А К А Д Е М И Я Н А У К С С С Р
ПРЕЗИДИУМ ДАЛЬНЕВОСТОЧНОГО
ОТДЕЛЕНИЯ

На правах рукописи

КОБОЗЕВ Анатолий Васильевич

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНОЙ КОНВЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИИ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

01.02.05 - механика жидкостей, газа и плазмы

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Владивосток - 1991

Работа выполнена в Вычислительном центре Дальневосточного отделения Академии наук СССР

Научный руководитель - член-корреспондент АН СССР,
доктор физико-математических наук
Мясников В.П.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук
Гупало Ю.П.,
доктор физико-математических наук
Катрахов В.В.

Ведущая организация: Ордена Трудового Красного Знамени
Геологический институт АН СССР

Защита состоится "19" июня 1991 г. в 16^00 часов на заседании специализированного совета Д 002.06.07 при Президиуме ДВО АН СССР по адресу: 690032, г. Владивосток, ул. Радио, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института автоматики и процессов управления ДВО АН СССР

Автореферат разослан "17" мая 1991 г.

Ученый секретарь специализированного совета
кандидат физ.-мат. наук А.А.Буренин

I. ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. В последнее время большое внимание уделяется разработке теории конвективных движений в недрах планеты, построению численных моделей эволюции. Моделирование внутреннего строения Земли и происходящих в ее недрах процессов является одной из важнейших задач, в связи с ограниченностью экспериментальных данных о характере и структуре глубинных процессов.

Большинством советских и зарубежных авторов конвекция рассматривается в ограниченной области, без связи с общей структурой движений в недрах планеты. Модели конвективных течений приспосабливаются для описания процессов образования и эволюции тех или иных геологических структур в отдельности. Причем, исследования проводятся в основном с термическим типом конвекции, в двумерной постановке. Однако такой подход не может дать желаемых результатов для изучения эволюции планеты. Кроме того, современные геологические данные показывают, что для объяснения крупных тектонических структур, характеризующих облик Земли, необходимо рассмотрение глобальной конвекции во всем теле планеты. Таким образом стоит задача создать единую модель, описывающую эволюцию внутреннего строения планеты с учетом неоднородности ее состава.

Целью работы является построение и численная реализация трехмерной модели эволюции внутреннего строения Земли.

В связи с этим в работе рассматриваются следующие вопросы:

1. Математическая постановка задачи эволюции планеты.
2. Анализ исходной системы уравнений и разработка методов ее решения.
3. Вывод системы уравнений модельного решения эволюционной задачи и ее качественный анализ.
4. Разработка эффективных методов численного решения модельной задачи.

Научная новизна настоящей работы заключается в следующем:
- построена трехмерная модель эволюции внутреннего строения планеты и проведен качественный анализ свойств ее решений;
- предложены и реализованы на ЭВМ методы численного реше-

ния модельной задачи.

Практическая значимость. Полученная модель может использоваться в качестве базовой при создании диалоговых систем по моделированию тектонических процессов. Она позволяет определять структуру движений, изменение полей температуры и плотности, динамику мощности поверхностного включения и рельефа, что имеет большую практическую значимость. Создан комплекс программ для моделирования трехмерных течений в мантии Земли и их взаимодействия с поверхностным слоем при учете тепловых эффектов.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались на конференции "ЭВМ и науки о Земле" (Новосибирск, 1986), ХУ дальневосточной математической школе-семинаре (Находка, 1987), Советско-японском симпозиуме по вычислительной аэрогидродинамике (Хабаровск, 1988), Международном симпозиуме "Тектоника, энергетические и минеральные ресурсы Северо-Западной Пацифики" (Хабаровск, 1989), Международном симпозиуме по вычислительной гидродинамике (Нагойя, Япония, 1989), Втором Японско-советском симпозиуме по вычислительной аэрогидродинамике (Цукуба, Япония, 1990), на научных семинарах в Вычислительном центре ДВО АН СССР, Вычислительном центре СО АН СССР, Геологическом институте АН СССР.

Реализация результатов исследования. Основные положения диссертации использовались в отчете по теме "Математические модели движения сплошных сред, движения макротел в них и распространение электромагнитных полей в них", т. 2, № гос. рег. 0182.6 031213, инв. № 0286.0 037848.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка литературы (70 наим.). Общий объем - 102 машинописных страницы, в том числе 11 рисунков.

II. КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дается краткий обзор литературы, посвященной численному моделированию внутренних движений в недрах Земли, сформулированы основные цели и задачи работы.

