

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ

ЗАПОРОЖСКИЙ ОРДЕНА "ЗНАК ПОЧЕТА"
МАШИНОСТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Я.ЧУВАРЯ

На правах рукописи

ПОЛЯКОВА НАТАЛЬЯ ПЕТРОВНА

УДК 639.3

НЕСТАЦИОНАРНОЕ ДЕФОРМИРОВАНИЕ ПЛАСТИН
НА УПРУГОМ И АКУСТИЧЕСКОМ ОСНОВАНИИ

Специальность: 01.02.04 - "Механика деформируемого
твердого тела"

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Запорожье - 1991

АВ 25.368

Диссертация выполнена на кафедре теоретической механики
Запорожского индустриального института

Научный руководитель - доктор физ.-мат. наук,
профессор Пожув В.И.

Официальные оппоненты - доктор технических наук,
профессор Сабодан П.Ф.
доктор технических наук,
профессор Ройтман А.В.

Ведущая организация - Московский авиационный институт

Защита состоится "28" января 1992 г. в 15 час.
на заседании специализированного совета К.068.38.01 при
Запорожском ордена "Знак Почета" машиностроительном институте
им. В.Я.Чубаря по адресу: 330063, г.Запорожье, ГСП-39, ул. Жуков-
ского, 64.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан 6 декабря 1991 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
д.т.н., профессор

И.П.Волчок

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00815573 (Т)

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН УРСР

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Конструкции в виде пластин, взаимодействующих с упругим или акустическим основанием, нашли широкое применение в технике и строительстве. В частности, к такой расчетной схеме приводятся задачи, возникающие при проектировании аэродромного и автодорожного покрытия, расчете прочности ледяного покрова. При построении уточненных теорий трехслойных пластин движение зволнителя должно описываться трехмерными уравнениями теории упругости, тогда несущие слои представляют собою пластины на упругом основании.

В настоящее время, когда значительно увеличились скорости движения наземного и воздушного транспорта, возрастает роль динамического расчета элементов различного рода конструкций и сооружений. При этом в задачах динамического взаимодействия важное место занимает выбор инерционной модели основания и запись условий контакта тела и среды. К настоящему времени имеется значительное число исследований по указанным проблемам, в частности, этому вопросу посвящены обзоры А.Ф.Амандосова, О.Нуржумаева и П.Ф.Сабодаша, А.Г.Горякова, А.Г.Горякова и В.И.Пожуева, М.А.Ильгамова, Н.З.Якушева.

Особо следует отметить задачи о воздействии подвижных нагрузок на пластины, взаимодействующие с упругим или жидким основанием, так как эти вопросы занимают основное место в настоящей диссертации. Подавляющее большинство исследований проводилось в стационарной постановке, согласно которой с момента приложения нагрузки прошло достаточно много времени и в системе координат, движущейся вместе с нагрузкой, картина деформирования остается неизменной, а скорость движения входит в решение как параметр.

В такой постановке при использовании различных теорий для описания движения пластины проведены исследования в работах Р.И.Бляхмана, Б.Г.Коренева, П.Ф.Сабодаша, И.Г.Филиппова, J.D.Achenbach'a, S.P.Keshava, G.Hermann'a. В дальнейшем в работах В.Д.Ламзюка и В.И.Пожуева проведено обобщение задач для пластины на многослойном основании с двух- и односторонними связями, а в публикациях С.Д.Бабича, Ю.П.Глухова и А.Н.Гузя исследовано поведение пластины на сжимаемом и несжимаемом полупространстве о начальными напряжениями.

Более обширное число публикаций о движении нагрузки по пластине на жидком основании. Отметим здесь вклад в исследование данного вопроса В.М.Александрова, Н.Х.Арутюняна, Е.В.Коваленко, А.Е.Букатова, Я.В.Черкесова, А.А.Ярошенко, В.И.Пожуева, В.А.Ткаченко, В.В.Яковлева, S.Chonan'a и др. И здесь большинство решений получено в стационарной постановке, а в нестационарных задачах жидкость считалась несжимаемой; а для описания ледяного покрова использовались уравнения классической теории пластин Кирхгофа-Лява.

На основании проведенного анализа литературы можно сделать следующие выводы, определяющие выбор темы диссертационной работы:

I. Поскольку задачи о поведении пластин на упругом и акустическом основании под действием подвижных нагрузок рассматривались в стационарной постановке и из рассмотрения исключается переходный процесс, то при таком подходе остается открытым вопрос о времени установления процесса, т.е. значении t , начиная с которого картина деформирования в системе координат, перемещающейся вместе с нагрузкой, остается неизменной.

2. В задачах о нестационарном поведении упругого полупространства при действии подвижных поверхностных нагрузок, в основном, применялись приближенные приемы для совместного обращения преобразований Фурье и Лапласа, что позволяло проследить лишь за качественной стороной явления и не всегда давало достаточно точные количественные результаты. Кроме того, трудности реализации подобного рода подходов резко возрастают при переходе к задачам динамики двухслойного полупространства, что приводит к необходимости разработки новых методов решения такого рода задач.

