

ЗБІРНИК

МАТЕМАТИЧНО-ПРИРОДОПИСНО-ЛІКАРСЬКОЇ СЕКЦІЇ

Наукового Товариства імені Шевченка.

ТОМ XVII.

ПІД РЕДАКЦІЄЮ

Дра ВОЛОДИМИРА ЛЕВИЦЬКОГО, Дра ІВАНА РАКОВСЬКОГО
і Дра СТЕФАНА РУДНИЦЬКОГО.

SAMMELSCHRIFT

DER MATHEMATISCH-NATURWISSENSCHAFTLICH-ÄRZTLICHEN SEKTION

DER ŠEVČENKO-GESELLSCHAFT DER WISSENSCHAFTEN in LEMBERG.

BAND XVII.

REDIGIERT VON

Dr. WLADIMIR LEWYČKYJ, Dr. IWAN RAKOWŠKYJ
u. Dr. STEPHAN RUDNYČKYJ.

У ЛЬВОВІ, 1916.

Накладом Наукового Товариства ім. Шевченка.

З друкарні Наукового Товариства імені Шевченка.

З М І С Т.

	Стор.
1. <i>Др. Володимир Кучер</i> , Електромагнетна теорія лучистого тиснення	1—15
2. <i>Др. Роман Цегельський</i> , Із сучасних дослідів над магнетизмом (2 таблиці)	1—58
3. <i>Др. В. Kalicin</i> , Über die Erzeugnisse krummer projektiver Gebilde, deren Träger unikursale Plankurven sind (III. Mitteilung)	1—8
4. <i>Др. Нестор Гаморак</i> , Деякі мікрохімічні прикмети продуктивного апарату у рослин (2 таблиці)	1—28

I N H A L T.

	Seite
1. <i>Dr. Volodymyr Kučer</i> , Elektromagnetische Theorie des Strahlungsdruckes	1—15
2. <i>Dr. Roman Cehelskyj</i> , Aus gegenwärtigen Untersuchungen über den Magnetismus	1—58
3. <i>Dr. B. Kalicin</i> , Über die Erzeugnisse krummer projektiver Gebilde, deren Träger unikursale Plankurven sind (III. Mitteilung)	1—8
4. <i>Dr. Nestor Hamorak</i> , Einige mikrochemische Eigenschaften des Spaltöffnungsapparates	1—28

Електромагнетна теорія лучистого тиснення.

написав

Володимир Кучер.

Вступ.

Електромагнетна теорія світла, збудована Сі. Maxwell-ем, дозволила до дуже цікавих вислідів, а іменно, що поверхня кожного тіла, на яке паде світляна хвиля, дізнає певного рода тиснення, яке називаємо нині лучистим тисненням. Це тиснення удалось вже навіть означити чисельно на одиницю поверхні і як досвідці дальші показали, рівнає ся воно лучистій енергії, яка міститься в одиниці об'єму в случаю зовсім чорної поверхні тіла т. з. що згадана поверхня тіла поглотила всю енергію падаючих лучів.

Першим, якому прийшло на думку тиснення світла на поверхню ним освітлену, був Кеплер (1619); однак пояснював він его, як взагалі всі світляні явища в тодішніх часах, емісійною теорією. На основі сего тиснення старав ся Кеплер вже пояснити хвости комет. Зі смертю Кеплера однак пішла в забуття також его думка про лучисте тиснення, а підняв її знов до значіння Euler (1746). Досвідком викрити се тиснення старали ся насамперед De Mairan та Du Fay. Але обом не удалось отримати ясних вислідів. Се саме можнаб віднести також до вислідів, отриманих досвідною дорогою через Fresnel а (1825), Zollner-а, Bartoli-ого та Crookes-а; проби послідного довели до відкриття радіометричних явищ. Аж П. Лебедеви (1901) удалось виказати досвідною дорогою істнування лучистого тиснення; ему першому довелось отримати висліди, які годились з теоретичними обчисленнями. Опісля Nichols і Hull (1902) робили поміри лучистого тиснення і дійшли до дуже точних дат, які лише

$$U = \frac{1}{2} \iiint \operatorname{div} \mathfrak{d} \cdot \varphi \cdot d v + \frac{1}{2} \iint \mathfrak{d}_n \cdot \varphi \cdot d S.$$

Знаємо однак, що :

$$\mathfrak{d} = \frac{k}{4 \pi} \mathfrak{E},$$

де k є постійною діелектричною; для етеру $k = 1$, отже :

$$\mathfrak{d} = \frac{1}{4 \pi} \mathfrak{E}.$$

З огляду на III. маємо :

$$\operatorname{div} \mathfrak{d} = 0. \quad 1)$$

По узглядненю сего в останнє вираженю на енергію, отримаємо :

$$U = \frac{1}{2} \iint \mathfrak{d}_n \cdot \varphi \cdot d S,$$

що після теореми Gauss-а можна перетворити на :

$$\iint \mathfrak{d}_n \cdot \varphi \cdot d s = \iiint \operatorname{div} \mathfrak{d} \cdot \varphi \cdot d v - \iiint \left(\mathfrak{d}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathfrak{d}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathfrak{d}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) d v.$$

Перший член правої сторони з огляду на 1.) є зером, а останє лише другий. Отже електрична енергія представить ся, як :

$$U = - \iiint \left(\mathfrak{d}_x \frac{\partial \varphi}{\partial x} + \mathfrak{d}_y \frac{\partial \varphi}{\partial y} + \mathfrak{d}_z \frac{\partial \varphi}{\partial z} \right) d v.$$

А що :

$$\mathfrak{E}_x = - \frac{\partial \varphi}{\partial x}, \quad \mathfrak{E}_y = - \frac{\partial \varphi}{\partial y}, \quad \mathfrak{E}_z = - \frac{\partial \varphi}{\partial z},$$

тому по вставленю тих реляцій в останнє рівнанє на U , отримаємо :

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\mathfrak{E}_x \mathfrak{d}_x + \mathfrak{E}_y \mathfrak{d}_y + \mathfrak{E}_z \mathfrak{d}_z) d v.$$

або :

$$U = \frac{1}{2} \iiint (\mathfrak{E} \mathfrak{d}) d v.$$

В нашім случаю беремо під увагу плоску філю, яка розходить ся в напрямі осі z . Всі величини, які впливають на зміну величини філі, є тоді функціями лише двох змінних, а се: z і часу t . В тім случаю :

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_z = 0.$$

Електрична енергія такої філі на одиницю обєму буде :

$$U = \frac{1}{2} \mathfrak{E}_x \mathfrak{d}_x.$$

4

По узягледненню однак, що:

$$b_x = \frac{1}{4\pi} \mathfrak{E}_x,$$

дістанемо:

$$U = \frac{1}{8\pi} \mathfrak{E}_x^2. \quad 2)$$

З електродинаміки знов знаємо, що вектор на магнетну силу \mathfrak{H} представляє ся все як curl векторового потенціалу пр. \mathfrak{A} , зі складовими: $\mathfrak{A}_x, \mathfrak{A}_y, \mathfrak{A}_z$, отже:

$$\mathfrak{H} = \text{curl } \mathfrak{A}. \quad 3)$$

Похідна вектору \mathfrak{A} зі згляду на час t дає нам силу індукції. Коли-зоставимо реляцію 3) в рівнанні II., тоді легко побачимо, що:

$$\mathfrak{E} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{A}}{\partial t}.$$

По заступленню \mathfrak{E} посліднім вираженем в реляції 2), дістанемо:

$$U = \frac{1}{8\pi c^2} \left(\frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial t} \right)^2 \quad 4)$$

Зовсім аналогічно можна обчислити електрокінетичну енергію T . Поступимо тут в той спосіб, що ролю вектора \mathfrak{E} заступимо вектором \mathfrak{H} , а виражене діелектричного пересунення $4\pi b$ заступимо магнетною індукцією \mathfrak{H} . З огляду на се одержимо:

$$T = \iiint (\mathfrak{H} \cdot \mathfrak{H}) d v.$$

А що для етеру $\mathfrak{H} = \mathfrak{H}$, тому напишемо:

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint \mathfrak{H}^2 d v.$$

В нашім случаю филля має напрям осі z , отже:

$$\mathfrak{H}_x = 0, \quad \mathfrak{H}_z = 0,$$

і остає, що:

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint \mathfrak{H}_y^2 d v.$$

З розвинення знов вазору $\mathfrak{H} = \text{curl } \mathfrak{A}$, дістанемо:

$$\mathfrak{H}_y = \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial z} - \frac{\partial \mathfrak{A}_z}{\partial x}.$$

Але для плоскої филі в напрямі осі z також складові потенціалу векторового \mathfrak{A} :

$$\mathfrak{A}_y = 0, \quad \mathfrak{A}_z = 0, \quad \text{лише } \mathfrak{A}_x \neq 0,$$

тому:

$$\mathfrak{H}_y = \frac{\partial \mathfrak{A}_x}{\partial z}.$$

З огляду на се:

$$T = \frac{1}{8\pi} \iiint \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z} \right)^2 dv,$$

а на одиницю об'єму:

$$T = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z} \right)^2. \quad 5)$$

Ціла отже енергія Філі в одиниці об'єму вносять:

$$W = U + T = \frac{1}{8\pi} \left\{ \frac{1}{c^2} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial t} \right)^2 + \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z} \right)^2 \right\}.$$

Докажемо тепер, що обі енергії електромагнетної Філі є собі рівні. В тій цілі розважимо ще деякі взори з електродинаміки.

Густина найзагальнішої електричної струї складає ся з проведеної струї, із струї діелектричного пересунення та з конвекційної струї, іменно:

$$u = i + \frac{\partial b}{\partial t} + \rho v, \quad 6)$$

де i є проведеною струєю, $\frac{\partial b}{\partial t}$ струєю діелектричного пересунення, а ρv конвекційною струєю. Але в нашім случаю маємо до діла тільки ві струєю діелектричного пересунення; перший і третій складник рівняня 6) відпадають, остає лише:

$$u = \frac{\partial b}{\partial t},$$

або:

$$u = \frac{1}{4\pi} \frac{\partial \mathcal{E}}{\partial t}.$$

Коли знов \mathcal{E} виразимо через силу індукції і підставимо в посліднім рівняню, тоді дістанемо:

$$u = \frac{1}{4\pi c} \frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial t^2}. \quad 7)$$

Дальше знаємо з електродинаміки, що вир магнетного поля \mathcal{H} є пропорціональний до густоти струї u , а іменно:

$$\text{curl } \mathcal{H} = \frac{4\pi}{c} u, \quad 2)$$

або:

$$u = \frac{c}{4\pi} \text{curl } \mathcal{H}.$$

Коли в тім рівняню за \mathcal{H} підставимо 3), то отримаємо:

$$u = \frac{c}{4\pi} \text{curl } \mathcal{A},$$

¹⁾ M. Abraham. — A. Föppl: Theorie d. Elektr. B. I. 1907. §§ 54—55.

²⁾ L. c. § 62.

6

або на основі взору з векторової аналізи про curl^2 , маємо:

$$u = \frac{c}{4\pi} (\nabla \text{div} \mathcal{A} - \nabla^2 \mathcal{A}). \quad 1)$$

А що:

$$\text{div} \mathcal{A} = 0,$$

тому остане ся лише:

$$u = -\frac{c}{4\pi} \nabla^2 \mathcal{A}.$$

В останнім вזורі треба знов узгляднити, що: $\mathcal{A}_y = \mathcal{A}_z = 0$, та що всі величини, які спричиняють якунебудь зміну Філі, є функціями t і z ; по узглядненю сего отримаємо:

$$u = -\frac{c}{4\pi} \frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial z^2}. \quad 9)$$

Коли тепер віставимо рівняня 7. і 9. з собою, тоді отримаємо таке різничкове рівняне другого ряду:

$$\frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 \mathcal{A}_x}{\partial z^2}. \quad 10)$$

Інтегралом сего рівняня є функція такого типу:

$$\mathcal{A}_x = f(z - ct).$$

По зріжничкованю її раз з огляду на t , а другий раз з огляду на z і по вставленю одержаних вартостей в 4) і 5), отримаємо такі взори на U і T :

$$U = \frac{1}{8\pi c^2} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial t} \right)^2 = \frac{1}{8\pi} f'^2,$$

$$T = \frac{1}{8\pi} \left(\frac{\partial \mathcal{A}_x}{\partial z} \right)^2 = \frac{1}{8\pi} f'^2,$$

отже:

$$U = T.$$

Вся енергія даної плоскої Філі складає ся в половині з електричної, а в половині з електрокінетичної енергії. Приймім, що e представляє нам чисельну вартість обох енергій, тоді ціла енергія систему виносить:

$$W = 2e.$$

Вислідом встанованя тих двох енергій є тисненє в напрямі розходженя Філі т. є. в напрямі оси z , якогю величина рівнає ся сумі обох тих енергій то є т. зв. густоті енергії W . Вартість отже, лучистого тисненя виносить:

$$p = W = 2e. \quad 11)$$

¹⁾ L. c. § 28.

Последній взір походить від Maxwell-а; его можна примінити лише до тіл зовсім блискучих і то для случаю, коли лучі падають нормально. Коли спроможність відбивання є $r < 1$, тоді дістанемо на лучисте тиснене з огляду на 11) такий взір:

$$p = e(1 + r).$$

Загальна теорія лучистого тиснення.

Взір Maxwell-а нічого не говорить нам про пондеромоторичні сили, які ділають на границі двох осередків. Висліди із взорів Maxwell-а остаять тільки так довго важні, як довго ділання пондеромоторичних сил складають ся із самого лучистого тиснення, а електроматнетні натуги зовсім на внутрішні елемента обаму не ділають. Hertz показав однак в своїй електродинаміці, що взір сей не можна уважати як загальний случай. Тому будемо старати ся із електродинамічних рівнянь Hertz-а для тіл в руху найти загальну форму для лучистого тиснення.

Возьмім під увагу осередок, якій порушає ся зі екоростію v , тоді для него сила магнетного поля \mathfrak{H} буде визначена рівняньм:

$$I'. \quad \text{curl } \mathfrak{H} = \frac{1}{c} \left\{ 4\pi i + \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \text{curl} [v \mathfrak{E}] + v \text{div } \mathfrak{E} \right\}.$$

Подібно друге рівняне для електричної сили \mathfrak{E} :

$$II'. \quad \text{curl } \mathfrak{E} = \frac{1}{c} \left\{ \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} + \text{curl} [v \mathfrak{H}] + v \text{div } \mathfrak{H} \right\}.$$

В рівняню II'. зникне третій член, бо як вище ми заложили $\text{div } \mathfrak{H} = 0$; те саме дїє ся з третім членом правої сторони рівняня I'. з огляду, що $v \text{div } \mathfrak{E}$ представляє індукційну струю, яка є зером, бо вона в сїм случаю витворює те саме магнетне поле, що проведена струя.

Помножїм I'. і II'. через $\frac{c}{4\pi}$, а опісля перше через \mathfrak{E} , а друге через \mathfrak{H} і зінтегруймо їх над простором v та додаймо оба рівняня, то отримаємо:

$$\begin{aligned} \frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \mathfrak{E} \frac{\partial \mathfrak{E}}{\partial t} + \mathfrak{H} \frac{\partial \mathfrak{H}}{\partial t} \right\} dv + \frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \mathfrak{E} \text{curl} [v \mathfrak{E}] + \mathfrak{H} \text{curl} [v \mathfrak{H}] \right\} dv = \\ = \frac{c}{4\pi} \iiint \left\{ \mathfrak{H} \text{curl } \mathfrak{E} - \mathfrak{E} \text{curl } \mathfrak{H} \right\} dv - \iiint (\mathfrak{E} i) dv. \end{aligned}$$

В последнім рівняню маємо чотири інтеграли; назвїм їх по черзі кожний в особна через I_1, I_2, I_3, I_4 , тоді последнє рівняне буде мати форму:

¹⁾ M. Abraham — A. Föppl: Theorie der Elektrizität, Bd. I. 1907. § 94. ²⁾ Ibidem.

$$I_1 + I_2 = I_3 - I_4.$$

Розберім тепер з фізичної сторони значінє кожного інтегралу з осібна. Перший з них:

$$I_1 = \frac{1}{8\pi} \frac{\partial}{\partial t} \iiint (\mathfrak{H}^2 + \mathfrak{E}^2) d v,$$

означає зміну електромагнетної енергії з часом t ; інтеграл знов I_2 :

$$I_2 = \frac{1}{4\pi} \iiint \{ \mathfrak{E} \operatorname{curl} [v \mathfrak{E}] + \mathfrak{H} \operatorname{curl} [v \mathfrak{H}] \} d v,$$

представляє працю, яка походить від тиснень, що ділають на елементи об'єму v . Третій інтеграл можемо написати ще так:

$$I_3 = - \frac{c}{4\pi} \iiint \{ \mathfrak{E} \operatorname{curl} \mathfrak{H} - \mathfrak{H} \operatorname{curl} \mathfrak{E} \} d v,$$

або:

$$I_3 = - \frac{c}{4\pi} \iint [\mathfrak{E} \mathfrak{H}] d S,$$

де S означає поверхню, яка обмежує простір v . Послідній відрізок нічим іншим, як від'ємним вектором Poynting-а; він означає приплив лучистої енергії через поверхню $d S$. — Четвертий інтеграл:

$$I_4 = - \iiint (\mathfrak{E} i) d v,$$

подає нам часту енергії, яка перемінилась в тепло Joule-а.

Розвинім тепер інтеграл I_2 вивонуючи назначеві ділання під знаком інтегрування, то отримаємо:

$$\begin{aligned} I_2 = & - \frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} (\mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2) + \frac{\partial v_y}{\partial y} (\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_z^2) + \frac{\partial v_z}{\partial z} (\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2) \right] + \right. \\ & \left. + [\mathfrak{E}_x \mathfrak{E}_y \cdot c + \mathfrak{E}_y \mathfrak{E}_z \cdot a + \mathfrak{E}_z \mathfrak{E}_x \cdot b] \right\} d v - \\ & - \frac{1}{4\pi} \iiint \left\{ \left[\frac{\partial v_x}{\partial x} (\mathfrak{H}_y^2 + \mathfrak{H}_z^2) + \frac{\partial v_y}{\partial y} (\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_z^2) + \frac{\partial v_z}{\partial z} (\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_y^2) \right] + \right. \\ & \left. + [\mathfrak{H}_x \mathfrak{H}_y \cdot c + \mathfrak{H}_y \mathfrak{H}_z \cdot a + \mathfrak{H}_z \mathfrak{H}_x \cdot b] \right\} d v, \end{aligned}$$

де a, b, c мають слідуєче значінє:

$$a = \frac{\partial v_y}{\partial z} + \frac{\partial v_z}{\partial y}, \quad b = \frac{\partial v_z}{\partial x} + \frac{\partial v_x}{\partial z}, \quad c = \frac{\partial v_x}{\partial y} + \frac{\partial v_y}{\partial x}.$$

Інтеграл I_2 , як вже висше ми згадали, представляє працю, котра походить від пондеромоторичних сил, пр. L . Для простішої форма вираження на L впровадьмо ще слідуєчі знаки:

$$\tilde{x}_x = \frac{1}{8\pi} \{ (-\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_y^2 + \mathfrak{H}_z^2) + (-\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2) \}.$$

$$\begin{aligned} \bar{x}_y = \bar{y}_x &= -\frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_x \mathfrak{H}_y + \mathfrak{E}_x \mathfrak{E}_y) \\ \bar{y}_y &= \frac{1}{8\pi} \{ (\mathfrak{H}_x^2 - \mathfrak{H}_y^2 + \mathfrak{H}_z^2) + (\mathfrak{E}_x^2 - \mathfrak{E}_y^2 + \mathfrak{E}_z^2) \} \\ \bar{y}_z = \bar{z}_y &= -\frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_y \mathfrak{H}_z + \mathfrak{E}_y \mathfrak{E}_z) \\ \bar{z}_z &= \frac{1}{8\pi} \{ (\mathfrak{H}_x^2 + \mathfrak{H}_y^2 - \mathfrak{H}_z^2) + (\mathfrak{E}_x^2 + \mathfrak{E}_y^2 - \mathfrak{E}_z^2) \} \\ \bar{z}_x = \bar{x}_z &= -\frac{1}{4\pi} (\mathfrak{H}_z \mathfrak{H}_x + \mathfrak{E}_z \mathfrak{E}_x). \end{aligned}$$

Тоді отримуємо:

$$I_z = L = \iiint \left\{ \bar{x}_x \frac{\partial v_x}{\partial x} + \bar{y}_y \frac{\partial v_y}{\partial y} + \bar{z}_z \frac{\partial v_z}{\partial z} + \bar{x}_y \cdot c + \bar{y}_z \cdot a + \bar{z}_x \cdot b \right\} dv.$$

Коли останнє рівняння інтегруємо щераз частково, то одержимо:

$$\begin{aligned} L = \iiint \left\{ v_x \left(-\frac{\partial \bar{x}_x}{\partial x} - \frac{\partial \bar{y}_x}{\partial y} - \frac{\partial \bar{z}_x}{\partial z} \right) + v_y \left(-\frac{\partial \bar{x}_y}{\partial x} - \frac{\partial \bar{y}_y}{\partial y} - \frac{\partial \bar{z}_y}{\partial z} \right) + \right. \\ \left. + v_z \left(-\frac{\partial \bar{x}_z}{\partial x} - \frac{\partial \bar{y}_z}{\partial y} - \frac{\partial \bar{z}_z}{\partial z} \right) \right\} dv + \iint \left\{ v_x [-\bar{x}_x \cos(nx) - \bar{x}_y \cos(ny) \right. \\ \left. - \bar{x}_z \cos(nz)] + v_y [-\bar{y}_x \cos(nx) - \bar{y}_y \cos(ny) - \bar{y}_z \cos(nz)] + \right. \\ \left. + v_z [-\bar{z}_x \cos(nx) - \bar{z}_y \cos(ny) - \bar{z}_z \cos(nz)] \right\} dS, \end{aligned}$$

або в скороченій формі:

$$12) L = \iiint \left\{ \bar{x}_x \cdot v_x + \bar{x}_y \cdot v_y + \bar{x}_z \cdot v_z \right\} dv + \iint \left\{ \bar{x}'_x v_x + \bar{x}'_y v_y + \bar{x}'_z v_z \right\} dS,$$

де $\bar{x}_x, \bar{x}_y, \bar{x}_z$ та $\bar{x}'_x, \bar{x}'_y, \bar{x}'_z$ означають:

$$\bar{x}_x = -\left(\frac{\partial \bar{x}_x}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_x}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_x}{\partial z} \right)$$

$$\bar{x}_y = -\left(\frac{\partial \bar{x}_y}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_y}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_y}{\partial z} \right)$$

$$\bar{x}_z = -\left(\frac{\partial \bar{x}_z}{\partial x} + \frac{\partial \bar{y}_z}{\partial y} + \frac{\partial \bar{z}_z}{\partial z} \right),$$

$$\bar{x}'_x = -(\bar{x}_x \cos(nx) + \bar{x}_y \cos(ny) + \bar{x}_z \cos(nz))$$

$$\bar{x}'_y = -(\bar{y}_x \cos(nx) + \bar{y}_y \cos(ny) + \bar{y}_z \cos(nz))$$

$$\bar{x}'_z = -(\bar{z}_x \cos(nz) + \bar{z}_y \cos(ny) + \bar{z}_z \cos(nz)).$$

З рівняня 12) бачимо, що пондеромоторичні сили складаються з двох частин, а іменно з сил \bar{x} , які діляють на елемента об'єму dv , та з сил \bar{x}' , що діляють на граничну поверхню dS .

Возьмим тепер під увагу спеціальний випадок, а іменно, що філя паде в площі (yz) ; тоді маємо:

$$\mathfrak{E}_y = \mathfrak{E}_z = 0, \text{ та } \mathfrak{H}_x = 0,$$

а всі похідні з огляду на y і z зникають. Що стане ся тепер із силами першого рода \mathfrak{X} ? В сім спеціальнім случаю:

$$\mathfrak{X}_x = -\frac{\partial \mathfrak{X}_x}{\partial x} = \frac{1}{8\pi} \left(\mathfrak{H}_y \frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} + \mathfrak{H}_z \frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} \right);$$

а що:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_y}{\partial x} = \frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_z}{\partial t} = 0,$$

так само:

$$\frac{\partial \mathfrak{H}_z}{\partial x} = -\frac{1}{c} \frac{\partial \mathfrak{E}_y}{\partial t} = 0,$$

тому:

$$\mathfrak{X}_x = 0.$$

А дальше:

$$\mathfrak{X}_y = 0, \mathfrak{X}_z = 0,$$

з чого слідує, що:

$$\mathfrak{X}_y = 0, \mathfrak{X}_z = 0.$$

Всі отже поведомоторичні сили, що ділають на обем v , зникають, остають лише сили, які ділають на граничну поверхню S . На тій поверхні маємо $\cos(nz) = 1$, отже:

$$\mathfrak{X}'_x = 0, \mathfrak{X}'_y = \mathfrak{Y}_z, \mathfrak{X}'_z = \mathfrak{Z}_z, \quad (13)$$

де перечеркнення в горі означає пересічну вартість.

Приймим, що послідні рівняня справджує слідуоча вартість для $\mathfrak{E}_x = \mathfrak{E}$:

$$\mathfrak{E} = A e^{i\vartheta},$$

де A є амплітудою дроганя, а ϑ означає:

$$\vartheta = 2\pi \left(\frac{-z \cos \varphi + y \sin \varphi}{\lambda} - \frac{t}{\tau} \right);$$

притім φ є кутом паданя, λ довготою філі, τ періодом дроганя.

Означім вартість на електричну силу впадаючої філі:

$$\mathfrak{E}_i = A_i e^{i\vartheta}$$

для відбитої філі знов:

$$\mathfrak{E}_r = A_r e^{i(\vartheta + \epsilon)},$$

де ϵ означає фазу, тоді сума дійсних частий обох виражень:

$$\mathfrak{E}' = \text{real. part. of } e^{i\vartheta} (A_i + A_r e^{i\epsilon})$$

буде представляти повну електричну силу філі. Легко тепер запримити, що:

$$(A_i + A_r e^{i\epsilon}) e^{i\vartheta} = (A_i + A_r \cos \epsilon) \cos \vartheta - A_r \sin \vartheta \sin \epsilon;$$

положимо дальше:

$$A_i + A_r \cos \varepsilon = A_1 \cos \omega$$

а:

$$A_r \sin \varepsilon = A_1 \sin \omega,$$

тоді дійсна часть для \mathcal{E} :

$$\mathcal{E}' = A_1 \cos(\omega + \vartheta),$$

з заміткою, що: $A_1^2 = A_i^2 + A_r^2 + 2 A_i A_r \cos \varepsilon$,

а:

$$\cos \omega = \frac{A_r \sin \varepsilon}{A_1 + A_r \cos \varepsilon}.$$

В граничній площі:

$$\mathfrak{H}_x = -\mathfrak{H} \cos \varphi = -\mathcal{E} \cos \varphi,$$

$$\mathfrak{H}_z = \mathfrak{H} \sin \varphi = \mathcal{E} \sin \varphi,$$

тому:

$$\frac{1}{8\pi} \bar{\mathfrak{H}}_x^2 = \frac{1}{16\pi} (A_i^2 + A_r^2 - 2 A_i A_r \cos \varepsilon) \cos^2 \varphi,$$

$$\frac{1}{8\pi} \bar{\mathfrak{H}}_z^2 = \frac{1}{16\pi} (A_i^2 + A_r^2 + 2 A_i A_r \cos \varepsilon) \sin^2 \varphi,$$

а дальше:

$$\frac{1}{4\pi} \bar{\mathfrak{H}}_x \cdot \bar{\mathfrak{H}}_z = -\frac{1}{8\pi} (A_i^2 - A_r^2) \cos \varphi \sin \varphi,$$

притім перечеркнення означають пересічні вартости.

Впровадьмо дальше для \mathcal{E}^2 т. зв. її пересічну квадратну вартість, отже:

$$\bar{\mathcal{E}}^2 = \frac{1}{2} A^2.$$

котра послужить нам до обчислення тиснення фолі на поверхню S .

Тиснене се спричинене силами \mathfrak{X}' є в звязи з гу-
стотою енергії фолі W . Коли W_i буде відносити ся до впадаючої
фолі, W_r знов до відбитої фолі, то після взорів електромагнетної
теорії сьвітла маємо:

$$W_i = \frac{1}{8\pi} A_i^2, \quad W_r = \frac{1}{8\pi} A_r^2.$$

По углядненю послідних взорів в рівнянях для \mathfrak{X}' отримаємо:

$$\mathfrak{X}'_x = 0$$

$$\mathfrak{X}'_y = -\frac{1}{4\pi} \bar{\mathfrak{H}}_y \cdot \bar{\mathfrak{H}}_z = (W_i - W_r) \sin \varphi \cos \varphi,$$

$$\mathfrak{X}'_z = \frac{1}{8\pi} [(\bar{\mathfrak{H}}_y^2 - \bar{\mathfrak{H}}_z^2) + \bar{\mathcal{E}}_x^2] = (W_i + W_r) \cos^2 \varphi.$$

Площа, від котрої фолія відбиває ся, дізнає тиснення p , якого
напряв є згідний з площею паданя, а з осью z заключає кут пр. φ .
Напряв тиснення визначимо в сей спосіб:

$$tg \psi = \frac{\mathfrak{X}_y'}{\mathfrak{X}_z'} = \frac{W_i - W_r}{W_i + W_r} tg \varphi.$$

Що до величини тиснення p , то в воно вислідною діляна сил \mathfrak{X}' , іменно:

$$p = \sqrt{\mathfrak{X}_x'^2 + \mathfrak{X}_y'^2 + \mathfrak{X}_z'^2},$$

або по вираженню складових \mathfrak{X}' через густоту енергії, отримаємо:

$$p = \sqrt{(W_i - W_r)^2 \sin^2 \varphi \cos^2 \varphi + (W_i + W_r)^2 \cos^4 \varphi},$$

або:

$$p = \cos \varphi \sqrt{W_i^2 + W_r^2 + 2 W_i W_r \cos 2 \varphi}.$$

Рівняне се в загальною формою на лучисте тисненя.

Коли r означати буде рефлексійну спроможність, то заходить буде така звязь між W_i а W_r :

$$r = \frac{W_r}{W_i},$$

а дальше:

$$tg \psi = \frac{1 - r}{1 + r} tg \varphi.$$

В наслідок сего маємо:

$$p = W_i \cos \varphi \sqrt{1 + 2 r \cos 2 \varphi + r^2}.$$

Для зовсім відбиваючої поверхні в рефлексійна спроможність $r = 1$, тому

$$tg \psi = 0, \text{ отже } \psi = 0,$$

і одержимо:

$$p = 2 W_i \cos^2 \varphi.$$

Для зовсім чорної поверхні $r = 0$, отже:

$$tg \psi = tg \varphi, \text{ т. зн. } \psi = \varphi,$$

в наслідок чого:

$$p = W_i \cos \varphi.$$

В першій случаю напрям тиснення p в згідний з осню z , в другій случаю в він зовсім згідний з напрямом падаючої філі. Коли лучі падали би нормально на поверхню, тоді $\varphi = 0$, а також $\psi = 0$, а для тиснення p отримаємо форму:

$$p = W_i (1 + r),$$

а ся форма в саме формою Maxwell-а, вище наведеною.

Для зовсім блискучої поверхні $r = 1$, тоді:

$$p = 2 W_i,$$

а для зовсім чорної поверхні $r = 0$, отже:

$$p = W_i.$$

Лучисте тисненя для зовсім блискучої поверхні рівнає ся подвійному лучистому тисненю зовсім чорної поверхні.

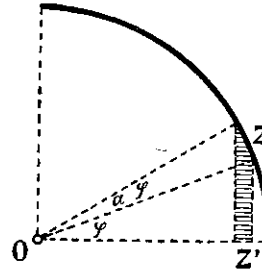
Лучисте тисненє порожнього простору.

В порожнім просторі промінюване розходить ся рівномірно у всіх напрямках. Подумаймо собі в такому просторі зовсім блискучу поверхню; най її графляє сьвітляна филл під кутом φ . Заложім дальше, що у всіх напрямках з O (Фіг. 1) виходять лучі і падають на елемент кулистої стрефи ZZ' , якого поверхня

$$dF = 2\pi \sin \varphi d\varphi.$$

Густота цілої висланої енергії вивосьть:

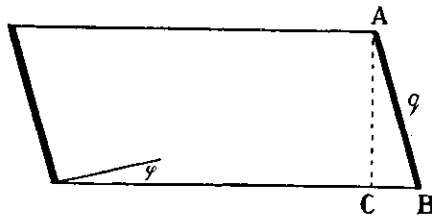
$$\begin{aligned} W &= 2\pi \varepsilon \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos \varphi \sin \varphi d\varphi = \\ &= -\frac{\pi \varepsilon}{2} \cos 2\varphi \Big|_0^{\frac{\pi}{2}} = \pi \varepsilon, \end{aligned}$$



Фіг. 1.

притім ε означає емісійну спроможність.