Первая глава работы посвящена выводу основных уравнений, описывающих эволюцию планеты, и их качественному анализу.

В разделе I.I производится общая постановка эволюционной задачи. Процессы тепло-массопереноса в недрах планеты рассматриваются с точки зрения механики сплошных сред. Уравнения записываются при довольно широких исходных предположениях, согласующихся с геологическими данными. Реология вещества Земли описывается моделью n - компонентной, сжимаемой, вязкой жидкости. Для описания химических реакций, процессов переноса тепла и вещества используются соотношения термодинамики неравновесных процессов. Причем, тепловой $\vec{J}_q$ и диффузионные потоки компонент $\vec{J}_i$ определяются линейными феноменологическими соотношениями, а химические реакции - нелинейными через диссипативный химический потенциал. Предполагается, что часть химических реакций заторможены ($j=\overline{1,r}$), а другие ($j=\overline{r+1,n}$) протекают мгновенно и их скорости I_j слабо зависят от скорости изменения объема элемента смеси. В этом случае объемной вязкостью ζ и влиянием химических реакций в уравнениях движения можно пренебречь. Внешние массовые силы потенциальные, т.е. пренебрегаем действием электромагнитных сил.

В разделе I.2 производятся оценки параметров, необходимых для приближенного анализа задачи, и выводятся уравнения нулевого и первого приближений.

В безразмерных переменных, взятых относительно характерных значений величин, полная система уравнений эволюции записывается в виде

$$\frac{\partial \rho}{\partial t}+\vec{\nabla}\cdot\rho\vec{v}=0\,,\quad \Delta\varphi=3\rho\,,$$

$$a^2\cdot Gr\cdot\rho\frac{dv_\alpha}{dt}=-\frac{\partial p}{\partial x_\alpha}-\rho\frac{\partial\varphi}{\partial x_\alpha}+a\frac{\partial\sigma_{\alpha\beta}}{\partial x_\beta}\,,\ (\alpha=\overline{1,3})$$

$$\rho\frac{d\xi_j}{dt}=-\frac{1}{a\cdot S\cdot Ra}(\vec{\nabla}\cdot\vec{I}_j)+\frac{F_j}{a\cdot S\cdot Ra}I_j\,,\ (j=\overline{1,r})$$

$$\rho\frac{dh}{dt}-\frac{dp}{dt}=a\,\sigma_{\alpha\beta}e_{\alpha\beta}-\frac{1}{a\cdot Ra}(\vec{\nabla}\cdot\vec{J}_q)+\frac{F_0}{a\cdot Ra}\rho I\,,$$

$$\rho=\rho(p,T,\xi_1,\ldots,\xi_r)\,,\ h=h(p,T,\xi_1,\ldots,\xi_r)$$

с начальными значениями $\overset{\circ}{v}_\alpha,\ \overset{\circ}{p},\ \overset{\circ}{T},\ \overset{\circ}{\xi}_1,\ldots,\overset{\circ}{\xi}_r$ граничными условиями на поверхности планеты

$$(-p\delta_{\alpha\beta}+a\sigma_{\alpha\beta})n_\beta=0\ ,\quad \frac{dF}{dt}=0\ ,$$

$$(\vec{J}_i\cdot\vec{n})=0\ ,\ (i=\overline{1,n})\ ,\ (\vec{J}_q\cdot\vec{n})=N_0(T^4-T^4_\infty)$$

и условиями регулярности решений в центре планеты

$$\{v_\alpha, p, T, \rho, \xi_j\}<\infty\ ,$$

где

$$\frac{d}{dt}=\frac{\partial}{\partial t}+v_\alpha\frac{\partial}{\partial x_\alpha},\ \sigma_{\alpha\beta}=2\eta e_{\alpha\beta},\ e_{\alpha\beta}=\frac{1}{2}\left(\frac{\partial v_\alpha}{\partial x_\beta}+\frac{\partial v_\beta}{\partial x_\alpha}-\frac{2}{3}\delta_{\alpha\beta}(\vec{\nabla}\cdot\vec{v})\right),$$

$$\xi_j=\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta_{ji}}{m_i}c_i\ ,\ \Gamma_{j\alpha}=\sum_{i=1}^{n}\frac{\Delta_{ji}}{m_i}J_{i\alpha}\ ,\ \Delta_{je}\nu_{ei}=\delta_{ji}\ ,$$

$$\vec{J}_i=-\rho\sum_{l=1}^{n-1}D_{il}\vec{\nabla}c_l-\rho D_{Ti}\vec{\nabla}\ln T-\rho S_i\vec{\nabla}\ln p\ ,$$

$$\vec{J}_q=-\lambda\vec{\nabla}T+\frac{1}{S}\sum_{i=1}^{n}h_i\vec{J}_i-\frac{1}{S}\rho\sum_{i=1}^{n-1}D_{Ti}\vec{\nabla}(\mu_i-\mu_n)_T$$