3. Практически отсутствуют решения задач о нестационарном деформировании трехслойных пластин конечной и бесконечной длины, когда поведение заполнителя описывается динамическими уравнениями теории упругости или для него применяется модель идеальной сжимаемой жидкости.

Цель диссертационной работы формулируется следующим образом:

- разработать эффективные алгоритмы совместного вычисления интегралов Фурье и Лапласа, рядов Фурье и интегралов Лапласа, интегралов Ханкеля и Лапласа и на основании этих алгоритмов и программ их численной реализации решить новые практические важные плоские, осесимметричные и трехмерные задачи нестационарной динамики пластин, взаимодействующих с инерционными упругими и акустическими средами;

- для задач о действии подвижных нагрузок исследовать переходные процессы, определить напряжения и деформации в моменты времени, близкие к началу нагружения, а в тех задачах, где возможно установление процесса, из нестационарного решения определить время установления, начиная с которого можно пользоваться

стационарным решением.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- разработаны численно-аналитические методы решения двумерных (плоских и осесимметричных) нестационарных задач динамики неограниченных в плане пластин на инерционном упругом и акустическом основаниях при действии подвижных (линейных и расширяющихся) поверхностных нагрузок;

- получено уточненное решение задач о переходных процессах в трехслойных пластинах конечной и бесконечной длины, когда движение заполнителя описывается динамическими уравнениями теории упругости, а для обшивок используются уравнения теории пластин типа Тимошенко;

- определено время установления процесса для пластин неограниченной протяженности, позволяющее указать границы применимости полученных другими авторами стационарных решений задач данного класса;

- построены эталонные решения задач рассматриваемого класса, которые могут быть использованы для построения различного рода упрощенных моделей нестационарного динамического взаимодействия пластин с инерционными средами.

Достоверность основных научных результатов и выводов диссертации обеспечивается строгостью постановки задач и математических методов, применяемых для их анализа; сравнением результатов, получаемых при различных постановках задач; совпадением результатов для моментов времени, превышающих промежуток установления процесса, с известными в литературе стационарными решениями других авторов, а также повторяемостью численных экспериментов на ЭВМ.

Научная и практическая ценность работы заключается в создании эффективных методов расчета динамического напряженно-деформированного состояния элементов конструкций типа пластин, взаимодействующих с инерционными средами, при действии подвижных и неподвижных нестационарных нагрузок. Разработанные методы и алгоритмы их реализации на ЭВМ, в том числе персональных компьютерах типа PC/AT, могут быть использованы в НИИ и КБ при конструировании и расчете элементов конструкций новой техники, определении напряженно-деформированного состояния аэродромных покрытий, автодорожного полотна, ледяного покрова; в расчетной практике организаций, занимающихся вопросами акустики, борьбы с шумом и виброизоляцией.

Апробация работы. Основные положения и результаты работы докладывались и обсуждались на:

- III Всесоюзной конференции "Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов" (г. Запорожье, 1989 г.);
- XV Всесоюзной конференции по теории оболочек и пластин (г. Казань, 1990 г.);
- I Всесоюзной конференции "Технологические проблемы прочности несущих конструкций" (г. Запорожье, 1991 г.);
- научных семинарах кафедры теоретической механики Запорожского индустриального института (1989 - 91 гг.);
- межкафедральном тематическом семинаре по специальности 01.02.04 - "Механика деформируемого твердого тела" Запорожского машиностроительного института (1991г.).

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 7 работ.

Структура и объем диссертации. Работа состоит из введения, трех глав, заключения и описки литературы, содержит 147 страниц машинописного текста, 137 рисунков, список использованной литературы из 81 наименования.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность проблемы, составившей предмет исследования, выполнен анализ современного состояния вопроса, дан краткий обзор работ, посвященных динамике пластин на упругом и жидком основании. Из обзора следует, что в настоящее время сравнительно полно исследованы задачи взаимодействия в стационарной постановке, при этом в каждом случае остается открытым вопрос о времени установления процесса; отсутствуют достаточно общие подходы к анализу нестационарного деформирования подобного рода систем.

Анализ состояния вопроса позволил поставить цели и задачи исследования, которые приведены во введении. Здесь же изложено краткое содержание диссертации по главам, формулируются основные научные положения, которые выносятся на защиту.

В первой главе предложен метод решения плоских нестационарных задач динамики для пластин на упругом и акустическом полупространстве и слое конечной толщины при действии подвижных нагрузок. Метод основан на применении интегрального преобразования Фурье в комплексной форме по одной из пространственных координат и преобразования Лапласа по времени при специальном алгоритме совместно-

го обращения обоих преобразований. Алгоритм построен с использованием подхода Файлона для вычисления несобственных интегралов Фурье с осциллирующими ядрами и применении для численного обращения преобразования Лапласа смещенных многочленов Лежандра.