Коли q представляє величану промінюючої поверхні AB (Фіг. 2), то тисненє на поверхні AC в безглядних одиницях вивосьть:



Фіг. 2.

$$dp' = 2 \frac{dW}{AC \cdot c}, \text{ де } c = 3 \cdot 10^{10};$$

або:

$$dp' = \frac{2}{c} \frac{dW}{q \cos \varphi}.$$

Кожному елементови поверхні AC відповідає анальогічний елемент поверхні AB

$\frac{1}{\cos \varphi}$ разів більший. Тому тисненє на одиницю поверхні AB є $\cos \varphi$ разів менше від dp' . А що напрям того тисненя замикає з нормальною до AB кут φ , тому:

$$dp = dp' \cos^2 \varphi = \frac{2 dW \cos \varphi}{c \cdot q};$$

тисненє знов на одиницю поверхні ε :

$$dp = 2 \frac{dW}{c} \cos^2 \varphi = \frac{4 \pi \varepsilon}{c} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi.$$

По зінтегрованю отримаємо:

$$p = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{4 \pi \varepsilon}{c} \cos^2 \varphi \sin \varphi d\varphi = \frac{4}{3} \frac{\pi \varepsilon}{c}.$$

В случаю нормальних лучів до поверхні, густина енергії буде :

$$W_e = \frac{2 W}{c}.$$

Коли знов енергія промінює під кутом, який лежить між φ а $(\varphi + d\varphi)$, тоді будемо мати :

$$W_e = 4 \pi \varepsilon \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\sin \varphi \cos \varphi d\varphi}{c \cos \varphi} = \frac{4 \pi \varepsilon}{c}.$$

По вставленю послідної вартости у взорі на p , дістанемо :

$$p = \frac{1}{3} W_e$$

а се значить, що лучисте тиснене в порожнім просторі на зовсім відбиваючу поверхню рівнає ся третій части цілої густоти енергії фолі.

Із сучасних дослідів над магнетизмом.

написав

др. Роман Цегельський.

1. Вступ.

Відповідно до сучасного стану науки ділимо всі тіла з огляду на їх магнетні прикмети на три групи: на діямагнетні, парамагнетні і ферромагнетні. До першої групи належить переважна часть елементів¹⁾ і хемічних сполук; між останніми подибуємо товщеві і ароматичні сполуки. До парамагнетних тіл належить менша часть елементів і розмірно невелике число хемічних сполук, головно соли хрому, мангану, заліза, ніккю, кобальту і міді. Ферромагнетними тілами є залізо, нікель, кобальт, манган, магнетит і піротит, вкінци деякі амальгами і стопи ферромагнетних металів, головно стопи Heusler'a.

Потреба сего поділу проявила ся вже давно. Почин до того дав ще Brugmanns 1778 р. Він досліджував магнетні прикмети богатьох тіл. Між иншим найшов, що часово стають магнетними сірчан, азотан і хлборак заліза (залізаві сполуки), як в ціпкім, так і в розпуцненім стані. Заразом зробив епохальне відкритє, що магнетні бігуни відпихають чистий візмут. В творі його, що вийшов в Leyden 1778 п. з. Magnetismus...²⁾, стрічаємо натяки на поділ тіл на згадані три групи („omne ferrum, omneque corpus ferrum continens, eo ipso dum trahitur, polos recipiat“; p. 72). Однак перший

¹⁾ Дося досліджено, на скілько мені відомо, магнетні прикмети 69 елементів; між ними є 35 діямагнетними тілами, 31 парамагнетними, 4 ферромагнетними.

²⁾ Гл. Rapports présentés au congrés internationale de physique. Tome II. Paris 1900. H. Du Bois. Propriétés magnétiques de la matière pondérable p. 461.

Примітка. Редакція Збірника полишає термінольоґію і номенклятуру автора.

Ред.

товчок до поставлення проблеми на загальній основі дав Faraday¹⁾ у половині XIX віка. Він перший поставив тезу, що магнетизм се загальна прикмета матерії. Звісні його основні спроби зі штабкою із заліза і з візмуту. Перша уставляє ся у сильнім магнетнім полю рівнобіжно до лній сил, а друга нормально. Відповідно до поведень тіл у магнетнім полю ділить Faraday всі тіла на парамагнетні, що поводять ся так, як залізо, і на діамагнетні, яких магнетні прикмети нагадують візмут. Після Faraday-а роблено дуже багато дослідів і то у різних напрямках. Однак загальний успіх їх був слабкий мимо накопичення матеріалу так, що вони мало причинили ся до проясненя проблеми, а навіть противно замували його. Доперва новіші часи принесли рішучий зворот. Систематичні і докладні досліди Pierre-a Curie-а з кінця XIX. віка стали вихідною точкою модерних магнетних дослідів і дали основу новим магнетним теоріям Langevin-а і Weiss-а, що при помочи теорії електронів розв'язують в цілости магнетний проблем відповідно до теперішного стану науки.

Поділ тіл на згадані три класи виступає ясно, коли придивимо ся ближше їх магнетній вразливості (Suszeptibilität, Erregbarkeit) χ . Сим виразом називаємо відношене степеня намагнетизованя I тіла до магнетизуючої сили (сили магнетного поля H). Отже $\chi = \frac{I}{H}$.²⁾ І так магнетна вразливість χ парамагнетних і діамагнетних тіл є взагалі сталою величиною і від сили поля H незалежною; однак χ перших є додатне, а других від'ємне. За те инакше є у ферромагнетних тіл. Хоч поверховно нагадують вони парамагнетні тіла н. пр. тим, що у одних і других виступають однакові бігуни у магнетнім полю, то однак заходять між ними велика різниця, а саме магнетна вразливість χ ферромагнетних тіл не є сталою величиною, лише є функцією сили поля H , залежить від магнетних піль, що передше ділали на дане тіло, і досягає високої

¹⁾ Wüllner. Experimentalphysik. III. Bd. 1897. p. 1120 і слідуючі.

²⁾ Для яснійшого розуміння пригадую, що степеня намагнетизованя є магнетним моментом одиниці об'єму. Коли магнетний момент рівномірно намагнетизованого тіла є \mathfrak{M} , а його об'єм V , то $I = \frac{\mathfrak{M}}{V}$; магнетний момент се добуток із сили бігуна і віддаленя обох бігунів. Коли-ж тіло нерівномірно намагнетизоване, то беремо елемент об'єму, якого довгота $= d\lambda$ і рівнобіжна до магнетної осі, і називаємо скількість магнетизму, що вкриває одиницю кінцевих оверхній ds елементарного об'єму, знаком L . Тоді є магнетний момент сего елементарного об'єму $I ds d\lambda = I dv$. Положим $I ds = m$, отже магнетний момент елементарного об'єму є $m d\lambda$, а степеня намагнетизованя $I = \frac{m d\lambda}{dv}$. Сила магнетного поля H є се механічна сила, з якою ділає поле на одиничний магнетний бігун.

вартости¹⁾. Тут також виступає у великім степені явище гістерези, відкрите найперше Warburg-ом²⁾, а коерцитивна сила значна. При тім всім χ завжди додатне. Дальше треба згадати, що магнетна вразливість парамагнетних і діамагнетних тіл дуже слаба. Н. пр. χ плинного ксеня вносивть після дослідів Kamerlingh-а Onnes-а і Albert-а Perrier-а³⁾ при температурі -208.2°C кругло $+284.10^{-6}$ одиниць C. G. S., при звичайній температурі (20°) є після P. Curie-а⁴⁾ χ ксеня $= +0.14.10^{-6}$, а магнетна вразливість води рівна $-0.75.10^{-6}$ при 18°C .⁵⁾ Менше більше того самого ряду величини є вразливості інших парамагнетних і діамагнетних тіл. За те н. пр. питома магнетна вразливість заліза χ себто відношене магнетної вразливості χ до густоти D , отже $\frac{\chi}{D}$ досягає в полях низших від 10.000 C. G. S. при темпер. 18°C вартість 236.⁶⁾

На перший погляд здаєть ся, що сї три групи від себе зовсім відокремлені. Однак вже Faraday показав, що залізо при висшій температурі стає слабо магнетне. Те саме можна сказати про всі ферромагнетні тіла. Взагалі стають вони у висшій температурі парамагнетними, як се дослідив Curie⁷⁾. Кожде з них має питому собі температуру т. зв. температуру трансформації, при якій перемінє ся у парамагнетну відміну. Так то вже сама температура розсуває стіну поміж парамагнетними і ферромагнетними тілами. За те зміна температури не захитала окремого становища діамагнетних тіл. Однак можна всі групи зближити до себе при помочи хемічних перемін, як вказують на се хочби досліди Pascal-а⁸⁾.

Досліди над впливом температури на магнетні прикмети тіл вело багато фізиків. Перед роботами Curie-а замітні у сїм напрямі досліди Plücker а, Wiedemann-а і Hopkinson-а. Plücker⁹⁾

¹⁾ Лише манган має розмірно малу вразливість, однак квалітативно має ферромагнетні прикмети (Гл. Fr. Heusler u. E. Take. Phys. Zs. XIII, 1912, S. 897).

²⁾ Warburg. Wied. Ann. Bd. XIII, p. 141; Freiburger Berichte VIII, 8. Dezember 1880; Congrès internat. de phys. 1900. Paris. II. p. 509.

³⁾ Kamerlingh Onnes and Albert Perrier. Communications. Leiden. 116. 1910. p. 33.

⁴⁾ P. Curie. Oeuvres. Paris. 1908. Propriétés magn. des corps. p. 326. (У Curie-а подана питома вразливість χ , а $\chi = \frac{\chi}{D}$; D = густота).

⁵⁾ Du Bois. Congrès internat. 1900. II. p. 504.

⁶⁾ Du Bois. Ibid. p. 465.

⁷⁾ P. Curie. Oeuvres p. 329.

⁸⁾ Pascal. Annales de chim. et de phys. VIII. série XVI. Paris 1909. p. 571.

⁹⁾ Wiedemann. Elektrizitätslehre. p. 1016 (Curie. Oeuvres. p. 234).

досліджував вплив температури на діямагнетні тіла. З дослідів, які він провадив над стеариною, сіркою, ртуттю і візмутом, виходить, що діямагнетизм перших трох тіл мимо підвищування температури не змінює ся, за те діямагнетна вразливість візмуту маліє, коли ogrівати його. Wiedemann¹⁾ досліджував вплив температури на парамагнетні соли і зробив замітне відкриття, що магнетна вразливість їх меншає wraz з підвищуванем температури; при тім є термічний співчинник магнетної вразливости однакоий для всіх ним досліджуваних парамагнетних солей. Після Wiedemann-a є він майже такий сам, як термічний співчинник розширення об'єму газів, і виносить 0.00323 між 15° а 80° C. Відповідно до сего подав він $\kappa_t = \kappa_0 (1 - \alpha t)$, де κ_0 є магнетна вразливість при 0°, κ_t магнетна вразливість при t° , а α термічний співчинник. Plessner²⁾ потвердив досліді Wiedemann-a і найшов $\alpha = 0.00355$ між 15° а 60° C. Замітні також праці Норкінсона³⁾, що досліджував прикмети ферромагнетних тіл аж до температури трансформації. Досліді сих, як і інших фізиків, що працювали перед Суріє і підчас його діяльності, мають багато недотач. Передовсім вони несистематичні, по друге магнетні поля, які уживано, були розмірно слабкі, а також границі температури не надто широкі. І так н. пр. робив Норкінсон свої досліді найбільше до 770° C, а силу поля змінював в межах від 2 до 40 одиниць (C. G. S.). В наслідок сих і інших недотач годі було до недавна поставити загальну теорію магнетизму, що не лише змогла би описати поодинокі магнетні явища, але також подавала би зв'язь між магнетними прикметами всіх тіл. Сі причини спонукали Р. Суріє⁴⁾ взяти ся до систематичного досліді магнетних прикмет тіл при можливо різних умовах температури, тисненя і сили магнетного поля. Межі температури посунув він до 1375°, а силу поля змінював в межах від 25 до 1350 одиниць C. G. S. Крім того досліджував він також перебіг трансформації ферромагнетних тіл.

Досліді Суріє-а посунули справу значно вперед і уможливили поставленя нових магнетних теорій, що обняли магнетні явища у загальний спосіб. Зараз по нїм являють ся праці Веїсса і товаришів, що подають матеріал, обильний в досліді над магнетизмом кристалів і над ферромагнетними тілами. При тім посунули ся межі

¹⁾ Wiedemann. Elektrizitätslehre. p. 960. Poggend. Annal. CXXVI, 1865, p. 1.

²⁾ Plessner. Wied. Annal. XXXIX, 1890, p. 336.

³⁾ Hopkinson, Phil. Trans. 1889, p. 443 (зетізо). — Proceed. R. S. XLIV, 1888, p. 317. (нікель). — Proceed. R. S. 1889, 1890. (Curie. Oeuvres. p. 235).

⁴⁾ Curie. Oeuvres. p. 233, 235.

поля до 50.000 Гавсів, а границі температури пішли далеко в гору і в долину. В останніх роках замітні також з одної сторони праці Pаскаля, що подають докладні досліді над магнетизмом богатых елементів і хемічних сполук тай старають ся прояснити зв'язь між магнетними прикметами тіл і їх хемічним складом, з другої сторони досліді магнетних прикмет тіл, переведені під проводом Камерлінга Оннеса при дуже низьких температурах.

2. Діямагнетні тіла.

Досліді діямагнетної вразливости тіл сполучені з великими труднощами тому, що вона дуже слаба, а найменші занечвищення можуть легко закрити правдиву величину її. І так н. пр. вистане міліонова частина примішки заліза, щоби закрити діямагнетні прикмети візмуту в полку 100 Гавсів¹⁾. Тому не диво, що поміри в богатых случаях недокладні, а деколи годі було рішити, чи тіло діямагнетне чи парамагнетне. Задля тої причини мусить ся уважати на те, щоби досліджуване тіло було хемічно чисте.

Загальні висліді праць над діямагнетними тілами дадуть ся представити в отсей спосіб. Доси не повело ся ще ніколи сконстатувати, щоби магнетна вразливість діямагнетних хемічно однородних тіл змінила свій знак під впливом самої лише зміни поля, температури або густоти. Противно, як якийсь елемент є діямагнетний, годі щонебудь висновувати із сего про магнетні прикмети його сполук. Н. пр. мідь є діямагнетною, а багато сполук її є парамагнетними²⁾. Так само із діямагнетних сполук годі виводити діямагнетизм якогось елементу. Також не найдено різниці між питомою вразливістю розпущених і цїпких діямагнетних субстанцій. Вплив сили поля на діямагнетну вразливість дуже слабкий; тому весів Суріє в межах від 50 до 1350 Гавсів лише з малими виїмками сконстатувати, що $I = f(H)$ є прямою лінією. Також ствердив Суріє, що діямагнетна вразливість не залежить від температури. Що найбільше можна сказати, що термічний співчинник магнетної вразливости дуже малий, а саме є він того самого ряду, що термічний співчинник розширення цїпких тіл.

Зміни хемічного і фізикального стану діямагнетних тіл впливають лише дуже слабо на діямагнетні прикмети. Мають останні

¹⁾ Pascal. Recherches magnétochimiques. Ann. Chim. Phys. VIII. série. t. XIX. 1910. p. 9.

²⁾ Du Bois. Congrès. internat. physique. II. 1900. p. 493.

залежать лише від найдрібніших частинок матерії. Н. пр. перехід у плинний стан не впливає зовсім на діямагнетну вразливість потасової салітри (точка таяння 350°), білого фосфору (т. таяння 44°), йоду (т. т. 104°), сірки (т. т. 110°); те саме бачимо у сірки при переміні її у всілякі аллотропічні відміни. Впрочім сей закон несповнений у всіх тіл докладно; у багатьох тіл сконстатовано більшу або меншу згідність із загальним правилом.

Виїмкове місце займають візмут і антимон; їх магнетна вразливість маліє дуже швидко, коли збільшаємо температуру. У візмуту відбуває ся переміна магнетної вразливости при ogrіваню після лінейного закону. Також замітним є явище, що розтоплений візмут має магнетну вразливість 25 разів меншу, як цїпкий¹⁾.

По сїм загальнім перегляді придивім ся ближше деяким спеціальним случаям. Найперше возмім воду. Богато дослідників мірило її магнетну вразливість, а вислїди помірив не дуже відбігають від себе. І так н. пр. G. Quincke дістав 1885. р. $\chi = -0.793 \cdot 10^{-6}$, P. Curie 1895. р. $\chi = -0.737 \cdot 10^{-6}$, H. Du Bois 1888. р. $\chi = -0.831 \cdot 10^{-6}$, G. Jäger і St. Meyer 1899. р. $\chi = -0.641 \cdot 10^{-6}$. Середна вартість сих і инших помірив дає $\chi = -0.753 \cdot 10^{-6}$. Сї обчисленя відносять ся до 18°C і до порожнї. Після них приймає du Bois питому вразливість води $\chi = -0.75 \cdot 10^{-6}$. Однак з новіших дослідів виходить низша вартість вразливости води, а саме хитає ся вона докруги числа $0.73 \cdot 10^{-6}$. Після найновіших помірив W. J. de Haas-a і P. Drapier-a²⁾, переведених в полі 40.000 Гавсів при 21° , виходить χ води $-0.747 \cdot 10^{-6}$ супроти воздуха³⁾, а $-0.721 \cdot 10^{-6}$ супроти водня. Сила поля не має ніякого впливу на вразливість води. Се доказано навіть для піль, що досягають 40.000 Гавсів. Так само незамітний вплив температури. Після Curie-a зміняє ся χ навіть не о 1.5% межи $+20^{\circ}\text{C}$ а $+189^{\circ}\text{C}$; инші дослідники найшли термомагнетні співчинники від -1 до -2 тисячні на 1° .⁴⁾

Curie робив поміри також над кристалічним кварцом. Вислїд їх був такий, що питома магнетна вразливість його показала ся у всіх напрамах однакова. Вартість її $\chi = -0.441 \cdot 10^{-6}$. Під впливом вищої температури χ збільшає ся мабуть, однак се збільшене так незначне, що в межах експериментальних похибок можна вважати χ незалежним від температури⁵⁾.

¹⁾ P. Curie. Oeuvres p. 328.

²⁾ W. J. de Haas u. P. Drapier, Ann. d. Phys. 42. 1913. p. 673.

³⁾ Для повітря $\chi = 0.027 \cdot 10^{-6}$ при 18°C . Гл. під ²⁾.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internation. p. 504, 505.

⁵⁾ Curie. Oeuvres. p. 261 і 262.

Також незміняє ся χ потасової салітри в межах від 18° до 420° . Се тим більше замітне, що потасова салітра топить ся при 350° . Огже ту маємо приклад на се, що зміна фізичного стану не впливає на діямагнетну вразливість. Величина її є $-0.329 \cdot 10^{-6}$ при 18° .¹⁾ Так само не зауважав Curie замітних термомагнетних змін у теллюру, кухонної соли, потасового хльораку і сїрчану в цїпкім станї, авї для фосфору, йоду і сірки в цїпкім і плиннім станї.

У антимону замітна велика зміна χ з температурою. Для звичайної відміни його виносить χ около $-1 \cdot 10^{-6}$; воно зменшає ся постійно з підвишенем температури; при 540° виносить воно $0.468 \cdot 10^{-6}$. χ другої відміни, одержаної електролітичною дорогою, значно менше. Цїлком відрубним є поведене візмуту. З підвишенем температури зміняє ся його магнетна вразливість χ після лінейного закону, який Curie²⁾ подає в отей формї $10^6 \chi_t = 1.35 [1 - 0.00115(t - 20)]$, де t означає температуру. При 20° одержав Curie $\chi = -1.35 \cdot 10^{-6}$; подібно находимо у Ettinghausen-a³⁾ $\chi = -1.37 \cdot 10^{-6}$. Після формулки Curie-a находимо для температури -182°C $\chi = -1.68 \cdot 10^{-6}$, однак Fleming і Dewar найшли при помочи помірив для тої самої температури $\chi = -1.59 \cdot 10^{-6}$; видко закон лінейної переміни не відносить ся до так низьких температур⁴⁾. При точці таяня (273°) є χ цїпкого візмуту рівне $-0.957 \cdot 10^{-6}$, а χ розтопленого візмуту стає 25 рази слабше і не зміняє ся між 273° а 408° ; його вартість є $-0.038 \cdot 10^{-6}$; сей наглий скок магнетної вразливости відбуває ся в інтервалі меншим як 2° , при чім не зауважано термомагнетної гістерези⁵⁾. Се замітне термомагнетне поведене візмуту ствердили вповні у найновішій часї K. Honda⁶⁾ і M. Owen⁷⁾.

Долучена фіг. 1. подає звязь між питомою магнетною вразливістю χ кількох діямагнетних тіл, а температурою в степенях Цельзія. На фігурі бачимо ясно характеристичні прикмети згаданих тіл. Вісь відрізних обіймає температури, а вісь рядних подає вартости $\chi \cdot 10^6$. Фігура рисована після P. Curie-a.

Не від річи буде подати також дослїди Pascal-a, зроблені в останніх літах. Вони подають обильний матеріал, дуже совісно

¹⁾ Curie. Oeuvres. p. 261.

²⁾ Curie. Oeuvres. p. 269.

³⁾ Ettinghausen. Wied. Ann. XVII. p. 272.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 503.

⁵⁾ Curie. ibid. p. 270.

⁶⁾ Honda. Ann. d. Phys. 32, 1910, p. 1027.

⁷⁾ Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912. p. 657.

опрацьований, з якого Pascal успів добути кілька інтересних законів, а також подати залежність магнетних прикмет тіл від їх хемічного складу. І так знаходить він, що атомова магнетна вразливість χ_a метальюїдів, себто добуток із питомої магнетної вразливості і атомового тягару росте враз з атомовим тягарем. Се доказаує він при помочи висновків із вислідів не лише своїх праць, але також праць Curie-а і Koenigsberger-а. Нижче поданий перегляд вартостей $-10^7 \cdot \chi_a$, упорядкований після ростучих атомових тягарів і груп метальюїдів.

I.	II.	III.
Cl 209.5	S 156	P 274
Br 319.2	Se 240	Sb 775
I 465	Te 339	Bi 1896.

Із сих вартостей виводить Pascal рівняне $\chi_a = -10^{-7} \cdot e^{\alpha+\beta a}$, де a означає атомовий тягар, а α і β сталі величини, залежні від вартісности метальюїдів. На α і β подає Pascal ось які вартости для поодиноких груп:

	α	β
I.	2.195,	0.00380
II.	2.058,	0.00418
III.	2.2806,	0.00505

Перші елементи сих груп н. пр. F, N не підлягають експоненціальному закону, а кисень є парамагнетний¹⁾.

Pascal досліджував також прикмети всіляких газів, головню зложених, і дійшов в суперечности до праць Quincke-а до вислїду, що вони є з виїмком кисня і азотавого окису (NO) діямагнетними тілами, котрих питома вразливість є ряду 10^{-6} . Однак Quincke оперував газами, що мали троха воздуха і найшов їх всіх парамагнетними. Впротім вислїди його праць дуже непевні; ся непевність пояснює ся легко малою питомою вразливістю газів в умовах, в яких робить ся досвїди, а дальше тим, що міряні магнетні сили газів дуже слабї. Тому Pascal скроплював гази; через те збільшав їх густоту 1000 рази, а вислїди ставали тоді певнішими. На основі його праць, як і давніших²⁾, можна припускати, що магнетна вразливість газів не залежить від температури і від тиснення при яким-небудь фізичнім стані їх. Сей здогад стверджує ся також сим, що

¹⁾ Pascal. Recherches magnétochimiques. Annal. Chim. Phys. VIII. série. t. XIX. p. 16—18.

²⁾ Du Bois. Congr. intern. p. 505.

спроможність скручування площі поляризаці не змінє ся в хвилі скроплювання газів.

З дослідів над сими зложеними газами вивів Pascal звязь між молекулярною вразливістю їх χ_m (= добутком із питомої магн. вразливості і молекулярного тягару m) а числом атомів молекула n . Ся звязь є лінеарна і має вид: $\chi_m = -23.3 \cdot (5 + n) \cdot 10^{-7}$; відси $\chi = -1.04 \cdot (5 + n) \cdot 10^{-10}$.¹⁾ Сї закони доказаує Pascal для $S O_2$, $N H_3$, $C_2 N_2$, $N_2 O_3$, $N_2 O_4$.²⁾

Опісля найшов він аддитивний закон для діямагнетних елементів в органічних сполуках. Після того закона зберігають діямагнетні елементи свої магнетні прикмети у згаданих сполуках так, що можна обчислити їхне χ_m із питомових вразливостей поодиноких елементів. Коли ж крім діямагнетних елементів входить в органічну сполуку якийсь парамагнетний н. пр. кисень, то він набуває особливших магнетних прикмет, які зберігає незмінно у всіх аналогічно збудованих сполуках, а деколи стає навіть діямагнетним. Се правило дасть ся виразити формулою:

$$\chi_m = \sum \alpha \chi_A + \lambda, \text{ де } \chi_A, \chi_B, \chi_C, \dots$$

є атомовими магн. вразливістями елементів A, B, C . . . , виведеними прямо з дослідів на діямагнетними тілами або одержаними посередно для кисня. Стала λ залежить від структури молекула і рівнає ся зеру для сполук з нормальними вязаннями. Подібні дослідї вів вже Henrichsen³⁾; він найшов також для деяких тіл товщового ряду $\chi_m = \sum \alpha \chi_A$. α є число атомів того самого первня у хемічній сполуці.

Міряючи молекулярну магнетну вразливість богатьох насичених сполук товщового ряду і примінюючи аддитивний закон, обчислив Pascal атомову магнетну вразливість кількох елементів, при яких заходили доси неясности. І так найшов для водня $\chi_a = -31 \cdot 10^{-7}$, для вугля $\chi_a = -62.5 \cdot 10^{-7}$ (згідно із своїми експериментальними помірами⁴⁾), для азоту $\chi_a = -58 \cdot 10^{-7}$. Одно з таких обчислень наводимо за Pascal-ем. Коли н. пр. приглянемо ся гомольогічному рядови насичених товщових сполук, то побачимо, що два безпосередно по собі слїдуючі члени ряду ріжняють ся від себе о родень $C H_2$. Сему родневи відповідає приріст молекулярної магнетної враз-

¹⁾ Бо $\chi_m = \chi^m = \frac{\chi}{D} \cdot m = \chi \cdot \frac{m}{D}$, де D є густота, а $\frac{m}{D} = 22.412 \cdot 10^3 \text{ cm}^3$ при 0° і нормальнім тисненню.

²⁾ Pascal. Ann. chim. phys. VIII. série, t. XIX, 1010. p. 18—23.

³⁾ Henrichsen. Wiedem. Annal. XXXIV. 1888. p. 180.

⁴⁾ Зближені вартости одержано для χ_a вугля, спрещарованого з цукру в лабораторії Bossha. Гл. М. Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912. p. 657.

ливости все о таку саму величину, а саме о $-123.5 \cdot 10^{-7}$, як се подає Pascal¹⁾, беручи середню вартість. Впрочім се річ не нова. Подібне спостереженє зробили давнїше А. Wleügel і Р. Henrichsen²⁾, котрі також доказали, що молекулярна вразливість металерних і ізомерних сполук однакова. Н. пр. вартости $\chi_m \cdot 10^{-7}$ є:

для C_6H_{14}	796	Ріжняця
C_8H_{18}	1037	2×120.5
$C_{10}H_{22}$	1297	2×130 ; так само
для CH_3OH	228	
C_2H_5OH	357	129
C_3H_7OH	479	122
$C_8H_{17}OH$	1092	5×122.6

Як сказано, є середня вартість $\chi_{CH_2} = 123.5 \cdot 10^{-7}$, а відси $\chi_C = \chi_{CH_2} - \chi_H = \chi_{CH_2} - 2\chi_H = -10^{-7} \cdot (123.5 - 61) = -10^{-7} \cdot 62.5$. Атомову магн. вразливість водня, обчислену на основі аддитивного закону Pascal-ем, ствердили вповні Kammerlingh Onnes і Perrier³⁾, що робили поміри над плинним воднем. Вони найшли $\chi_H = -27 \cdot 10^{-7}$; отже ріжняця є дуже незамітна.

Про ролю сталої λ у рівнанню $\chi_m = \sum \alpha \chi_A + \lambda$ довідаємо ся, беручи під увагу ароматичні сполуки. Коли би ми н. пр. обчисляли χ_m бензолу, додаючи $6\chi_C + 6\chi_H$, то вийшло би $-558 \cdot 10^{-7}$; однак експеримент дає χ_m бензолу $= -574 \cdot 10^{-7}$. Те саме одержимо для інших сполук, що виводять ся з бензолу. Отже бензолеве ядро відповідає як раз сталій λ , яка вносить для нього $-15 \cdot 10^{-7}$. Подібну прикмету бачимо і в сполуках нафталїни, для котрої $\lambda = -63.3 \cdot 10^{-7}$ і т. в. Із тих всіх дослідів потягнув Pascal висновок, що комплікація замкнених ланцуків органічних сполук збільшає значно діаманетизм їх молекулів⁴⁾.

Інтересні також досліді Pascal а над киснем, а зглядно над магнетними прикметами його у хемічних сполуках. Як звісно, кисень є досить сильно магнетним. Його атомова вразливість вносить поверх $+15.000 \cdot 10^{-7}$. Однак він тратить майже зовсім свої магнетні прикмети у сполуках, а навіть може деколи поводити ся, як дія-

магнетний елемент. Се найшов Pascal¹⁾, студіюючи металічні кисневі родні, а відтак при дослідях над органічними сполуками. В останнім разі показало ся, що великий вплив на магнетні прикмети кисня має положенє його серед других атомів хемічної сполуки. І так н. пр. у насичених алькохолів (CH_3OH , C_2H_5OH і т. д.) є атомова вразливість кисня $X'_0 = -48 \cdot 10^{-7}$, у товщевих насичених альдегідів (CH_3CHO , C_2H_5CHO і т. д.) є кисень злегка парамагнетним; його $X''_0 = +17.25 \cdot 10^{-7}$; подібно у кетонів є $X'''_0 = +18 \cdot 10^{-7}$. За те у товщевих kwasів ($HCOOH$, CH_3COOH , і т. д.) є кисень знов діаманетним; його $\chi_{O_2} = -83 \cdot 10^{-7}$ (для обох киснів разом, що находять ся в молекулі останніх сполук). Сї числа найшов Pascal, примінюючи аддитивний закон. Відтак займав ся він органічними сполуками із сіркою і азотом та доказав, що оба сї елементи задержують свої діаманетні прикмети в сполуках, і то перший в цілости, а другий улягає лише злегка впливови структури молекула²⁾.

У своїй новійшій праці³⁾ справджує Pascal свої давнїші вислїди і на основі нового багатого експериментального материялу досліджує звязь між структурою молекула а магнетними прикметами. Між иншим доказує він вплив многократних вязань на питому магнетну вразливість, що обявляє ся деколи в значнім обниженю діаманетизму. Н. пр. присуїть одного етиленічного вязаня обнижує χ о $57 \cdot 10^{-7}$, а для подвійного вязаня $C=N$ оксимів, гідразинів і азометинів є $\lambda = +85 \cdot 10^{-7}$. Противний вплив має перстенева структура. Вона завсїди підвищає діаманетну вразливість. Се підвищенє вносить н. пр. для кожного атому вугля в бензолу $-2.5 \cdot 10^{-7}$, разом для цілого ядра $-15 \cdot 10^{-7}$, подібно для більше скомплікованих сполук.

Дальші досліді Pascal-а мають інтерес радше для хеміків, а загальний висновок з них редукує ся до отсих слів. Магнето-хемічна аналіза, розважно ужита, може віддати добру прислугу у вишукуваню молекулярної структури хемічних сполук так само, як і инші фізикально-хемічні методи; заразом не є виключеним, що вона достарчить колись ужиточних інформацій про структуру атомів і про суть вартіности елементів.

¹⁾ Pascal. Ann. chim. phys. ibid. p. 28 і слїдуючі.

²⁾ A. Wleügel u. P. Henrichsen. Wied. Ann. XXII. 1884. p. 121; XXXIV. 1888. p. 180; XLV, 1892. p. 38. (Гл. Du Bois. Congrès internat. p. 505).

³⁾ Kammerlingh Onnes und A. Perrier. Communications from phys. lab. Leiden nr. 122, p. 10. (Гл. також Pascal. Ann. chim. phys. IX. série, 25, 1912. p. 289).

⁴⁾ Pascal. Ann. chim. phys. VIII. série. t. XIX. 1910. p. 31—35.

¹⁾ Pascal. Ann. chim. phys. VIII. série t. XVI. p. 567; t. XIX. 1910. p. 36. і прочі.

²⁾ Pascal. Ann. Chim. Phys. VIII. série. t. XIX. 1910. p. 57 і 58.

³⁾ Pascal. Ann. Chim. Phys. IX. série. t. 25. 1912. p. 289.

3. Парамагнетні тіла.

Досліди магнетних прикмет парамагнетних тіл є доволі тяжкі і за того, що парамагнетна вразливість, подібно як і діамгнетна, є дуже невелика. Тому найдрібніші примішки ферромагнетного металу можуть зробити поміра зовсім ілюзоричними. Коли н. пр. χ якогось парамагнетного тіла вносить 10^{-6} , а ми умістимо його у магнетнім полю, якого сила рівна 5.000 C. G. S., то питомий ступень намагнетизована¹⁾ досягне вартости $+0.005$ C. G. S., рівночасно вносить ме питомий ступень намагнетизована зелізнх занечищень кругло 250 C. G. S., т. є. 50.000 рази більше. Отже вистарчить $\frac{1}{500}\%$ занечищень із зеліза, щоби закрити зовсім парамагнетні явища. Те саме відносить ся також до діамгнетних тіл, як се згадано вище²⁾. Тому не дивно, що праці ріжних дослідників давали не раз незгідні, а часом і противні висліди, а доперва новішими часами по приміненю докладніших метод одержано певніші. Дуже багато дослідів роблено над парамагнетними солями, і то безводними, скристалізованими і розпущеними.

