекул дає вартість $\frac{C_p}{C_v} = 1{\cdot}33$. А до тої вартости стремлять імовірно при підвисшеню температури навіть сї ґази, які мають троха більше $\frac{C_p}{C_v}$. Взагалї розумованя автора є тут дуже гарні. Назвім скількість молекулів AB в одиниці обему N_0, атомів A N_1, а B N_2. Промінь сфери атому A ϱ. Тодї обем всїх сфер молекулів

AB виносить $^4/_3\,\varrho^3\pi N_0$. В нім є взагалї N_0 атомів. Проте в одиниці обєму тих сфер є

$$\frac{N_0}{^4/_3\,\pi\varrho^3 N_0}=\frac{3}{4\,\varrho^3\pi}$$ атомів B.

З тих знов атомів число:

$$\frac{3}{4\,\varrho^3\pi}\sqrt{\frac{km}{\pi}}\,e^{-kmu^2}\,du$$

буде мати скорість між u а $u+du$ прямовісно звернену до одиниці поверхні сфери т. є маса атому B, а стала k є здефінїована рівнанєм $\frac{3}{4k}=\frac{1}{2}mv^2$, причім v^2 є пересїчним квадратом скорости атомів B. Анальоґічно тепер, як то приходить в кінетичних теоріях плинів Voigt'a і Kamerlingh-Onnes'a, помноженєм послїдного числа через u приходимо до скількости тих атомів B, що доходять в одиниці часу до поверхні сфери. Ся послїдна виносить $4\pi\varrho^2 N_0$. Отже всїх таких атомів B буде:

$$\frac{3}{4\,\varrho^3\pi}\cdot 4\pi\varrho^2 N_0\cdot\sqrt{\frac{km}{\pi}}\,u\cdot e^{-kmu^2}\cdot du$$

$$=\frac{3\,N_0}{\varrho}\sqrt{\frac{km}{\pi}}\,ue^{-kmu^2}\cdot du.$$

Вилетїти з тої сфери, зн. здиссоціовати ся, можуть лиш з тих послїдних сї атоми, яких скорість є більша від c, то є:

$$\nu=\frac{3\,N_0}{\varrho}\sqrt{\frac{km}{\pi}}\int_c^\infty u\cdot e^{-kmu^2}\,du=\frac{3\,N_0}{2\varrho\sqrt{km\pi}}\,e^{-kmc^2}$$

Ту можна положити: $k=\frac{3}{2}\frac{1}{mv^2}$, $\frac{p}{N}=\frac{1}{3}mv^2=RT$,

отже $k=\frac{3}{2}\frac{1}{3RT}=\frac{1}{2RT}$, так що буде остаточно:

$$\nu=\frac{3N_0\sqrt{2R}}{2\varrho\sqrt{m\pi}}\sqrt{T}\,e^{-\frac{\frac{1}{2}mc^2}{RT}}$$

Число знов тих атомів B, що входять з внї в сферу атомів A є дане скількостию ударів між A і B, отже

$$\nu'=\sqrt{2}\,\pi\varrho^2 N_1 N_2 v$$

або в виду $v^2=\frac{3R}{m}T$

$$\nu'=\sqrt{\frac{6R}{m}}\cdot\pi\cdot\varrho^2\cdot N_1\cdot N_2\cdot\sqrt{T}.$$

В рівновазї мусить бути $\nu=\nu'$, отже

$$\frac{3N_0\sqrt{2R}}{2\varrho\sqrt{m\pi}}\sqrt{T}\,e^{-\frac{mc^2}{2RT}}=\sqrt{\frac{6R}{m}}\cdot\pi\cdot\varrho^2 N_1 N_2\sqrt{T}$$

або $$3N_0\,e^{-\frac{mc^2}{2RT}}=(2\pi)^{3/2}\varrho^3 N_1 N_2$$

або $$\frac{N_1 N_2}{N_0}=\frac{3}{(2\pi)^{3/2}\varrho^3}\,e^{-\frac{mc^2}{2RT}}$$

В такий спосіб приходить автор до реакційної ізотерми. З тої послїдної через льоґаритмічне ріжничкованє дуже легко перейти до реакційної ізохори, іменно:

$$\frac{d\,lnk}{dT}=\frac{mc^2}{2RT^2}$$

Квестия сочинника температури є через таке видедуковане рівнань також розвязана. Скількість розпадаючих на атоми молекулів в одиниці часу є іменно:

$$\nu=-\frac{dN_0}{dt}=\frac{3N_0\sqrt{2R}}{2\varrho\sqrt{mn}}\sqrt{T}e^{-\frac{\frac{mc^2}{2}}{RT}}$$

Фактор $\sqrt{T}$ причиняв би ся не много до зросту скорости диссоціяції з температурою, але експоненціяльна функция $e^{-\frac{\frac{mc^2}{2}}{RT}}$ дає дуже велику підвижку навіть при невеликій вартости тепла диссоціяції $q=\frac{mc^2}{2}$. Кажучи словами, той факт є обусловлений тим, що скількість атомів маючих потрібну мінїмальну скорість c до здиссоціованя (вискоченя зі сфери атому A) зростає з температурою після експоненціяльної функції Maxwell'a. *Ю. Гірняк.*

Wilhelm Engler — Über den Einfluß der Temperatur auf radioaktive Umwandlungen. Annalen der Physik, 26, p. 483. 1908.