При этом основное внимание уделено изучению переходных процессов, которые возникают в момент приложения нагрузки и в следующие непосредственно после этого момента промежутки времени, а также определению времени установления процесса, после которого задача может рассматриваться в стационарной постановке.

Задача состоит в совместном интегрировании уравнений движения пластины и среды при выполнении условий на границе между ними. Начальные условия принимаются нулевыми, т.е. при $t=0$ все искомые функции и их первые производные по времени считаются равными нулю. Пластина и полупространство либо жестко сцеплены между собой, либо же допускается проскальзывание, но в этом случае предполагается, что они не отстают друг от друга при деформировании. Для случая жесткого контакта уравнения движения пластины типа Тимошенко записаны в виде:

$$\begin{aligned} \frac{4Gh}{1-\nu} \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - q_{xc}(x,t) &= 2\rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} \\ 2k^2 Gh \left[\frac{\partial^2 w}{\partial x^2} - \frac{\partial \alpha}{\partial x} \right] - q_{rc}(x,t) &= 2\rho h \frac{\partial^2 w}{\partial t^2} + p_r(x,t) \quad (1) \\ \frac{4Gh^2}{3(1-\nu)} \frac{\partial^2 \alpha}{\partial x^2} + 2k^2 G \left[\frac{\partial w}{\partial x} - \alpha \right] &= \frac{2}{3} \rho h^2 \frac{\partial^2 \alpha}{\partial t^2} \end{aligned}$$

На границе пластины и полупространства должны выполняться условия

$$\begin{aligned} \text{при } z=-h \quad \Theta_x(x,-h,t) &= q_{xc}(x,t) ; \quad \Theta_{xx}(x,-h,t) = q_{xc}(x,t) \quad (2) \\ u_x(x,-h,t) &= w(x,t) ; \quad u_x(x,-h,t) = u(x,t) + h\alpha(x,t) \end{aligned}$$

Если пластина лежит на упругом слое конечной толщины h , который своей нижней кромкой склеен с жестким полупространством, то для слоя записываются дополнительно граничные условия на этой границе

$$\text{при } z = -h - \quad u_x = 0 \quad ; \quad u_z = 0 \quad , \quad (3)$$

в для упругого полупространства условия (2) дополняются требованиями затухания возмущений на бесконечности.

Для плоского случая уравнения движения упругой среды в перемещениях записываются в виде

$$\begin{aligned} c_B^2 \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial z^2} \right) + (c_P^2 - c_B^2) \left(\frac{\partial^2 u_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_x}{\partial x \partial z} \right) &= \frac{\partial^2 u_x}{\partial t^2} \\ c_B^2 \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) + (c_P^2 - c_B^2) \left(\frac{\partial^2 u_z}{\partial x \partial z} + \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2} \right) &= \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} \end{aligned} \quad (4)$$

где c_P, c_B - скорости распространения волн растяжения-сжатия и сдвига в упругой среде.

Для интегрирования уравнений (4) вводятся волновые потенциалы по формулам

$$u_x = \frac{\partial \Phi}{\partial x} - \frac{\partial \Theta}{\partial z} \quad ; \quad u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{\partial \Theta}{\partial x} \quad (5)$$

и тогда переходя к безразмерным переменным по формулам

$$x_0 = x/h \quad , \quad z_0 = z/h \quad , \quad \tau = c_B t/h \quad , \quad \{u_x + u_z^*\} = \{u + u_z^*\}/h \quad (6)$$

и применяя к уравнениям движения и граничным условиям преобразования Лапласа по времени и Фурье по x_0 , приходим в пространстве изображений Фурье-Лапласа к видоизмененным волновым уравнениям

$$\frac{d^2 \Phi^{L,F}}{dx_0^2} - \lambda_1^2 \Phi^{L,F} = 0 \quad ; \quad \frac{d^2 \Theta^{L,F}}{dz_0^2} - \lambda_2^2 \Theta^{L,F} = 0 \quad (7)$$

$$\lambda_1 = \xi^2 + \eta^2 \quad ; \quad \lambda_2 = \xi^2 + \rho^2 \quad ; \quad \eta = c_B^2 / c_P^2 = (1 - 2\nu_c) / 2(1 - \nu_c)$$

где ξ, ρ - параметры преобразований Фурье и Лапласа.

Из уравнений движения пластины находим зависимости между трансформантами реакции основания и перемещений пластины, после чего граничные условия для упругой среды преобразуются так, что в них входят механические параметры пластины. Интегрируя уравнения (7) и удовлетворяя преобразованным граничным условиям, находим трансформанты перемещений и напряжений в любой точке полупространства и пластины.