З поміж праць давніших фізиків заслужують на увагу праці G. Wiedemann-a³⁾. Передовсім сконстатував він аддитивний закон для парамагнетних розчинів, а саме найшов, що магнетизм сільного розчину рівний сумі магнетизмів розчинника таї розпущеної соли. Відси рівнане $\chi = \chi' g' + \chi'' (1 - g')$, де χ' відповідає соли, χ'' розчинникови, а χ розчинови. Коли χ' і χ'' мають протвнні знаки, то можна в сім разі так зложити розчин, що $\chi = 0$, а $\chi' = \frac{g' - 1}{g'} \cdot \chi''$. Такі немагнетні розчини є добрим і певним засобом для магнетних дослідів над розпущеними солями тим більше, що магнетна вразливість парамагнетних розчинів не залежить від сили поля, а немагнетні розчини остають такими і в полю, якого сила досягає 40.000 C. G. S. Згаданий закон ствердили du Bois і O. Lieb-knecht⁴⁾, а висліди помірів, на основі його роблених, покривають ся вповні з вислідами, які інші фізики одержали другими методами.

¹⁾ Питомий ступень намагнетизована (S) се є магнетний момент одиниці маси. Коли маса тіла є M , то $S = \frac{\mathfrak{M}}{M}$, а що в случаю рівномірного намагнетизована є ступень намагнетизована $I = \frac{\mathfrak{M}}{V}$ (гл. стр. 2), то означуючи густоту знаком D , маємо:

$$S = \frac{\mathfrak{M}}{V \cdot D} = \frac{I}{D}$$

²⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. p. 483.

³⁾ Wiedemann. Pogg. Ann. CXXVI. p. 8, 1865. Du Bois. Congrès intern. phys. p. 484. 485.

⁴⁾ Du Bois u. O. Lieb-knecht. Ann. d. Phys. 1, 1900. p. 178.

Магнетна вразливість солей є також независима від природи розчинника, бодай в першім зближеню¹⁾. Дальше доказав Wiedemann, що питома магнетна вразливість цїпких кристалічних солей в загалі така сама, як розпущених солей; є лише небогато виїмків. Противно безводні цїпкі соли мають низшу вразливість.

Замітні також досліди над відношенем парамагнетної вразливости до сили магнетного поля. Для богатых тіл найшли Wiedemann²⁾, Schuhmeister³⁾ і Eaton⁴⁾, що парамагнетна вразливість не залежить від поля, а відтак H. du Bois⁵⁾ дійшов до висновку, що ступень намагнетизована I всіх простійше зложених течий, розпущених солей і газів є пропорціональний з силою поля H . Той сам вислід одержав також Curie⁶⁾. Належить ще додати, що до подібного висліду прийшли у новішим часі Honda⁷⁾ і Owen⁸⁾. З їх дослідів над магнетною вразливістю пара- і діамгнетних елементів виходить, що вона здебільша незалежна від поля, а залежність її від поля у прочих елементів можна пояснити примішками ферромагнетних тіл н. пр. зеліза. Також замінним є, що Owen в нїоднім случаю не найшов гістерези (магнетного прапізнєня). Сим, що парамагнетні тіла мають вразливість, незалежну від сили поля, нагадують вони діамгнетні субстанції. Однак заходить між ними крім противного знаку також ся значна ріжниця, що зміна температури має на парамагнетну вразливість значний вплив тоді, як діамгнетна взагалі незалежна від температури. А саме найшов Curie⁶⁾, що вона відворотно пропорціональна до абсолютної температури. Ся звязь виражає ся рівнанем $\chi = \frac{C}{T}$, де C є сталою величиною, залежною від природи даного тіла. Н. пр. для кисня найшов Curie: $10^6 \cdot \chi = \frac{33.700}{T}$ поміж 20° а 450° . Сей закон відповідає в першім приближеню заковови лінарної переміни питомої магнетної вразливости парамагнетних солей, який відкрив Wiedemann, а ствердив Plessner⁹⁾. Заразом найшли оба останні вчені,

¹⁾ Du Bois. Congrès intern. ibid.

²⁾ G. Wiedemann. Poggend. Ann. CXXVI. p. 8.

³⁾ Schuhmeister. Wiener Berichte. LXXXIII.

⁴⁾ Eaton. Wied. Ann. XV. d. 225.

⁵⁾ Du Bois. Wied. Ann. XXXV. p. 187.

⁶⁾ Curie. Oeuvres p. 328.

⁷⁾ Honda. Ann. d. Phys. 32, 1910. p. 1027.

⁸⁾ Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912. p. 657.

⁹⁾ Порівн. Wiedem. Elektrizitätslehre. III. S. 960; Plessner ibid.; Plessner. Wied. Ann. 39. p. 336. 1890.

що термічний співчинник парамагнетних солей α майже такий самий, як термічний співчинник розширення газів. Закон Wiedemann має вид: $\chi_t = \chi_0 (1 - at)$, де χ_t вразливість при температурі t , а χ_0 при 0° . Відси виходить приблизно $\frac{1}{\chi_t} \cdot \frac{d\chi_t}{dt} = -\frac{1}{T}$, а даліше $\chi_t = \frac{C}{T}$.¹⁾ Curie дійшов до сего закону, піддаючи новій рахубі вартости, знайдені Wiedemann-ом і Plessner-ом. Опісля зробив він сам магнетні поміри над залізовим сірчаном, розпущеним у воді (5·35%-ий розчин) і найшов докладне стверджене гіперболічного закона, як се подають низше наведені числа:

t	$10^6 \cdot \chi$	T	$\chi T \cdot 10^6$
+ 12° C	85·8 C. G. S.	285° абс.	24500 C. G. S.
+ 46° "	75·6 "	319° "	24100 "
+ 108° "	63·2 "	381° "	24100 "

Також провірив Curie сей закон для цїпких безводних солей, висушених через ogrіване до 250°, взявши під розвагу поміри Plessner-a²⁾. Однак сконстатував, що заходять також неточности, як н. пр. для сірчану ніклю. І для інших тїл повело ся Curie-ви³⁾ доказати закон відвортної пропорциональности температура, при чім поклав він в основу свої поміри. Крім того годить ся згадати ще про поміри Fleming-a і Dewar-a, зроблені над спорошкованими кристалами манганавого сірчану у плиннім воздуху. Вони найшли також гіперболічний закон, як се бачимо з отсих чисел:

t	- 182° C,	+ 25° (степ. Celsi-a)
T	91° C,	298° (абс. темп.)
χ	349,	105 (довільн. одиниць)
$T\chi$	31800,	31300 (" ")

Після імени винаходчика названо сей закон законом Curie-a, а добуток $\chi \cdot T = C$ сталою Curie-a⁴⁾.

Графічне представлене закону Curie-a буде найуспішнійше тоді, коли, пішовши за прикладом Curie-a, зльогартмуємо рівняне $\chi = \frac{C}{T}$ і одержане рівняне $\log \chi = \log C - \log T$ зобразимо на рисунку. Тоді дістанемо для парамагнетних тїл самі прямі лінії,

як се бачимо на фіг. 2, де $\log \chi$ є на осі рядних, а $\log T$ на осі відрізних. Тангента кута нахлоненя сих прямих є - 1, отже вони до себе рівнобіжні.

Однак новіші дослїди показують, що закон Curie-a не опановує всіх парамагнетних тїл. Особливо замітним є, що парамагнетні елементи лише в малій мірі годять ся з законом Curie-a. Honda¹⁾ успів доказати його лише для палляду, згідно з помірами Curie-a²⁾, а Owen³⁾ лише для елементів: *Ce, Nd, Pr, Er*. При дуже низьких температурах наступають збоченя від закону відвортної температури також у парамагнетних тїл, що при звичайній температурі зовсім точно годять ся з ним. Н. пр. кисень, що у інтервалі кілька сот степенів поводить ся згідно із згаданим законом, при дуже низькій температурі (у плиннім стані), не підходить під нього; за те відносить ся тоді до нього рівняне $\chi_m \sqrt{T} = A$, де A є сталою величиною, як се виходить з помірів Kamerlingh-a Onnes-a і Perrier-a⁴⁾. При найнижших температурах, які можна осягнути, а саме при температурі цїпкого водня зближає ся χ кисня до сталої вартости. Під проводом Kamerlingh-a Onnes-a⁵⁾ переведено в останніх двох роках в лабораторії в Leiden цїлий ряд студий над парамагнетними субстанціями при дуже низькій температурі і на основі їх можна більшу часть сих тїл звести до отсих трех типів: I. До першого типу належать тіла, для яких закон $\chi T = C$ важний аж до температури плинного кисня; при ще низьких температурах мале добуток χT . Сюди належать н. пр. кристалічний $FeSO_4$, кристалічний $MnSO_4$. II. У вищих субстанцій починає χT маліти, як лише температура спаде низше комнатної температури (н. пр. у безводного $MnSO_4$), в сїм разі відносить ся мабуть до них рівняне $\chi(T + \Delta) = \text{const.}$, де Δ є сталою величиною. Важність сего рівняня сягає лиш від звичайної температури до температури плинного азоту; при ще низькій температурі являють ся нові збоченя. III. У платини і деяких інших тїл зміняє ся вразливість χ лише мало що з температурою, однак в інтервалі між температурою плинного азоту і плинного водня χ майже незалежне від температури.

Перейшовши загальні прикмети парамагнетних тїл, приглянемо ся кільком замітнійшим случаям. Найперше возьмім на увагу кисень, котрого магнетні прикмети ми вже в части обговорили. Пи-

¹⁾ Curie. Oeuvres, p. 281.

²⁾ Curie. ibid. p. 285.

³⁾ Curie. Oeuvres p. 327.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internat. II. p. 486.

¹⁾ Honda. Ann. d. Phys. 32, 1910, s. 1027.

²⁾ Curie. Oeuvres p. 286.

³⁾ Owen. Ann. d. Phys. 37, 1912, p. 657.

⁴⁾ Kamerlingh Onnes a. A. Perier. Commun. phys. lab. Leiden Nr. 116.

⁵⁾ E. Oosterhuis. Com. Suppl. Nr. 31 to Nr. 133-144, 1913.

тому вразливість його мірено нераз, а вартости її годять ся добре що до ряду величини зі собою, коли відносять ся до тої самої температури. І так найшов Н. du Bois 1888 р. при 15°C і при тисненню 1 атмосфери $\chi = 88.10^{-6}$ (відносно до порожні), G. Quincke 1888. р. для 16°C при тисненню від 1 до 8 атмосфер $\chi = 92.10^{-6}$, а при тисненню 40 атм. $\chi = 118.10^{-6}$, P. Curie 1892 р. для 20° при 18 атм. $\chi = 115.10^{-6}$, R. Hennig 1893. р. для 25° при 1—4 атм. $\chi = 93.10^{-6}$, Fleming і Dewar 1898. р. для плинного кисня при -182° $\chi = 285.10^{-6}$. Коли зведемо при помочи закону Curie-а наведені вартости магнетної вразливости на абсолютну температуру 291° , одержимо вартости, що хитають ся між 87.10^{-6} і 117.10^{-6} , отже досить згідні висліди, як взяти на увагу трудність помірів. Інтересними є також досліди над впливом тисненя на магнетну вразливість кисня. Всі дослідники годять ся, що магнетна вразливість χ при сталій температурі пропорціональна до тисненя. З того виходить, що питома вразливість χ не залежить від тисненя, що

ствердив також Curie. Як сполучимо закон $\chi = \frac{C}{T}$ із законом

Boyle-а і Mariotte-а, одержимо рівнянє: $\chi = \frac{BP}{T^2}$, де B є сталою величиною, а P тисненєм. Останнє рівнянє годить ся вповні з дослідями, як се вже сказано¹⁾.

З вартостей найдених для кисня і зі складу повітря можна легко обчислити обговорювані величини для повітря. Коли приймемо, що χ азоту можна понехати (воно дуже мале), а при тім знаємо, що температура не має впливу на магнетні прикмети азоту, дістанемо для повітря:

$$\chi = \frac{0.2310 C}{T}, \quad \chi = \frac{0.2094 BP}{T^2};$$

при тім прийнято, що повітре має 0.2310 кисня в одиниці маси, а 0.2094 в одиниці об'єму. Вартости C і B треба взяти від кисня.

Curie вивів в згоді з сими висновками для повітря $10^6 \cdot \chi_t = \frac{7830}{T}$, а відтак експериментом найшов для 24°C : $10^6 \chi_{24} = 26.6$, а з формулки виходить 26.3 . Отже справдженє сих виводів є достаточне.

З прочих газів є лише азотавий окис $N_2 O_2$ парамагнетним, що доказано частійше, а саме виходить се з помірів Quincke-а, Ефимова, Тоерлер-а і Hennig-а, прочі всі доси досліджувані

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. p. 487—490; Curie. Oeuvres. p. 272—278.

гази є діямагнетні, як се недавно доказав Pascal. Його молекулярна вразливість виносить всего $\frac{1}{3}$ молекулярної вразливости газового кисня при тих самих виїшних умовах¹⁾.

Інтересні є досліди над металами. Між ними найліпше пізнано магнетні прикмети ферромагнетних металів, котрі будуть обговорені окремо, і прикмети міді, що є в звичайній температурі діямагнетною. Однак як перші, так і послідна дають багато парамагнетних сполук. Про вплив температури на парамагнетні соли вже була мова. Тому треба лише згадати інші характеристичні прикмети їх. А саме найшов G. Wiedemann²⁾, що молекулярна вразливість розпущених солий катіона означеної вартісности не залежить від природи авіона. Отже н. пр. χ_m всіх зелізавих солий є однакове. Сей закон ствердив Quincke³⁾, що уживав при помірах иншої методи, як Wiedemann. Опісля доказали Liebkecht і Wills⁴⁾ те саме майже загально для 36 розчинів солий. Для прикладу наводимо числа з помірів їх над солями зеліза і міді:

Назва соли	χ_m	$C. m^5)$
Fe I ₂	0.01282	3.74
Fe S O ₄	0.01272	3.70
Fe (N H ₄) ₂ (S O ₄) ₂	0.01268	3.69
Fe Cl ₃	0.01353	3.95
Fe Br ₃	0.01482	4.32
Fe ₂ (S O ₄) ₃	0.01515	4.41
Fe (N H ₄) (S O ₄) ₂	0.01510	4.40
Fe (N H ₄) (C ₂ O ₄) ₂	0.01533	4.46
Fe (N O ₃) ₃	0.01352	3.94
Cu Cl ₂	0.00165	0.48
Cu Br ₂	0.00157	0.46
Cu S O ₄	0.00164	0.48
Cu (N O ₃) ₂	0.00163	0.48

Однак не для всіх металів є сей закон сповнений, н. пр. у солий зеліза є значні збоченя, за те у міді, мангану, ніклю, хрому, кобальту замітна незвичайна згідність з наведеним законом.

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 492; Wüllner. Experimentalphysik. 1897. III. p. 1145; Pascal. Ann. Chim. Phys. VIII. série, t. XIX, p. 18.

²⁾ Du Bois. Congrès intern. p. 495; Wiedem. Elektrizitätslehre. 2. Auflage. III. Bd. § 1270—1289; Wüllner. III. p. 1143.

³⁾ Quincke, Wied. Ann. XXIV. p. 347. XXXIV. p. 403. Wüllner. ibid. p. 1143.

⁴⁾ Du Bois. Congrès internat. phys. II. p. 495. Ann. Phys. J. p. 178, 1900.

⁵⁾ C = стала Curie-а, m = молекулярний тягар.

Колиж метал є в аніоні н. пр. в хромані, манганані, зелізані, то магнетні прикмети його цілковито змінюють ся, а навіть можуть перейти у діаманетизм. Се спостережене, зроблене ще Wiedemann-ом¹⁾, стверджено опісля; в недавнім часі одержав те саме Pascal²⁾ і розширив на більше скомпліковані сполуки, доказуючи, що метал, входячи у скомплікований йон або в коллоїд, затрачує у новій сполуці часть або і всі магнетні прикмети, які має у нормальних солях.

Магнетизм розчинів солей зеліза, кобальту, ніккю, хрому і мангану досліджував недавно також Paul Drapier³⁾. Після нього є розчини лише тоді парамагнетні, коли метал є в них свободними йонами; колиж йони скомпліковані н. пр. у розчині цианової соли (Blutlaugensalz), або у коллоїдальній формі, то розчини є слабо парамагнетні або і зовсім ні. Розчини, у яких молекули не улягають диссоціації н. пр. $Fe_2 Cl_6$ в етері, не є магнетні.

Вкінці важним є питане, чи є яка зв'язь між діаманетними і парамагнетними тілами. Се питане рішено у додатний спосіб. А саме сконстатовано, що діаманетні елементи можуть давати парамагнетні сполуки (н. пр. $Cu Br_2$, $Cu Cl_2$) і противно парамагнетні елементи дають нераз діаманетні сполуки (н. пр. $Mg O$, $Al_2 O_3$)⁴⁾. Видко у хемічних сполуках виступають взаїмні ділани атомів на себе так сильно, що магнетний характер змінює ся. При сій нагоді добре згадати, що подібні взаїмни між парамагнетними і ферромагнетними тілами сконстатовано в багатьох случаях⁵⁾.

4. Ферромагнетні тіла.

В тісній зв'язі із парамагнетними тілами стоять ферромагнетні. Одні і другі мають магнетну вразливість однакового знаку; в одних і других змінює ся вона сильно під впливом температури. Не те бачимо у діаманетних субстанцій; їх вразливість взагалі незалежна від температури, а се вказувало би на те, що суть діаманетизму лежить у нутрі молекула. Крім того треба замітити, що перехід із ферромагнетного стану у парамагнетний розмірно легкий; вистарчить лише підвишити температуру до певного характерстичного

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 498.

²⁾ Pascal. Ann. Chim. Phys. 1909. 8. série. XVI. p. 531; Journ. Phys. 7, 1908, p. 921.

³⁾ P. Drapier. Journ. chim. phys. 7, p. 385. 1909.

⁴⁾ Meyer. Ann. d. Phys. 1, 1900, p. 663; Koenigsberger. Wied. Ann. 66, 1898, p. 698; Ann. d. Phys. 1, 1900, p. 175.

⁵⁾ Honda. Phys. ZS. 11, 1910, p. 1079.

ступеня. Противно зміна температури не переводить діаманетних прикмет у магнетні; тут треба радикальнійшого чинника, яким є хемічні впливи.

Однак є також великі різниці між парамагнетним і ферромагнетними тілами. По перше ферромагнетна вразливість змінює ся враз з силою поля, по друге намагнетизоване залежить не лише від магнетних сил, що в даній хвилі ділають, але також від сил, що передше ділали. Вкінці замітним є також особливий вплив температури на перебіг намагнетизованя ферромагнетних тіл.

Коли сила поля росте від зера в гору, то ступень намагнетизованя є зразу пропорціональний до намагнетизованя; отже магнетна вразливість χ є сталою величиною. Опісля росте намагнетизоване повільнійше, як сила, і зближає ся до максимум: до т. зв. магнетного насиченя. Типовим прикладом сего є перстень або безконечно довгий тоненький циліндр із чистого м'якого зеліза. У нього є для сили поля $H < 1$ C. G. S. вразливість χ рівна около 30 одиницям. Опісля росте χ враз із силою поля і досягає максимум для ступеня намагнетизованя I , що виносить звиш 400. Вкінці для $H > 10$ починає I рости щораз поволійше і зближає ся до насиченя¹⁾. Для прикладу подаємо вартости намагнетизованя I кількох ферромагнетних тіл при насиченю для температури 18°.

	Fe	Co	Ni
I	1850,	1370,	580,
$\frac{I}{\delta} = S$	236,	158,	65.

Дальшою характеристикою ферромагнетизму є магнетне припізнене або т. зв. гістереза. Суть сего явища, відкритого вперше Warburg-ом²⁾, полягає в тім, що при зменшуваню сили поля тій самій силі відповідає сильнійше намагнетизоване, як при збільшуваню; отже силі зера відповідати ме якийсь додатний ступень намагнетизованя, т. зв. магнетний останок (Remanenz), який можна усунути, уживаючи певної від'ємної магнетної сили поля т. зв. коерцитивної сили. Крім сеї гістерези пізнаво ще інші роди. Н. пр. гістереза виступає також при обертаню ферромагнетного тіла в однороднім полю (поміж бігунами сильного електромагнета), а також при огріваню і остуджуваню ферромагнетних тіл. Над сим ведено дуже багато інтересних дослідів, а літературу сего предмету до 1900. р. подав сам Warburg³⁾.

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 464—467.

²⁾ Warburg. Wied. Ann. Bd. XIII. S. 141.

³⁾ Warburg. Congrès internat. de phys. 1900. II. L'hystérésis p. 509.

Найдовше годить ся спинити на впливі температури на криву намагнетизованя ферромагнетних тіл. Сей вплив проявив у великій мірі P. Curie¹). Досліджуючи залежність питомого намагнетизованя від сили поля при різних степенях температури, найшов він для м'якого заліза, що висше 756° питома магнетна вразливість його χ не залежить від сили поля; се обсервував він для пильмежи 25 і 1300 C. G. S. одиниць. Отже висше 756° стає залізо парамагнетне; воно трансформує ся. Щоби краще подати сю залежність від температури, зображує її Curie при помочи логаритмічних співвідношень. І так на осі відрізних подає він логаритми абсолютної температури, а на осі рядних логаритми питомої вразливості χ . Зображені в той спосіб криві $L\chi = f(LT)$ мають особливий вигляд, як се бачимо на фіг. 2. Curie подає на сій фігурі кілька кривих. Три горішні відносять ся до заліза, дві другі до інших ферромагнетних тіл, а долішні прямі до парамагнетних тіл; останнє є очевидним, коли пригадаємо собі, що для парамагнетних тіл $\chi = \frac{C}{T}$, а $L\chi = LC - LT$ є рівнянням прямої із співвідношенням напрямку $tg\alpha = -1$.

Пригляньмо ся кривим заліза, що відповідають полям різної сили. Вони сходять ся із собою висше 750°. Опісля біжить одна крива, спільна різним полям, однак перебіг її не однаковий; як бачимо з фігури, складає ся вона із 4 частин, відділених від себе точками *b*, *c*, *d*, *e*. Curie пояснює сей нерівномірний перебіг кривої тим, що залізо переходить при висших температурах у аллотропічні відміни. І так при температурі 756° переходить залізо із звичайного стану т. зв. області α у стан β . Стан β зображений на фігурі кривою *ac* і лежить поміж 756° а 920°. Він є перехідний поміж ферромагнетним а парамагнетним. Серед нього подибуємо дві відміни, відділені точкою *b*, що відповідає температурі 860°. У першій маліє магнетна вразливість враз з температурою після гіперболічного закону, у другій ся переміна відбуває ся трохи скорше. В стані γ поміж 920° і 1280° є χ відвратно пропорціональне до абсолютної температури; залізо є тоді парамагнетне; відповідно до того є на фігурі часть кривої *cd* прямою, рівнобіжною до других парамагнетних прямих. При 1280° зростає χ нагло о $\frac{2}{3}$ своєї вартости, а поміж 1280° а 1366° (границя дослідів Curie-a) одержуємо пряму *ef*, що є мабуть продовженням кривої *ab*. Коли би крива бігла від *a* до *f* у нормальний спосіб так, як поміж *a* і *b*, то

²) Curie. Oeuvres. p. 306. і дальші.

ми одержали би криву, що докладно відповідала би кривим інших ферромагнетних тіл, як н. пр. нікелю і магнетиту¹).

Curie робив також досліди над білим чагуном (литим залізом), що не був надто чистий, бо містив в собі крім вугля фосфор, сірку і арсенік, а крім того над нікелю і магнетитом. Для першого найшов він температуру трансформації близько 670°. Другої трансформації нема, а таєне чагуна не має мабуть жадного впливу на ступень намагнетизованя його. Між 850° а 1267° можна представити висліди при помочи прямої, що біжить рівнобіжно до парамагнетних прямих. Для сеї прямої є $10^6 \chi = \frac{38500}{T}$. — Температура трансформації нікелю лежить після Curie-a близько 340°, а поміж 373° а 806° є магнетна вразливість його незалежна від поля. Температура магнетної трансформації магнетиту ($Fe_3 O_4$) лежить близько 535°, а магнетна вразливість його не залежить від поля в межах від 550° до 1370°. При температурах, висших від 850°, має магнетит парамагнетні прикмети, його вразливість є тоді відвратно пропорціональна до температури і дасть ся представити рівнянням $\chi \cdot 10^6 = \frac{2800}{T}$.²)

Досліди над сими кількома ферромагнетними тілами вказують на те, що вони всі трансформують ся при певній температурі у парамагнетні тіла, а тоді магнетна вразливість стає незалежна від поля, бодай для досліджуваних пиль (низше 1350 одиниць). Однак магнетна вразливість їх ще досить велика, коли порівнаємо їх з парамагнетними тілами. Із зростом температури маліє χ , а навіть стає величиною того самого ряду, що χ парамагнетних тіл. Замітною річю є, що пряма кисня, яка зображує звязь між χ і *T* у логаритмічній виді, продовжена накриває ся з прямою м'якого заліза між 925° а 1280°. Колиж приймемо, що закон перемены кисня поміж 15° а 450° важний і для висших температур, то зможемо зробити висновок, що питома магнетна вразливість заліза і кисня однакова поміж 925° а 1280°. Гіперболічний закон температури опановує ферромагнетні тіла при високих температурах; отже він є мабуть граничним законом, до якого прямує закон перемены питомої магнетної вразливості кожного ферромагнетного тіла, коли підвищимо температуру достаточо понад температуру трансформації³).

¹) Curie. Oeuvres p. 316 і 317.

²) Curie. Oeuvres. p. 321 і д.

³) Curie. Oeuvres p. 330.

Магнетну вразливість м'якого заліза при низких температурах досліджували Fleming і Dewar¹⁾. Вони найшли лише слабе обниження єї при температурі плинного воздуха; те саме було також при температурі плинного водня. З другої сторони доказано, що χ ферромагнетних тіл в загалі збільшає ся при ogrіваню; часом се збільшанє поступає безмежно, особливо близько самої магнетної трансформації. Тоді саме діє ся се нагло і тому можна в сей спосіб точнійше спрецизувати температуру трансформації. Після того подали єї Osmond, Lydall і Pocklington²⁾: 320° С для ніклю, около 1100° С для кобальту і 870° для чистого заліза. Занечищена обнижають сю температуру значно і спричинюють нераз значну термомагнетну гістерезу. Після найновіших дослідів вважає Weiss³⁾ точками Curie-а: 774° для електролітичного заліза, 1110° для кобальту, 364° для ніклю, 581° для магнетиту і 319° для піротину.

Обговоривши загальні прикмети ферромагнетних тіл, добре буде згадати також про анальгію, яку замітив Р. Curie⁴⁾ між зміною їх магнетних прикмет під впливом температури і сили поля а зміною густоти газів під впливом температури і тисненя. Ся анальгія о стілько важна, що дала почин до нової теорії ферромагнетних тіл, теорії Weiss-а. Щоби її зрозуміти, пригляньмо ся функціям $F(S, H, T) = 0$ і $\Phi(D, p, T) = 0$; перша відносить ся до магнетного тіла, друга до газів, при чім S є питомим степенем намагнетизованя, D густиною газу, а p тисненем. У сій анальгії відповідає S густоті D , а H тисненю p . Для ферромагнетних тіл вище температури трансформації і для парамагнетних є $S = C \cdot \frac{H}{T}$, де C є сталою величиною⁵⁾. Так само є для газів високо по верх критичної температури $D = \frac{1}{R} \cdot \frac{p}{T}$, де R є сталою величиною. Законам Mariotte-а і Gay Lussac-а відповідає закон незмінности магнетної вразливости підчас зміни сили поля і закон відверненої абсолютної температури.

Порівнаймо близше перемену степеня намагнетизованя під впливом температури в сусідстві температури трансформації при рівночасно незмінним полю з анальгічним явищем у газів; тоді по-

1) Du Bois. Congrès internat. p. 467.

2) Du Bois. Congrès internat. phys. p. 467.

3) Weiss et Foëx. Journ. de phys. 1, 1911, p. 744.

4) Curie. Oeuvres p. 330.

5) Бо $\chi = \frac{S}{H}$, а також $\chi = \frac{C}{T}$; отже $S = C \cdot \frac{H}{T}$.

бачимо, що зовсім подібно переминює ся густота останніх під впливом температури у сусідстві критичної температури, коли тисненє полишимо сталє. Сю анальгію перебігу обох функцій $S = \Psi(T)$ і $D = \Psi_1(T)$ видимо добре на фігурах 3. і 4. Перша зображує криві однакового тисненя, сконструовані Amagat-ом для двокису вугля, друга криві заліза для ріжних піль, нарисовані Curie-м. Густота двокису вугля брана відносно до води. Крива переходу двокису вугля у плинвий стан зазначена на фігурі точками.

Приглянувши ся перебігови обох систем кривих, зауважуємо, що криві $S = \Psi(T)$ заліза для обсервованих піль 50, 100, 300, 1000, 1300 одниць є поміж 740° а 760° похожі на криві двокису вугля $D = \Psi_1(T)$ поміж 0° а 258° для тисненя поміж 75 а 200 атмосфер. Коли температура обнижає ся, криві $S = \Psi(T)$ зближають ся поміж 750° а 740°, а понизше 740° віддаляють ся від себе. А у газів зауважано, що криві $D = \Psi_1(T)$ зближають ся постійно, коли температура обнижає ся. Між тим для води (досвіди Amagat-а) криві зближають ся до себе між 200° а 45°, а відтак віддаляють ся від себе поміж 45° а 0°.

Се порівнанє о стілько хосенне, що насуває на думку нові досвіди. Н. пр. густота газу збільшає ся враз з обниженем температури тим нагальнійше, чим тисненє низше. Коли тисненє слабше, як критичне, то наступає нагла контракція і переміна в теч. Так само степень намагнетизованя збільшає ся враз з обниженем температури тим наглійше, чим слабша сила поля. Отже можна собі поставити питанє, чи се збільшенє намагнетизованя не відбувати меть ся нагло при достаточо слабій силі поля. Можна би дальше досліджувати, чи існує критична точка і критичні сталі для магнетних явищ і т. д.

Із загальної точки погляду можна думати, що магнетні трансформації н. пр. заліза при 756° є привязані до означеної температури для кожного магнетного тіла, подібно як наглі контракції газів відбувають ся при означених температурах.

Вкінці зі становища молекулярної теорії можна би сказати подібно, як для газів, що нагле збільшанє степеня намагнетизованя наступає як-раз тоді, як степень намагнетизованя магнетних частиць є достаточо сильний, щоби вони могли на себе взаїмно реагувати. Однак, навівши сї анальгії, остерігає Curie, щоби не приписувати їм надто великого значія. Бо сї анальгії не можна строго перевести. І так н. пр. ізотерми $S = g(H)$ і $D = g_1(p)$ не дуже подобають на себе.

В останнім десятиліттю звернули на себе увагу також магнетокристалічні досліді над ферромагнетними тілами, а крім того магнетні прикмети стопів, поміж якими подибуємо часто ферромагнетні явища. Магнето-кристалічні явища досліджував вперше Poisson ще 1823 р., опісля займали ся ними Faraday, Plücker, Tyndall, Knoblauch, Grailich, Lang, W. Thomson, Strenger, Koenig, Koenigsberger, Lehman¹⁾. Особливі прикмети магнетних кристалів відносять ся до всіх трех груп магнетних субстанцій. Полягають вони в тім, що намагнетизоване здовж різних осей кристалів є всілякої величини, деколи заходять навіть ріжнці що до ряду величини.

Поміж магнетними кристалами заслугоють головню на увагу ферромагнетні; деякі з них мають досить правильні магнетні прикмети. А тому, що ферромагнетні тіла, як н. пр. залізо, не є ізотропними тілами, лише зложені із дуже дрібоньких кристалів, можна припускати, що ближше пізнане прикмет ферромагнетних кристалів причинить ся до зрозуміння ферромагнетних явищ. Ферромагнетних тіл, що мають виразні кристалічні прикмети, є лише два: кристалічний магнетит (Fe_3O_4) і піротин (сірчак заліза неозначеного близше складу). Дуже докладні досліді над прикметами їх перевів P. Weiss. Найперше провадив він досліді над магнетитом²⁾. Сей мінерал кристалізує в правильнім укладі, а поведене його у магнетнім полі зовсім відмінне від поведеня ізотропних тіл. Його степен намагнетизованя має взагалі инший напрям, як напрям сили поля, а також величина його змінє ся із зміною напрямку поля. Здовж головних осей сконстатував Weiss в полі 150 C. G. S. намагнетизованя, що відносять ся до себе, як 15:18:19. В головній осі є намагнетизоване найменше; найвєща його вартість $I = 435$.

Далеко інтересніші є магнетні прикмети піротину. Weiss³⁾ досліджував кристали піротину ріжного походження і відповідно до поведеня їх у магнетнім полі дїлить їх на нормальні і аномальні. Перші походять з Morro Velho в Бразилії. Вони показують в супротивности до других велику правильність під магнетним зглядом. Кристали їх на перший погляд належать до гексагонального укладу. Степен намагнетизованя шестигранної призми з піротину може для всіх напрямів в основі прибрати значну величину; за те є намагне-

¹⁾ Du Bois. Congrès internat. p. 506; Wüllner. Experimentalphysik. III. 1897. S. 1146.

²⁾ P. Weiss. Journ. de phys. 3-e série t. VIII. 1899. p. 542; Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1905. S. 325.

³⁾ Weiss. Journ. de phys. IV. série. t. 4. 1905. p. 469; Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. loco citato.

тизоване нормально до сеї площі майже рівне зеро. Сю визначну площу, що містить завсїди в собі вектор намагнетизованя, зове Weiss магнетною площею. Коли поле наклонене до сеї площі, то напрям і величина намагнетизованя у магнетній площі відповідає складовій поля у сїй площі.

Відповідно до сих прикмет магнет притягає піротинову кулю, коли вона завішена на нитці так, що її магнетна площа є рівнобіжна до лній сил. Як вона нормальна до них, то притягане не наступить.