ρ, p, T, v_α, $\sigma_{\alpha\beta}$, h, I, φ, ξ_j - соответственно - плотность, давление, температура, компоненты скорости в декартовой системе координат x_α с началом в центре планеты, вязкие напряжения, энтальпия, интенсивность источников тепла, ньютоновский потенциал, степень полноты протекания химических реакций. $F(x,t)=0$ - уравнение поверхности планеты, $\vec{n}$ - нормаль к ней.

В рассматриваемом случае не требуется конкретный выбор модели химического состава вещества планеты. Такое описание пригодно для целого класса планет, каждая будет определяться своим набором функций ξ_j. Задача удобна для исследования с помощью асимптотических методов. Решения зависят от большого числа параметров подобия, величина и соотношения между ними определяют важнейшие свойства процессов. a - малый параметр, характеризующий отклонение геофизических величин от сферически симметричных.

Предполагается, что вклады вязкой диссипации и теплопроводности в изменение температуры элементарных объемов одного порядка

$$a^2 = 1/Ra, \quad a = \varepsilon^2, \quad \varepsilon \sim 10^{-3}.$$

Предложения и соотношения на остальные параметры подобия согласуются с оценками для мантии Земли. С учетом этих оценок рассматриваемая модель соответствует случаю

$$Ra \to \infty, \; Pr \to \infty, \; Gr \to 0, \; N_0 \to \infty,$$

$$\frac{F_0}{Ra} \to 0, \quad \frac{F_j}{a \cdot S \cdot Ra} \to \begin{cases} 0, & j = \overline{1, r} \\ \infty, & j = \overline{r+1, n}. \end{cases}$$

Заметим, что при анализе конвективных движений в ядре необходимо выбирать характерные масштабы величин, соотношения между параметрами иного вида. Такой анализ не потребовался при построении модельного решения эволюционной задачи. Наибольший интерес представляет и исследуется поверхностный слой планеты и его связь со структурой внутренних конвективных движений.

Решения системы с безразмерными переменными раскладываются в ряд по малому параметру и имеют вид

$$f(x, t, \tau) = \bar{f}(R, \tau) + a f'(x, t, \tau) + \cdots,$$

$$v_\alpha(x, t, \tau) = v'_\alpha(x, t, \tau) + a v''_\alpha(x, t, \tau) + \cdots,$$

где $R = |x|$ - модуль радиус вектора точки x. Здесь используются две независимые характеристики t, τ - быстрое и медленное время, т.к. происходящие в недрах Земли процессы имеют различную временную длительность. Наиболее детально исследовались системы уравнений нулевого и первого приближений. В результате анализа сделан вывод о наличии в недрах планеты ряда концентрических оболочек с однородным химическим составом. В общем случае решения системы уравнений нулевого приближения зависят от параметров $\mathcal{E}(\tau) = \bar{h} + \bar{\varphi}$, $\bar{\xi}_j(\tau)$, $R_i(\tau)$, $(i = \overline{0, L})$, меняющихся скачком при переходе границ, R_i - средний радиус, характеризующий размеры рассматриваемой оболочки. В соответствии с методом многомасштабных временных разложений эти параметры находятся при анализе системы уравнений первого приближения.

Системы уравнений нулевого и первого приближений не замкнуты и не применимы для описания структуры движений в пограничных областях около поверхности планеты, на скачках химического состава. Необходимо отдельное рассмотрение решений исходной системы в областях больших градиентов геофизических полей, что позволит найти необходимые для замыкания условия при $R = R_i$.

Раздел I.3 посвящен исследованию пограничного слоя у поверхности планеты и окрестностей химического состава.

Решения в поверхностном слое представлялись в виде

$$f(z,\theta,\lambda,t,\tau) = f^{(0)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \varepsilon f^{(1)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \dots ,$$

$$v_R = v_R^{(0)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \varepsilon V_R^{(0)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \dots ,$$

где $\varepsilon z = R - R_o$, $R_o(\tau) = 1$ - средний радиус планеты, (R , θ , λ) - сферические координаты, $z = \Psi_o(\theta,\lambda,t,\tau)$ - уравнение рельефа Земли. Такой выбор решений обосновывается тем, что степень однородности вещества в недрах выше, поэтому масштабы процессов более медленные чем в поверхностном слое.