В качестве примера рассмотрен случай, когда в начальный момент времени к пластине прикладывается сосредоточенная линейная нагрузка, которая перемещается затем в положительном направлении оси Ox с постоянной скоростью

$$p_0(x, t) = p_0 \delta(x - ct) H(t) \quad (8)$$

Обращая преобразование Фурье, для такой нагрузки получаем

$$\frac{\Theta_2^*(x_0, z_0, p) h}{p_0} = \frac{1}{\pi} \left[p \int_0^{\infty} \frac{\Theta(\xi, z_0, p) \cos(\xi x_0)}{F(\xi, p) (p^2 + M_0^2 \xi^2)} d\xi + \right. \\ \left. + M_0 \int_0^{\infty} \frac{\xi \Theta(\xi, z_0, p) \sin(\xi x_0)}{F(\xi, p) (p^2 + M_0^2 \xi^2)} d\xi \right] ; \quad M_0^2 = c/c_0 \quad (9)$$

и аналогично записываются выражения для других компонент напряженно-деформированного состояния системы пластина-основание. Интегралы в формулах вида (9) для различных значений параметра p находились численно по методу Файлона. Для построения оригиналов применяется метод численного обращения преобразования Лапласа с помощью смещенных многочленов Лежандра.

На рис. 1 показано изменение во времени контактных напряжений $\Theta_2^* = \Theta_2 h/p_0$ на границе раздела пластины и полупространства в точке под нагрузкой ($x=ct$) для случая скользящего контакта при различ-

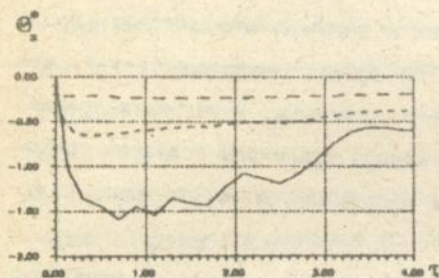


Рис. I

ной относительной жесткости пластины ($\gamma=0/0_0$; 1 - $\gamma=0,5$; 2 - $\gamma=2,0$; 3 - $\gamma=10,0$). Аналогичные кривые для изгибающего момента в пластине, прогибов, перемещений и других компо-

нент НДС в среде, а также для другого вида контакта показывают, что для всех значений относительной жесткости пластины с ростом времени все эти величины стремятся к соответствующим стационарным значениям, полученным ранее другими авторами. Графики, подобные приведенным на рис. I, могут быть использованы для определения времени установления процесса при каждом значении γ .

Построены также кривые распределения перемещений и напряжений по длине пластины для различных моментов времени, а также кроме нагрузки вида (8) эффективность алгоритма апробирована для случая нестационарного нагружения пластины неподвижными нагрузками следующих трех видов

$$p_1(x,t) = p_0 \delta(x) \delta(t) \quad ; \quad p_2(x,t) = p_0 \delta(x) H(t) \quad (10)$$

$$p_3(x,t) = p_0 e^{-\alpha_1 |x|} H(t)$$

Кроме того, в случае подвижной нагрузки (8) проведено исследование зависимости НДС от величины скорости движения нагрузки v . Для слоя конечной толщины H основное внимание уделено анализу влияния толщины упругого слоя на характер протекания переходного процесса. При этом в отличие от упругого полупространства, где функции C_1, C_2 , входящие в общие решения уравнений (7), найдены

явном виде, для слоя C_1, C_2, C_3, C_4 находились из соответствующей системы граничных условий по методу Крамера.

Расчеты проведены для нагрузки вида (8), при этом варьировались относительная жесткость пластины γ и относительная толщина слоя $z = h/h_0$. В частности на рис.2 показано распределение по толщине слоя напряжений в различные моменты времени для скользящего контакта между пластиной и слоем, при этом $\gamma = 2, z = 2, x = ct$; 1 - $\tau=0,5$; 2 - $\tau=1,5$; 3 - $\tau=3,0$.

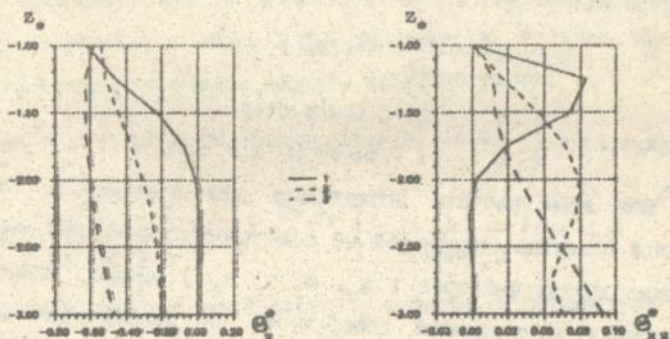


Рис.2

Получено также решение плоской нестационарной задачи для бесконечной пластины, лежащей на жидком основании конечной и бесконечной глубины, при действии подвижной нагрузки. Движение ледяного покрова при этом описывается уравнениями типа Тимошенко с учетом постоянной растягивающей силы N в срединной поверхности, а колебания идеальной жидкости описываются волновым уравнением

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial z^2} = \frac{1}{c_1^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad (11)$$

Граничные условия для жидкости имеют вид

$$\text{при } z=0 \quad q_0 = \rho_0 \frac{\partial \Phi}{\partial t} \quad ; \quad \frac{\partial w}{\partial t} = - \frac{\partial \Phi}{\partial z} \quad (12)$$

Для жидкости бесконечной глубины кроме (12) должны выполняться условия затухания возмущений на бесконечности, а в случае конечной глубины - условие непроницаемости жесткой стенки.