Перші досліді над магнетною площею піротину дали зразу дуже замотаний вислід. Однак Weiss-ови повело ся із сего на перший погляд замотаного вислїду витягнути дуже важні висновки, що відразу кидають ясне світло на прикмети піротину. І так найшов він, що кристал піротину складає ся з трех простійших кристалів, яких магнетні площі накривають ся і лише є скручені зглядом себе о 120° . Сі три кристали осягають взагалі ріжний степен намагнетизованя; деколи виступають головню магнетні прикмети одного кристалу, а магнетні прикмети обох других майже не виступають. З останного рода кристалів випровадив Weiss прикмети простого нормального кристалу. Вони дадуть ся зібрати в отсих кількох словах: У магнетній площі простого кристалу є два характеристичні напрями, до себе нормальні, у яких сила поля і намагнетизоване мають той сам напрям. Один із сих напрямів є напрямом легкого намагнетизованя, а другий напрямом тяжкого намагнетизованя. У першім напрямі вистарчають вже слабї поля, щоби довести степен намагнетизованя до насиченя. У нормальнім напрямі до першого субстанція поводить ся так, неначе би против намагнетизованя ділало якесь сильне відмагнетизовуюче поле, якого причину треба глядати у кристалічній структурі. Сила сего поля вносить 7300 Гавсів. Коли поле має довільний напрям і довільну величину, то степен намагнетизованя має инший напрям, а величина його залежно від напрямку ріжна. Коли на фіг. 5. OA представляє напрям легкого намагнетизованя, а OC тяжкого, то підчас обороту поля докруги точки O одержимо ось що. Тодї як вектор поля описує площу фігури, почавши від OA до OE , вектор намагнетизованя описує дугу AB лучем, що відповідає насиченю; коли-ж вектор поля зближає ся у своїм обороті до OC , тоді вектор намагнетизованя, що доси оставав позаду першого, описує в одній хвилі тятиву BD рівнобіжну до напрямку легкого намагнетизованя, щоби опісля описувати дугу насиченя DE . Однак для піль висше 7300 Гавсів описує вектор намагнетизованя повне коло насиченя.

Уживаючи піль величини кількохсот Гавсів, не зауважав Weiss намагнетизованя піротину нормально до магнетної площі. Але як поле досягнуло величини кількох тисячів одиниць, показалося слабе намагнетизоване піротину нормально до магнетної площі. Магнетна вразливість κ виносила в сїм напрямі $314 \cdot 10^{-6}$.

Коли піротин завдячує свої магнетні прикмети у сїм напрямі залізови, яке містить в собі, то, узгляднюючи густоту його в піротині ($= 1.76$), дістанемо питому магнетну вразливість сего заліза $\chi = 175 \cdot 10^{-6}$, а атомову $\chi_a = a\chi = 56\chi = 0.0098$. Це число годить ся з атомовою вразливістю заліза, виведеною на основі помірів du Bois над парамагнетними солями; остання рівнає ся 0.0074^1). З того виходить: „Атомова вразливість заліза в піротині у напрямі нормальнім до магнетної площі є рівна атомовій вразливості заліза у парамагнетних солях“. Отже бачимо, що піротин ферромагнетний у магнетній площі, а парамагнетний в напрямі нормальнім до неї.

Не таку правильність бачимо в аномальнім піротині. Його прикмети нагадують лише дуже загально прикмети нормальних кристалів. І так н. пр. нема у них так замітної різниці між магнетною площею а иншими напрямими. Н. пр. Weiss найшов для трех ріжних аномальних кристалів для слабих піль у напрямі нормальнім до магнетної площі намагнетизоване, що виносило $\frac{1}{15}$, $\frac{1}{17}$ і $\frac{1}{42}$ намагнетизованя у сїй площі. Для піль тої самої величини годї навіть найти слід намагнетизованя у згаданім напрямі нормального кристалу; воно виносить для нього і в найсильїйших полях $\frac{3}{880}$ рівнобіжного намагнетизованя³). У магнетній площі аномального кристалу подибуємо ті самі групи кристалів, що в нормальнім кристалі. І з них випровадив Weiss прикмети простого кристалу. Важна заходить різниця обох родів піротину також в напрямі тяжкого намагнетизованя; коли для нормального є відношене складової поля H_D до складової намагнетизованя $I \sin \varphi$ у сїм напрямі завжди сталою величиною так, що $\frac{H_D}{I \sin \varphi} = \frac{7300}{47}$ (порівн. фіг. 6.), то для аномальних кристалів не має сей закон жадного значіння.

Досліди над гістерезою в піротині показують також велику різницю обох родів. В нормальних кристалах є гістереза розмірно невелика, в аномальних значна. Однак годї на сїм місці розводити ся довше над тим явищем.

¹) Weiss. Journ. de phys. 1905 p. 829.

²) Du Bois. Congrès internat. 1890. p. 494—496.

³) Weiss. Journ. de phys. 1905 p. 504.

Придивім ся тепер впливови температури на магнетизм піротину. Його досліджували Weiss і Kunz¹). Передовсім найшли вони, що різниці між прикметами обох родів піротину ростуть wraz з підвишенєм температури. Н. пр. крива намагнетизованя нормального піротину $I = \varphi(t)$ виглядає наче відповідна крива заліза. При 319^0 лежить температура трансформації. Остуджуючи піротин одержуємо ту саму криву. Инакше є з кривою намагнетизованя аномального піротину; при кождоразовім огріваню і остуджуваню виходять ріжні криві $I = \varphi(t)$, що вказує на сильну термічну гістерезу. Зміна температури має також вплив на групу кристалів, із яких зложений кристал піротину. Однак в нормальнім кристалі угруповане вертає ся по остудженю до давного стану, а в аномальнім відбувають ся переміни степенів намагнетизованя поодиноких складових кристалів, що не вертають по остудженю ані до давних величин ані до первісного взаїмного відношеня; також вплив часу є ту замітний.

Кінчаючи обговорювати ферромагнетні тіла, хочемо згадати кількома словами про стопи. Поміж ними є найбільше характеристичні сї, що повстали через стоплене слабумагнетних або навіть і діамагнетних металів. Їх відкрив Fr. Heusler²) 1898. р. і від його імени загально називають їх Heusler-овими. Є се стопи мангану, що містять в собі крім мангану або мангану і міді ще один елемент н. пр. *Al, Sn, As, Sb, Bi, B*. Найсильнійше ферромагнетні є стопи, зложені із *Al, Mn, Cu*. Хоч для глину $\kappa = +1.88 \cdot 10^{-6}$, для міді $\kappa = -0.82 \cdot 10^{-6}$, а для мангану що найбільше $\kappa = +100 \cdot 10^{-6}$, то помимо того стопи із сих трех металів мають магнетну вразливість ряду заліза; н. пр. магнетна вразливість їх доходить при насиченю до $\frac{3}{4}$ вразливості литого заліза³). Температура трансформації ріжних Heusler-ових стопів є ріжна. Вона лежить, почавши від 350^0 в долину. Також повело ся доказати явище гістерези у сих стопах⁴).

Ферромагнетизм їх приписує Heusler хемічній сполуці складових металів; після нього носителем ферромагнетних прикмет манганоглинового бронзу є молекула складу $Al_n(MnCu)_{3n}$. Література сих замітних стопів дуже велика, хоч відкрито їх недавно.

¹) Weiss et Kunz. Journ. de phys. 4, 1905, p. 847.

²) Richarz. Phys. Zeitschr. 1911. S. 151; Heusler u. Take. Phys. Zeitschr. 1912. S. 897.

³) Fr. Heusler, W. Starck, E. Haupt. Verhandl. d. Deutsch. Phys. Gesellsch. 5, 1903, S. 219.

⁴) Asteroth. Ibid. 10, 1908, S. 21.

При кінці сего розділу треба ще додати, що ферромагнетні метали можуть на відворот затрачувати свої прикмети у стопах і давати парамагнетні стопи, подібно, як се діє ся у солях н. пр. стопи заліза з ванадом, заліза з глином, ніккю з хромом, кобальту з хромом. В сім разі повстають мішані кристали з обох складових металів або хемічні сполуки¹⁾.

5. Langevin-ова теорія парамагнетизму і діямагнетизму.

До недавних часів не було ні одної теорії магнетизму, що позваляла б обіймати всі магнетні явища в одноцільній спосіб. Кожда давніша теорія мала розмірно значні недостачі. І так стара теорія одного магнетного флюїда, себто віжної нетяжкої субстанції, що проникає тіла подібно як давний гіпотетичний флюїд теплоты, не могла довго остояти ся тому, що не годна була пояснити всіх магнетних явищ. Її наслідниця, теорія двох магнетних флюїдів, годить ся вправді з фактами, однак не може вдоволити тому, що властиво описує лише обсервовані факти, а всілякі нові відкриті магнетні прикмети приписує обом гіпотетичним флюїдам; за те на істноване обох флюїдів не дає жадного доказу. Відтак перенесено оба флюїди до поодиноких молекулів і намагнетизоване тіло приписувано упорядкованю напрямів молекулів; після сеї теорії молекули уставляють ся рівнобіжно до себе, звертаючись в оден бік полудневими бігунами, в яких є нагромаджений полуднево-магнетний флюїд, а північними бігунами з відповідним флюїдом у противний бік (Poisson). Спадкоємницею сеї молекулярної теорії є гіпотеза Ампер-а²⁾, що становить великий крок вперед. Ампер-ова³⁾ саме завдячуємо досліді над притяганем і відпиханем проводів, у яких пливе електрична струя, як також досліді над магнетними прикметами солєноїдів. Сі досліді спонукали його заступити молекулярні магнетні елементарними електричними струями, що пливають у молекулах тіл, а площа їх є нормальна до осей давних молекулярних магнетників. В немагнетнім стані є сі елементарні струї неупорядковані, а в магнетнім полі осей їх уставляють ся рівнобіжно

¹⁾ Honda. Phys. ZS. 11, 1910, p. 1079.

²⁾ Wüllner. Experimentalphysik. III 1897, p. 1009; Ampère. Ann. de chim. et de phys. XV. p. 70, 170.

³⁾ Wüllner. Experimentalphys. III. p. 924, 935, 938. Ampère. Ann. de chim. et de phys. XV, XX. Ampère. Mémoire sur la théorie de phénomènes électrodynamiques. p. 266.

до напрямку поля. Ся теорія основує ся, розуміє ся, на факті, що колова струя ділає на віддалі так само, як магнет, котрого вісь рівнобіжна до осей струї, а момент M рівний добуткови із струї i і поверхні S , обмеженої проводом: ($M = i \cdot S$). Дальше висновує Ампер-е, що проводи, в яких кружать струї, не мають зовсім опору, бо инакше сі струї мусіли би перестати кружити.

Однак теорія Ампер-е-а не надає ся зовсім до виясненя діямагнетних явищ. Се спонукало W. Weber-а¹⁾ придумати для діямагнетних тіл окрему теорію. Він займав ся головню візмутом і на основі дослідів над ним поставив гіпотезу, що його молекули не годні обертати ся і що в його молекулах є колові проводи без жадного опору. Колиж до візмуту або до иншого діямагнетного тіла зближимо магнет, то на згадані проводи починають ділати електромоторичні сили індукції. Вони збуджують індукційні струї, що кружити муть в сих проводах, хочби електромоторична сила щезла. Бо закон Ом-а не може відносити ся до сих проводів без опору. Ось так перемянати муть ся молекули діямагнетних тіл під впливом магнету у тревалі магнеті, але так, що відповідно до правила Ленз-а будуть вони звернені до магнетового бігуна своїми рівноіменними бігунами; наслідок того є взаємне відпихане. Колиж віддалимо магнет від діямагнетного тіла, тоді збудить ся у елементарних проводах останнього знов електромоторична сила. Вона рівна електромоторичній силі, що повстає при зближаню магнету, але напрям її противний. Тому нищить вона попередні електричні струї у молекулярних проводах і тіло тратить свій діямагнетизм. З того виходить, що діямагнетизм ніколи не є тревалий, а се дійсно показано.

Як бачимо, обі останні теорії, як Ампер-а, так Weber-а, не дають одноцільного образу магнетних явищ. Передовсім ділить непроходима безодня діямагнетні і магнетні тіла, а в теорії Ампер-а не слідно ріжниці між парамагнетними і ферромагнетними тілами. Дальше не говорять нам теорія Ампер-е-а нічого про причини повставаня елементарних струй ані про те, що піддержує їх. Maxwell²⁾ старав ся обі теорії сполучити, але не розв'язав проблему, не маючи достаточного знаня будови молекулів.

Однак сьогодні можна поставити магнетну теорію, що краще вдоволяє всі вимоги тому, що з одної сторони поспішила на поміч

¹⁾ Wüllner. Experimentalphysik. III. 1897, p. 1132.

²⁾ Langevin. Sur la théorie du magnétisme. Journal de Physique. IV. 1905. p. 678.

теорія електронів, з другої сторони пізнаю докладніше магнетні явища, як се було за часів Ампре-а і Вебер-а. Сеї задачі підняло ся кількох дослідників, як Voigt, I. I. Thomson, Langevin. Перші оба не розв'язали проблему у вдоволяючий спосіб, а спеціально теорія Voigt-а зовсім не пояснює закону Curie-а, що відносить ся до парамагнетних тіл і до ферромагнетних при висшій температурі, ані не подає причин незалежності діамagnetизму від температури. За те повело ся Langevin-ови¹⁾ при помочи теорії електронів змодифікувати ідеї Ампре-а і Вебер-а у відповідний спосіб, подати виразно пояснене діамagnetних і парамагнетних явищ і разом узглядити всі закони магнетних прикмет, як н. пр. закон Curie-а.

Після теорії електронів вважаємо матерію аґломератом електричних центрів або електронів, що, порушаючи ся в етері, витворюють магнетне поле. Останнє є аналогічне з полем, яке витворює елемент електричної струї. Сила сего поля є пропорціональна до наряду електрона і скорости його. На витворенє його зуживає ся енергія пропорціональна до квадрату скорости електрона; ся енергія є рівноважна з енергією самоіндукції струї, а форма її така, як кінетичної енергії. Отже електрони мають наслідком свого наряду якусь певну безвладність і мабуть безвладність матерії є взагалі лише електромагнетного походження. Теорія електронів спромогла пояснити дуже багато явищ, а нові досліди скріпляли її основу щораз більше. Також особливостя Zeeman-ового явища повело ся Lorentz-ови пояснити у знаменитий спосіб на тлі електронної теорії, а навіть предвидіти. Електромагнетні і світляні лучі завдячують свій початок електронам, що кружать у нутрі молекулів в замкнених проводах і дізнають прискореня. З періоди дроганя світла, що вносить около 10^{-15} секунд, висновуємо, що час обігу електронів τ у їх проводах є величиною такого самого ряду. Тези електронної теорії можна легко перенести на Ампре-ові елементарні струї. Найперше треба приписати причину сих струї електронам, що кружать у нутрі молекулів. Відтак легко доказати, як се зробив Langevin, що кружляючі електрони дають на віддаль такий самий магнетний момент $M = \frac{eS}{\tau}$, як струї, для яких $M = Si$ ($e =$ наряд електрону). Инакше сказавши, провід, здовж якого порушає ся електрон, є рівноважний з проводом, у яким плаве струя

¹⁾ Langevin. Journal de Phys. ibidem. Annal. de chim. et de phys. VIII. série. 5. 1905. p. 70.

з натугою $i = \frac{e}{\tau}$. Наведене рівнянє можемо написати також у формі

$M = e \bar{A}$, де \bar{A} є середною поверхневою скоростію. Кождий молекул містить після Langevin-а саме тільки елементарних струї, кілько в нїм електронів. А що кожда елементарна струя має якийсь магнетний момент, то цілий молекул відповідає магнетови, якого момент рівний геометричній сумі магнетних моментів поодиноких елементарних струї. І тепер може наступити два случаї, або сей вислідний магнетний момент рівний зеру або ріжнять ся від зера. Се явище тісно звязане з внутрішньою структурою молекула. В першій случаю зносять ся взаїмно магнетні діланя елементарних струї у внїшній просторі, хоч мимо того струї не перестають існувати; разом не є виключене, що молекул може у молекулярнім віддаленю витворювати менше або більше скомпліковане електромагнетне поле.

Під впливом внїшнього магнетного поля настає за всеїгди зміна в елементарних струях і то діамagnetна, зовсім так, як уявляв собі Вебер. Однак діамagnetні прикмети, що є після сеї думки загальними прикметами матерії, виступають на зверх лише тоді, як вислідний магнетний момент молекула рівний зеру: тоді саме є матерія діамagnetною у звичайнім значіню того слова. Колиж вислідний магнетний момент ріжнять ся від зера, тоді прулучує ся до первісного магнетного явища ще й друге, а саме молекули, наче малі магнетики, звертатимуть ся своїми осями у напрям внїшнього магнетного поля. Тоді тіло є парамагнетне або ферромагнетне залежно від того, чи взаїмні діланя між молекулярними магнетами слабї, як н. пр. у газів і розчинів, або сильні, як у деяких цїпких тіл; в останнім разі грають вони визначну ролю. Як являє ся парамагнетизм, то він все значно сильнійший від первісного діамagnetизму і закриває його зовсім. І дійсно найдено експериментом, що парамагнетні сталі є взагалі більші у порівнаню з діамagnetними. Тому ясно, що так остро від себе відмежовані парамагнетні і діамagnetні тіла.

Отже всі тіла стають діамagnetними під впливом внїшнього поля і при тім все одно, чи тіло впровадимо в магнетне поле, чи збудимо магнетне поле в просторі, у яким субстанція находить ся. Langevin доказав се¹⁾, а разом обчислив зміну магнетного моменту під впливом внїшнього магнетного поля. Вона вносить для одного електрону, що кружляє нормально до напрямю поля H :

¹⁾ Langevin. Ann. Chim. phys. VIII. série. 5, 1905. p. 87.

$\Delta M = -\frac{He^2 S}{4\pi m}$ ¹⁾, де m є маса електрону. Знак сего додаткового моменту протилежний до знаку зовнішнього поля, отже явище є діамagnetне і то без огляду на знак вислідного моменту молекула.

Діамagnetний момент є дуже маленькою величиною. Бачимо се з отсих висновків. З виразу на діамagnetний момент виходить, що діамagnetна вразливість одного електрону є $\kappa = \frac{e^2 S}{4\pi m}$. Коли-ж на одиницю об'єму припадає N однакових електронів, то діамagnetна вразливість одиниці об'єму $\kappa' = \frac{Ne^2 S}{4\pi m} = \frac{\rho}{4} \left(\frac{e}{m}\right)^2 \frac{S}{\pi}$, де ρ є густина електронів. У виразі κ' визначну роль грає відношене $\frac{e}{m}$, а що воно для від'ємних електронів 1000 рази більше, як для додатних, то звідси виходить, що головна часть діамagnetної модифікації припадає на долю від'ємних електронів. — Тепер возьмім для простішого рахунку случай, що електрони кружать в колових орбітах. Тоді $\kappa' = \frac{\rho}{4} \left(\frac{e}{m}\right)^2 r^2$. В случае води є $\kappa'_0 = +0.8 \cdot 10^{-6}$; густина ρ від'ємних електронів, з яких зложена лише часть молекула, є менша від 1, а мабуть значно більша від $\frac{1}{2000}$ ²⁾; $\frac{e}{m} = 1.8 \cdot 10^7$, як се знає з численних обчислень. Тоді для луча орбіти r дістаємо: $10^{-10} < r < 4 \cdot 10^{-9}$. Сі числа годять ся з молекулярними розмірами. Прецінь знаємо, що луч молекула є трохи більший від 10^{-8} ; отже в молекулах можуть зовсім добре помістити ся орбіти електронів. Як бачимо, луч електронних орбіт дуже малий, тим самим діамagnetна модифікація є лише дуже незначна.

Впрочім докажемо се, порівнюючи діамagnetний приріст моменту ΔM з первісним моментом електрону M . Тому, що $M = \frac{eS}{\tau}$, а $\Delta M = -\frac{He^2 S}{4\pi m}$, є $\frac{\Delta M}{M} = \frac{H\tau}{4\pi} \cdot \frac{e}{m} < 10^{-9} H$; се висловуємо відси, що $\frac{e}{m} = 1.8 \cdot 10^7$ для від'ємних електронів, а для додатних ще менше, а τ є величиною ряду 10^{-15} подібно як у світлі. Щоби $\frac{\Delta M}{M} = 1$,

¹⁾ Langevin. Journ. de phys. IV. 1905. p. 686.

²⁾ Густина електронів $\rho = Nm$; а що густина води = 1, то $\rho < 1$. Однак тому, що $m = \frac{1}{2000}$ атому водня, то $\rho > \frac{1}{2000}$.

мусіло би бути $H = 10^9$. Однак доси знані поля мають силу 10^5 в найліпшим случае; вони модифікують магнетний момент елементарної струї що найбільше о одну десятитисячну часть первісної вартости.

Подібно як магнетний момент елементарної струї, так само середна сила її $\frac{e}{\tau}$ змінює ся мало що підчас витворюваня зовнішних магнетних піль, які знаємо доси. Дальше треба зазначити, що луч орбіти, бодай в случае кола, не змінює ся під впливом зовнішнього поля, коли приймемо, що електрон порушає ся під впливом центральної сили. Доказ на се перевів Langevin для колових орбіт¹⁾. За те змінює ся лише період обігу τ в такій самій мірі, як сила струї $\frac{e}{\tau}$ і момент $\frac{eS}{\tau}$, т. зн. о $\frac{1}{10000}$ первісної вартости. Ся маленька зміна періоду відповідає докладно явищу Zeeman-a; відомо прецінь, що навіть дуже сильне магнетне поле модифікує лише слабо періоду дрогань світла. Отже через збуджене зовнішнього магнетного поля змінює ся сила елементарних струй і то так, що період електронів, які порушають ся в однім напрямі, росте, а період електронів протилежного напрямку маліє. Такі самі зміни спричинюють явище Zeeman-a. Незвичайно мала сила останнього стверджує незначність діамagnetної модифікації.

Крім того можна зробити висновок, що загальна основа Zeeman-ового ефекту доказує загальність діамagnetних явищ. Навіть в залізі, для котрого доказано ефект Zeeman-a, настуває під впливом зовнішнього поля діамagnetна зміна елементарних струй. Отже діамagnetизм є так само загальною притметою матерії, як явище Zeeman-a, лише в богатих случаях він закритий сильнішим парамагнетизмом.

Як висше сказано, не змінюють елементарні проводи своєї форми під впливом зовнішнього магнетного поля, а також сила їх струй майже не змінює ся, як се виходить із слабкої якости діамagnetизму. Тому легко буде перейти до поясненя парамагнетизму, беручи під розвагу, що магнети складають ся з подібних елементарних струй, і узглядиючи взаємні діланя елементарних струй магнету на струї в данім тілі, які відбувають ся після законів електродинаміки.

Як первісний магнетний момент молекула рівний зеру, то підчас збуджуваня зовнішнього поля не наступать жадне инше явище

¹⁾ Langevin. Ann. chim. phys. VIII. s. 5, 1905. p. 96—99; Journ. de phys. IV. 1905. p. 687.

крім діямагнетної модифікації, бо взаємні ударення між молекулами не уляжуть ніякій зміні. Внїшне поле не буде мати впливу на рух молекулів і він буде відбувати ся так само, чи буде діямагнетна модифікація, чи ні. Коли-ж субстанція є в термічній рівновазі, то міжмолекулярні удари не змінюють зовсім середного розміщення електронів; отже розгін (Bewegungsgroße) електронів задержує ся в цілости серед свх ударів і ддятого діямагнетний момент не змінє ся ізза термічного руку молекулів. Тому, що чисто діямагнетна модифікація не змінє руку молекула як цілости, а той рух саме спричинює явища теплоти, то відси виходить, що діямагнетна модифікація не заколочує термічної рівноваги. Отже температура зовсім не змінить ся в наслідок появи єї. Навідворот середмолекулярні рухи електронів дуже мало залежать від температури, як видко се із спектральних дослідів¹⁾. Відси маємо висновок, що діямагнетна стала змінє ся дуже мало з температурою і є майже незмінна, як се найшов Р. Суріє у своїх дослідях. Однак теорія діямагнетних тіл не була би повна, коли би поминуло ся особливші примети візмуту. Як знаємо, маліє його діямагнетна стала із піднесенем температури після лінеарного закона. I. I. Thomson²⁾ поясняє сей виїмок, приймаючи, що у візмуті, як впрочім і у других металах, є крім середмолекулярних електронів ще і багато инших, що порушають ся свобідно поміж молекулами; єї свобідні електрони дають металам спроможність проводження, а під впливом внїшного магнетного поля скривлюють ся їх дороги у діямагнетнім змислі. Підвишенє температури може впливати на скорість тих свобідних електронів, на їх дороги і на їх число. А тому що у візмуті єї дороги дуже довгі, то там пояснює ся його відмінне поведене.

Приходимо тепер до другого случаю. Вислідний магнетний момент молекулів не є рівний зеру. Під впливом внїшного магнетного поля наступить також тепер діямагнетна модифікація, як впрочім в кождім тілі. Однак крім того старає ся внїшне поле уставити магнетні осі молекулів рівнобіжно до напрямку поля. Через те змінє ся рух молекулів як цілостей; кінетична енергія одних молекулів більшає, других меншає. Єї молекули, яких осі рівнобіжні до поля, мати муть більшу кінетичну енергію, як инші. Т. зв. термічна рівновага буде заколочена. Однак в наслідок взаїмних межимолекулярних ударів в случаю газу або розчину вирівнає ся температура, а молекулярні магнети звернуть ся переважно у напрямі

¹⁾ Langevin Journ. de phys. 689. IV., 1905.

²⁾ I. I. Thomson. Rapp. du Congrès internat. T. III. 1900. p. 148.

внїшного поля. Тоді саме виступить парамагнетне явище. З причини нового розмішеня молекулів підвищить ся також температура коштом роботи, виконаної внїшним полем. Ся робота спричинює прирієт моменту dM , отже величина її є $dW = H dM$. Щоби температуру даного тіла в найпростійшім случаю, отже в случаю газу, удержати у первісній висоті, треба забрати йому теплоту, рівноважну із сею роботою:

$$dQ = H dM = H \left(\frac{\partial M}{\partial H} dH + \frac{\partial M}{\partial T} dT \right).$$

Тому, що $\frac{dQ}{T}$ є повною ріжничкою, виходить $M = f\left(\frac{H}{T}\right)$, а в случаю, коли намагнетизованє пропорціональне до сили поля, одержимо $M = k \cdot \frac{H}{T}$. Останнє рівнанє є якраз законом Суріє-а, який найшов він експериментальною дорогою.

Термодинаміка не дає способів на се, щоби найти форму функції f . Однак Langevin поміг собі, дошукуючи ся анальоїї між поведенем молекулярних магнетів у магнетнім полі і поведенем молекулів якогось газу у полі гравітації. В сій цілі бере він під розвагу якусь газову масу, замкнену у резервуарі, на яку не ділає тяготна сила. В такій газовій масі буде розмішенє молекулів рівномірне, густота газу буде всюди однакова. Подібно буде з розмішенем осей молекулярних магнетів, коли газ є поза магнетнім полем; вони будуть звернені у всіх можливих напрямках і то рівномірно у цілій газовій масі.

Колиж у першім случаю газ приїде під вплив гравітаційного поля, то молекули одержать прискорене на долину, і як би не було міжмолекулярних ударень, то небавом мали би долішні частинки газу більшу скорість, як горішні. Однак ся ріжниця скоростей не годить ся з термічною рівновагою, яка наступить в наслідок безстанних міжмолекулярних ударень. В цілій газовій масі настане нова термічна рівновага. Остаточним вислідом буде обвиженє тяготної точки газової маси і підвишенє температури. Щоби первісну температуру удержати, треба забрати газову теплоту, яка є рівноважна добуткови з тягару його і обниженє тяготної точки. При помочи термодинамічної методи можна доказати, що се обниженє тяготної точки є відворотно пропорціональне до абсолютної температури. По вирівнаню температури буде розмішенє молекулів в газі ось яке. Найбільше буде їх там, де потенціальна енергія найменша, отже в найнижших точках резервуару. Закон сего розмішеня молекулів подав Boltzmann у своїй „Теорії газів“ (1 часть). Після

нього є відношене густоти газу у двох точках, поміж якими зміняє ся потенціальна енергія одного молекула o W , рівна виразу $\frac{W}{e^{rT}}$, де T є абсолютна температура, r газова молекулярна стала.

Аналогічно можемо робити досліді над молекулами газу, що розміщують ся під впливом внішнього магнетного поля. Рухови на долину у першій случаю відповідає у магнетнім полю оборот молекулів з положень найбільшої потенціальної енергії у положене найменшої потенціальної енергії т. є. з напрямів нормальних до поля у напрями, рівнобіжні до поля. По приверненню термічної рівноваги будуть молекули переважно звернені своїми магнетними осями у напрям поля. Відповідно до повисшого закону Boltzmann'a находимо, що густота магнетних осей, припадаюча на одиницю просто-

рового кута, зміняє ся пропорціонально до виразу $e^{-\frac{MH \cos \alpha}{rT}}$, де $MH \cos \alpha$ означає дотичну зміну потенціальної енергії. Отже число молекулів, яких магнетні осі лежать у просторовім куті $d\omega$, виносить $dn = K \cdot e^{-\frac{MH \cos \alpha}{rT}} \cdot d\omega$. Як за елемент просторового кута виберемо кулистий пояс, то дістанемо $d\omega = 2\pi \sin \alpha \cdot d\alpha$, де α може зміняти ся від 0 до π . Коли N є числом молекулів цілого тіла, то одержимо

$$N = 2\pi K \int_0^\pi e^{-\frac{MH \cos \alpha}{rT}} \cdot \sin \alpha \cdot d\alpha = \frac{2\pi K}{\alpha} (e^\alpha - e^{-\alpha}) \quad \text{I),}$$

$$\text{де} \quad \alpha = \frac{MH}{rT} \quad \text{II),}$$

$$\text{Відси} \quad K = \frac{Na}{4\pi Sh \alpha} \text{)}.$$

Вислідний магнетний момент всіх N молекулів має, розуміє ся, напрям поля і рівнає ся сумі складових поодиноких моментів того самого напрямку. Коли в одиниці об'єму є якраз N молекулів, то вислідний момент дає отсей степеень намагнетизованя

$$I = \int M \cos \alpha \, dn = \int_{-1}^{+1} 2\pi MK x e^{ax} dx,$$

де положено $\cos \alpha = x$.

А тому, що

$$\int_{-1}^{+1} x e^{ax} dx = 2 \left(\frac{Ch a}{a} - \frac{Sh a}{a^2} \right), \text{ то } I = MN \left(\frac{Ch a}{Sh a} - \frac{1}{a} \right) \quad \text{III),}$$

¹⁾ $Sh = \sin. hyperbol$; подібно $Ch = \cosin. hyperbol$.

Отже I є для певної маси газу функцією самого a т. є. $\frac{H}{T}$; сей вислід годить ся з попереднім вислідом, введеним на основі термодинаміки.

I стає зером, коли $a=0$, а се наступає для $H=0$ ¹⁾. За те є $I_0 = MN$ для безконечно великого a . Ся вартість I є найбільша і відповідає насаченю, а тим самим явищу, що всі молекулярні магнетні звернені у напрям поля. Як субстанції далеко до насаченя, то, розвиваючи $Ch a$ в ряд і задержуючи лише два члени, одержимо:

$$I = MN \cdot \frac{a}{3} \quad \text{IV)}$$

$$\text{Відси} \quad I = \frac{M^2 N}{3 \cdot r \cdot T} \cdot H \quad \text{V),}$$

а магнетна вразливість

$$\kappa = \frac{M^2 N}{3 r T} \quad \text{VI),}$$

Бачимо, що вона відворотно пропорціональна до абсолютної температури, як сего жадає закон Curie-a.

Дуже легко обчислити намагнетизоване в насиченім стані I_0 , коли дані прочі величини. І так маємо

$$\kappa = \frac{M^2 N}{3 r T} = \frac{M^2 N^2}{3 N r T} = \frac{I_0^2}{3 p},$$

де p є тиснене газу, під яким міримо κ . Колиж вставимо за κ вартість найдену для кисня при нормальнім тисненю і нормальній температурі, рівну $1.43 \cdot 10^{-7}$ ²⁾, а тиснене $p = 10^6$, то $I_0^2 = 0.43$, $I_0 = 0.65$. Кисень є у плиннім стані 500 рази густійший, тому для плинного кисня $I_0 > 325$, тим самим мало що менше від намагнетизованя заліза. Отже бачимо, що плинний кисень має сильні магнетні прикмети, а се годить ся з досвідом.

Інтересною річю буде подати скорість обігу електронів у кисни. В тій цілі приймемо, що магнетний момент молекулу кисня походить від одного лише електрона, а наряд останнього рівний нарядови йону водня при електролізі; дальше припустимо, що електрон кружляє в коловій дорозі, якої луч однаковий з лучем молекула повітря. На 30. стр. мали ми: $M = \frac{Se}{r}$ або в иншій формі $M = \frac{e v r}{2}$,

¹⁾ $\frac{Ch a}{Sh a} = Ctgh a = \frac{1}{a} + 2^2 \cdot \frac{B_1}{2!} a - 2^4 \cdot \frac{B_2}{4!} a + \dots$, де $B_1 = \frac{1}{6}$, $B_2 = \frac{1}{30}$ і т. д. (Числа Bernouilli; гл. Dziwiński. Wykłady matem. I. стр. 600).

²⁾ Curie. Oeuvres p. 327. Число, подане Curie-м, відносить ся до одиниці маси.