Полученные системы уравнений нулевого и первого приближений решались с учетом граничных условий на поверхности планеты и условий асимптотической эквивалентности

$$\left(f^{(0)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \varepsilon f^{(1)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \dots\right)_{z \to -\infty} \sim$$

$$\sim \left(\bar{f}(R_o,\theta,\lambda,t,\tau) + \varepsilon z \frac{\partial \bar{f}}{\partial R}(R_o,\theta,\lambda,t,\tau) + \dots\right)_{\varepsilon \to 0}$$

В явном виде найдены компоненты нулевого и первого приближений для полей давления, гравитационного потенциала и скорости. Показано, что на поверхности планеты выполнено кинематическое условие и условие изостазии

$$\frac{D}{Dt}\Psi_o = V_R^{(0)}(\Psi_o,\theta,\lambda,t,\tau) , \quad \bar{\rho}\,\Psi_o = \int_{-\infty}^{\Psi_o} (\bar{\rho} - \rho^{(0)})\,dz ,$$

где $\dfrac{D}{Dt} = \dfrac{\partial}{\partial t} + \dfrac{v'_\theta}{R_o}\dfrac{\partial}{\partial\theta} + \dfrac{v'_\lambda}{R_o \sin\theta}\dfrac{\partial}{\partial\lambda}$.

Кроме того получены граничные условия при $R = R_o$

$$\bar{p}(R_o,\tau) = 0 \quad , \quad v'_R = 0 ,$$

$$\sigma'_{R\theta} = \bar{\eta}\left(\frac{\partial v'_\theta}{\partial R} - \frac{v'_\theta}{R_0}\right) = \frac{1}{R_0}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial R}\int\limits_{-\infty}^{\Psi_0} dz \int\limits_{-\infty}^{z} \frac{\partial\rho^{(0)}}{\partial\theta} dz',$$

$$\sigma'_{R\lambda} = \bar{\eta}\left(\frac{\partial v'_\lambda}{\partial R} - \frac{v'_\lambda}{R_0}\right) = \frac{1}{R_0 \sin\theta}\frac{\partial\bar{\varphi}}{\partial R}\int\limits_{-\infty}^{\Psi_0} dz \int\limits_{-\infty}^{z} \frac{\partial\rho^{(0)}}{\partial\lambda} dz'.$$

Из рассмотрения систем последовательных приближений следует, что в поверхностном слое скорость вертикальных перемещений меньше горизонтальных ($v_R^{(0)} = 0$) и последние определяются внутренними движениями ($\{v_\theta^{(0)}, v_\lambda^{(0)}\} = \{v'_\theta, v'_\lambda | R_0, \theta, \lambda, t, \tau\}$). Эволюция рельефа определяется условием изостазии, что согласуется с геологическими данными.

Аналогично исследуется структура движений в окрестностях скачков химического состава в недрах планеты. Вводится растянутая координата z ($\varepsilon z = R - R_*(\tau)$). Решения ищутся в виде тех же разложений, а уравнения нулевого и первого приближений совпадают с соответствующими уравнениями для пограничного слоя у поверхности планеты. Интегрируя их с учетом условий асимптотической эквивалентности

$$\left(f^{(0)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \varepsilon f^{(1)}(z,\theta,\lambda,t,\tau) + \cdots\right)_{z\to\pm\infty} \sim$$

$$\sim \left(\bar{f}(R_*\pm 0,\theta,\lambda,t,\tau) + \varepsilon z \frac{\partial\bar{f}}{\partial R}(R_*\pm 0,\theta,\lambda,t,\tau) + \cdots\right)_{\varepsilon\to 0}$$

получим необходимые решения и граничные условия при $R = R_*(\tau)$. Заметим, что для этих зон также выполнено кинематическое условие на поверхности раздела Ψ.

Тепловые погранслои у поверхности и в недрах планеты могут иметь сложную слоистую структуру. Для исследования этих внутренних слоев при $S \to \infty$ вводится растянутая координата $\bar{z} = (z - \Psi_*)\sqrt{S}$, $z = \Psi_*$ - уравнение поверхности химического скачка в погранслое. Показано, что для Ψ_* выполнено условие контактной поверхности.

Таким образом модель эволюции внутреннего строения планеты описана полностью. Для качественного моделирования движений в недрах планеты можно использовать случаи точного интегрирования полученных систем уравнений.

Вторая глава посвящена построению модельного решения эволюционной задачи и качественному анализу его свойств.

В разделе 2.I исследуется структура поля скоростей в недрах планеты и поверхностном слое. Исследования проводятся в случае пространственно однородной Земли ($\bar{\rho}$ - Const), постоянной вязкости ($\bar{\eta}$ - Const).