Праця рішає експериментально дуже важне питанє. Тепло уважає ся за енергію нерегулярних молекулярних і інтрамолекулярних рухів, при яких що найменьше атоми яко цїлість беруть участь. Тому при радіоактивних перемінах не можна a priori сподївати ся якого небудь впливу температурй, вони взагалї мали бути відпорні чи независимі від фізичних чи хемічних реагенсів. До послїдного часу справа не була остаточно рішена. Автор приходить до результату, що:

1) Радіоактивні явища мають свій сочинник температури.

2) Через підвисшенє температури прискорюють ся процеси переміни радіової еманациї, раду *A*, *B* і *C*.

3) Вплив температури обмежає ся лиш до часу нагріваня. По остудженю сталі переміни приймають знов тую вартість, що перед огрітєм. *Ю. Гірняк.*

Университетскія извѣстія, годъ сорокъ дѣвятый, Кіевъ 1909. № 1–7, за сїчень до липня, 8°.

Отсї публїкациї містять м. и. такі твори з обсягу математичних наук:

№ 1. В „протоколах фізико-математичного товариства“ за 1907 рік реферати: П. Долгушина „Проєкт пляну науки математики для мужеських ґімназій“ (стр. 191—279), Івана Бєлянкіна „Короткий огляд історії розвитку математики від найдавнїйших часів до наших днїв“ (стр. 281—300), „Узагальненє теорему Budan-Fourier'a“ (стр. 301—319) а вкінцї того-ж нотатка „До руху матеріяльної точки по кривій другого порядку“ (стр. 321—323), в якій виказує, що під дїланєм сили, яка переходить через початок сорядних і є пропорціональна до

$$P = \frac{\sqrt{x^2+y^2}}{\{L+My+a\sqrt{L+2My+Ny^2}\}^3},$$

матеріяльна точка може описувати стіжковий перекрій.

№ 2. Проф. Бубнов. Оригінальний твір Герберта про абак. (Фільольог. етюд в обсягу історії матем.) (стр. 107—150). Проф. Д. А. Граве, Елєментарний курс теорії чисел (стр. 1—50). В І. части є такі 4 роздїли: 1. про дїлимість чисел, 2. про пристайности (конґруенції), 3. про пристайности першого степеня, 4. про пристайности висших степенїв. Виклад доволї ясний і приступний.

В додатку: Обсервациї метеорольог. обсерваторії київського університета (за липень—вересень 1907) (стр. 1—21).

№ 3. Продовженє праці проф. Бубнова про Герберта (стр. 151—192). Продовженє праці проф. Ґраве „елєментарний курс теорії чисел“ (стр. 51—100) містить такі роздїли: 5. теорія степенних останків і 6. квадратні останки.

№ 5. Продовженє статї проф. Бубнова про Герберта (стр. 193—238). Проф. Д. Ф. Фоґель, Курс сферичної астрономії (стр. 1—38) в І. части: вступ, предмет сфер. астрономії і системи астрон. сорядних, в ІІ. части: сферичну тригонометрию і деякі формулки до численя льоґаритмами.

№ 6. Продовженє статї проф. Бубнова про Герберта (стр. 239—282). Продовженє статї проф. Фоґеля, Курс сферичної астрономії (стр. 39—60), ІІІ. часть: переміна сорядних. Результати обсервацій метеорол. унїв. стациї в Київі (за жовтень—грудень 1907), (стр. 1—21).

№ 7. Докінченє статї проф. Бубнова про Герберта (стр. 283—298). Продовженє статї проф. Фоґеля, Курс сферичної астрономії (стр. 61—78). IV. часть: поміри часу. Продовженє статї проф. Ґраве, Елєментарний курс теорії чисел (стр. 101—190), ІІ. часть 1. Елєментарна теорія тяглих дробів та діофантові рівнаня, 2. розвиванє невимірних чисел на тяглі дроби, 3. основи теорії квадратних форм і розвязка квадр. рівнань при помочи тяглих дробів, 4. квадратні форми о відємній детермінантї, 5. представлюванє цїлих чисел при помочи квадр. форм, 6. рівнанє Пеля, теореми Euler'a та Lagrange'a, 7. цїлочисельна розвязка діофантових квадратних рівнань о двох незвісних, 8. одна квестія з аритметики; нормальні кубічні рівнаня. *М. Ч.*

Sitzungsberichte der Kais. Akademie der Wissenschaften zu Wien. CXVII. Band, Jahrgang 1908. Heft (VIII—XII) Abteilung IIa. Wien 1908. Hölder.