де v є швидкістю обігу електрона, а r — радіус орбіти його. Тому

$$I_0 = MN = Ne \frac{vr}{2}.$$

На основі електролізи знаємо, що $Ne = 1.22 \cdot 10^{10} = 0.4$ електронів на одиницю. Отже при нормальних умовах тиснення і температури є:

$$0.65 = 0.4 \times \frac{1.5 \cdot 10^{-8}}{2} \cdot v, \text{ а } v = 2 \cdot 10^8 \text{ м/с.}^1)$$

Ця швидкість є того самого ряду, що швидкість електронів в молекулах, найдена іншими способами. Із цих висновків виходить, що вислідний магнетний момент молекула кисня може походити від елементарної струї лише одного електрона, а магнетні ділення інших елементарних струй можуть взаємно зносити ся. Відси виводить Langevin, що в магнетних молекулах лише один або що найбільше кілька електронів відрізняються від інших і спричинюють магнетні ефекти, а інші електрони співділяють лише при витворюванню діамagnetного поля. Можна здогадувати ся, що ці відмінні електрони розташовані на обводі молекула і грають роль у хемічних процесах. Тому був би оправданий глибокий вплив фізикальних і хемічних перемін на парамагнетні тіла тоді, як діамagnetні в загалі не улягають так дуже сему впливові.

Як вже вище згадано, парамагнетний газ нагрівається, коли впровадимо його у магнетне поле. Це нагрівання можна легко обчислити. Під час намагнетизування дістає газ на одиницю об'єму енергію:

$$+ \int H dI = \kappa \cdot \frac{H^2}{2}; \text{ колиж приймаємо, що газ задержує сталлий об'єм,}$$

$$\text{а його питоме тепло при незмінній об'ємі є } c, \text{ то маємо: } c dT = \frac{\kappa H^2}{2}.$$

При нормальних умовах тиснення і температури є для 1 см^3 кисня в одиницях С. Г. С. $c = 10^{-4}$ (кругло), $\kappa = 1.43 \cdot 10^{-7}$. Відси $\Delta T = 0.8 \cdot 10^{-11} \cdot H^2$. Для поля $H = 10000$ виносить підвищене температури кисня не більше, як $\frac{1}{1000}$ ступеня, а для $H = 40000$ доходить ледви до $\frac{1}{100}$; отже нагрівання дуже слабе.

Ось так виглядає Langevin-ова теорія діамagnetних і парамагнетних тіл. Вона є досить проста подібно, як проста є кінетична теорія ідеальних газів. Як одна, так і друга не займає ся міжмолекулярними діленнями. Останні виступають в течях і ціпких тілах, котрих теорія далеко більше скомплікована. Подібно теорія ферромагнетних тіл повинна бути більше зложена, бо у ферромаг-

¹⁾ Langevin. Ann. chim. phys. VIII. 5. 1905. p. 121.

нетних тіл виступає сильне молекулярне поле, котре вже є з природи, а також міжмолекулярні ділення входять в гру.

Мимо добрих прикмет, як ясности, прозорости і разом квазітативної згоди з фактами заходить потреба модифікації теорії Langevin-а. І так н. пр. вже ся засаднича теза теорії, що молекули діамagnetних тіл не улягають напрямлюючому діленню поля, захитала ся під впливом дослідів А. Cotton-а і Н. Mouton-а¹⁾ над подвійним переломаннем чистих течей у магнетнім полі; останнє явище аналогічне до феномену Kerr-а в електростатичнім полі. Оба автори доказали, що багато органічних течей ароматичного ряду, як нітробензол, бензол, монобромант нафталіни і т. д. набувають у магнетнім полі ефекти, подвійно переломлювати світло; це переломанне є додатне, пропорціональне до квадрату поля і стоїть в тісній звязі із будовою молекул. Досліди Cotton-а і Mouton-а довели їх до висновку, що, хоч згадані течі є діамagnetними тілами, треба приписати їх молекулам можливість орієнтувати ся під впливом поля. Щоби погодити се з теорією Langevin-а, приймають оба автори, що орбіти електронів в молекулі мають особливе розміщення. Сю гіпотезу можна добре уявити собі на прикладі двох орбіт електронів, як се подають вони за P. Weiss-ом. Отже уявляємо собі дві колові орбіти, яких осередки лежать на тій самій прямій; крім того мають вони поза магнетнім полем однаковий час обігу τ і однаковий луч. Електрони, що описують ці орбіти, кружать у протилежнім змислі. Молекул з такою групою електронів не має вислідного моменту, отже є діамagnetний; однак сей діамagnetизм не є ізотропний. Коли молекул прийде у магнетне поле і то так, що вісь, на котрій лежать осередки обох орбіт, буде рівнобіжна до сили поля, то дістане вона після теорії Langevin-а

$$\text{момент } 2 \delta M = 2 \frac{e S \delta \tau}{\tau^2} = 2 \frac{e^2 H S}{4 \pi m}; \text{ колиж однак умістимо молекул в полі, якого лінії сил замикають з осью кут } \alpha, \text{ тоді входити ме в гру лише складова поля у напрямі осі, а вислідний момент буде } 2 \delta M \cos \alpha = 2 \frac{e^2 H}{4 \pi m} \cos \alpha, \text{ при чім припускаємо, що}$$

площа орбіт незмінна відносно до осей молекул і що орбіти оста-

¹⁾ A. Cotton et H. Mouton. Ann. de Chim. et de Phys. VIII. série. t. XIX, Paris 1910. p. 153; Ann. de Chim. et de Phys. VIII. série. t. XX. Paris 1910. p. 194. Journ. de Phys. 1911. Cinquième série. I. p. 5.

ють колами. Заразом буде ділати на молекул пара сил, пропорційнальна до квадрату поля:

$$2 H \delta M \cos \alpha \sin \alpha = 2 \frac{e^2 H^2}{4 \pi m} \cos \alpha \sin \alpha.$$

Коли в молекулі є n таких пар електронів, а їх орбіти до себе рівнобіжні, то пара сил, що намагає ся обернути молекулу, є n рази більша. Ось так можна собі здати справу з того, що дімагнетні молекули можуть також улягати напрямлюючому діланю поля.

Крім вище наведеного явища стоїть ще одна річ на перепоні безоглядному прийняттю теорії Langevin-a, а саме те, що не всі дімагнетні тіла мають вразливість незалежну від температури і поля (се бачили ми добре передовсім у візмуті і антимоні), а знов не всі парамагнетні тіла повнують ся точно закону Curie-a. Особливо новітні досліди Hond-в¹⁾ і Owen-a²⁾ ведені в інтервалі — 170° до 1200° показують, що у переважної частини дімагнетних елементів вразливість залежить від температури. Се, як також факт, що парамагнетна вразливість часто відступає від закону Curie-a, спонукали E. Schrödinger-a³⁾ доповнити теорію Langevin-a. Він робить се в той спосіб, що приймає дві причини дімагнетизму, перша є Langevin-ова, друга має свою причину у свободних електронах проводу (Leitungselektronen). Останні скручують свої дороги під впливом магнетного поля у дімагнетнім змелі. Приймаючи образ Lorentz-a що до констатції металів і послугуючи ся Maxwell-евим законом розміщення скоростий молекулів, обчисляє Schrödinger магнетну вразливість одиниці об'єму, що походить від свободних електронів, і одержує

$$\kappa = -\frac{1}{3} \frac{\epsilon^2}{m} \lambda^2 N \left(1 - 2 \alpha^2 + 4 \alpha^3 e^{\alpha} \int_0^{\infty} e^{-x^2} dx \right)$$

де поодинокі знаки мають отсе значіне: ϵ наряд електрона, m його маса, λ свободна довгота дороги електрона, N число всіх електронів в одиниці об'єму,

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \frac{\lambda \epsilon H}{m \sqrt{c^2}}$$

H = сила поля, c = середня скорість електрона, $sg \alpha$ = знак α .

¹⁾ Honda. Ann. 32. p. 1027. (1910).

²⁾ Owen. Ann. 37, p. 657. (1912).

³⁾ Erwin Schrödinger. Zur kinetischen Theorie des Magnetismus. Sitzungsber. der Akad. d. Wissensch. in Wien. Math. naturw. Klasse. Bd. CXXI, Abt II. a. Juli 1912.

α є (супротив 1 дуже мале, навіть для найсильніших знаних піль ($H = 5 \cdot 10^4$), бо після Riecke¹⁾ $\lambda = 6 \cdot 10^{-8}$ cm для всіх металів, $\sqrt{c^2} = 10 \cdot 7 \cdot 10^6$ cm/sec. при 18°²⁾), а $\frac{\epsilon}{m} = 1 \cdot 79 \cdot 10^7$; отже є

$$\alpha = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot 5 \cdot 10^{-3}.$$

Тому можемо в першій зближеню покласти $\kappa = -\frac{1}{3} \frac{\epsilon^2}{m} \lambda^2 N$.

Однак κ обчислені після сеї формулки і обсервовані значно ріжняться ся від себе. Особливо виступають ріжницї ярко для найліпше проводячих металів: міді і срібла. І так обчислене κ міді вносить $178 \cdot 10^{-6}$, а найдене Hond-ом і Owen-ом $0 \cdot 76 \cdot 10^{-6}$; обчислене κ срібла є $202 \cdot 10^{-6}$, а найдене Hond-ом і Owen-ом $2 \cdot 10^{-6}$.

Щоби усунути сю незгідність, припускає Schrödinger²⁾, що в багатьох случаях дімагнетизм свободних електронів закритий частини парамагнетизмом. В загалі є після Schrödinger-a три причини магнетної вразливости:

1. Індукція в елементарних проводах звязаних електронів (Langevin-овий дімагнетизм, незалежний від температури).

2. Направлююче діланє поля на магнетні молекули (Langevin-овий парамагнетизм, Curie-евий закон пропорційної вразливости до відверненої абсолютної температури).

3. Скривлене доріг свободних електронів у магнетнім полі (κ змінє ся з температурою wraz з $N \lambda^2$).

Вразливість, яку обсервуємо, є сумою всіх трьох членів.

У сильно парамагнетних металів (Ce, Ne, Pr, Er), що сповняють докладно закон Curie-a, переважає 2-га причина тому, що вони мабуть не мають високої спроможности проводу. Парамагнетні гази (O₂) і електроліти також в згоді з законом Curie-a, але у них відпадає причина 3., бо нема свободних електронів.

Добрі ізолятори, як P, S, SiO₂, у яких відпадає також 3-а причина, мають дімагнетну вразливість, незалежну від температури.

Мідь має безперечно скритий парамагнетизм³⁾, закритий сильним дімагнетизмом свободних електронів тим більше, що соли міді парамагнетні.

¹⁾ Riecke. Phys. ZS. 1909. p. 512.

²⁾ Schrödinger. ibid. p. 13.

³⁾ Гл. досліди Gray-a і Ross-a. Phys. ZS. 10, p. 59. 1909.

Коли возьмемо під увагу точніший вираз на χ , а саме

$$\chi = -\frac{1}{3} \cdot \frac{\epsilon^2}{m} \cdot \lambda^2 N (1 - 2\alpha^2),$$

то в той спосіб впровадимо залежність від сили поля H , бо α є пропорціональне до H . Ця залежність є дуже слаба тому, що α , як ми вище бачили, є незвичайно мале навіть у високих полях. В кождім разі діаманетна вразливість свобідних електронів слабне в міру зросту сили поля; однак при найкорисніших умовах і при ужитю найсильнішого доси званого поля виносять сей убуток діаманетизму найбільше $\frac{3}{4}\%$. Вище сказане відносить ся до звичайної температури. Тому, що з маліючою температурою росте λ , а c^2 маліє, буде убуток діаманетизму при низьких температурах більший. Schrödinger обясляє приблизно, що в температурі киплячого водня у найсильніших полях повинна маліти вразливість міді бодай о четвертину своєї вартости, коли припустити, що парамагнетизм міді не залежить від поля. Коли б H росло безконечно, то тоді мусіли би ми брати повну (первісну) формулку на χ , а вираз у скобці дав би $\frac{3}{2}\alpha^{-2}$. Віден вишло би, що намагнетизоване для дуже високих піль відворотно пропорціональне до поля H .

Теорія Schrödinger-а дає гарне доповненє Langevin-ової, однак має сю хвибу, що верифікація її тяжка. Н. пр. возьмім случай міді; ту виступають після гіпотези його аж три причини магнетної вразливости, однак тяжко буде дослідити експериментом, кільки припадає на долю кожного члена магнетної вразливости. Дальше слабю стороною є дуже велике число припущень і заложень, що на основі їх ся теорія розвинена¹⁾.

Вкінці треба згадати також проби модифікації Langevin-ової теорії, переведені при помочі теорії квантів, при чім в основу покладено досліди парамагнетних тіл при дуже низькій температурі.

Відповідно до сего виводить P. Debye²⁾ рівнанє $\chi = \frac{C}{T} \cdot \frac{\epsilon}{e k T}$, де ϵ є квантом енергії, C і k сталі величини. Коли T досить високе, то се рівнанє дає приблизно закон Curie-а; для дуже низьких температур відповідає воно добре магнетним прикметам плинного і цїпкого кисня. E. Oosterhuis³⁾ знов відступає від заложень, що після нього ввів Langevin свою теорію і що висказує пропорціональність між оборотою енергією U і температурою T , а замісць нього приймає за Einstein-ом і Stern-ом на оборотову енергію молекула з двома степенями свободи (Freiheitsgrade) враз

¹⁾ Schrödinger. p. 3.

²⁾ P. Debye. Arch. sc. phys. et nat. 3², p. 151.

³⁾ E. Oosterhuis. Commun. Suppl. Nr. 31, 1913.

у виді $U = \frac{h\nu}{e k T - 1} + \frac{1}{2} h\nu$, де ν є скількість оборотів молекула

в одиниці часу (Frequenz), h і k сталі теорії Planck-а. Після сїї гіпотези молекул має навіть при температурі абсолютного зера енергію, якої величина рівна $\frac{1}{2} h\nu$. Коли-ж враз з Einstein-ом і Stern-ом кладемо $\nu^2 = 2\nu_0 \cdot \frac{U}{h}$, де ν_0 є вартостню числа ν при дуже

низьких температурах, одержимо: $\frac{1}{\chi} = C(T + \Delta)$. Стала $\Delta = \frac{1}{6} \frac{h\nu_0}{k}$ і має для ріжних тіл ріжну вартість. Субстанції, явих Δ дуже мале, є згідні із законом Curie-а н. пр. безводний $MnSO_4$. Противно н. пр. пятавина відступає від нього тому, що для неї $\frac{h\nu_0}{k} = 1500$;

видко, її енергія при температурі з абсолютного зера дуже велика. Тому, що ν_0 є відворотно пропорціональне до моменту безвладности молекула I^2 , більших збочень від закону Curie-а можна сподівати ся лише у тіл з легкими молекулами н. пр. у безводного $MnSO_4$. За те н. пр. $Gd_2(SO_4)_3 + 8H_2O$ має дуже тяжкий молекул, обтяжений ще до того 8 молекулами води. Тому збоченя його від закону Curie-а ледви слідні навіть у плиннім водні²⁾. З величини моменту безвладности I безводного і кристалічного $MnSO_4$ обчислив Oosterhuis віддаль між осередками молекулів кристалічної води і молекулу сірчану; вона виносить 4.4×10^{-9} , отже є менша від луча молекула (луч молекула водня = 1×10^{-8}). З того виходить інтересний висновок, що молекули кристалічної води по часті вникають у нутро молекулів солей.

Згадані модифікації теорії Langevin-а не можуть ще вповні вдоволити і виповнити всі недостачі її. Доперва тоді буде можна відповідно змодифікувати її, коли стане до розпорядности ще більший чисельний матеріял, а молекулярна фізика осягне ще більший степен розвитку, як до тепер.

6. Weiss-а теорія ферромагнетних тіл.

А) Теорія молекулярного поля.

У своїй роботі про магнетні прикмети тіл вказав P. Curie³⁾ на аналогію поміж критичною температурою газів а температурою

¹⁾ Бо $U = \frac{1}{2} I \cdot (2\pi\nu)^2$. Для $T=0$ є $\frac{1}{2} h\nu_0 = \frac{1}{2} I(2\pi\nu_0)^2$ (з рівняня на U в тексті) або $\nu_0 = \frac{h}{4\pi^2 I}$.

²⁾ Kamerlingh Onnes a. A. Perrier. Commun. phys. lab. Leiden. Nr. 122. 1912. ³⁾ P. Curie. Oeuvres p. 330.

трансформації ферромагнетних тіл. Langevin¹⁾, подаючи свою теорію парамагнетизму, висказав думку, що для пояснення ферромагнетних прикмет треба буде втягнути міжмолекулярні ділання; останні введено в теорію неідеальних газів і течій, а відносини між ними і ідеальними газами подібні до відносин між парамагнетними і ферромагнетними тілами. Ідучи за сьм слідом поставив Р. Weiss²⁾ теорію ферромагнетних тіл, що пояснює дуже гарно їх прикмети і до тепер годять ся вповні з вислідами досьвіду. Коли порівнаємо сю теорію з Langevin-овою, то насуває ся нам на думку відношене законів ідеальних газів до закону van der Waals-а. Як знаємо, поставив останній гіпотезу про міжмолекулярні ділання газів і течій; через те виступає у сій теорії внутрішнє тиснене, що додає ся до внішнього. Подібно впровадив Р. Weiss молекулярне поле; воно додає ся до внішнього і пояснює при помочи законів парамагнетизму сильний степен ь намагнетизованя ферромагнетних тіл.

Гіпотеза Р. Weiss-а представляє ся ось як. Ділане всїх молекулів ферромагнетного тіла на оден з поміж них є рівноважне (еквівалентне) з магнетним однородним полем, яке є пропорціональне до степеня намагнетизованя тіла і має той сам напрям, що магнетизм його. Се поле є $H_m = NI$, де N є стала, а I степен ь намагнетизованя. Коли зведемо останній на молекулярне намагнетизоване т. зв. магнетний момент ірамомолекула σ_m при помочи рівняня: $I = \frac{D}{m} \sigma_m$, де D є густота, а m молекулярний тягар, одержимо рівняне:

$$H_m = N \frac{D}{m} \sigma_m \quad 1).$$

Заразом треба зазначити, що на даній молекул ділають лише молекули, обняті його сферою ділання.

Сі міжмолекулярні ділання спричинюють по думці Р. Weiss-а самостійне (spontan) намагнетизоване ферромагнетних тіл. Се треба розуміти так. Ферромагнетні тіла можуть мати магнетні прикмети і без впливу внішнього поля подібно, як в деяких случаях течя задержують свій стан скупности помимо того, що внішнього тисненя зовсім нема; лише внутрішнє тиснене піддержує

¹⁾ Langevin, Journ. de Phys. IV. 1905. p. 678.

²⁾ P. Weiss, Journ. de Phys. 1907. p. 661; 1911. p. 900; Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1911. s. 718; Les idées modernes sur la constitution de la matière. Conférences faites en 1912. Paris 1912. p. 832. La théorie du rayonnement et les quanta. Rapp. de la réunion a Bruxelles. Langevin p. 393. Paris 1912.

їх плинний стан. Однак заходить питане, чому се самостійне намагнетизоване не проявляє ся на зверх? Таж лише внішне поле, що ділало колнсь або ділає тепер, робить ферромагнетні тіла магнетними! На се дає Weiss отсе пояснене. Ферромагнетні тіла складають ся з дуже богатьох маленьких кристаликів; кождий з них магнетизує ся самостійно в напрямі, данім його формою і внутрішньою кристалною будовою. Напрям намагнетизованя є в кождім кристалі взагалі ріжний; він зміняє ся від кристалику до кристалику так, що звичайно середний магнетизм цілого тіла рівнає ся зеру, коли, розуміє ся, кристалики достаточо малі. Внішне поле не збуджує намагнетизованя, воно лише чинить його доступним обсервації, звертаючи його у поодиноких частях субстанції в оден напрям. І коли дійсно стане ся се для кождої часті тіла, тоді зможемо обсервувати самостійне намагнетизоване у його дійсній величині; але на те треба дуже сильного поля. Після сего погляду нема основної ріжнїці між намагнетизованим тілом і таким, що даєть ся сильно намагнетизувати. Оба намагнетизовані до насиченя, лише в першім намагнетизоване всюди рівнобіжне, в другім неупорядковане.

Внішне поле зміняє лише дуже незначно степен ь намагнетизованя, спричинений внутрішнім полем тому, що останнє в порівнаню з найсильнішими знаними магнетними полями є дуже велике. Тому в дальшій виводі можемо покищо обмежити ся на случай, що внішнього поля нема, а є лише внутрішнє H_m . Коли введемо його у рівняне II) стр. 36. одержимо:

$$a = \frac{\sigma_{m0} N D}{m R T} \cdot \sigma_m, \quad 2)$$

де σ_{m0} є найбільша вартість величини σ_m (ві осягає σ_m при 0° абсолютної скалі, при якій нема термічного руху і напрямляюче ділане поля не дізнає ніякої перешкоди), R газова стала, віднесена до ірамомолекула ($R = 83 \cdot 155 \times 10^6$ ергів на степен ь). Се рівняне, зображене на фігурі 7., як пряма OA .

З другої сторони Langevin-ове рівняне для парамагнетних тіл (гл. 36. стр. III. рівняне) можна написати в виді:

¹⁾ Рівняне $a = \frac{MH}{rT}$ відносить ся до якоїнебудь маси тіла. Тому, що степен ь намагнетизованя $I_0 = MN_1$, де N_1 є числом молекулів тіла, маємо $a = \frac{I_0 H}{N_1 r T} = \frac{D \sigma_{m0} H}{m \cdot N_1 r T} = \frac{\sigma_{m0} H}{R T}$, де R є газова стала, віднесена до ірамомолекула. Вставляючи за H вартість з 1), одержимо 2).

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \operatorname{cotghyp} a - \frac{1}{a}. \quad 3)$$

Оба останні рівняня дають зв'язь поміж σ_m і T . Последня величина містить ся в a , тому треба ці рівняня розв'язати і найти із них систем незвісних a , $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}$. Сю розв'язку найлекше переводить ся графічною дорогою. А саме рівняне 3) дає криву OAB . Ся крива має в початку співрядних тангенту, якої співчинник напряду рівнає ся $\frac{1}{3}$; вона сама простягає ся в ∞ і має асимптоту $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 1$ для $a = \infty$. Крива OAB перетинає ся з прямою OA в двох точках: O і A . В точці O є $a = N$, $H_m = 0$, $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 0$; вона зображує безперечно несталый (nicht stabil) стан. Сталий стан є даний точкою пересічи A . Напрудний співчинник прямої OA залежить від температури. Чим вона низша, тим він менший, а тим самим точка пересічи A , отже дана вартість σ_m , пересуває ся у напруді абсолютного насиченя. Останнє буде для $T = 0$, бо тоді $\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = 1$. Тому то в суєдстві температури абсолютного зера можна легко одержати майже повне насиченє ферромагнетних тіл, що доказали Kamerlingh Onnes і P. Weiss для зеліза, ніклю і кобальту.

Коли-ж температура підносить ся, пряма OA буде що раз стрімкіша, а тим самим намагнетизованє ставати ме слабше. Вкінці прийдемо до температури 0 , для якої пряма OA стає стичною. Її співчинник напряду є тоді:

$$\frac{m R \Theta}{\sigma_{m0}^2 \cdot N D} = \frac{1}{3}. \quad 4)$$

Температура Θ се є температура трансформації ферромагнетних тіл або т. зв. точка Curie-a. Повише її субстанція не магнетизує ся самостійно, лише під впливом внішнього магнетного поля, отже стає парамагнетна. Як з повишого виходить (гл. стр. 14.), мають парамагнетні тіла характеристичну сталу, звану сталою Curie-a. Між нею а точкою Curie-a можна легко найти зв'язь. Знаючи, що для парамагнетних тіл a навіть у найвисших полях одержує дуже малі вартости (гл. стр. 37.), можемо обмежити ся лише до найвисших членів ряду, у який розвиваємо $\operatorname{cotghyp} a$ рівняня 3) і одержимо:

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \frac{a}{3}. \quad 5)$$

$$\text{А що} \quad a = \frac{\sigma_{m0} H}{R T} \quad 6)$$

(гл. стр. 45. в нотці), то співчинник молекулярного намагнетизованя

$$\chi_m = \frac{\sigma_m}{H} = \frac{\sigma_{m0}^2}{3 R T}, \quad 7)$$

а молекулярна стала Curie-a

$$C_m = \chi_m \cdot T = \frac{\sigma_{m0}^2}{3 R}. \quad 8)$$

Коли сполучимо 8) з 4), одержимо

$$\Theta = \frac{C_m}{m} \cdot N D \quad 9)$$

або

$$\Theta = C N D, \quad 9 \text{ а)}$$

де C є сталою Curie-a, віднесеною до однинці маси. Се рівняне дуже вигідне, бо на основі його можна обчислити сталу молекулярного поля N при помочи величин, що дають ся мірити безпосередно.

Через злуку рівнянь 2) і 4) вийде отся интересна зв'язь між температурою і молекулярним намагнетизованєм:

$$\frac{I}{\Theta} = \frac{3}{a} \cdot \frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}}, \quad 10)$$

котра wraz з рівнянем 3) дає закон зміни самостійного намагнетизованя в залежности від температури.

Сей закон стверджено для магнетиту, для піротину у значній часті температурного інтервалу, для стоу $Fe_2 Ni$ в інтервалі від 0° до Θ° , але для зеліза, ніклю і кобальту сконстатовано лише при близну згоду з рівнянем 10).

Доси обговорювали ми стан ферромагнетних тіл під впливом внутрішнього поля; тепер возьмемо під увагу також внішне поле H_a . Отже маємо рівняне:

$$H = H_a + N I, \quad 11)$$

де H є нїле поле, що ділає на субстанцію, а $N I$ внутрішне. В тім случаю одержить рівняне 6) вид:

$$a = \frac{\sigma_{m0}}{R T} \left(H_a + N \frac{D}{m} \sigma_m \right) \quad 12)$$

і дасть в звязи з 5):

$$\frac{\sigma_m}{\sigma_{m0}} = \frac{\sigma_{m0}}{3 R T} \left(H_a + N \frac{D}{m} \sigma_m \right).$$

відки виходить

$$\sigma_m \left(T - \frac{N D \sigma_{m0}^2}{3 m R} \right) = \frac{\sigma_{m0}^2 H_a}{3 R}$$

або з огляду на 8) і 9)

$$\sigma_m (T - \Theta) = C_m H_a.$$

Тому, що $\chi_m = \frac{\sigma_m}{H_a}$, одержимо

$$\chi_m (T - \Theta) = C_m. \quad (13)$$

Последнє рівнянє вказує на те, що магнетна вразливість ферромагнетних тіл улягає поверх точки Curie-а подібному закону, як парамагнетна вразливість. Однак є важна ріжниця; коли у парамагнетних тіл χ відворотно пропорціональне до абсолютної температури, то у ферромагнетних відносять ся отся залежність лише до надвишки температури понад температуру трансформації.

Се рівнянє важне також тому, що на основі його легко обчислити сталу Curie-а C_m з χ_m і $T - \Theta$ тим більше, що воно годить ся точно з експериментальними дослідями. Порівнюючи вислїди робіт Curie-а з останнім рівнянєм, сконстатував Weiss дуже добру згоду. Опісля ствердив він се враз з Foëx-ом¹⁾ на основі власних помірив. Доси не найдено вїмків від сего закона, що найбільше зауважано зміни, що відповідають ріжним аллотропічним відмінам. Дуже добре видко се на 8. фіг., поданій після Weiss а і Foëx-а²⁾.

На ній представлено звязь між $\frac{1}{\chi_m \cdot 10^6}$ і температурою в степенях Цельзія для кількох ферромагнетних субстанцій на основі експериментальних дослідив. Бачимо, що ся звязь зображена самими прямими лініями відповідно до рівнянє $\frac{1}{\chi_m} = \frac{1}{C_m} (T - \Theta)$; однак кожда субстанція має більше прямих, як одну, залежно від того, у які аллотропічні відміни переходить вона при підвишуваню температури. І так нікель має дві, перегороджені температурою 412° C; кобальт також дві, повнише і повисше 1241° C, залізо чотири в інтервалах: 774° — 828°, 828° — 920°, 920° — 1395° і поверх 1395°; магнетит пять. Последна пряма магнетиту повисше 900° не нарисована на фігурі, але вона виходить з помірив Curie-а. Додати треба, що між 680° а 710° не дає магнетит прямої лінії, лише криву, що відповідає переходовому станови. Для заліза знов є характеристичною нагла переміна вразливости χ при 920° і 1395°, що вже впрочім давнїйше зауважав Curie.

Що гіпотеза молекулярного поля має багато правдоподібности, бачимо не лише з попередного, але також із дослідив у нижнім на-

¹⁾ Weiss et Foëx. Journ. de phys. 1, 1911, p. 744.

²⁾ Поділєка для χ є на фігурі инша у вікляю, як у других тіл; те саме відносять ся до поділки температури для магнетиту.

прямі. Знаною є вже від якогось часу термічна аномалія в точці Curie-а. Остання полягає в наглім збільшеню питомого тепла при температурі трансформації. Сей¹⁾ прирієт пит. тепла виносить для магнетного тіла:

$$c' = \frac{1}{J} \cdot \frac{dE}{dT},$$

де J є рівноважник, а E енергія намагнетизованя, зведена на одиницю маси. Ся енергія $E = -\frac{1}{2} H_m \sigma$, де H_m є молекулярне поле, а σ питомий степєнь намагнетизованя. Як бачимо, можна c' означити на основі чисто магнетних досвідив. Величина c' є дуже мала при низьких температурах, близько температури Θ росте дуже швидко, а поверх її малїє до зєра. Отже основою термічного явища є тепло відмагнетизованя, що зуживає ся в цілім інтервалі від абсолютного зєра до Θ і якого нагле щезає спричинює аномалію.

P. Weiss і P. N. Beck¹⁾ мірили магнетним і кальориметричним способом сю аномалію питомого тепла ферромагнетних тіл в точці Curie-а і найшли однакові вислїди.

Б) Гіпотеза магнетону.

Дослїди Weiss-а над магнетитом привели його до гіпотези магнетону. Мірячи сталу Curie-а магнетиту висше температури трансформації зауважали Weiss і G. Foëx²⁾, що магнетит має кілька вартостий сеї сталої, з котрих кожда відповідає окремому інтервалови температури; при тім всім перехід з одного інтервалу у другий відбуває ся нагло, як се добре бачимо на фіг. 8. Бажаючи пояснити се явище, застановляв ся Weiss над рівнянєм $C_m = \frac{\sigma_{m0}^2}{3R}$ (гл. стр. 47. рівн. 8.), котре з огляду на звязи: $C_m = C \cdot m$, $\sigma_{m0} = S_0 \cdot m$ можемо написати: $C = \frac{m \cdot S_0^2}{3R}$, де S_0 є намагнетизованєм в насиченім стані, віднесеним до одиниці маси. Тому, що R є незмінною величиною, Weiss прийшов до висновку, що нагла переміна сталої C залежить або від зміни молекулярного тягару m або від зміни магнетного моменту S_0 . Перше не може бути, бо инакше мусїло би се припустити, що враз із підвишенєм температури молекули магнетиту полімеризують ся, а се суперечне з досвідом; таж знаємо, що при висших температурах молекули улягають діссоціяції. Отже не

¹⁾ Weiss et Beck. Journ. de phys. 7, 1908, p. 249.

²⁾ Weiss et Foëx. Journ. de phys. 1, 1911, p. 744.

лишає ся нічого иншого, як лише прийняти, що магнетний момент молекула магнетиту змінє ся при певних температурах о якусь певну величину.

Коли на основі послідної гіпотези обчислимо S_0 з рівняня $C = \frac{m S_0^2}{3R}$ для поодиноких інтервалів температури, дістанемо понизшу таблицю¹⁾

Інтервал 0°	S_0 після Гоєх-а	S_0 після Weiss-а	Відношенє
581—622	1	1	1
622—680	1·238	1·22	1·25
710—770	1·535	1·513	1·5
770—900	2·013	1·995	2
> 900 (Curie)	2·515	2·515	2·5

Числа послідного ряду відносять ся до себе, як 4:5:6:8:10. Відсея бачимо, що молекулярний момент магнетиту змінє ся wraz з температурою у нетяглий спосіб, а поодинокі вартости його відносять ся до себе, як прості цілі числа. Огже вони є многократями одної спільної величини.

Подібну просту звязь подибуємо між молекулярними моментами заліза і ніккю, що їх найшли Weiss і Kamerlingh Onnes²⁾ при температурі киплячого водня (20° абсол. темп.). З досвіду знаємо — що виходить впрочім з розміркованя — що при дуже низьких температурах можна легко досягнути стан насиченя, бо в сїм случаю термічний рух майже не заколючує порядку молекулярних осей, який завдячуємо намагнетизованю. Огже магнетні моменти, мірені при так низьких температурах, можемо вважати моментами насиченя. Weiss і Kamerlingh Onnes одержала для сих моментів вартости: для заліза 12360, для ніккю 3370. Сі числа відносять ся до себе, як 11:3, т. зн. вони є многократями числа 1123·5, бо

$$12360 = 11 \times 1123\cdot6$$

$$3370 = 3 \times 1123\cdot3$$

$$\text{Середна вартість} = 1123\cdot5$$

Огже бачимо, що моменти граматомів³⁾ (молів) заліза і ніккю мають спільний подільник. Його зове Weiss граммагнетоном. Коли-ж

¹⁾ Weiss, Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellschaft, 1911, p. 735.

²⁾ Weiss et Kamerlingh Onnes, Journ. de phys. 9, 1910, p. 555.

³⁾ Weiss припускає, що в дуже богатых случаях магнетний молекул складає ся лише з одного атома.