По описанному выше алгоритму совместного обращения преобразований Фурье и Лапласа, численные результаты получены для нагрузки вида

$$p_1(x, t) = \frac{p_0}{2l} h(x, t, l) \quad (1.109)$$

$$h(x, t, l) = \begin{cases} 1 & ct-l \leq x \leq ct+l \\ 0 & x < ct-l \cup x > ct+l \end{cases}$$

При этом расчеты проводились для параметров, отвечающих ледяной пластине, плавающей на поверхности воды. При этом помимо влияния других факторов (M_0 , α , τ , x_0) оценено также влияние растяжения в срединной поверхности на динамическое поведение пластины, а также сделан вывод, что при $\alpha > 35$ жидкость можно считать бесконечно глубокой для всех рассмотренных скоростей движения нагрузки.

Вторая глава посвящена анализу неустановившегося поведения трехслойных пластин конечной и бесконечной длины под действием подвижных нагрузок. При этом для описания движения пластины используется уточненный подход, когда несущие слои подчиняются уравнениям типа Тимошенко, а для заполнителя привлекаются динамические уравнения теории упругости. Исследовано два вида контакта между обшивками и заполнителем: жесткий и скользящий.

Вначале получено решение для пластины бесконечной длины. При

этом, как и в первой главе, применяются интегральные преобразования Фурье и Лапласа. Нормальная нагрузка прикладывается в начальный момент времени одновременно к обоим несущим слоям и движется затем в одном и том же направлении с одинаковой скоростью.

Из преобразованных уравнений движения несущих слоев в пространстве изображений находятся зависимости между реакциями со стороны заполнителя и перемещениями обшивок, а затем после удовлетворения граничным условиям и решения полученной системы четырех алгебраических уравнений получают трансформанты перемещений и напряжений в любой точке заполнителя, а также прогибы и изгибающий момент в каждом несущем слое, например,

$$M_k^{L,F} = -\frac{4}{3} \alpha_k h_k^2 \gamma_k \xi R_k(\xi, p) B_{kk}(\xi, p) D_k^{L,F}(\xi, p) \quad (14)$$

$$B_{kk}(\xi, p) = \frac{\sqrt{\lambda_k}}{\det \|b_{ij}\|} \left[\Delta_k - \Delta_k e^{-2\sqrt{\lambda_k}} \right] - \frac{\xi}{\det \|b_{ij}\|} \left[\Delta_k + \Delta_k e^{-2\sqrt{\lambda_k}} \right]$$

где элементы определителей $\det \|b_{ij}\|$ зависят от параметров интегральных преобразований Фурье и Лапласа, а также от механических характеристик несущих слоев и заполнителя.

В качестве примера рассмотрена задача, когда в начальный момент времени к обоим несущим слоям одновременно прикладываются самоуравновешенные нормальные нагрузки вида (13). Получены графики изменения во времени контактных напряжений на границах слоев, прогибов обшивок и изгибающих моментов в них, отмечено, что в отличие от задачи динамики пластин на инерционном полупространстве здесь время установления значительно больше и в процессе установления напряжения и перемещения имеют ярко выраженный колебательный характер. Построены также картины распределения пе-

раемещений и напряжений по толщине заполнителя для различных моментов времени для обоих видов контакта. В частности, на рис.3 показано распределение касательных напряжений при жестком (а) и скользящем (б) контакте между несущим слоем и заполнителем.

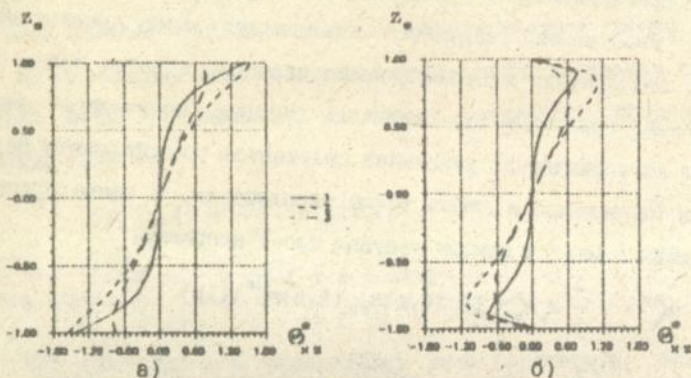


Рис.3

Для слоистой пластины конечной длины решение получено в рядах Фурье по осевой координате, а временная переменная исключается с помощью интегрального преобразования Лапласа. На торцах пластины приняты условия шарнирного опирания для несущих слоев и предположение о наличии для заполнителя диафрагм жестких в своей и гибких из своей плоскости

$$\begin{aligned} \text{при } x = 0, L \quad w_x(x, t) = 0 \quad ; \quad M_{xx}(x, t) = 0 \\ u_x(x, z, t) = 0 \quad ; \quad \sigma_x(x, z, t) = 0 \end{aligned} \quad (15)$$