Е. Ляндау. Одно тверджене про границї (стр. 1089—1094); про перві числа в аритметичній прогресії і перві ідеали в клясї ідеалів (стр. 1094—1107). Ф. Форхгаймер, про кілька зеркал на поверхнях води (стр. 1109—1126). Й. Набль, про перепони в дїланю радіоактивного ґазу в замкненім просторі наслїдком вложеної тамтуди вальцеватої штаби, яка не перепускає дїланя (стр. 1117—1157). Г. Зірк, про відносини між середньою свобідною довжиною молекулів а сочинником заломаня ґазу (стр. 1159—1164). К. Заградніk, конструкція раціональних кривих 3-го і 4-го по-

рядку згл. класи при помочи колїнїйно інцідентних елементів (стр. 1167—1190). А. Веллїк, про радіоактивне заховуване ся води з Ґрацу і околиць (стр. 1191—1226). І. Рожіє, про методу, мірити рівночасно електромоторні сили і внутрішні опори при рівночаснім тяглім змінюваню їх (стр. 1227—1230). А. Дефан (Defant), означене густоти снїгу на горі Hoher Sonnblick (3106 m) (стр. 1231—1249). А. Васмут, про вибір „канонїчного розділу“ систем в статистичній механїці (стр. 1253—1269). Л. Тушель, до вихіснування сферичного відвзорованя в начерковій ґеометрії (стр. 1261—1289). А. Ваґнер, розслїджуване елементів в хмарах на горі Hoher Sonnblick (стр. 1281—1293). Ф. М. Екснер, Вислїди кількох реєстровань температури на озері Вольфґанґа (стр. 1295—1315). Л. Ганні, кінематична інтерпретація рівнань Мексуеля з оглядом на прінціп ґеометричної взаїмности, продовжене (стр. 1317—1331).

CXVIII. Band. Jahrgang 1909. (Heft I - IV). Abteilung IIa. Wien 1909. Hölder.

Е. Мілєр, про площі посуваня, яких одна громада творячих складаєть ся із звичайних шрубових лїнїй (стр. 3—13). Е. Круппа, Про споріднене і рівнобіжний мет в чотиророзмірнім просторі (стр. 15—24). К. Кольравш, причинки до пізнаня атмосферної електричности XXX. (стр. 25—69). В. Шмідт, безпосереднє означене скорости паданя дощевих капель (стр. 71—84). Е. Вельш, про розвиненє добутка двох функцій кулї на функції кулї (стр. 83—90). Е. Швайдлєр, причинки до пізнаня атмосферної електричности XXXI. (стр. 91—98). Г. Ган, про екстремальні луки, яких кінцева точка є спряжена до кінцевої (стр. 99—116). К. Давблєбскі Ф. Штернек, про комбінації на суми кляс останків, первих супроти якогось степеня первого числа (стр. 119—132). Е. Гелєбранд, вигідний розклад тягарів при помірах трикутників, з оглядом на середнїй блуд точки (стр. 133—172). Е. Дінцль, про числа в тїлї k $(\sqrt{-2})$, анальоґічні до чисел Бернулїя (стр. 173—201). О. Тумлїрж, рівнане рівноваги течий при високім тиску (стр. 203—241). Ф. Мертенс, про рівнаня Абеля та твердженє Кронекера про рівнане поділу лємніскати (стр. 245—292). В. Шмідт, студії до змін температури в ночи (стр. 293—319). Ф. Еренгафт, метода означуваня елементарної скількости електричности (стр. 321—330). К. Пшібрам, про подвижність йонів в парах та їх відносини до кондензації (2. нотатки) (стр. 331—360). Г. Зірк, проби катодного видїленя індукції тора з його солонокваснних розтворів (стр. 363—371). Ф. Франк, становиско прінціпу

зглядности (релятивности) в механїці та електродинаміці (стр. 373—446). А. Прей, про випадок типу $\frac{1}{3}$ в системі малих планет (стр. 447—484). А. Клїнґач, до фотоґрафічного означуваня місця (стр. 485—509). І. Едер і Е. Валєнта, мірене довжини фаль в червоній околиці іскрової дуговини (стр. 511—524). *М. Ч.*

Mitteilungen der Erdbeben-Kommission der Kais. Akademie der Wissenschaften in Wien, № XXXV. Wien 1909. Hölder.

Обіймає: др. Рудольф Шнайдер, про пульсаторичні осциляції (мікросейсмічний несупокій) земської поверхні в зимі 1907/8 у Відні (стр. 1—47). Описані апарати, якими роблено помірп, спосіб, як вихісновувано обсервації, та вислїди обсервацій з тої зими, яка записалась в історії Відня сильним землетрясенєм. *М. Ч.*

Jahresbericht des physikalischen Vereines zu Frankfurt am Main, für das Rechnungsjahr 1907/8. Frankfurt a/M., C. Naumann, 1909. Стр. 124 з таблицями. 8⁰.

Зміст: Справи товариства (стр. 3—42). Учительська діяльність і праці в інститутах (стр. 43—107). Реферати: C. Déguisne, Осцільоґрами кривих наряду і поля, обсервовані на асінхронічнім однофазовім моторі (стр. 108—116 з таблицею). Метеорольоґ. і иньші обсервації (стр. 117—123). *М. Ч.*