поділимо граммагнетон через число Loschmidt-а т. є. число атомів у граматомі, то одержимо магнетний момент атому т. є. елементарного магнетю, магнетон. При помочи нової вартости Loschmidt-ового числа, поданої Perrin-ом¹⁾ (1910) : $68\cdot5 \times 10^{22}$ виходить вартість магнетону: $-16\cdot4 \cdot 10^{-22}$. Отже оден атом заліза складає ся із 11 магнетонів, а атом ніккю із 3 магнетонів. Також для кобальту найдено (O. Bloch, 1912), що його молекулярний момент є многократною магнетона, а саме число магнетонів кобальту $n = 8\cdot925$ т. є. кругло $n = 9$ з точністю експериментальних помірив. Тому, що для згаданих трех субстанцій одержано так знаменні висліди, старав ся Weiss прослідити, чи не можна найти магнетонів також в инших тілах. Сі досліди увінчали ся незвичайними успіхами. Найперше перейшов Weiss поміри, роблені Pascal-ем²⁾ над розчинами парамагнетних солей. Опіраючи ся на аддитивнім законі магнетних прикмет хемічних сполук³⁾ поправив він висліди Pascal-а, відіймаючи від них діамагнетні вразливости елементів, з яких ті соли складають ся, і порівнав їх із магнетоном. Показало ся вже навіть без поправок, що переважна часть магнетних моментів сих солей є многократями магнетона. Поміж 27 субстанціями, міреннями Pascal-ем, лише три не годять ся з теорією магнетонів: потасово-амоново-заліззовий цянйак, $(SO_4)_2 V_2 O_3$ і VCl_4 ; мірною є згідність для $FeSO_4$, кобальтово-амоновоого хльораку, манганового пірофосфорану, обох хромових галунів (фіолетного і зеленого), сірчану міді і VCl_2 ; тут можна пояснити незгідність при помочи границь експериментальних похибок, поданих Pascal-ем (1% для σ_{m0}). За те для прочих 17 тіл, а саме солей Fe , Co , Mn , Cu , Hg , U є знаменита згода з теорією, коли узгляднимо також поміри Liebknrecht-а і Wills-а⁴⁾. Правдивість сего стверджує отсей виказ числа магнетонів поодиноких солей.

Число магнетонів.

1. K і амоново-заліззовий цянйак.	10·41, кругло 10.
2. Fe і амоновий пірофосфоран.	21·89, „ 22.
3. Fe і амоновий цитринан.	21·96, „ 22.
4. Na і заліззовий пірофосфоран.	24·04, „ 24.
5. Na і заліззовий метафосфоран.	28·03, „ 28.
6. Зеліззовий хльорак.	27·93, „ 28.

¹⁾ Weiss, Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellschaft, 1911, s. 733.

²⁾ Pascal, Ann. de chim. et phys. (8), 16, p. 531, 1909.

³⁾ Pascal, Ann. de chim. et phys. (8) 19, 5, 1910.

⁴⁾ Liebknrecht und Wills, Ann. d. Phys. (4) 1, 178, 1900.

7. Зелізавий сірчан.	30·09, кругло	30.
8. К-зелізавий метафосфоран.	25·99,	" 26.
9. Na-зелізавий шаван.	27·11,	" 27.
10. Na-зелізавий пірофосфоран.	27·91,	" 28.
11. Зелізавий сірчан.	27·69,	" 28.
12. Кобальтовий хльорак.	25·08,	" 25.
13. Манганавий сірчан.	29·87,	" 30.
14. К-надманганан.	4·11,	" 4.
15. Сірчан міді.	9·75,	" 10.
16. Cu і амоновий сірчан.	6·03,	" 6.
17. Уранавий сірчан.	14·03,	" 14.

Сі висліди, як також інші висліди, зображені на фігурі 9., подані Р. Weiss-ом.

Ся фігура зображує скалю, зложену із 32 вертикальних ліній, із яких кожда подає число магнетонів. Сю скалю сконструував Weiss на основі вартостей магнетону, введених висше із зеліза і ніклю. Останні лежать на першій поземій лінії з гори і зазначені стрілкою. Вартости, введені з помірив Bloch-a, зазначені переверненим хрестиком. На третій і четвертій поземій находимо висліди Pascal-ових помірив, зазначені колісцятами. Як видно, майже всі згадані точки лежать на вертикальних лініях або дуже близько них; отже можемо сконстатувати, що гіпотеза магнетонів має сильну основу. Weiss спробував вивести величину магнетону на основі самих вислідів Pascal-а і найшов (гл. фіг. 9.) із вартостей для (2, 3), 4, 8, (5, 6, 10, 11), 7 методою найменших квадратів: 1122·1; се число ріжнить ся лише о 1·3% від поданого висше: 1123·5.

Інтересні є також вартости введені із розчинів ніклевих солей на основі праць Liebknecht-a і Wills-a. До сих солей належать: NiF_2 , $NiCl_2$, $NiBr_2$, NiI_2 , $NiSO_4$, $Ni(NO_3)_2$; вони дають отсі числа магнетонів: 16·06, 16·11, 16·06, 16·01, 15·95, 16·02 т. є. з докладністю помірив 16.

Також поміри, переведені над цїпкими магнетними солями п-ною E. Feytis¹⁾, дають корисні висліди для теорії магнетонів. Сі поміри відносять ся до солей зеліза, кобальту, хрому і до Mn_3O_4 . Найбільше віддалене від цілого числа подибуємо у $FeF_3 + 3H_2O$, а саме $n = 21·23$; отже ріжниця виносить 0·23. Впрочім є ріжниці дуже малі, пересічно 0·50% найближшого цілого числа.

Вкінці треба згадати найновіші поміри Weiss-a і Foëx-a²⁾, як також Bloch-a над сталою Curie-a ферромагнетних металів

¹⁾ E. Feytis, C. R. 152, 708, 1911.

²⁾ Weiss і Foëx, Arch. d. scienc. phys. et nat. (4) 31, 4 і 89, 1911.

повисше точки Curie-a. На фігурі зазначені перші прямим хрестиком, другі переверненим. Після них має чистий нікель $\sigma_{m_0} = 9018$, що відповідає 8·03 магнетонам, коли вважати мемо величиною грамамагнетона число 1123·5. Сі числа відносять ся до температури 400°; як підемо висше 500°, одержимо 9 магнетонів. Те саме число виходить з помірив над стопом Ni і Fe_2Ni . Тут виходить для ніклю число 9·03 магнетонів.

Коли приглянемо ся ближше вислідам помірив над ніклем, побачимо, що він приймає ріжне число магнетонів, а саме при дуже низьких температурах 3, у стопі із зелізом 9, при високих температурах 8 і 9, в розчинах солей 16. Сей приклад показує, що молекулярне намагнетизоване змінює ся враз із фізикальним і хемічним станом субстанції. Сі зміни відповідають завсїгди цілим числам магнетонів.

Подібні прикмети подибуємо у кобальту і зеліза. O. Bloch найшов для чистого кобальту $n = 15·008$, а для кобальту в стопах $n = 14·925$ тоді, як при дуже низьких температурах число магнетонів кобальту є 9. Зелізо дає висше точки Curie-a три ріжні вартости сталої Curie-a в інтервалах температури: 774° — 828°, 828° — 920°, 920° — 1395°. Вартости σ_{m_0} , що відповідають їм, не підходять під загальний закон, однак згідність осягнемо, коли прийmemo враз з Weiss-ом деполімеризацію магнетних молекулів. Тоді вийдуть числа магнетонів: 12·08 (= 12), 10·04 (= 10), 19·95 (= 20).

Інтересний вивід подає Weiss із останніх вислідів. Для першого і другого інтервалу температур є $\sigma_{m_0} = 13427$, зглядно 11297. Їх відношенє є 6:5 (з точністю експериментальних помірив). Відси спільна міра магнетних моментів є:

$$\frac{13427 + 11297}{6 + 5} = 2247·6.$$

Половина з того 1123·8 містить ся точно 11 рази у молекулярнім моменті зеліза при дуже низькій температурі. Отже тут маємо новий доказ естования магнетонів. Висліди праць Weiss-a і школи його дадуть ся зібрати в отсих кількох словах. Найперше повело ся найти молекулярні, зглядно атомові моменти більшої скількості пара- і ферромагнетних тіл. Сі молекулярні моменти одержуємо, ділячи магнетні моменти грамомолекула числом молекулів у грамомолекулі. Заразом сконстатовано, що деякі субстанції мають кілька ріжних атомових моментів залежно від температури і хемічного складу. Всі ті моменти відносять ся до себе, як прості цілі числа. Вони мають спільний подільник, що його назвав Weiss магнетоном.

На основі дотеперішних дослідів можна прийняти, що магнетон є спільним елементом багатьох магнетних атомів, а мабуть і всіх.

Сю прикмету подибуємо також у діамagnetних первнів, що творять парамагнетні сполуки н. пр. у *Cu*. Замітною також є сполука $K_2 Hg I_4$, що є парамагнетною, хоч складає ся із самих діамagnetних первнів. Для неї є число магнетонів $n = 8.88$, отже кругло 9.

Закони смугових дуговин промовляють також за теорією магнетонів. Як звісно, W. Ritz представив їх дуже наглядно при помочи електромагнетного механізму. У сїм механізмі находимо магнетні штабки з певним моментом, звернені в оден бік і сполучені із собою у прямолінійний магнет. Ся часть моделю відповідає Weiss-овим атомовим моментам, що складають ся з магнетонів. Зідентифікувавши сї магнетні штабки з магнетонами, Weiss обчисляє довготу магнетона $\epsilon = 1.12 \cdot 10^{-10}$ cm. Се число є можливе, коли пригадаємо собі, що промір атома виносить від 10^{-6} до 10^{-7} cm, а промір електрона 10^{-13} .

Вкінці годить ся згадати, що Langevin¹⁾ спробував шукати звязи між гіпотезою магнетону і модерною тепер гіпотезою квантів у Sommerfeld-овій²⁾ формі. Він вийшов із заложеня, що магнетний момент молекула є збуджений обігом електрона, якого наряд є e , маса m і що центр гравітації ділає на електрон з силою відвортно пропорціональною до n тої степені віддаленя r . Діланє, що відповідає періоді обігу електронів, кладе Langevin рівне $\frac{h}{4}$, де h є після Sommerfeld а т. зв. елементарним квантом діланя. Се $h = \epsilon T$, де ϵ є елементом енергії, T часом, якого потребує дане тіло до поглоченя зглядно до випромінюваня енергії ϵ . Величина $h = 6.55 \cdot 10^{-27}$ ergsec і є загальною сталою. На основі снх заложень найшов Langevin магнетний момент грамомолекула

$$I_0 = \frac{N_1 e}{m} \cdot \frac{h}{8\pi} \cdot \frac{n}{n+2},$$

де N_1 є числом молекулів в грамомолекулї. Тому, що $N_1 = 7.10^{23}$, $\frac{e}{m} = 1.77 \cdot 10^7$, виходить для $n = 1$, $I_0 = 1080$.

Се число годить ся досить добре з магнетоном Weiss-а.

Гіпотеза магнетонів отвирає дуже широкі горизонти. Вона позволить мабуть близше пізнати взаїмні діланя молекулів, як се

¹⁾ Langevin. Rapports et discussions de la réunion tenue à Bruxelles du 30. octobre au 3. novembre 1911. Paris 1912. p. 392.

²⁾ Sommerfeld. Verhandl. d. deutsch. phys. Gesellsch. 1911. S. 1074.

доси можна було. Також для хемічних дослідів буде вона мати немалу вартість. Вкінці можемо додати, що вона відповідає теперішньому змаганю, розкладати енергію і всілякі діланя на елементи. Против теорії магнетонів підніс заміти A. Heydweiller¹⁾, опираючи їх на сїм, що основою Pascal-ових магнетних помірив була вартість χ води о 4% за велика і що після найновіших дослідів атомовий магнетизм металів в розчинах є функцією концентрації, а не є сталою величиною, як доси приймамо. На перший заміт відповів R. Gans²⁾, заявляючи, що не ходить тут о абсолютні вартости χ , лише о релятивні. Що до другого, то треба виждати докладніших помірив.

7. Сучасний стан дослідів над магнетизмом і вигляди на будуче.

В сїм короткім огляді сучасних дослідів над магнетизмом вепіли ми зачіпяти лише деякі сторони так різнородних явищ, якими є магнетні явища. І так доторкнули ми лише злегка інтересного і дуже зложеного явища гістерези і коерцитивної сили, обговорили лише коротко магнетні прикмети стопів, а поминули зовсім вплив тисненя і часу на магнетні прикмети тіл, як також звязь між магнетними явищами а зміною обьому, еластичностию і иншими прикметами тіл. Однак вже ті явища, які обговорено, видають досить ясне свїтло на суть магнетизму. До проясненя сеї царини причинили ся головню дослідї передпоследного і последного десятилітя, по перше тому, що останніми літами ведено їх досить систематично, а по друге техніка експериментованя пішла в последнім часі високо в гору; возьмім хочьби на увагу те, що межі температури посунено дуже високо в гору і дуже низько в долину, а силі поля повело ся дати величину 50000 C. G. S.

В модерних теоріях магнетизму бачимо знов стремліне пересунути причину магнетних прикмет тіл у нутро атома. Коли давнійше вважано молекули зглядно атоми последними звенами у ланцуху фізикальних, отже і магнетних явищ, так тепер відповідно до теорії електронів став атом сам для себе свїтом, у яким відгрівають ся головні фізикальні явища; там також глядаємо жерел магнетних явищ. Сї нові теорії дають враз з експериментальними дослідями сильну основу для пізнаня не лише самих магнетних явищ,

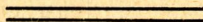
¹⁾ A. Heydweiller. Verh. d. Deutsch. phys. Ges. 13, 1063, 1911; 15, 1120, 1913.

²⁾ R. Gans, ibid. 14, 367, 1912.

але також і інших, котрі або тяжко дослідити і вяснити другим способом, або навіть і неможливо. Для прикладу киньмо оком на праці Pascal-a. Вони вказують нам на те, як великі гороскопи подають магнетохімічні досліди для пізнання внутрішньої будови молекулів тим більше, що магнетні методи далеко вразливіші, як деякі другі. Langevin-ова теорія, що сполучила так ціпко парамагнетні і діямагнетні явища, які доси уважано майже зовсім відрубними, ввіла звязати діямагнетизм з явищем Zeeman-a, а також пояснити багато магнетних прикмет тіл. А вже ж верхком найновіших успіхів є Weiss-ові магнетони, сї найдрібніші магнетні елементи, із яких побудовані магнетні атоми. Відкритє їх належить до найзамітнішх відкрить на полі фізики в послїдних літах, і досліди над ними, хоч щойно почали ся, принесли вже багато інтересного матеріялу.

Однак не треба забувати, що ще далеко до докладного проясненя магнетних явищ. Навіть теорії Langevin-a і Weiss-a, що, опираючи ся на нових експериментальних дослідах, представляють великий поступ в порівнаню із старими теоріями, не вільні від богатых недостач. Справді багато фактів промавляє за ними, але є також факти, що не так легко дадуть ся підтягнути під схему сих теорій. Однак підвалини досить сильні, треба лише деяких модифікацій, щоби вигладити нерівности і довести до гармонії між теорією а експериментом. Се можна буде осягнути лише новими і докладними помірами, бо дотеперішні ще не вистарчають, а хоч доси назбирано багато матеріялу, однак до недавна годї було його визискати задля систематичних і експериментальних недостач. Розуміє ся, розвиток сєї доси почасті занедбаной царини фізики буде впливати також на досліди над другими царинми, а вже навіть тепер зауважуємо проблемски сего впливу, як се висше згадано. Але ще багато праці треба буде вложити, щоби виповнити недостачі і довести досліди над магнетизмом до того стану розвитку, у яким находять ся другі области фізики.

Чернівці, грудень 1913.



Über die Erzeugnisse krummer projektiver Gebilde, deren Träger unikursale Plankurven sind.

(III. Mitteilung). ¹⁾

von

Dr. B. Kalicun in Lemberg.

III. Über das Erzeugnis zweier projektiver Punktreihen, einer auf einer Kurve K^n n^{er} Ordnung mit einem $(n - 1)$ -fachen Punkte und einer anderen auf einer Kurve K^p p^{er} Ordnung mit einem $(p - 1)$ -fachen Punkte, wenn die Trägerkurven in zwei verschiedenen Ebenen liegen²⁾.

1. Es seien die Vielfachpunkte der Trägerkurven K^n und K^p beziehungsweise mit V^{n-1} und V^{p-1} bezeichnet. Die Verbindungsgerade v dieser Punkte sei als die Achse zweier projektiver Ebenenbüschel (α) und (α') angenommen. Jede Ebene α des Büschels (α) schneidet die Kurve K^n in je einem Punkte A , und jede Ebene α' des Büschels (α') schneidet die Kurve K^p in je einem Punkte A' . Die Punkte A und A' , welche in den entsprechenden Ebenen der projektiven Ebenenbüschel liegen, werden als entsprechende Elemente der projektiven Punktreihen (A) und (A') betrachtet. Es handelt sich nun um das Gebilde,

¹⁾ Die vorliegende Abhandlung bildet eine Fortsetzung zu den Untersuchungen, welche der Verfasser in den Abhandlungen unter demselben Titel in den Sitzungsberichten der Kaiserlichen Akademie der Wissenschaften, und zwar I. Mitteilung im Bd. CXXII. Abt. II a. Februar 1913, II. Mitteilung im Bd. CXXIII. Abt. II a. Februar 1914 — veröffentlicht hat.

²⁾ Anstatt der unikursalen Plankurven können hier mit gewissen Voraussetzungen unikursale Raumkurven angenommen werden.

welches die Verbindungsgeraden der entsprechenden Elemente dieser Punktreihen erzeugen. Es wird leicht nachzuweisen, daß dieses Gebilde eine windschiefe Regelfläche R^{n+p} des $(n+p)^{\text{en}}$ Grades ist. Um den ersten Teil dieses Satzes zu beweisen, betrachten wir ein Paar entsprechender Punkte A und A' und ihre Nachbarpunkte A_1 und A_1' . Die Verbindungsgeraden $AA' \equiv g$ und $A_1A_1' \equiv g'$ bilden zwei unmittelbar folgende Erzeugende des Erzeugnisses. Da aber die Tangenten AA_1 und $A'A_1'$ der Trägerkurven K^n und K^p im allgemeinen auf einander windschief stehen, so müssen auch die Geraden g und g' windschief sein. Der zweite Teil des Satzes wird folgendermaßen bewiesen¹⁾: Eine Ebene \mathfrak{X} , welche durch eine Gerade l beliebig gelegt wird, schneidet die Kurve K^n in n Punkten X , denen ebensoviel Punkte X' auf K^p projektiv entsprechen, welche in n Ebenen des Büschels (l) liegen. Jede beliebige andere Ebene \mathfrak{X}' durch l schneidet wiederum K^p in p Punkten X' , denen ebensoviel Punkte X auf K^n projektiv entsprechen, welche in p Ebenen des Büschels (l) liegen. Es entsteht daher in l eine Ebenenkorrespondenz $[n, p]$; in jeder von $n+p$ Koinzidenzebenen liegt je eine Erzeugende, welche folglich die Gerade l schneiden muß. Die beliebige Gerade l trifft somit die Regelfläche R^{n+p} in $n+p$ Punkten, diese Fläche ist also des $(n+p)^{\text{en}}$ Grades, was zu beweisen war.

Durch die Achse v und $n-1$ Vielfachpunktstangenten der K^n im V^{n-1} gehen $n-1$ Ebenen, denen, zum Ebenenbüschel (α) gerechnet, ebensoviel im Ebenenbüschel (α') projektiv entsprechen; diese letzteren schneiden die Kurve K^p in $n-1$ Punkten, welche mit V^{n-1} verbunden $n-1$ Erzeugende der Fläche liefern. Der Punkt V^{n-1} wird daher zu einem $(n-1)$ -fachen ebenso der Punkt V^{p-1} zu einem $(p-1)$ -fachen Punkte der Regelfläche R^{n+p} . Die Gerade $V^{n-1}V^{p-1} \equiv v$ trifft daher die Fläche R^{n+p} außer V^{n-1} und V^{p-1} noch in zwei Punkten, welche sich auf folgende Weise bestimmen lassen: Die projektiven Ebenenbüschel (α) und (α') haben zwei Doppelebenen δ_1 und δ_2 , von denen jede, wie leicht zu bemerken, je eine Erzeugende der Fläche enthält. Diese Erzeugenden schneiden die Achse v in den gesuchten Punkten.

Haben die Trägerkurven einen gemeinschaftlichen Punkt Z , der sich selbst in beiden projektiven Punktreihen entspricht, so ist die erzeugte Regelfläche nur des $(n+p-1)^{\text{en}}$ Grades; denn jede Gerade, welche durch den Punkt Z geht wird als eine uneigentliche Erzeugende

¹⁾ Vergl. Cremona. Allgemeine Theorie der Oberflächen, übersetzt von Curtze — p. 54.

der Fläche angesehen; eine beliebige Gerade l schneidet daher nur $n + p - 1$ eigentliche Erzeugende. Diese Fläche wird ferner nur des $(n + p - 2)^{\text{en}}$ Grades sein, wenn die Trägerkurven zwei gemeinsame sich selbst projektiv entsprechende Punkte haben.

Haben die Trägerkurven k gemeinsame sich selbst projektiv entsprechende Punkte, so ist das erzeugte Fläche des $(n + p - k)^{\text{en}}$ Grades. Die projektiven Punktreihen sind perspektiv und von demselben Ebenenbüschel (α'') in beide Trägerkurven eingeschnitten. Die Achse v des Ebenenbüschels (α'') wird in diesem besonderen Falle von sämtlichen Erzeugenden getroffen, sie liegt damit gänzlich auf dieser Fläche. Also:

Zwei projektive Punktreihen, die eine auf einer unikursalen Kurve K^n n^{er} Ordnung und die andere auf einer unikursalen Kurve K^p p^{er} Ordnung erzeugen eine windschiefe Regelfläche des $(n + p)^{\text{en}}$ Grades, welche die Vielfachpunkte der Trägerkurven zu ihren Vielfachpunkten derselben Ordnung hat. Die Ebene der Trägerkurve K^n ist eine p -fache und diese der Trägerkurve K^p eine n -fache Tangentialebene der Fläche. — Haben die Trägerkurven k sich selbst projektiv entsprechende gemeinsame Punkte, so wird diese Fläche des $(n + p - k)$ Grades, wobei für $k > 2$ die Verbindungsgerade der Vielfachpunkte der Trägerkurven von sämtlichen Erzeugenden geschnitten wird.

2. Wir wollen die Regelfläche R^{n+p} aus einem Punkte S_1 auf eine Ebene π projizieren. Es werden dabei projiziert: die Trägerkurven K^n und K^p in die Kurven K_1^n und K_1^p derselben Ordnungen, die projektiven Punktreihen (A) und (A') in die projektiven Punktreihen (A_1) und (A_1'), ferner die Erzeugende g , welche die entsprechenden Punkte A und A' der (A) und der (A') verbindet, in die Gerade g_1 , welche die entsprechenden Punkte A_1 und A_1' der (A_1) und der (A_1') verbindet. Die Projektionen g_1 der Erzeugenden g umhüllen eine Kurve $^1\mathfrak{R}^{n+p}$, welche als das Erzeugnis zweier projektiver Punktreihen (A_1) und (A_1') der $(n + p)^{\text{en}}$ Klasse des 0^{en} Geschlechtes, daher der $2(n + p - 1)^{\text{en}}$ Ordnung sein muß¹⁾. Man gelangt daher zum Satze:

Aus einem beliebigen Punkte des Raumes der Regelfläche R^{n+p} umschriebener Kegel ist der $(n + p)^{\text{en}}$ Klasse der $2(n + p - 1)^{\text{en}}$ Ordnung des 0^{en} Geschlechtes.

¹⁾ Vergl. die erwähnte Abhandlung des Verfassers unter demselben Titel II. Mitteilung p. 5. Diese Mitteilung werden wir fortan der Kürze halber mit „II“ bezeichnen.

Der scheinbare Umriss der Regelfläche R^{n+p} auf einer beliebigen Rißebeue π ist eine Kurve der $(n+p)^{\text{en}}$ Klasse der $2(n+p-1)^{\text{en}}$ Ordnung des 0^{en} Geschlechtes.

Die Doppeltangenten der Rißkurve ${}^1\mathcal{R}^{n+p}$ lassen sich auf dieselbe Weise wie in II. p. 4. bestimmen und sie stellen die Schnittgeraden der Rißebeue π mit den Doppeltangentialebenen der Fläche R^{n+p} dar, welche durch den Punkt \mathcal{S}_1 hindurchgehen. Da aber ${}^1\mathcal{R}^{n+p}$ $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Doppeltangenten haben muß, so erhalten wir

den Satz:

Die doppelberührende Developpable der Regelfläche R^{n+p} ist der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Klasse.

Der Berührungspunkt der Tangente g_1 der Kurve ${}^1\mathcal{R}^{n+p}$ läßt sich nach II. p. 7. linear konstruiren und die Verbindungsgerade dieses Punktes mit \mathcal{S}^1 bildet die Berührungskante der Tangentialebene $\mathcal{S}_1 g_1$ des Kegels \mathcal{S}_1 (${}^1\mathcal{R}^{n+p}$). Diese Kante trifft die Erzeugende g der Fläche R^{n+p} in dem Berührungspunkte der Tangentialebene $\mathcal{S}_1 g \equiv \mathcal{S}_1 g_1$ mit R^{n+p} . Man kann daher auf diese Weise linear die Kurve bestimmen, die den wirklichen Umriss der Regelfläche R^{n+p} bildet.

3. Lassen wir die Regelfläche R^{n+p} aus einem anderen Punkte \mathcal{S}_2 auf dieselbe Rißebeue π projizieren, so erhalten wir eine zweite Rißkurve ${}^2\mathcal{R}^{n+p}$, welche von den projektiven Punktreihen (A_2) und (A_2') auf den Kurven K_2^p , K_2^n erzeugt erscheint, wenn diese Punktreihen und diese Kurven die Projektionen aus \mathcal{S}_2 der Punktreihen (A) , (A') bzw. der Kurven K^n , K^p darstellen.

Die projektiven Punktreihen: $(A_1) \overline{\wedge} (A_1')$, $(A_2) \overline{\wedge} (A_2')$, ferner $(A_1) \overline{\wedge} (A_2)$ und $(A_1') \overline{\wedge} (A_2')$ veranlassen eine eindeutige Beziehung zwischen den Tangentenbüscheln (g_1) und (g_2) der Rißkurven ${}^1\mathcal{R}^{n+p}$ und ${}^2\mathcal{R}^{n+p}$, wobei jedes Paar entsprechender Tangenten g_1, g_2 dieser Kurven als die Projektionen aus den Zentren $\mathcal{S}_1, \mathcal{S}_2$ derselben Erzeugenden g der Regelfläche R^{n+p} erscheinen. Die beiden Rißkurven ${}^1\mathcal{R}^{n+p}$ und ${}^2\mathcal{R}^{n+p}$ haben aber $n+p$ solche gemeinsame Tangenten t , welche in der erwähnten eindeutigen Beziehung sich selbst entsprechen. Es wird nämlich die Verbindungsgerade $\mathcal{S}_1 \mathcal{S}_2$ beider Zentren von $n+p$ Erzeugenden der Fläche R^{n+p} geschnitten; die Projektionen dieser Erzeugenden aus \mathcal{S}_1 und \mathcal{S}_2 auf π fallen daher zusammen. — Diese gemeinsamen Tangenten bilden daher einen Bestandteil der $(n+p)^{\text{en}}$ Ordnung der Kurve $\mathcal{C}^{2(n+p)}$ der $2(n+p)^{\text{en}}$ Ordnung, welche nach II. p. 10. von den pro-

jektiven Tangentenbüscheln (g_1) und (g_2) der Rißkurven ${}^1\mathbb{R}_{n+p}$ und ${}^2\mathbb{R}_{n+p}$ erzeugt wird. Der übrige Bestandteil dieses Erzeugnisses bildet somit eine Kurve \mathbb{C}^{n+p} der $(n+p)^{\text{en}}$ Ordnung, welche als Schnittkurve der Fläche R^{n+p} mit der Ebene π erscheint. Die Kurve $\mathbb{C}^{2(n+p)}$ ist bekanntlich des 0^{en} Geschlechtes, sie hat daher $\binom{2(n+p)}{2} - 1$ Doppelpunkte. Läßt man von diesen letzteren $\binom{n+p}{2}$ Schnittpunkte der gemeinsamen Tangenten t unter einander und $(n+p-1)(n+p)$ ihre Schnittpunkte mit \mathbb{C}^{n+p} subtrahieren, so erübrigen $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Doppelpunkte der Schnittkurve \mathbb{C}^{n+p} , welche somit des 0^{en} Geschlechtes sein muß. Dadurch gelangt man zum Satze:

Von zwei projektiven Punktreihen auf zwei unikursalen Kurven erzeugte Regelfläche R^{n+p} ist des 0^{en} Geschlechtes.

Die Doppelpunkte der Schnittkurve \mathbb{C}^{n+p} , die sich nach II. p. 9. bestimmen lassen, sind die Schnittpunkte der Schnittebene π mit der Doppelkurve D der Fläche. Also:

Die Doppelkurve D der Regelfläche R^{n+p} ist der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Ordnung, wobei durch den Vielfachpunkt V^{n-1} $\binom{n-1}{2}$ und durch den Vielfachpunkt V^{p-1} $\binom{p-1}{2}$ Zweige dieser Kurve hindurchgehen. Es gehen nämlich durch V^{n-1} $n-1$ und durch V^{p-1} $p-1$. Erzeugende der Fläche, welche einander in $\binom{n-1}{2}$ beziehungsweise in $\binom{p-1}{2}$ Punkten der Doppelkurve D treffen.

Geht daher die gedachte Schnittebene π durch die Gerade $V^{n-1}V^{p-1} \equiv v$, so hat die Schnittkurve \mathbb{C}^{n+p} in V^{n-1} einen $(n-1)$ -fachen und in V^{p-1} einen $(p-1)$ -fachen Punkt, von welchen der erste mit $\binom{n-1}{2}$ und der zweite mit $\binom{p-1}{2}$ ihren Doppelpunkten gleichbedeutend sind; die Ebene π schneidet somit die Doppelkurve D noch in $n+p-1$ Punkten. Fällt aber die Ebene π mit einer von den Doppelsebenen δ der projektiven Ebenenbüschel (α) und (α') zusammen, so liegen $n+p-2$ von diesen Punkten auf der in dieser Doppelsebene

sich befindenden Erzeugenden¹⁾. Die Schnittkurve besteht in diesem Falle aus dieser Erzeugenden und einer Kurve \mathbb{C}^{n+p-1} , welche außer einem $(n-1)$ -fachen und einem $(p-1)$ -fachen Punkte noch $(n-1)(p-1)$ Doppelpunkte hat. Also:

Auf der Regelfläche R^{n+p} liegen zwei Plankurven der $(n+p-1)^{\text{en}}$ Ordnung des \mathbb{C}^{en} Geschlechtes, wobei dieses Geschlecht außer einem $(n-1)$ -fachen und einem $(p-1)$ -fachen Punkte noch durch $(n-1)(p-1)$ Doppelpunkte bedingt wird.

Die eindeutige Beziehung zwischen den Tangentenbüscheln (g_1) und (g_2) der Rißkurven ${}^1R_{n+p}$ und ${}^2R_{n+p}$ gibt uns ein Mittel nicht nur die Punkte der Schnittkurve \mathbb{C}^{n+p} sondern auch in einem beliebigen Punkte der Fläche R^{n+p} ihre Tangentialebene linear zu konstruieren. Man kann nämlich nach II. p. . . . in einem beliebigen Punkte X der Kurve \mathbb{C}^{n+p} ihre Tangente linear konstruieren, und diese letztere bestimmt mit der durch X gehenden Erzeugenden der Fläche die Tangentialebene im Punkte X .

4. Durch jeden Punkt Y der Schnittkurve \mathbb{C}^{n+p} geht eine Erzeugende der Fläche, welche die Doppelkurve D in $n+p-2$ Punkten trifft. Durch jeden von diesen letzteren geht je eine Erzeugende, welche \mathbb{C}^{n+p} in je einem Punkte Y' trifft, so daß es dem Punkte X $n+p-2$ Punkte Y' korrespondieren. Aber auch jedem Punkte Y' korrespondieren auf dieselbe Weise $n+p-2$ Punkte Y . Es entsteht daher auf \mathbb{C}^{n+p} eine Korrespondenz $[n+p-2, n+p-2]$, deren $2(n+p-2)$ Koinzidenzpunkte auf ebensoviel solchen Erzeugenden liegen, welche von ihren unmittelbar folgenden Erzeugenden geschnitten werden²⁾. Die Regelfläche R^{n+p} hat daher $2(n+p-2)$ singuläre Erzeugende, also ebensoviel Kuspidalpunkte und Kuspidalebene.

5. Wir wollen schließlich noch besondere Arten der Fläche R^{n+p} betrachten.

a. Verbindet, die Doppelebene δ_1 der projektiven Ebenenbüschel (α) und (α') eine Vielfachpunktstangente der Trägerkurve K^n und eine Vielfachpunktstangente der Trägerkurve K^p , so wird die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$ zu einer Erzeugenden der Fläche. Die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$ wird daher zu einer Doppelerzeugenden, wenn in beiden Doppelebenen δ_1, δ_2 der Ebenenbüschel (α) und (α') je ein Paar entsprechender Vielfachpunktstangenten der Trägerkurven liegen. Die Doppelkurve D

¹⁾ Vergl. Cremona. Allgemeine Theorie etc. p. 53.