Определение гармоник искомых величин в пространстве изображений Лапласа находится по той же схеме, что и в случае бесконечной пластины. Расчеты проведены для случая, когда нагружена только верхняя обшивка ($p_2(x, t) = 0$), причем в начальный момент времени нагрузка $p_1(x, t)$, равномерно распределенная по участку

конечной длины 2ℓ , прикладывается на расстоянии a от левого торца пластины и движется затем вдоль несущего слоя с постоянной скоростью c , так что при $t > 0$ можем записать:

$$p_s(x, t) = \frac{P_0}{2\ell} h(x, t, \ell) \quad (16)$$

$$h(x, t, \ell) = \begin{cases} 1 & ct+a \leq x \leq ct+a+2\ell \\ 0 & 0 < x < ct+a \cup x > ct+a+2\ell \end{cases}$$

Для такой нагрузки трансформанты Лапласа компонент напряженно-деформированного состояния слоистой пластины представляются в виде

$$\Theta_s^* = \frac{\Theta_s^*(x_0, z_0, p, h)}{p_0} = \sum_{n=1}^{\infty} f_n(n, p) \Theta(n, z_0, p) \sin\left[\frac{n\pi}{\delta} x_0\right] \quad (17)$$

$$f_n(n, p) = \frac{2\delta^2}{\ell_0 n\pi \left[p^2 \delta^2 + n^2 \pi^2 M_B^2 \right]} \sin\left[\frac{n\pi}{\delta} \ell_0\right] \left[\frac{n\pi M_B}{\delta} \cos\left[\frac{n\pi}{\delta} (a_0 + \ell_0)\right] + p \sin\left[\frac{n\pi}{\delta} (a_0 + \ell_0)\right] \right]$$

$$\delta = L/h \quad ; \quad a_0 = a/h \quad ; \quad \ell_0 = \ell/h \quad ; \quad M_B = c/c_B.$$

Для построения оригиналов применялся метод численного обращения преобразования Лапласа с помощью смещенных многочленов Лежандра. Число членов ряда Фурье определялось путем численных экспериментов на ЭВМ. Построены графики распределения прогибов, изгибающего момента в нагруженном несущем слое и контактных напряжений для различных значений a_0 , M_B и τ при жестком и скользящем контакте между слоями.

Предложенный алгоритм использован также при решении нестационарной задачи для трехслойной пластины конечной длины с жидким заполнителем. При этом движение несущих слоев описывается уравнениями типа Тимошенко с учетом постоянных растягивающих сил N_c . В

срединных поверхностях несущих слоев, а колебания идеальной сжимаемой жидкости подчиняются волновым уравнениям (11). Из уравнений движения обшивок получена следующая связь между трансформантами гармоник прогибов несущих слоев, гидродинамического давления и поверхностных нагрузок

$$B_k(n, p) w_{nk}^L(n, p) = \mp p_{nk}^L(n, p) / G_k - q_{0, nk}^L(n, p) / G_k \quad (18)$$

С использованием этой зависимости после удовлетворения условий контакта жидкости и пластинок найдены трансформанты всех искомых величин. После этого компоненты НДС находятся как и в случае упругого заполнителя. Расчеты проведены для подвижной и неподвижной нагрузки вида (16), построены картины распределения по длине пластины для различных моментов времени прогибов обшивок, изгибающего момента и гидродинамического давления.

В третьей главе получено решение двух трехмерных задач динамики пластин на упругом инерционном полупространстве. Вначале рассмотрено действие подвижной нормальной нагрузки с произвольными законами изменения по x и y на неограниченную в плане пластину, подпертую упругим полупространством. Движение пластины описывается уравнениями типа Тимошенко, для полупространства записаны динамические уравнения теории упругости в векторной форме

$$(\lambda_0 + 2\mu_0) \operatorname{grad} \operatorname{div} \vec{u} - \mu_0 \operatorname{rot} \operatorname{rot} \vec{u} = \rho_0 \frac{\partial^2 \vec{u}}{\partial t^2} \quad (19)$$

Условия на границе в случае жесткого контакта имеют вид

$$\begin{aligned} \text{при } z=0 \quad \Phi_x &= -q; \quad \Phi_{xx} = -p_x; \quad \Phi_{yy} = -p_y \\ u_x &= w; \quad u_x = u - h/2 \Phi_x; \quad u_y = v - h/2 \Phi_y \end{aligned} \quad (20)$$

Для решения задачи применен метод наложения стационарных решений, когда решение получается с помощью тройного интегрального преобразования Фурье по двум пространственным координатам и по

времени. При таком подходе начальные условия задачи удовлетворяются приближенно и полученные решения справедливы для моментов времени больших времени установления процесса, которое определяется из решения соответствующей плоской задачи. Получающиеся кратные интегралы во всех случаях сведены к двойным интегралам, которые могут быть проинтегрированы численно для всех точек составного тела.