Решение методом Ламба уравнений движения и неразрывности системы уравнений первого приближения для недр

$$\vec{\nabla}\cdot\vec{v}'=0\ ,\ \vec{\nabla}p'+\bar{\rho}\vec{\nabla}\varphi'+\rho'\vec{\nabla}\bar{\varphi}=\bar{\eta}\Delta\vec{v}',\ (\vec{\nabla}\bar{\varphi}=\bar{\rho}\vec{x})$$

дает представление поля скоростей

$$\vec{v}'(x)=\sum_{k=0}^{\infty}\{\vec{\nabla}\Phi_k+\frac{(k+3)R^2}{2\bar{\eta}(k+1)(2k+3)}\vec{\nabla}\mathcal{P}_k-\frac{k\vec{x}}{\bar{\eta}(k+1)(2k+3)}\mathcal{P}_k+$$

$$+[\vec{\nabla}\times\vec{x}\,\chi_k]\}-\frac{\bar{\rho}}{4\pi\bar{\eta}}\vec{x}\int\limits_V\frac{\rho'(y)}{r}dV_y+\frac{\bar{\rho}}{4\pi\bar{\eta}}\vec{\nabla}\int\limits_V\rho'(y)(r-\frac{1}{2r}(\vec{r}\cdot\vec{y}))dV_y$$

где $V=\{y\,|\,|y|\le R_o\}$, $r=|x-y|$, Φ_k , $\mathcal{P}_k$, χ_k - сферические гармоники степени k . Граничные условия при $R=R_o$, полученные в разделе I.3, определяют сферические гармоники и, в частности, $\chi_k\equiv 0$, $k\geqslant 2$. χ_1 задает вращение планеты как твердого целого. С помощью представления потенциала двойного слоя в виде ряда по сферическим гармоникам избавляемся от бесконечных сумм.

Перенос вещества в поверхностном слое определяется функцией $P_o=P(R_o,\theta,\lambda,t,\tau)$, входящей в представление скорости

$$\vec{v}'=\vec{\nabla}P(R,\theta,\lambda,t,\tau)+\vec{x}P_1(R,\theta,\lambda,t,\tau)+[\vec{\nabla}\times\vec{x}\chi_1].$$

Для качественного анализа структуры течений проводилась классификация особых точек системы

$$v_\theta'=0\ ,\ v_\lambda'=0$$

в случае стационарной конвекции (когда P_o зависит только от τ). Они образуют узел (устойчивый, неустойчивый), седло.

Наиболее характерным типом траекторий являются траектории исходящие из неустойчивых узлов и заканчивающиеся в устойчивых узлах, в которых происходит соответственно подъем вещества из недр и опускание. В общем случае структура движений будет более сложной, может меняться характер особых точек, они будут перемещаться по поверхности.

Раздел 2.2 посвящен исследованию теплового режима поверхностного слоя. В предположении зависимости температуропроводности $\varkappa^{(0)} = \lambda^{(0)}/c_p^{(0)}\rho^{(0)}$ только от температуры, при постоянных $\lambda^{(0)}$, $c_p^{(0)}$ и $S \to \infty$ уравнение теплового пограничного слоя записывается в виде

$$\frac{dT^{(0)}}{dt} = \left(\frac{D}{Dt} + V_R^{(0)}\frac{\partial}{\partial z}\right)T^{(0)} = \varkappa^{(0)}\frac{\partial^2 T^{(0)}}{\partial z^2} + \alpha^{(0)}\varkappa^{(0)}\left(\frac{\partial T^{(0)}}{\partial z}\right)^2,$$

$$T^{(0)} = T_\infty,\ z = \Psi_0;\quad T^{(0)} \to \bar{\bar{T}}(R_0,\tau),\ z \to -\infty$$

коэффициент объемного расширения $\alpha^{(0)}$ считается малым.