²⁾ Ebenda p. 58.

wird in diesem Falle aus der genannten Erzeugenden und einer Kurve der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2} - 1$ Ordnung bestehen.

b. Sind die Punktreihen (A) und (A') perspektiv (Vergl. p. 3), so kann der Fall eintreten, daß r ($r < p < n$) Vielfachpunktstangenten der Trägerkurve K^n ebensovielen Vielfachpunktstangenten der Trägerkurve K^p projektiv entsprechen. Die Gerade $V^{n-1} V^{p-1} \equiv v$ wird in diesem Falle zu einer r fachen Erzeugenden der Fläche, daher zu einem Bestandteile der $\binom{r}{2}^{en}$ Ordnung der Doppelkurve D .

c. Wird insbesondere $p = 1$ angenommen, so erhalten wir zum Erzeugnisse einer krummer Punktreihe (A) auf einer Kurve K^n n^{er} Ordnung mit einem $(n-1)$ -fachen Punkte V^{n-1} und einer projektiven geraden Punktreihe (A') auf einer Geraden a eine Regelfläche R^{n+1} des $(n+1)^{en}$ Grades, welche in V^{n-1} einen $(n-1)$ -fachen Punkt hat. Diese Fläche wird daher von jeder Geraden durch V^{n-1} noch in 2 Punkten getroffen, und von jeder Ebene durch V^{n-1} in einer Kurve der $(n+1)^{en}$ Ordnung geschnitten, welche in diesem Punkte einen $(n-1)$ -fachen Punkt hat; diese Kurve schneidet daher die Doppelkurve D noch in $n-1$ Punkten. Sind die Punktreihen (A) und (A') perspektiv, so wird die Achse des Ebenenbüschels (α') gänzlich von der Regelfläche R^{n+1} enthalten; diese Fläche würde in diesem Falle zwei gerade Linien haben.

Trifft die Trägergerade a die Trägerkurve K^n in einem Punkte, der sich selbst projektiv entspricht, so ist die Regelfläche nur des n^{en} Grades. Durch einen von $n-2$ Doppelpunkten auf einer Erzeugenden g dieser Fläche durch den $(n-1)$ -fachen Punkt V^{n-1} gelegte Gerade g trifft die Fläche in $n+1$ Punkten, sie wird daher gänzlich von dieser Fläche enthalten. Wären daher die gedachten Doppelpunkte auf jeder Erzeugenden g verschieden, so müßte jede Ebene durch V^{n-1} und je eine Erzeugende die Fläche R^n in n Geraden schneiden, von welchen $n-2$ durch V^{n-1} gingen. Die Fläche R^n würde somit aus einem Kegel der $(n-2)^{en}$ Ordnung mit dem Scheitel V^{n-1} und einer Fläche 2^{er} Ordnung bestehen. Auf dieser Fläche 2^{er} Ordnung müßte aber die Plankurve K^n n^{er} Ordnung liegen, was unmöglich ist. Daraus ist ersichtlich, daß die Doppelpunkte auf jeder Erzeugenden g in je einem Punkte sich vereinigen und folglich sämtlich auf einer durch V^{n-1} gehenden Geraden liegen müssen. Die Doppelkurve der Regelfläche R^n erscheint daher als eine $(n-1)$ -fache Gerade dieser Fläche. Also:

Zwei projektive Punktreihen, von denen die eine auf einer Kurve K^n der n^{en} Ordnung mit einem $(n-1)$ -fachen Punkte V^{n-1} und die andere auf einer Geraden a liegen, wobei die Gerade a die Kurve K^n in einem sich selbst projektiv entsprechenden Punkte trifft, erzeugen eine Regelfläche R^n des n^{en} Grades, welche eine $(n-1)$ -fache durch V^{n-1} gehende Gerade enthält.

Was Eigenschaften und eine eindeutige Abbildung der letztgenannten Regelfläche anbelangt, sei es an die Abhandlung des Verfassers „Beiträge zu den Regelflächen V^{er} Ordnung“ hingewiesen, welche in den Sitzungsberichten der Kaiser. Akademie der Wissenschaften in Bd. CXX und CXXI veröffentlicht wurden.

Inhaltsangabe.

In der vorgelegten Abhandlung wird das Erzeugnis zweier projektiver Punktreihen untersucht, wenn diese Punktreihen auf zwei Kurven n^{er} und p^{er} Ordnungen in zwei verschiedenen Ebenen angenommen werden.

Nach der Festsetzung, daß dieses Erzeugnis im allgemeinen eine windschiefe Regelfläche des $(n+p)^{\text{en}}$ Grades ist, wird auf die Erniedrigung dieses Grades durch besondere Lage der projektiven Punktreihen hingewiesen.

Durch eine Zentralprojektion dieser Fläche auf eine beliebige Ebene gelangt man zu einem Beweise, daß die doppelberührende Developpable dieser Fläche der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Klasse ist, und ferner zu einer linearen Konstruktion des scheinbaren und des wirklichen Umrisses dieser Fläche.

Zwei Zentralprojektionen dieser Fläche führen zum Beweise, daß die Doppelkurve dieser Fläche der $\frac{(n+p-1)(n+p-2)}{2}$ Ordnung ist, und ferner zu einer linearen Konstruktion der ebenen Schnittkurve und der Tangentialebene in einem beliebigen Punkte der Fläche.

Schließlich wird bewiesen, daß, wenn eine Punktreihe auf einer unikursalen Kurve n^{er} Ordnung und die andere auf einer Geraden angenommen ist, wobei die Trägerkurve von der Trägergeraden in einem sich selbst projektiv entsprechenden Punkte getroffen wird, die Regelfläche des n^{en} Grades ist und eine $(n-1)$ -fache Gerade enthält.

Деякі мікрохімічні прикмети про- дихового апарату у рослин.

Написав

Др. Нестор Гаморак.

Підчас одних дослідів дістав ся раз в мої руки листок з *Philodendron cuspidatum*, Araceae. В бічних клітинах (Nebenzellen) продихового апарату отсеї рослини знаходять ся слабо-рожеві кульочки, які при недокладній обсервації можна би вважати олієм. Промір отсех кульочок є $\pm 2-3$ рази більший, чим промір зернят зелені, які знаходять ся в замочних клітинах (Schliesszellen). Щобн ближе дослідити отсеї утвори, піддав я препарат діланю осмowego кваеу, який, як відомо, вживаєть ся в мікрохімії¹⁾ як реагєнс на олії. На мое найбільше здивованне, забарвив ся цілий зміст побічних клітин гарно на синьо. Се стало ся в бічних клітинах при всїх продихах. Часами виказували отсею реакцію також і ті клітини, які лежать на бігуновій сторонї замочних клітин. Реакції в сих клітинах виступали одначе без порівнанна рідше. На основі висше наведених реакцій стало ясно, що бічні клітини, а часами тут і там бігунові²⁾ клітини містять зльокалізовано хемічну субстанцію, котра не знаходить ся ні в инших клітинах наскірка, ні в замочних клітинах. Инші реакції, про які буде бесїда дальше, виказали, що се гарбовинні субстанції містять ся зльокалізовано в бічних клітинах³⁾.

Отсе зльокалізованне деяких субстанцій в бічних клітинах на стїдьви небувале, що зараз насуваєть ся кождому більша скількість новех міркувань та питань. Передовсім дуже правдоподібно, що отсе

1) Н., *Holisch*. Mikrochemie der Pflanze, Jena, 1913, стор. 107.

2) Sit venia verbo! По німецьки називаю отсеї клітини Polzellen.

3) Гл. Hamorak, N., Beiträge zur Mikrochemie des Spaltöffnungsapparates. (Sitzber. der Kaiserl. Akademie d. Wissenschaften in Wien, Mathem.-natur. Klasse, Abt. I, 124 Bd. 6-7 Heft, Wien, 1915).

нагромадження гарбовинних субстанцій в бічних клітинах стоїть у службі продихового апарату, бо колиб так не було, то гарбовинні субстанції могли би виступати якраз так само в інших клітинах наскірка — а даліше розділене гарбовинних субстанцій в поблизу продихів не було би переведене з такою докладною старанністю. Сей факт спонукує нас ввести бічні клітини в тіснійшу зв'язь з продихами і то не лиш наслідком їх топографічного положення, але також наслідком їх хемічних, а тим самим і фізіологічних прикмет.

Питання про значіння бічних клітин — дотепер майже зовсім непорушене. Ніколи не піднесено в слушній мірі їх тісної зв'язи з замочними клітинами, ніколи не узгляднено належито їх індивідуальних різниць супроти інших клітин наскірка. Вони уходили просто за звичайні клітини наскірка, які вирізняють ся формою та положенням. Є вправді в літературі деякі натяки на се спеціальне значіння бічних клітин. Часто дискутоване питання¹⁾ — чи тільки самі замочні клітини грають ролю при замиканню та отворанню продихів, чи також і дооколичні клітини наскірка, отже головню бічні клітини — отсе питання висунуло також і значіння бічних клітин. Даліше займав ся Benecke²⁾ бічними клітинами, головню їх топографічним положенням, а також їх фізіологічним значінням. Результати своєї праці збирає Benecke в отсих реченнях: „Wir glauben zu der Annahme berechtigt zu sein, dass die Nebenzellen als Schutzorgane für die Spaltöffnung dienen, bestimmt, die Wirkungen der Gestaltsveränderung der Blattzellen auf die Schliesszellen abzuschwächen. Einen näheren Einblick in ihre Funktion gelang es uns nicht zu gewinnen...“

Як висше згадано, мусимо вважати бічні клітини як частину продихового комплексу. Сей факт, що клітини отсего комплексу виказують у деяких випадках спеціфичний хемізм, звертає нашу увагу на хемізм цілого продихового комплексу отже: замочних клітин, бічних клітин та клітин мякша, які откружають продихову яму (Atemhöhle). Про хемізм сього продихового комплексу подає література дуже мало, і тільки зовсім мало є таких результатів, які можна би поставити у зв'язок із мовою працею.

¹⁾ H. Leitgeb: Beiträge zur Physiologie des Spaltöffnungapparates. Mitteilungen des botanischen Institutes zu Graz, B. I. — і подана там література.

²⁾ Die Nebenzellen der Spaltöffnungen, Botanische Zeitung, 1892, NNr. 32 u. ff., pag. 521.

Найдавнійше є відомо, що в замочних клітинах знаходять ся звичайно зернятка хлорофілю, підчас коли в інших клітинах наскірка хлорофіль або зовсім не знаходить ся, або містить ся тільки в малій кількості.¹⁾ Розуміть ся, се спричинює відмінний хемізм замочних клітин від інших клітин наскірка. Наслідком ділання хлорофілю повстає в замочних клітинах крохмаль, який після нових дослідів Lloyd-a²⁾ та Іліна³⁾ відіграє важну ролю при процесі отворювання та зачинювання замочних клітин. Після останнього автора знаходять ся в замочних клітинах діястатичні ензими, які відповідно до зовнішніх обставин (світло, вохкість, атмосфера, температура) або замінують крохмаль у цукор або навідворот. З сими переминами змінює ся осмотичне тиснення в замочних клітинах — воно зростає при творенню цукру, маліє при творенню крохмалю. Зміна осмотичного тиснення впливає знов на стан продихів: при високім тисненню вони отвиряють ся, при низькім замикають ся. Коли би спостереження Іліна були доказані більшою кількістю примірів, тоді мали би ми справді дуже гарне пояснення зьбокалізованя крохмалю в замочних клітинах.

Крім сих кількох простих доказів на спеціфичний хемізм замочних клітин відомі деякі факти, які се доказують не впрост. Головню впадаюча в очі резистентність замочних клітин против зовнішніх шкідливих впливів доказує спеціфичну хемічну будову сих клітин. Так зауважав Leitgeb⁴⁾ велику витривалість замочних клітин на висші степені тепла. Коли стягнути наскірок із цвіту ростини Galtonia candicans та подержати мінуту в воді о температурі 53° C, то багато замочних клітин удержуєть ся при життю. На воздусі можуть переносити замочні клітини ще висші температури: до 59° C. Також проти гниття показали ся замочні клітини дуже витривалі: в стягненім наскірку з Galton-ii, який лежав 8 днів у воді, можна було знайти живі замочні клітини. Даліше завважив Leitgeb, що на цвітах — відрізаних та держаних у вохкій атмосфері — поодинокі замочні клітини захо-

¹⁾ Stöhr, A., Über das Vorkommen von Chlorophyll in der Epidermis der Phanerogamen-Laubblätter. (Aus d. LXXX Bd. d. Sitzb. der Akad. d. Wiss. in Wien, 1879).

²⁾ Lloyd, Physiologie of Stomata, Washington, 1908. (Цитовано за Іліном, гл. даліше).

³⁾ Iljin, W. S., Die Regulierung der Spaltöffnungen im Zusammenhange mit der Veränderung des osmotischen Druckes. (Beiheft. z. Bot. Zentralblatt, 1914, Bd. XXXII, Heft 1., pag. 15).

⁴⁾ H. Leitgeb, op. cit.

вали ся при життю та виказували нормальний тургор — хоч рівночасно інші клітини наскірка перегнили та були переповнені сапрофітними грибами. Моліш¹⁾ сконстатував, що замочні клітини значно більше витримали на низькій температурі, чим інші клітини наскірка. Замочні клітини витримують температури від -6° до -7° C, в однім випадку (*Nicotiana Tabacum*) навіть до 12° C, і не гинуть при тім.

Kindermann²⁾ обговорює отсю справу троха докладніше в своїй праці та займає ся витривалістю замочних клітин на розчинені кваси (0.05% сілного квасу, 0.05% сіркового, 0.05% азотного, 0.05% оцтового, 1% оксалевого), амоніак, шкідливі пари (алькоголь, хлороформ, етер), світляний газ, висохнення та відняття рости квітки. Автор переконав ся у всіх випадках, що в противенстві до інших клітин наскірка — замочні клітини оставали по більшій частині при життю. Дуже часто виказували також і бічні клітини більшу резистентність. Аналогічний факт завважив Клуєвер³⁾ на листках *Aucuba japonica*. Коли інші клітини наскірка під впливом позафіялкових лучів гинуть, оставають замочні клітини, як рівнож бічні клітини, при життю. Kindermann стараєть ся пояснити отсю резистентність замочних та бічних клітин, яку він завважив підчас своїх досвідів — і доходить до такої розвязки сего питання: „Zur Erklärung dieser Tatsache kann man zwei Annahmen machen. Entweder liegt die Ursache der grösseren Widerstandskraft der Schliesszellen in der Membran oder es ist die Beschaffenheit Plasmas eine andere, als bei den übrigen Zellen“. Автор відкидає зовсім слушно першу можливість та приписує велику резистентність замочних клітин спеціфичній протоплазмі цих клітин. При кінці своєї праці завважує Kindermann: „Es scheint begreiflich, dass die Schliesszellen möglichst widerstandskräftig ausgebildet sein müssen, denn wir wissen, dass ihre Funktion eine sehr wichtige ist, und dass, wenn sie dem Gasautausch nicht dienen können, damit eben eine Schädigung der anderen Zellen ver-

¹⁾ Molisch, H., Untersuchungen über das Erfrieren der Pflanzen. Jena, 1897. pag. 30.

²⁾ Kindermann, V., Über die auffallende Widerstandskraft der Schliesszellen gegen schädliche Einflüsse. Sitzber. d. kaiserl. Akademie d. Wissenschaften, Wien, 1902.

³⁾ Kluyever, A., Beobachtungen über die Einwirkung von ultravioletten Strahlen auf höhere Pflanzen. (Aus den Sitzb. d. kaiserl. Akad. d. Wissen. in Wien, mathem.-natur. Klasse, Bd. CXX, Abt. 1, 1911.) pag. 12. [1148].

bunden ist“. В отсих словах означає автор важну біологічну причину резистентности замочних клітин.

Се були би найважливіші праці, які стоять бодай в деякім звязку з моєю темою. Інші праці, о скільки вони дотикають моєї теми, наведені далше. Що до плану праці, то він вплинув із заобсервованих фактів і відповідно до них моя праця розпадаєть ся на 4 відділи: 1) гарбовинні субстанції, 2) антоціан, 3) олій, 4) інші субстанції — в їх відношенню до продигового апарату. Праця має ціху мікрохімічно-анатомічної — я здержував ся від далекосяглих фізіологічних міркувань. Фізіологічна сторона питання настільки важна і трудна, що тут потрібно ще нових, довгих дослідів.

Свої досліди виконав я в ростино-фізіологічнім інституті у Відні під проводом проф. Моліша, якому я зобовязаний у великій мірі за його цінні вказівки. Мойому довголітньому вчителеві проф. Др. І. Раковському дякую на сім місци за перегляд праці та за важні термінологічні уваги.

I. Гарбовинні субстанції.

Philodendron cuspidatum.

(Гл. табл. I, рис. 2.)

Зачинаємо від тої рости, про яку була вже згадка на вступі. Крім згаданої реакції з осовним квасом, при якій бічні клітини забарвлюють ся на синьо, піддав я препарати діланню таких реагенсів:

Хлороан заліза. Верхні скрої (Flächenschnitt) зі спідної сторони листка вложено в розчин $FeCl_3$, а опісля огріто. В бічних клітинах, як рівнож у деяких бігунових, повстав жовто-бурий струт. На інші клітини як наскірка, так і м'якіша, не можна було завважити ніякого ділання реагенсу.

Сірккан заліза. В свіжо розчиненій $FeSO_4$ вложено верхні скрої з листка *Philodendron cuspidatum*. Побічні клітини забарвили ся брудно синьо.

Сільний квас. Коли додати HCl до препарату, то рожево забарвлені кульочки розпускають ся, змієт бічних клітин стягаєть ся моментально і в цих клітинах виступає волокнистий, жовто забарвлений струт. Подібно в деяких бігунових клітинах. На інші клітини не замінний жадний вплив.

Двохромовий потас ($K_2Cr_2O_7$). В бічних клітинах каштаново-бурий струт. Реакція наступає зараз тільки на тонких

місцях скрою. Колиж скрій ogrіти на малім полуміні, тоді струт виступає як стій у бічних клітинах всіх продихів. В деяких бічних клітинах спадає дуже густий струт так, що вони виглядають майже зовсім темно. Коли до препарату додати оцтового квасу, — тоді також виступає зараз дуже гарна реакція. Оцтовий квас прискорює отже реакцію так само, як ogrітте.

Азотний квас. Зміст бічних клітин прибирає зернисту структуру і барвить ся при тім жовто або оранжево. Те саме дієть ся в деяких бігунових клітинах. Не видно ніякого впливу на інші клітини.

Сірковий квас. В бічних клітинах волокнистий, слабо жовтий струт.

1% хромовий квас. По короткім діланню густий, каштаново-бурий струт у бічних клітинах.

Пікріновий квас. Нема жадного замітного впливу на бічні клітини.

Оцтовий квас. Ніякий замітний вплив на бічні клітини.

Потасовий луг. В бічних клітинах творить ся дуже дрібно-зернистий, слабо рожевий струт. Те саме майже у всіх бігунових клітинах та в клітинах наскірка, які граничать із бічними клітинами. Реакція без сумніву найсильніша в бічних клітинах, в інших клітинах виступає вона пізнійше, а саме коли активна субстанція витиснена через напучнявіння клітин вступає в сусідні клітини. В інших клітинах наскірка нема ні сліду реакції так, що продихи враз із 6 доколичними клітинами являють ся як гарні, рожево-червоні острови між іншими безбарвними клітинами.

Содовий луг. Бічні клітини з початку слабо рожево-червоні, пізнійше краска стає значно інтензивнійша.

Азотан срібла (AgNO_3). Побічні клітини стають по довшім діланню реагенсу цеглисто-червоні. Отсе забарвлення виступає подібно, як при діланню потасового лугу, також у сусідних клітинах (а саме в бігунових клітинах і в тих, які сусіднують з бічними клітинами = β бічні клітини¹⁾). Одначе реакція випадає в інших

¹⁾ Щоби завести однастайність у термінології, буду вживати отсих назв при всіх продихових апаратах, які подібно збудовані, як *Philodendron* (Aroideae, Commelinaceae). Ті клітини, які до тепер в літературі називали ся побічними (Nebenzellen), означую α -бічними клітинами, або коротко: бічними клітинами. Клі-

клітинах значно слабше, як в α -побічних клітинах так, що виступлення реакції в інших клітинах треба пояснити подібним способом, як при діланню потасового лугу.

Реагенс Мільона. По доданню реагенсу до препарату улягають рожеві кульочки розпадови, а зміст бічних клітин виповняєть ся зернистим і паличковатим струтом, який спершу виказує жовте забарвлення, пізнійше одначе згущуєть ся чим раз більше, аж поки не стане бурій.

Метидева зелень + оцтовий квас (*Methylgrünessigsäure*). Барвник нагромаджуєть ся сильно в бічних клітинах так, що вони стають зовсім зелені. Інші клітини наскірка остають зовсім або майже зовсім безбарвні.

Зі всіх висше наведених дослідів виходить недвозначно, що субстанція, з якою маємо діло в побічних клітинах, належить до групи гарбовинних субстанцій. Сіркан заліза, хлоран заліза, двохромовий потас, хромовий квас, осмовий квас — се, як відомо, найліпші реагенси на гарбовинні субстанції¹⁾. Також гарна червона реакція, яку я дістав на діланне лугів, вказує або на самі гарбовинні субстанції або на сполуки, які їх супроводжують. Перший завважив сю реакцію Моліш²⁾ у молочнім впливі з рости: *Musa*, *Scorzonera*, *Alocasia*. Про субстанції, які дають отсю реакцію, висказуєть ся Моліш так: „Welcher Art der oder die Körper sind, welche diese auffallende Farbenreaktion hervorrufen, lässt sich vorläufig nicht sagen. Der Umstand, dass sie mit den Gerbstoffen sowohl in den Milchröhren als ausserhalb derselben und zwar auch bei nicht milchenden Pflanzen, wie ich mich überzeugt habe, mit Gerbstoffen so häufig vermengt vorkommen, legt den Gedanken nahe, dass sie zu den Gerbstoffen in irgend einer Beziehung stehen könnten und ihr eigentümliches Verhalten zur Kalilauge erinnert einigermaassen an Chinone“.

Група гарбовинних субстанцій ще мало спрецізована хемічно так, що докладнійших даних про субстанцію, яка находить ся в бічних клітинах роду *Philodendron cuspidatum* — годі подати.

тні, що граничать довгим боком з α -бічними, означую як β -бічні, а ті, які лежать на бігунах замочних клітин, як бігунові.

¹⁾ H. Molisch: *Mikrochemie der Pflanze*. Jena, 1912, ст. 155—159.

²⁾ H. Molisch: *Studien über den Milchsaft und Schleimsaft der Pflanzen*. Jena, 1901., ст. 69.

Philodendron asperatum.

(Гл. табл. I, рис. 1.)

Продиховий апарат у принципі так само збудований, як в *Ph. cuspidatum*. Коли до верхнього скрюю зі спідної сторони листка додати двохромового потасу і опісля огрітв препарат — то дістаємо дивоглядний образ. На α -бічних клітинах не видно в жаднім випадку впливу реагенсу, замість того виказують β -бічні клітини, як рівнож бігунові клітини, дуже гарне каштаново-буре забарвлення. Зрештою наслідком більше неправильної будови продихового апарату та більше неправильного зльокалізованя виступають усякі можливі комбінації в розміщенню гарбовинних субстанцій. Явище, яке виступає головню при правильніше збудованих продихах — се зльокалізованне субстанції в обох β -бічних клітинах. Але рівнож можуть виказувати реакцію клітини в отсих комбінаціях: обі β -бічні і одна бігунова, обі бігунові, одна β -бічна і одна бігунова, одна бігунова сама, одна β -бічна сама. Коли бічна або бігунова клітина поділені, тоді виступає реакція тільки в одній з поділених клітин.

Щоби мати поняттє, в яким числі поодинокі комбінації виступають, подаю отсей перегляд.

На 65 продихів дали реакцію:

обі β -бічні	5
обі бігунові	10
одна ціла бігунова і $\frac{1}{2}$ ¹⁾ другої бігунової	1
одна бігунова і 1 β -бічна	5
одна β -бічна і $\frac{1}{2}$ ¹⁾ бігунової	2
лиш одна β -бічна	10
лиш одна бігунова	21
$\frac{1}{2}$ ¹⁾ бігунової	8
не виказали реакції	3

З перегляду виходить, що забарвлення виступає найчастійше в бігунових клітинах. Також клітини мякіша, що лежать безпосередню під наскірком і окружають продихову яму, містять гарбовинні субстанції. Інші клітини наскірка не дають з правила найменшої реакції.

Щоби мати поняттє про якість гарбовинної субстанції, зробив я такі реакції.

¹⁾ Клітина, яка повстала в поділу бігунової.

Сіркан заліза: брудно-синій струт.

Хльоран заліза: жовтий або бурій струт.

Содовий дуг: жовтий або слабо оранжевий струт — в клітинах мякіша випадає реакція сильніше.

Потасовий дуг: реакція як при NaOH.

Амоняк: реакція як при NaOH.

Азотний kwas: жовтий, дрібно-зернистий струт. Особливо сильно виступає реакція в клітинах мякіша, які стають зовсім каштаново бурі.

Сірковий kwas: волокнистий і зернистий струт. При сильнім побільшенню майже безбарвний, при слабім сірий.

Сильний kwas: дуже дрібно-зернистий, брудно-жовтий або слабо-бурій струт.

Хромовий kwas: каштаново-бурій струт, у бігунових і β -бічних клітинах більше зернистий, в клітинах мякіша більше компактний і темнійше забарвлений. З сеї і з двох інших висше наведених реакцій (KOH, HNO₃) виходить, що в клітинах мякіша, які окружають продихову яму, гарбовинні субстанції зльокалізовані в більшій скількості, чим в β -бічних і бігунових клітинах.

З усіх висше вчислених реакцій виходить ясно, що в *Ph. cuspidatum* та у *Ph. asperatum* маємо діло з тим самим родом гарбовинних субстанцій.

Philodendron sp.

Розміщенне гарбовинних субстанцій у сеї рослини таке саме, як у *Philodendron cuspidatum*. По діланню двохромового потасу виказують усі α -бічні клітини гарне, слабо каштаново-буре забарвлення. Реакція тут одначе значно слабша, як у *Ph. cuspidatum*, рівнож не звляють ся гарбовинні субстанції в бігунових клітинах ніколи. Се все вказує на меншу скількість сих субстанцій. Інші реагенси (осмовий, 1% хромовий kwas, FeCl₃, NaOH) дають такі самі реакції, як у *Ph. cuspidatum*.

Philodendron Ghiesbrectii.

Нагромадження гарбовинних субстанцій в клітинах мякіша, які граничать із продиховою ямою. Зв'язку між твореннем гарбовинних субстанцій і продихами годї заперечити. В клітинах наскірка нема гарбовинних субстанцій.

Інші Aroideae.

З інших родів *Philodendron*-у оглянув я ще чотири, а то: *subovatum*, *pedatum*, *eximium*, *crassinervium*.

Реагенси (двохромовий потас, сіркан заліза, хлоран заліза, хромовий kwas) не вказали ніяких гарбовинних субстанцій в клітинах наскірка, за те в клітинах м'якіша виступало частіше нагромадження цих субстанцій, одначе годі було завважити звязи між ідіобластами в м'якіші і продихами.

Anthurium imperiale — виказує гарбовинні ідіобласти в наскірку в подібнім укладі, як *Ph. asperatum*. Лучається тут одначе частіше (як у *Ph. asperatum*), що в околиці продихів нема ніяких гарбовинних субстанцій. На 20 продихів дали реакцію:

1 бігунова	5
1/2 бігунової	4
обидві бігунові	1
β -побічна	2
не дали ніякої реакції	8

З вище наведених даних виходить, що у *A. imperiale* нагромадження цих субстанцій значно слабше чим у *Ph. asperatum*, та що тут стрічаємо подібне відношення, як *Ph. sp.* до *Ph. cuspidatum*. Клітини м'якіша в околиці продихів містять у *A. imperiale* також гарбовинні субстанції.

З інших *Aroideae* досліджував я ще: *Anthurium grandifolium*, *Monstera dilacerata*, *Raphidophora decursiva*, *Pothos celatocaulis*, *Arum sp.* — не знайшов одначе нічого замітного.

Роди *Sempervivum*.

Як досить добрі об'єкти до прослідження звязку між гарбовинними субстанціями і продихами показали ся *Crassulaceae*. Знаменита прозорість наскірка, як також можливість прослідження всіх розвоєвих стадій продихового апарату — творили додатню сторону. Відомою стороною був сей факт, що уклад ідіобластів тут не так правильний, як у родів *Philodendron*. Щоби оминути непорозуміння, буду при всіх будучих замітках, які відносять ся до родини *Crassulaceae*, послугувати ся отсею термінологією. Наймолодшу бічну клітину, яка виходить з останнього поділу і яка має звичайно одну стінку спільну з замочною клітиною — означую буквою *a*. Інші дві бічні клітини, що граничать безпосередно з замочними клітинами — буквами *b* і *c*, йдучи від *a* в напрямі противнім до стрілки годинника. Клітини наскірка, які граничать

¹⁾ Гл. вище.

з бічними клітинами, означую буквами *A*, *B* і *B* відповідно до того, чи вони дотикають до бічної клітини *a*, *b*, чи *c*.

Sempervivum Funkii.

(Гл. табл. II, рис. 3.)

Коли до зверхнього краю з *S. Funkii* додамо двохромового потасу, а опісля легко оґріємо, то дістаємо образ, який в першій моменті тяжко описати і пояснити. Дістаємо ніжну сітку з буро забарвлених клітин, по середині кожного очка сеї сітки лежать замочні клітини. Одна, дві або три *A*, *B*, *B* клітини не вказують реакції. З бічних клітин виказує *a* бічна клітина з правла сильну реакцію, часами також (хоч рідко) *b* і *c*. Коли не візьмемо під увагу ввімків, то можемо висказати отсе твердження:

Клітини *ABB* з правла вільні від гарбовинних субстанцій, бічна клітина *a* виказує їх, рівнож клітини наскірка. Коли застановимо ся над розвитком сего продихового апарату, то накладається нам такий хід думок. Відома річ¹⁾, що в родині *Crassulaceae* перед поділом „спеціальної матірної клітини“ (*Spezialmutterzelle*) на дві замочні клітини — виступає 5—8 клітинних поділів, які відбувають ся спіральво в трьох направах. Як перший продукт при цих поділах виходять *ABB* клітини, пізнійше *abc* бічні. Отже: з клітини наскірка, яка з правла має гарбовинні субстанції, повстають *ABB* клітини, які їх не мають, при дальшій поділі повстає *a* бічна клітина, яка знов виказує гарбовинні субстанції, коротко: в бігу розвитку продихового апарату відбуваєть ся два рази зміна в хемії клітин, які ділять ся. Поставимо ся отсеї теоретичні міркування підтримати практичними доказами.

Що до матірної клітини 1-категорії, з якої повстають *ABB* клітини, то здається ся, що предистиновані до поділу клітини не містять гарбовинних субстанцій, або їх тратять вже підчас першого поділу на дві клітини. Відповідно до сего, знайшов я особливо на старших листках, між гарбовинними клітинами, клітини вільні від гарбовинних субстанцій, які вказували прикмети матірних клітин 1 категорії.

Що до *a*-бічної клітини, то показало ся, що зовсім молоді продихові апарати, являх спеціальна матірня клітина ще не поділила

¹⁾ E. Strasburger: Ein Beitrag zur Entwicklungsgeschichte der Spaltöffnungen. Pringsheims Jahrbücher, Bd. V, 1866—1867.

ся на дві замочні — не мали гарбовинних субстанцій в α -бічній клітині. Гарбовинні субстанції повстають отже в α -бічній клітині аж по поділі спеціальної матірної клітини на дві замочні. З сего виходить ясно, що отсе нагромадження гарбовинних субстанцій в α -бічній клітині стоїть у тіснім звязку з творенням замочних клітин, а тим самим мується мати значінне для функції продихового апарату.

На отсім місци мушу ще сказати, що у листку *Sempervivum Funkii* знаходять ся два роди гарбовинних субстанцій. Гарбовинні субстанції в наскірку забарвлюють ся під діланнем FeCl_3 зелено, під діланнем двохромого потасу каштаново-буре, а під діланнем содового лугу жовто-буре. Під наскірком, у мякіши, розміщені великі, гарбовинні ідіоблясти, які стають сині на FeCl_3 , темно-каштаново-бурі на $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$, а на NaOH : спершу брудно-сині, відтак гарно індігово-голубі, відтак фіялеові, а при кінци червоново-бурі. По довшім діланню NaOH випадає реакція на оба роди гарбовинних субстанцій зовсім подібно, лише в силі реакції виступає різниця.

Sempervivum Tatari.

Молодий листок. В наскірку знаходять ся гарбовинні субстанції рідше. В деяких продихових апаратах виступають гарбовинні субстанції в α -бічних клітинах.

Sempervivum Zelebori.

Молодий листок. Гарбовинні субстанції находять ся в клітинах наскірка (не надто часто) і у великих ідіоблястах у мезофілю. Нагромадження субст. в $\alpha\beta\gamma$ -бічних клітинах — часто також в ABB клітинах (тоді звичайно нема гарбовинних субст. в $\alpha\beta\gamma$ бічних клітинах). Звязь між нагромадженням субстанції і продихами в деяких місцях скрою очевидна.

Sempervivum Pomelii.

Молодий листок. Гарбовинні субстанції находять ся в наскірку рідко, за те значно частійше в $\alpha\beta$ -бічних клітинах (а саме у всіх трьох, у двох або лиш у одній) — як також тут і там в ABB — клітинах. Наслідком того, що гарбовинні субстанції містять ся рідше в клітинах наскірка, звязь між продиховим апаратом і нагромадженням сих субстанцій виступає дуже ясно.