Применен специальный прием для определения в пространстве изображений транспонированных компонент перемещения точек полупространства, не связанный с введением потенциальных функций, а основанный на непосредственном интегрировании уравнений движения в перемещениях. Окончательное решение получено для случая, когда по пластине в положительном направлении оси Ox движется со скоростью c прямоугольник со сторонами $2a$ и $2b$, нагруженный равномерной нормальной нагрузкой интенсивности p_0 .

$$p_x = p_0 h(x, t) h(y) \quad (21)$$

$$h(x, t) = \begin{cases} 1 & |x-ct| \leq a \\ 0 & |x-ct| > a \end{cases} ; \quad h(y) = \begin{cases} 1 & |y| \leq b \\ 0 & |y| > b \end{cases}$$

Для такой нагрузки после вычисления интеграла по временной переменной решение представляется интегралами вида

$$\begin{aligned} \Theta_x^z = \frac{\Theta_z}{p_0} = \frac{4}{\pi^2} & \left[\int_0^{\infty} \frac{\sin \xi a_0}{\xi} \cos \xi \tau \mu_p \cos \xi x_0 d\xi \int_0^{\infty} \frac{T_0}{T_0} \frac{\sin \eta b_0}{\eta} \cos \eta y_0 d\eta + \right. \\ & \left. + \int_0^{\infty} \frac{\sin \xi a_0}{\xi} \sin \xi \tau \mu_p \sin \xi x_0 d\xi \int_0^{\infty} \frac{T_0}{T_0} \frac{\sin \eta b_0}{\eta} \cos \eta y_0 d\eta \right] \quad (22) \end{aligned}$$

Интегралы в формулах вида (22) находились численно с помощью специальной процедуры, основанной на двукратном применении метода Фейлсона. Длина интервала интегрирования и шага интегриро-

вания определялись численными экспериментами на ЭВМ. На рис.4 показано распределение безразмерного изгибающего момента в пластине для $\tau=10$, т.е. для момента времени, когда в соответствующей плоской задаче процесс является явно установившимся.

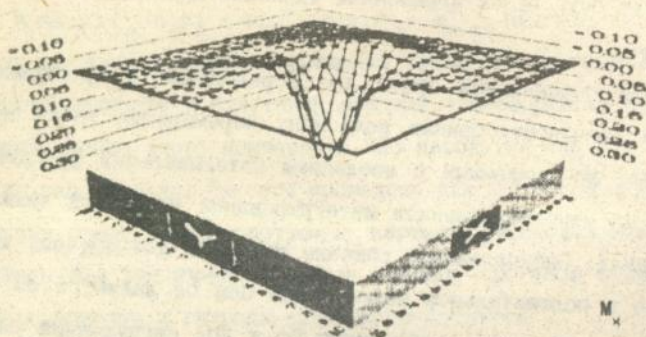
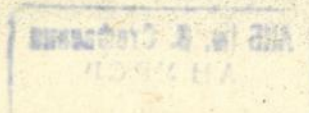


Рис.4

Проведенный анализ распределения контактных напряжений показал, что в некоторой окрестности прямоугольной площадки нагружения Q_0 становится растягивающим, что свидетельствует о возможности отрыва пластины от полупространства. Чтобы уточнить размеры зоны отрыва, необходимо рассмотреть задачу в предположении об одностороннем характере связи между телами.

В этой же главе исследовано нестационарное НДС пластины на упругом полупространстве, вызванное действием расширяющихся поверхностных нагрузок. В начальный момент времени $t=0$ в начале координат прикладывается импульсивная нормальная нагрузка p_0 (кольцевая или круговая), и в последующие моменты времени происходит расширение нагруженного участка поверхности с постоянной скоростью c .



Метод решения основан на применении интегральных преобразований Лапласа по времени и Ханкеля по пространственной координате с последующим численным обращением обоих преобразований на основании специальных квадратурных формул. Основное внимание уделено моментам времени, близким к началу нагружения, сделан анализ картин деформирования для различных скоростей движения фронтов кольцевой и круговой области давления.