С помощью метода разделения переменных найдено решение вдоль траекторий частиц поверхностного слоя, которое выражается в виде линейной комбинации вырожденных гипергеометрических функций

$$T^{(0)}(s) = \bar{\bar{T}}(R_0,\tau) + (T_\infty - \bar{\bar{T}})\sqrt{\frac{2}{\pi}}\int_{-\infty}^{s} e^{-\frac{s'^2}{2}}ds' +$$

$$+ \sum_{m<0} C_m(\theta_0,\lambda_0)\, s F\left(-\frac{m}{2}+\frac{1}{2},\frac{3}{2},-\frac{s^2}{2}\right)\exp\left(m\varkappa^{(0)}\int_{t_0}^{t}\omega^2(t')dt'\right),$$

$$\omega(\theta,\lambda,t) = \left\{\omega^{-2}(\theta_0,\lambda_0,t_0) + 2\varkappa^{(0)}\int_{t_0}^{t}\exp\left(2\int_{t_0}^{t'}\Delta P_0\,dt''\right)dt'\right\}^{-\frac{1}{2}}\exp\left(\int_{t_0}^{t}\Delta P_0\,dt'\right),$$

где $s = \omega(z - \Psi_0)$, коэффициенты $C_m(\theta_0,\lambda_0)$ находятся из начального распределения температуры, $\omega(\theta_0,\lambda_0,t_0)$ определяется из условия изостазии.

Исследование конвекции затрудняется отсутствием достоверной информации о начальном состоянии планеты. Поэтому и из-за большой длительности процессов рассматривается модель без начальных условий, тогда

$$T^{(0)}(s) \doteq \bar{T} + (T_\infty - \bar{T})\sqrt{\frac{2}{\pi}} \int\limits_{-\infty}^{s} e^{-\frac{s'^2}{2}} ds'.$$

На основе найденного распределения температур исследуется тепловой поток на поверхности планеты. Тепловой поток определяется структурой поверхностных движений, обладает значительной горизонтальной неоднородностью, амплитуда его колебаний падает с глубиной. В области $\Delta P_0 > 0$ происходит поднятие горячего вещества из недр планеты и ей соответствуют большие значения теплового потока. В области $\Delta P_0 < 0$ происходит разрушение вещества, опускание его в недра планеты, ей соответствуют малые значения теплового потока. При этом химический состав вещества изменяется незначительно ($\xi_j^{(0)} = \bar{\xi}_j(\tau)$).

В разделе 2.3 рассматривается модельное решение эволюционной задачи, проводится исследование свойств решений.

Построено модельное решение эволюционной задачи с поверхностным слоем имеющим включения. Средние значения геофизических величин в недрах и входящие в уравнения параметры постоянны ($\bar{\rho}, \bar{\eta}, \bar{\xi}_j, \lambda^{(0)}, c_p^{(0)}, æ^{(0)}, \alpha^{(0)} - Const$), сжимаемость и диффузионные эффекты не учитывались, $S \to \infty$. Распределение плотности в недрах планеты определялось неоднородностью ее химического состава

$$\rho' = \bar{\rho} \sum_{j=1}^{r} \alpha_j \xi_j',$$

уравнение состояния задавалось в виде

$$\rho^{(0)} = \bar{\rho} - \Delta\rho\,\chi(z - \Psi_*) + \alpha^{(0)} \bar{\rho}(\bar{T} - T^{(0)}),$$

где $\Delta\rho$ - скачок плотности при переходе химической границы $z = \Psi_*(\theta, \lambda, t, \tau)$, $\chi(\cdot)$ - функция Хевисайда, коэффициент $\alpha^{(0)}$ мал.

Задача свелась к решению системы квазилинейных уравнений относительно плотности ρ' , мощности поверхностного включения $\Psi = \Psi_0 - \Psi_*$ и функции ω с интегральным представлением полей температуры $T^{(0)}$ и скорости $\vec{v}'$

$$\frac{\partial \Phi_\alpha}{\partial t} + (\vec{\nabla} \cdot \vec{v}\,' \Phi_\alpha) = f_\alpha \ , \ \vec{\nabla} \cdot \vec{v}\,' = 0$$

с начальными значениями $\overset{\circ}{\rho}{}', \overset{\circ}{\Psi}_0, \overset{\circ}{\Psi}$,
где

$$\Phi = (\rho', \Psi, 1/\omega^2), \ f = (0, V_R^{(0)}, 2\varkappa^{(0)} + \frac{2}{\omega^2}\frac{\partial v_R'}{\partial R}),$$

$$V_R^{(0)} = \Psi \frac{\partial v_R'}{\partial R} + \alpha^{(0)}\varkappa^{(0)}\bar{\rho}\omega(T_\infty - \bar{T})\sqrt{\frac{2}{\pi}}\left(\frac{1}{\rho^{(0)}(\Psi_0)} - \right.$$

$$\left. - \frac{exp(-(\omega\Psi)^2/2)}{\bar{\rho} - \Delta\rho\chi(\Psi) - \alpha^{(0)}\bar{\rho}(T_\infty - \bar{T})(1 - erf(\frac{\omega\Psi}{\sqrt{2}}))}\right).$$

Из условия изостазии

$$\bar{\rho}\Psi_0 = \Delta\rho\Psi + \bar{\rho}\alpha^{(0)}\frac{1}{\omega}(T_\infty - \bar{T})\sqrt{\frac{2}{\pi}}$$

находится эволюция рельефа Ψ_0 и начальное значение $\overset{\circ}{\omega}$.