В старших листках нагромажені гарбовинні субстанції масово в клітинах наскірка і тому висше згадана звязь затирається дуже

сильно. В сих листках виступає також часто антокиан. З укладу клітин виходить майже безсумнівно, що антокиан утворив ся з гарбовинних субстанцій. Ближше про сї переходи і про фізіологічну звязь між антокианом і гарбовинними субстанціями довідаємо ся у дальшій розділі.

Иниі Crassulaceae.

Sempervivum styriacum, murale, Verloti, tectorum виказують висше наведені відносини в більшій або меншій мірі. Студії над рослинами: *Echeveria Scheideckerii, E. glauca, Crassula sp.* не дали ніяких позитивних результатів.

Polygonum sachalinense.

Ростина отся, яка виказує так цікаві відносини між антокианом і продихами на гоні (про що буде бесіда в дальшій розділі) — є так само дуже цікавим предметом на студії відносин між продихами і гарбовинними субстанціями. Коли до верхнього скрою з листка сеї рослини додати двохромого потасу, а опісля легко огріти — виступає зараз у 1-, 2-, 3-клітинах у безпосереднім сусідстві з замочними клітинами дуже гарне буре забарвлення. А навіть при діланню самого $\text{K}_2\text{Cr}_2\text{O}_7$, без огріття або додання квасів — зявляється виразний, зернистий струт — і се доказує, що в сих клітинах находять ся більші скількості гарбовинних субстанцій. Також в інших клітинах наскірка повстає зернистий струт, одначе в клітинах, які граничать із продихами, струт без порівняння сильнійший. Замочні клітини вільні від гарбовинних субстанцій.

На ділання хльорану заліза повстає бурій струт, на діланне потасового лугу — рожевий.

Polygonum Sieboldii.

Під впливом двохромого потасу, без огріття, виступає гарний, темно каштановий струт у клітинах, які лежать довколо продихів. Реакція наступає дуже скоро.

Polygonum salignum.

Незвичайно цікавий обект — а саме з тої причини, що в наскірку містять ся дві субстанції, розділені на означені клітини. Одна з сих субстанцій певно гарбовинна, а друга дає деякі реакції спільні з гарбовинними субстанціями. Під впливом двохромого потасу повстає

в замочних клітинах цитриново-жовтий струт. При деяких продихах заявляється струт такої самої краски в бічних клітинах. В вищих клітинах наскірка творить ся каштаново-бурий струт, який при деяких продихах значно більше сконцентрований.

На діланне КОН не помітно нічого в замочних клітинах, за те клітини наскірка забарвлюють ся моментанно на цитриново-жовто, а в клітинах при продихах творить ся сконцентрований, зернистий, бурий струт. Під діланнем свіжо розчиненого FeSO_4 повстає в клітинах наскірка слабо-фіялкова реакція. В клітинах у поблизу продихів випадає вона значно сильніше так, що нераз творить ся брудно-фіялковий струт. В замочних клітинах реакція не виступає. Сильний kwas: Всі замочні клітини стають гарно цитриново-жовті. В вищих клітинах наскірка зеленаво-бурий струт. Вольфрамовий сод (*Natriumwolframat*): Зміст замочних клітин, як також деяких бічних, стає склистий, компактний, забарвлений цитриново-жовто. В клітинах наскірка грубо-зернистий, слабо цитриново-жовтий струт, який в поблизу продихів часто сильніше сконцентрований. Маємо тут отже діло з двома субстанціями: одна з них виступає у замочних клітинах і часами також у клітинах, які сусідують з продихами, вона барвить ся двохромовим потасом, сильним kwasом і вольфрамовим содом цитриново-жовто, не реагує на содовий луг і на сіркан заліза. Друга субстанція, напевно гарбовинна, знаходиться в клітинах наскірка — при продихах концентрація її значно більша. На діланне двохромового потасу дає вона бурий струт, на діланне сіркану заліза брудно-фіялковий, під впливом содового лугу цитриново-жовтий або бурий. Сильний kwas викликає зеленаво-бурий струт, вольфрамовий сод цитриново-жовтий. Ріжниця між сими двома субстанціями показується ся отже дуже гарно при помочи висше наведених реагентів.

Інші Polygonaceae.

Rheum officinale. На зверхних скроях зі споду листка нічого помітного. За те на скроях з верху листка під впливом двохромового потасу забарвлюють ся замочні клітини і 1, 2 або 3 окружуючі інтензивно на брунатно-жовто. Інші клітини наскірка остають без зміни. З клітин, які окружують продихи, головно одна дає з правила вразну реакцію. Є се найменша з окружуючих клітин, яка має спільну стінку з замочною клітиною і повстає з передостаннього поділу, що веде до повстання замочних клітин (отже аналогічна до α -бічної клітини у *Sempervivum*).

Під впливом FeCl_3 творить ся брудно-жовтий струт у замочних клітинах. На діланне потасового лугу забарвлюють ся замочні клітини і сусідні на жовто — при довгим діланню реагенту розширюють ся забарвлення на всі клітини наскірка. Сильний kwas забарвлює замочні і сусідні клітини спершу слабо-зеленаво-жовто — по певнім часі інтензивно жовто. Замочні клітини, як також деякі сусідні клітини (особливо згадана побічна), мають значно ясніший і здається компактніший зміст (подібно: *Philodendron cuspidatum*).

У *Polygonum divaricatum*, *bistortoides*, *amplexicaule*, *Rumex ucrainicus*, *Oxyria digyna* виступає в більшій або меншій мірі звязок між продихами і нагромадженням гарбовинних субстанцій в поблизу продихів. У *Polygonum virginianum*, *Oxyria digyna*, *Rumex rupestris* знаходяться гарбовинні субстанції у замочних клітинах.

Tolmiea Menziesii.

(Гл. табл. I, рис. 3.)

Вже при діланню самого двохромового потасу без огріття творить ся в клітинах наскірка, які безпосередно сусідують із продихами, дрібнозернистий, каштаново-бурий струт, який компактно виповняє клітини. Зв'язок між сими нагромадженням гарбовинних субстанцій і продихами очевидна. Під діланнем потасового лугу стали висше згадані клітини спершу слабо-фіялкові, а відтак слизово-червоні. FeSO_4 викликає у згаданих клітинах гарний, фіялково-синій струт. Вольфрамовий сод: компактний, слабо-цитриновий струт у клітинах, які граничать із продихами.

На сім кінчу відділ про гарбовинні субстанції. З висше наведених прикладів виходить ясно, що подібне явище як у *Ph. cuspidatum*, виступає у ростиннім світі частіше і я певний, що дальші дослідні збільшили би лісту подібних прикладів у кілька разів.

2. Антокиан.

Хемічну зв'язок між гарбовинними субстанціями і антокианом припускав уже старший знаменитий дослідник А. Віганд¹⁾ і його припущення потвердили в новіших часах хемічні та фізіологічні дослідні, які виконали Графе²⁾, Wheldale, Ichimura, Palladin. Можна було припускати, що коли хемічна зв'язок між обома

¹⁾ A. Wigand: Einige Sätze über die physiologische Bedeutung des Gerbstoffes und der Pflanzenfarbe. Bot. Ztg. 1862., p. 123.

²⁾ V. Grafe: Studien über das Anthokyan. 3 Mitteilungen. Sitzungsberichte der kaiserlichen Akademie der Wissenschaften in Wien. 1906—1911.

Що до часу, коли творять ся антокианові пятна — то здасть ся дієть ся се зараз при поділі замочних клітин — бо я бачив вже зовсім добре розвинені пятна при деяких молодих продихах, які ще не втворили центрального отвору (Zentralspalte). При молодих продихах містить перший перстень клітин довкола продиху значно більше антокиану, чим далші клітвини пятна.

P. sachalinense замітне з того, що, як вище згадано, в його листках знаходять ся коло продихів зльокалізовані гарбовинні субстанції. Дві ріжні, хемічно споріднені субстанції, мають тут те саме призначення.

Polygonum Sieboldii.

Тип зовсім ідентичний з *P. sachalinense*. На билі антокианові пятна, на листках нагромадження гарбовинних субстанцій в поблизу продихів. При антокианових пятнах значно більша концентрація антокиану в безпосереднім сусідстві продихів.

Rheum officinale.

(Гл. табл. II, рис. 1.)

Черешки листка і цвіту виказують звичайно в горішних партіях дуже ніжне, червоне пятнованне, — червоне забарвлення виступає в напрямі до основи черешка чим раз сильнійше, аж вкінці в долішній частині цілий черешок червоно забарвлений. Але також і на тих партіях черешка, які зовсім забарвлені, видно дрібні пятна, які мають значно сильнійше забарвлення, чим окруження. При мікроскопійнім розгляді показало ся, що кожде червоне пятно скриває в своїй середині продих.

Антокианові пятна подовгасті, їх вісь довжини рівнобіжна до отвору продихів. Найінтензивнійше нагромадження антокиану в безпосереднім поблизу продихів. Деколи 1, 2, 3 або й більше окружуючих клітин не мають антокиану, до них притикають клітини зі сконцентрованим антокиановим змістом. При деяких продихах знаходять ся антокиан також і в замочних клітинах. Се незвичайно цікаве явище, бо, як я переконав ся на забарвлених антокианом цвітах — антокиан не виступає ніколи в замочних клітинах. Повстання антокианових пятен попереджає звичайно повстання продихів, бо у деяких випадках можна було знайти молоді продихи без антокианових пятен. Одначе і друга можливість правдоподібна, а саме розвій продихів із антокианових клітин. За сям промавляє існування антокианових ідіобластів у наскірку, як рівнож той факт, що в замочних клітинах містять ся часами антокиан. При молодих продихах мають антокиан звичайно тільки

1, 2, 3-сусідні клітини. Маємо тут знов з аналогічним фактом діло, як у *Polygonum sachalinense* і *P. Sieboldii*.

Fraxinus sp.

На гоні знаходять ся довгі, бурі пятна, які в першій хвилі можна би вважати лентіцелями. В дійсности се великі, правдоподібно не функціонуючі продихи, які лежать у середині антокианових пятен (гл. табл. I., 4). З боків межують продихи безпосередно з антокиановими клітинами, за те при бігуновій стороні знаходять ся з правила кілька безбарвних клітин, за якими відтак йдуть клітвини з антокианом. Довжина пятен менше більше 3 рази більша, чим ширина, по обох сторонах продихів знаходять ся $\pm 5-7$ рядів клітин. Молоді пятна округлі, їх антокианові клітвини граничать майже безпосередно з замочними клітинами. Старші пятна видовжують ся, коло продихів повстає партія безбарвних клітин — пятна переходять в антокианові перстені. Антокиан містять ся в наскірку, але також і в 3-6 рядах клітин під наскірком. Найбільшу грубість досягає веретва антокиану на березі пятна — в напрямі до середини, т. зн. в напрямі до продихів, веретва клиново звужуєть ся. Найбільше сконцентрований антокиан містять ся безпосередно при продихах. Антокианові пятна переходять пізнійше в лентіцелі.

Hydrangea hortensis.

Ростина виказує типові антокианові перстені, які у інших родів творять тільки останню фазу розвою. Вже голим оком можна завважити на горішній часті гону менші і більші буро-червоні перстінці. Вид перстенів круглий або яйцеватий, їх довжина найбільше два рази так велика, як їх ширина. Головна скількість антокиану з найбільшою концентрацією містять ся в покладі клітин безпосередно під наскірком, в наскірку мало або зовсім ні. В веретвах, що лежать глибше, тільки виімково антокианові клітини. Грубість перстена вносить в ширину ± 10 рядів клітин. В середині сего перстена знаходять ся велика партія без антокиану, серед якої лежать 1-2 продихи з ріжною орієнтацією напрямку свого отвору. Отсі продихи не все займають саму середину перстена. В однім випадку завважив я пояс антокиану, а з боку попри нього молодий продих. Другий раз бачив я продих у середині двох зіольованих поясів антокиану. Можливо, що се були дві фази розвою антокианового перстена, який після того повставав би так: Спершу творить ся пояс антокиану, а при його

боці продох. Відтак витворюють ся пояе антокиану з другого боку і поволи замикаєть ся з першим в форму перстена.

На сїм закінчую приклади на звязь між нагромадженням антокиану а продохами. Ріжні форми, в яких антокиан знаходить ся в сусїдстві продохів, дають ся дуже гарно звести на три роди: антокианові ідіобласти, пятна і перстені — всі отєї форми получені, як ми бачили, численними переходами.

Дальше ми бачили, що в трьох рослин: *Polygonum sachalinense*, *P. Sieboldii*, *Rheum officinale* — виступають в поближу продохів відповідно до органу раз гарбовинні субстанції, а раз антокиан. Се вказує на тотожність або схожість функції сих двох хемічних субстанцій. Ба що більше, в деяких випадках трафляло ся менї, що в тої самої рослини, в тїм самім органі — знаходили ся в сусїдстві продохів раз гарбовинні субстанції, а раз антокиан. Особливо інструктивною показала ся тут обсервація на однім листку *Sedum polonicum*, на яким на спідній стороні листка містив ся у сусїдстві продохів гарбовинні субстанції, а на верхній стороні — антокиан. Очевидно, що тут повстав антокиан на верхній стороні листка під впливом інсоляції. Що світло може мати такий вплив на витворенне антокиану, се доказали нові досвіди D. Katic¹⁾, а почасти також Ichimura²⁾. Після новїших дослідів має також оксидація важне значінне при повстанню червоних пігментів. Grafe³⁾ висловлюєть ся про се так: „Jedenfalls ist die Bildung von Anthokyan immer mit einer Oxydation verknüpft und dort, wo bei einem gewissen Reichtum an Atmungsmaterial die Oxydationsvorgänge beträchtlich sind, geht auch immer reichliche Anthokyanbildung mit ihnen Hand in Hand, so bei jungen, wachsenden Keimlingen, bei Verwundung und Einfluss von Parasiten“. До отсих трьох випадків, при яких повстав антокиан наслідком оксидації — треба додати четвертий, а саме повстанне антокиану при продохих — де оксидація певно наступає дуже легко. Підчас моєї праці бачив я також, що антокиан знаходить ся часто при основі волосів пр. у *Echium*

¹⁾ D. Katic: Beitrag zur Kenntniss der Bildung des roten Farbstoffes in vegetativen Organen der Phanerogamen. Inauguraldissertation, Halle, 1905.

²⁾ Ichimura, T., On the formation of Anthokyanin in the Petaloid Calyx of the red Japanese Hortense. Journ. of the Coll. of Sc. Imp. Univ. Tokyo, Vol. XVIII., 1905. (цитовано за Grafe, op. cit.).

³⁾ V. Grafe, op. cit. pag. 36.

vulgare, *Begonia* sp. Поява антокиану в сих місцях стоїть певно також у звязку з оксидацією, яка також тут може наступити легко.

3. Олій.

Кульочки олію дуже розширені у рослин. Рівнож і в замочних клітинах містять ся вони дуже часто (*Clivia nobilis*, *Tillandsia Lindenii*, *Lamprococcus glomeratus* і т. д.). Одначе правильність, з якою вони тут виступають, досить мала, для того я обмежив ся до зібрання таких фактів, де маємо діло з певними, сталими проявами — і що важнійше, де то виступленне олію стоїть в очевидній звязи з продоховим апаратом. Добрими об'єктами під тим оглядом показали ся:

Роди *Carex*.

(Гл. табл. II, рис. 4.)

Оглянув я 6 родів: *C. Pseudosuperus*, *C. Grayii*, *C. vesicaria*, *C. muricata*, *C. conglobata*, *C. vulpina*. У всіх отсих родів знаходять ся в бічних клітинах кульочки олію — в інших клітинах наскірка або їх зовсім нема, або вони значно менші. Що до величини — то сї кульочки досягають значну величину у *C. conglobata*, *C. vulpina* і *C. muricata*, у інших родів вони значно менші, часами так дрібні, що заледви їх можна зобачити (*C. vesicaria*).

Суданова гліцерина (Судан III.) забарвлює кульочки гарно оранжево.

Альканова тінктура барвить їх на червоно. З сих реакцій виходить, що кульочки є з олію.

Сірковий квас (об'єкт: *C. conglobata*). Під впливом реактенсу кульочки деформують ся, — а після того, як сірковий квас розівткани, розпадають ся на більшу скількість малх кульочок, які виходять зі знищеної ткани і лучать ся в більші кульки, на які сірковий квас не має жадного впливу. Коли тепер до препарату додати розчину тростинного цукру забарвлюють ся кульочки олію гарно фіялково-червоно. По довшїм діланню H_2SO_4 стають кульки троха гранчасті. Той факт, що кульочки олію розпадають ся наслідком діланню H_2SO_4 на більшу скількість малх, промовляє за тим, що отєї кульочки не мають протоплазматичної основи (строми), значить, що вони не еляіопласти¹⁾.

¹⁾ H. Molisch: Mikrochemie d. Pflanze, Jena, 1913, pag. 356.

Азотний kwas (обект: *S. conglobata*). Кульочки олію троха деформують ся, витягають ся в довжину — вниший вплив незамітний.

Сільний kwas (обект: *S. vulpina*). Правдоподібно мале напучнявінне кульочок — зрештою нічого.

Карболовий kwas. Кульочки олію розпускають ся.

Оцтовий kwas. Ніякий вплив.

Реагенс Моліша на товстї олії (50% KOH + 50% NH₃). Ніякий вплив, хоч препарати стояли довший час в отсім реагенсі.

Огріті в водї — кульочки дещо деформують ся, огріті на сухо — зникають, значить ся, улягають сублімації.

З передостанньої та останньої реакції виходить, що кульочки зложені правдоподібно з етеричного олію. Дальше їх форма, їх хемічні реакції, головно їх резістентність против kwasів — нагадують незвичайно тїльця олію, які Stein знайшла в клітинах наскірка родени *Oenotheraceae*¹⁾.

Часами буває, що побічна клітина поділена на дві, — тоді в кожній з тих двох клітин містить ся кульочка етеричного олію.

Як відомо,²⁾ спеціально у *Gramineae* і *Cyperaceae* відграють бічні клітини велику ролю при отворюванню та замиканню замочних клітин.

Насуваєть ся питання, чи кульочки етеричного олію не стоять в подібнім звязку з осмотичним тисненнем у побічних клітинах родів *Carex*, як крохмаль у замочних клітинах деяких рослин²⁾. Проти сього промовляє факт, що я ніколи не завважив, щоби кульочки зникали, значить, переміняли ся в субстанцію з вишим осмотичним тисненнем, пр. цукор — рівнож промовляє проти того резістентність кульочок, значить — вони тяжко або зовсім не дають ся втягнути у виміну матерії.

Подібні кульочки етеричного олію, які вказують такі реакції, як кульочки олію, що їх відкрила Stein, знайшов я ще в замочних клітинах листка *Ligustrum ovalifolium* та *Forsythia viridissima*. Кульочки етеричного олію находять ся також в клітинах наскірка, одначе вони тут значно менші.

¹⁾ F. Stein, Über Ölkörper bei *Oenotheraceen*. (*Österreichische botanische Zeitung*, 1915).

²⁾ S. Schwendener, Die Spaltöffnungen der *Gramineen* und *Cyperaceen*. Sitzber. der preuss. Akademie d. Wiss. 1889.

³⁾ *Ujin*: op. cit.

4. Інші субстанції.

На кінци моєї праці хочу згадати про деякі субстанції, які зльокалізовані в замочних або побічних клітинах, вказують деякі реакції спільні з гарбовинними субстанціями — яких одначе тому не можна зачислити до останних, бо не дають характеристичної реакції зі солями зеліза.

Maranta spectabilis.

В бічних клітинах листка находить ся хльорофіль так само, як в замочних клітинах. На діланне двоохромового потасу забарвлюють ся бічні клітини жовто (реакція в барвеса, не струтова). Подібно ділає хромовий kwas.

Під впливом содового лугу забарвлюють ся побічні клітини зеленаво-жовто.

Maranta sanguinea.

В бічних клітинах хльорофіль. У всіх клітинах наскірка антокиан, тільки у побічних і замочних¹⁾ клітинах нема його. По доданню двоохромового потасу і по слабім огріттю стають антокианові клітини оливково-зелені, підчас коли бічні клітини стають гарно жовті. Під діланнем потасового лугу забарвлюють ся бічні клітини зараз канарково-жовто, антокианові клітини стають спочатку сочисто-зелені, пізнійше краска перекидаеть ся на жовту так, що ріжниця в забарвленню бічних клітин і клітин наскірка зникає зовсім. Під впливом азотного kwasу, алькоголю, хльорану зеліза — бічні клітини не зміняють ся. Хромовий kwas ділає на бічні клітини, як двоохромовий потас, а моняк, як содовый луг.

Maranta Kerchoviana.

В бічних клітинах хльорофіль. В бічних клітинах нема зльокалізованої ніякої субстанції. На сій рослині маємо знов гарний примір, що дві споріднені рослини можуть різнити ся в хемізі свого продахового апарату (подібно як роди *Phylolendron*).

Musa Cavendishii.

На листках, які виглядають троха вже зжовкло, находять ся замочні клітини, яких зміст жовтий, зернятка зелени здеструовані.

¹⁾ Подібний факт завважив я на рослинах *Tradescantia*, *Aeschynanthus discolor* і інших.

Подібно виглядають часами бічні клітини, або деякі клітини наскірка, які граничать із продирами. Коли до препарату додати гліцерину або азотану потасу KNO_3 , то в жовтих замочних клітинах, бічних і інших, які мають подібний зміст, — не дістає ся жадної плязмолізи. Маємо тут отже діло з жовтим барвником, який повстає по смерті клітини головно в замочних і бічних клітинах. Він осідає особливо на стінках клітин, хоч і зміст клітини буває часто забарвлений. Під діланнем содового лугу забарвлюють ся згадані клітини вишнево-червоно — подібно під діланнем амоняку. Сірковий, азотний, сільний kwas — викликають червоне забарвлення згаданих клітин. Хлоран заліза спричиняє майже темну краску. Згаданий жовтий барвник повстає отже в замочних і бічних клітинах по їх смерті — і дає з лугами та квасами червону реакцію.

При кінці моєї праці хочу ще згадати результати кількох інших авторів, які знайшли також зьлокалізованне деяких субстанцій в поблизу продирих. Albert Kolbe, займав ся розслідуванням розложення гарбовинних субстанцій у стручковатих¹⁾. При своїх дослідах вживав він тільки одного реагенсу, а саме двохромого потасу. Тому його досліди дуже проблематичної вартости — і на кожний спосіб говорити тут про гарбовинні субстанції зовсім не можна — хіба про субстанції, „які дають з $K_2Cr_2O_7$ жовтий струт“. Між иншим пише автор: „In den Schliesszellen der Spaltöffnungen findet sich meist mehr Gerbstoff (!) als in den angrenzenden Zellen, besonders deutlich tritt das bei den Objekten hervor, die sonst keinen Gerbstoff in der Epidermis haben z. B. *Vicia Gerardi*, *Halimodendron argenteum*“. Подібнож знайшов автор, що в дорослих листках *Carmichaelia flagelliformis* та *C. Enysii* — є зьлокалізована в замочних клітинах субстанція, яка дає з $K_2Cr_2O_7$ жовтий струт.

Stahl²⁾ завважив, що коли поливати рослини розчином кухонної соли — то сіль осаджуєть ся у великій мірі в клітинах коло продирих — у *Alisma* *Plantago* в бічних клітинах.

Після Wisselingh-a³⁾ часами концентрація каротіноїдів в поблизу продирих більша, чим у інших клітинах.

¹⁾ A. Kolbe: Über das Verhalten des Gerbstoffes in den Assimilationsorganen der Leguminosen während der Entwicklung. Inauguraldissertation, Göttingen, 1914.

²⁾ E. Stahl: Einige Versuche über Transpiration und Assimilation. Bot. Zeitung 1894. J. 52, pag. 135.

³⁾ C. van Wisselingh: Über die Nachweisung und das Vorkommen von Carotinoiden in der Pflanze. (Flora, Jena, 1915, ст. 371—432).

Зібранне результатів.

Результати отсеї праці мажна коротко зібрати в отсих реченнях:

1. Клітини, які належать до продиривого апарату т. зн. замочні, бічні та клітини м'якша доккола продиривої ями, виказують відмінне хемічне захованне, як клітини наскірка — а саме в сих клітинах виступають гарбовинні субстанції, антокиан, етеричний олій, хлорофіл та деякі інші близьше не означені субстанції.

2. В правильнім, характеристичнім розміщенню знаходять ся гарбовинні субстанції в родині *Agoideae* в клітинах, які належать до продиривого комплексу. З одної сторони стоять роди, які виказують дуже питому льскалізацію (пр. *Philodendron cuspidatum*, *Ph. asperatum*. *Ph. sp.*) — з другої такі роди, які не мають сеї замінної льскалізації. Порівнюючо просліджено ріжні роди *Philodendron*, *Pothos*, *Anthurium*, *Raphidophora* і *Monstera*.

3. Питому льскалізацію гарбовинних субстанцій виказують також поодинокі роди *Sempervivum*, *Polygonum*, *Rheum*, *Rumex* і *Oxuria* — як рівнож *Tolmiea Menziesii*.

4. Питоме розміщенне антокиану на поодинокі клітини і групи клітин наскірка, на бічні і замочні клітини виступає у *Sedum* і *Polygonum*, дальше у *Hydrangea hortensis* та *Fraxinus sp.* Антокиан і гарбовинні субстанції можуть себе взаємно заступати, що відповідає зрештою їх близькому хемічному посвоиченню.

5. В бічних клітинах ріжних родів *Carex* знаходять ся стало кульочки олію, які дають характеристичні реакції етеричних олів. У *Ligustrum ovalifolium* та *Forsythia viridissima* знаходять ся отсеї кульочки олію в бічних клітинах.

6. В бічних клітинах двох родів *Maranta* містить ся субстанція, яка забарвлюєть ся двохромогим потасом і яка здаєть ся стоїть близько до гарбовинних субстанцій. Після смерті виступає в замочних клітинах роду *Musa Cavendishii* субстанція, яка забарвлюєть ся лугами і квасами інтензивно червоно.

Einige mikrochemische Eigenschaften des Spaltöffnungsapparates

von

Dr. Nestor Hamorak.

Zusammenfassung.

1. Bei vielen untersuchten Pflanzen wurde im Chemismus der zum Spaltöffnungskomplex gehörenden Zellen (Schliesszellen, Nebenzellen, Mesophyllzellen um die Atemhöhle) ein differentes Verhalten gegenüber den anderen Epidermiszellen festgestellt. Dieses differente chemische Verhalten ist charakterisiert durch das lokalisierte Vorkommen von Gerbstoffen, Anthokyan, Öl, Chlorophyll und einigen anderen nicht näher bestimmten Inhaltsstoffen.

2. Was zunächst das Auftreten der Gerbstoffe im Spaltöffnungskomplex anbelangt, so haben sich in dieser Beziehung die Philodendron Arten als ausgezeichnete Objekte herausgestellt. Bei Philodendron cuspidatum kommen Gerbstoffe in den Nebenzellen sowie manchmal auch in Polzellen¹⁾ lokalisiert vor, bei Ph. asperatum in Polzellen, β -Nebenzellen²⁾ — nie aber in den α -Nebenzellen; ein Philodendron sp. zeigt die gleiche Lokalisation wie Ph. cuspidatum, nur ist die Anhäufung der Gerbstoffe in den Nebenzellen viel geringer. Anthurium imperiale weist eine ähnliche Verteilung der Gerbstoffe wie Ph. asperatum auf. Die anderen untersuchten Aroideen (Ph. subovatum, pedatum, eximium, crassinervium, Anthurium grandifolium, Monstera dilacerata, Raphidophora decursiva, Pothos celatocaulis, Arum sp.) zeigen keine bestimmte Lokalisation der Gerbstoffe. Es fällt dabei auf, das ganz nahe verwandte Arten (z. B. Philodendron, Anthurium-Arten) sich in dieser Beziehung sehr verschieden verhalten. Bestimmte Lokalisation der Gerbstoffe und Unterschiede bei einzelnen Arten

¹⁾ Als Polzellen bezeichne ich die an der Polseite der Spaltöffnung liegenden Zellen.

²⁾ Die an die Nebenzellen (α -Nebenzellen) anschliessenden Zellen.

wurden nachgewiesen bei Polygonum, Rheum, Rumex, Oxyria-Arten, desgleichen Tolmiea Menziesii.

3 Das lokalisierte Auftreten des Anthokyans in der Nähe der Spaltöffnungen kann drei verschiedene Typen aufweisen, welche durch zahlreiche Übergänge miteinander verbunden sind: es ist das Auftreten des Anthokyans in einzelnen Zellen, in sogen. Anthokyanflecken und in Anthokyanringen. Bei Sedum-Arten finden wir bei den Spaltöffnungen Anthokyanidioblasten, die ganz deutlich in Beziehung zu den Spaltöffnungen stehen — bei manchen Sedum-Arten treten schon mehrere Anthokyanidioblasten auf, was als eine Übergangsform zu den Anthokyanflecken aufgefasst werden kann. Anthokyanflecke in typischer Ausbildung kommen bei Polygonum sachalinense, P. Sieboldii, Rheum officinale, sowie Fraxinus sp. vor, typische Anthokyanringe um die Spaltöffnungen bei Hydrangea hortensis. In Übereinstimmung mit der nahen chemischen Verwandtschaft von Anthokyan und Gerbstoffen wurde gefunden, dass Anthokyan und Gerbstoffe sich gegenseitig vertreten können.

4. In den Nebenzellen verschiedener Carex-Arten wurden regelmässig als Inhaltskörper Öltropfen gefunden, die auf Grund charakteristischer Reaktionen den ätherischen Ölen angehören. Ligustrum ovalifolium und Forsythia viridissima zeigen diese Öltropfen in den Schliesszellen.

5. In den Nebenzellen von zwei Maranta Arten wurde eine mit Kaliumbichromat sich färbende Substanz gefunden, die dem Gerbstoff nahestehen dürfte. Postmortal tritt in den Schliesszellen von Musa Cavendishii eine mit Alkalien und Säuren sich intensiv rot färbende Substanz auf.

Пояснення до рисунків.

Таблиця I.

Рис. 1. Наскірок листка *Philodendron asperatum* після ділання $K_2Cr_2O_7$. Клітини, в яких наступила реакція — нарисовані чорно. Поб. 335.

Рис. 2. Наскірок листка *Ph. cuspidatum* після ділання $K_2Cr_2O_7$. Поб. 335.

Рис. 3. Наскірок листка *Tolmisa Menziesii* по діланню $K_2Cr_2O_7$. Поб. 290.

Рис. 4. Наскірок гону *Fraxinus Sp.* — антоціанове пятно. Антоціан зазначений чорною краскою. Поб. 335.

Таблиця II.

Рис. 1. Наскірок листка *Rheum officinale*, молоді антоціанові пятна. Поб. 95.

Рис. 2. Наскірок листка *Sedum album*. Поб. 95.

Рис. 3. Наскірок листка *Sempervivum Funkii* по діланню $K_2Cr_2O_7$. Поб. 540. Клітини, в яких наступила реакція — зазначені чорною краскою.

Рис. 4. Наскірок листка *Carex vulpine*. Поб. 200.

Таблиця I.

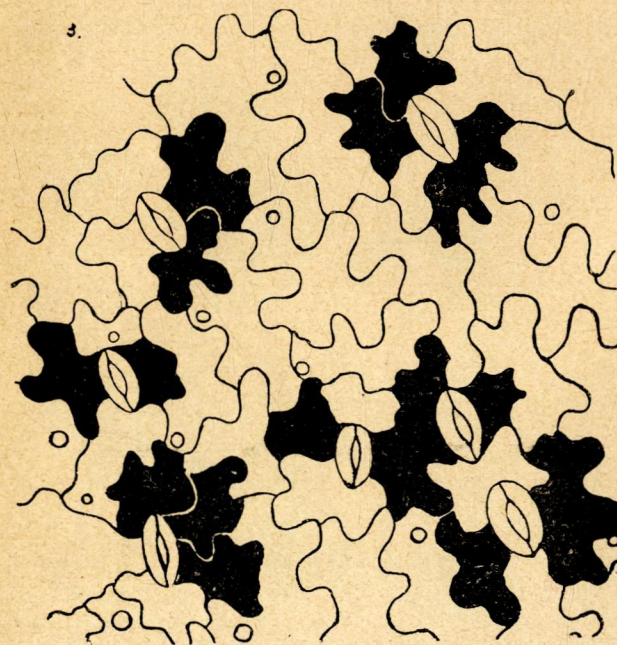
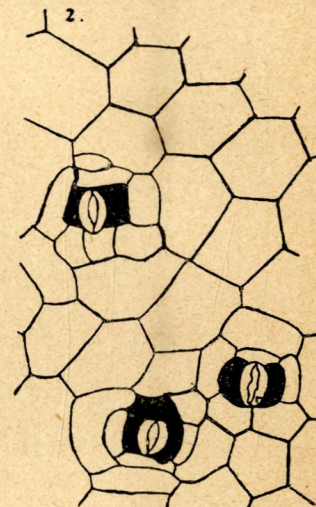
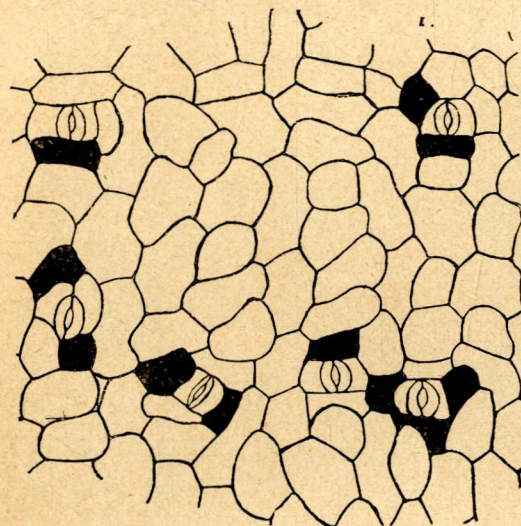


Таблица II.