В результате исследования свойств решений модельной задачи выяснен механизм взаимодействия конвекции в недрах с эволюцией поверхностного слоя. Перепады высот рельефа континентальных зон определяются в основном мощностью химических неоднородностей поверхностного слоя. Вклад тепловой составляющей пропорционален коэффициенту теплового расширения вещества, который в рассматриваемом случае мал. Для океанических зон ($\Psi = 0$) тепловые эффекты определяют конфигурацию рельефа, причем, восходящие потоки образуют поднятия, а нисходящие - провалы. Из-за охлажденного состояния поверхностного слоя происходит общее погружение дна. Перестройка внутренних конвективных движений приводит к изменению теплового режима под различными участками поверхности планеты и оказывает влияние на структуру поверхностного слоя. Наличие химических неоднородностей в поверхностном слое индуцирует касательные напряжения на границе мантия-литосфера ($R = R_0$)

$$\sigma'_{R\theta} = \frac{\partial}{\partial\theta}\sigma, \ \sigma'_{R\lambda} = \frac{1}{\sin\theta}\frac{\partial}{\partial\lambda}\sigma, \ \sigma = \frac{1}{2}((\bar{\rho}\Psi_0)^2 - \Delta\rho\bar{\rho}\Psi^2 - \bar{\rho}^2\alpha^{(0)}(T_\infty - \bar{T})\frac{1}{\omega^2})$$

и вызывает движения в недрах. Касательные напряжения под океаническими областями малы, определяются распределением теплового потока. Эти выводы не противоречат геологическим данным.

В третьей главе рассматриваются вопросы связанные с численной реализацией и адекватностью построенной модели.

В разделе 3.I описаны методы численного решения модельной задачи. Заменой

$$\tilde{\Phi}_1 = \sin\frac{\pi R}{R_0}\sin\theta\,\rho', \quad \tilde{\Phi}_2 = \sin\theta\,\psi, \quad \tilde{\Phi}_3 = \frac{\sin\theta}{\omega^2}$$

приходим к эволюционной задаче с периодическими решениями

$$\frac{\partial\tilde{\Phi}}{\partial t} + A(t,\tilde{\Phi})\tilde{\Phi} = \tilde{f}\ ; \quad \tilde{\Phi} = \tilde{\Phi}^{0}, \quad t = t_0$$

где $A = (A\,, (A)_{R_0}, (A)_{R_0}\,), (A)_{R_0}\tilde{\Phi}_\alpha = (\vec{\nabla}\cdot\vec{v}\,'\tilde{\Phi}_\alpha) - \frac{\tilde{\Phi}_\alpha}{2}\frac{\partial v_R'}{\partial R}$.

В этом случае операторы $A\ , (A)_{R_0}$ неотрицательно определены и допускают конструировение абсолютно устойчивых разностных схем. Методом покомпонентного расщепления в двуциклической форме для квазилинейных нестационарных задач с соответствующим выбором аппроксимаций по пространственным переменным получаем абсолютно устойчивую разностную задачу, имеющую второй порядок точности. Полученную систему алгебраических уравнений решаем с помощью методов обычной и циклической прогонок.

Интегралы, входящие в представление поля скоростей, считаем по элементарным формулам трапеций. Причем, для нахождения интегралов на ℓ - ом слое сетки

$$\bar{D}_h = \{(R_\ell, \theta_i, \lambda_k) \mid i = \overline{1,n_1}, k = \overline{1,n_2}, \ell = \overline{1,n_3}\}$$

использовались посчитанные ранее на $(\ell - 1)$ слое. Для вычисления интегралов со слабыми особенностями функцию $E(x,y) = 1/r$ при $r \leq \delta$ сглаживаем функцией $E_\delta(x,y) = (3 - r^2/\delta^2)/2\delta$. Значения v_θ' , v_λ' находим через разности, используя условие $(\vec{\nabla}\cdot\vec{v}\,') = 0$ получаем $\partial v_R'/\partial R$ при $R = R_0$.

Предложенный метод численного решения обладает достаточной точностью, универсален и прост в реализации на ЭВМ. Он позволяет осуществлять математическое моделирование исследуемой задачи в трехмерной постановке.

В разделе 3.2 рассматриваются вопросы адекватности построенной эволюционной модели, приводятся результаты численных экспериментов.

<u>В заключении</u> сформулированы основные результаты и выводы работы:

I. Получены системы уравнений последовательных приближений, описывающие изменение основных геофизических характеристик оболочек планеты, и необходимые граничные условия для замыкания задачи. Реология вещества задавалась моделью многокомпонентной, сжимаемой, вязкой жидкости. Процессы переноса определялись соотношениями неравновесной термодинамики. Масштабы процессов по слоям различны.

2. В результате решения систем уравнений нулевого и первого приближений были сделаны выводы о наличии ряда концентрических оболочек в недрах планеты и о пригодности модели для описания эволюции глобальных геологических структур.

3. Построено модельное решение эволюционной задачи с поверхностным слоем имеющим включения. Средние значения геофизических величин по слоям предполагались постоянными, неоднородности плотностного распределения определялись вариациями химического состава, коэффициент термического расширения вещества мал, сжимаемость и диффузионные эффекты не учитывались.

4. Проводилось исследование свойств решений модельной задачи, в результате сделан вывод о согласованности теплового потока со структурой поверхностных движений, выяснен механизм взаимодействия конвекции в недрах с эволюцией поверхностного слоя. Эти качественные результаты подтверждаются современными геологическими данными.

5. Предложены и реализованы на ЭВМ методы численного решения модельной задачи. Расчеты позволяют судить о качественной согласованности построенной модели с современными представлениями об эволюции глобальных геологических структур.

Автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю В.П.Мясникову за внимание и помощь в работе.

СПИСОК РАБОТ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

I. Кобозев А.В., Данильева Л.Г. Простая модель эволюции рельефа земной поверхности.-В сб.: Численные методы в алгебре и анализе. Владивосток: ДВНЦ АН СССР, 1984, с. 31-36.

2. Кобозев А.В. Численная реализация трехмерной конвективной модели эволюции рельефа планет.-Деп. ВИНИТИ II нояб. I985, № 7849-В85.- I9 с.

3. Кобозев А.В. Конвекция в недрах планет с различными масштабами процессов по слоям.-Деп. ВИНИТИ 23 янв. I986, № 556-В86.- 29 с.

4. Кобозев А.В., Мясников В.П. Трехмерная модель эволюции внутреннего строения планет.-Докл. АН СССР, I987, т.296, № 3, с. 56I-565.

5. Кобозев А.В. Динамика термически неравновесных периферических оболочек планет.-В сб.: Численные методы в задачах математической физики и кибернетике. Владивосток: ДВО АН СССР, I987, с. 52-6I.

6. Кобозев А.В. Гидродинамическая модель эволюции недр планет с учетом тепловых эффектов в поверхностном слое.-В сб.: Методы изучения и моделирования геологических явлений. Новосибирск: АН СССР, Сиб. отд-ние, Ин-т геологии и геофизики, I987, с. 59-67.

7. Кобозев А.В., Мясников В.П. Трехмерная гидродинамическая модель эволюции внутреннего строения планет.-Тез.докл. Советско-японский симпозиум по вычислительной аэрогидродинамике. Владивосток, I988, с. 66-67.

8. Кобозев А.В., Мясников В.П. Трехмерная гидродинамическая модель эволюции внутреннего строения планет.-Труды. Советско-японский симпозиум по вычислительной аэрогидродинамике. Москва, I989, т.I, с. I4-20.

9. Kobozev A.V., Miasnikov V.P. Numerical solution of the three-dimension hydrodynamical evolution model of internal structure of planets.-Proceedings of International symposium on computional fluid dynamics, Nagoya, Japan, 1989, p. 938-943.

10. Kobozev A.V., Miasnikov V.P. Numerical solution of the three-dimension hydrodynamical evolution model of internal structure of planets.-Abstracts of Japan-Soviet symposium on computational fluid dynamics, Tsukuba, Japan, 1990, p. 498-499.

Кобозев

КОБОЗЕВ Анатолий Васильевич

ЧИСЛЕННАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ ТРЕХМЕРНОЙ КОНВЕКТИВНОЙ МОДЕЛИ ЭВОЛЮЦИИ ВНУТРЕННЕГО СТРОЕНИЯ ЗЕМЛИ

А в т о р е ф е р а т

Подписано к печати I7.04.9I г.
Формат бумаги 60х90 I/I6 Объем I уч.-изд.л.
Заказ 5 Тираж I00 экз.

Отпечатано на ротапринте Института водных и экологических проблем ДВО АН СССР 680063, Хабаровск, Ким-Ю-Чена, 65