В цилиндрической системе координат потенциальные функции вводятся по формулам

$$u_r = \frac{\partial \Phi}{\partial r} - \frac{\partial \Psi}{\partial z} \quad ; \quad u_z = \frac{\partial \Phi}{\partial z} + \frac{1}{r} \frac{\partial (r\Psi)}{\partial r} \quad (23)$$

и движение упругой среды описывается волновыми уравнениями

$$\nabla^2 \Phi = \frac{1}{c_p^2} \frac{\partial^2 \Phi}{\partial t^2} \quad ; \quad \nabla^2 \Psi - \frac{\Phi}{r^2} = \frac{1}{c_B^2} \frac{\partial^2 \Psi}{\partial t^2} \quad (24)$$

После применения к зависимостям (24) преобразования Ханкеля по r и Лапласа по t в пространстве изображений получаем уравнения вида (7) и дальнейший ход решения аналогичен описанному выше для плоской задачи.

Численные результаты получены для расширяющейся кольцевой нагрузки

$$p_1(r, t) = \frac{P_0}{2\pi r} \delta(ct - r) \quad (25)$$

причем скорость c здесь может принимать любые значения по отношению к скоростям распространения волн в полупространстве от досейсмических ($c < c_p$) до сверхсейсмических ($c > c_p$). Решение для такой нагрузки представляется после обращения преобразования Ханкеля интегралами вида

$$\Phi_z^* = \frac{\Phi_{zz}^*(r_0, z_0, p) h^2}{P_0} = \frac{1}{2\pi} \int_0^\infty \frac{\xi T_z(\xi, z_0, p)}{\sqrt{p^2 + \xi^2 M_3^2}} J_0(\xi r_0) d\xi \quad (26)$$

Интегралы в формулах вида (26) для различных значений параметра преобразования Лапласа p находились численно с использованием специальных квадратурных формул, которые по своей структуре подобны формулам Файлона для интегралов Фурье. Для построения оригиналов применялся метод численного обращения преобразования Лапласа с помощью смещенных многочленов Лежандра.

Рассмотрена также круговая расширяющаяся нагрузка

$$p_1(r, t) = \frac{p_0}{\pi(ct)^2} H(ct-r) \quad (27)$$

Для такой нагрузки напряжения считаются по формуле

$$\sigma_r^* = \frac{1}{M_B^2 \pi} \int_0^{\infty} \frac{T_1(\xi, z_*, p)}{\xi} \left(\sqrt{p^2 + \xi^2 M_B^2} - p \right) J_0(\xi r_*) d\xi \quad (28)$$

На рис.5 показано изменение во времени контактных напряжений на границе раздела слоев на фронте круговой области давления ($r = ct$) для различных скоростей движения нагрузки.

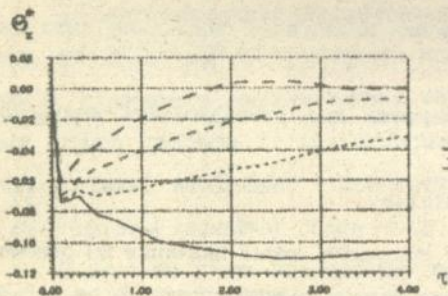


Рис.5

Для кривых 1 - $M_B = 0,1$;
 2 - $M_B = 0,5$; 3 - $M_B = 1,0$;
 4 - $M_B = 2,0$. Как следует из полученных результатов, во всех случаях, аналогично случаю линейного нагружения, со временем происходит установление процесса,

определяемое теми факторами, что скорость перемещения фронта давления постоянна, а рассматриваемый объект имеет неограниченную протяженность по радиальной координате. Однако характер приближе-

ния перемещений и напряжений к своим стационарным значениям существенно зависит от режима движения (величины постоянной скорости c).

В заключении сформулированы основные результаты диссертации, которые состоят в следующем:

- разработаны эффективные алгоритмы совместного вычисления интегралов Фурье и Лапласа, рядов Фурье и интегралов Лапласа, интегралов Ханкеля и Лапласа и с их помощью получены решения плоских, осесимметричных и трехмерных нестационарных задач динамики неограниченных и ограниченных пластин, взаимодействующих с инерционными упругими и акустическими средами;

- для неограниченных в плане пластин, лежащих на упругом и акустическом основаниях бесконечной и конечной толщины проведен анализ переходных процессов и указаны границы применимости стационарных решений;

- в уточненной постановке, когда движение заполнителя описывается динамическими уравнениями теории упругости, получены решения нестационарных динамических задач для трехслойных пластин бесконечной и конечной длины при действии подвижных и неподвижных нагрузок и определено НДС в любой точке пластины для различных моментов времени;

- исследовано поведение неограниченной пластины на упругом полупространстве под действием расширяющихся поверхностных нагрузок и оценено влияние величины скорости движения фронта давления на характер НДС двухслойной среды;

- показана возможность использования метода наложения стационарных решений при анализе трехмерного НДС двухслойного полу-

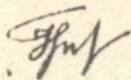
пространства для моментов времени, больших времени установления процесса, и построены пространственные графики распределения перемещений и напряжений при движении по поверхности верхнего слоя нормальной нагрузки, равномерно распределенной по площади прямоугольника;

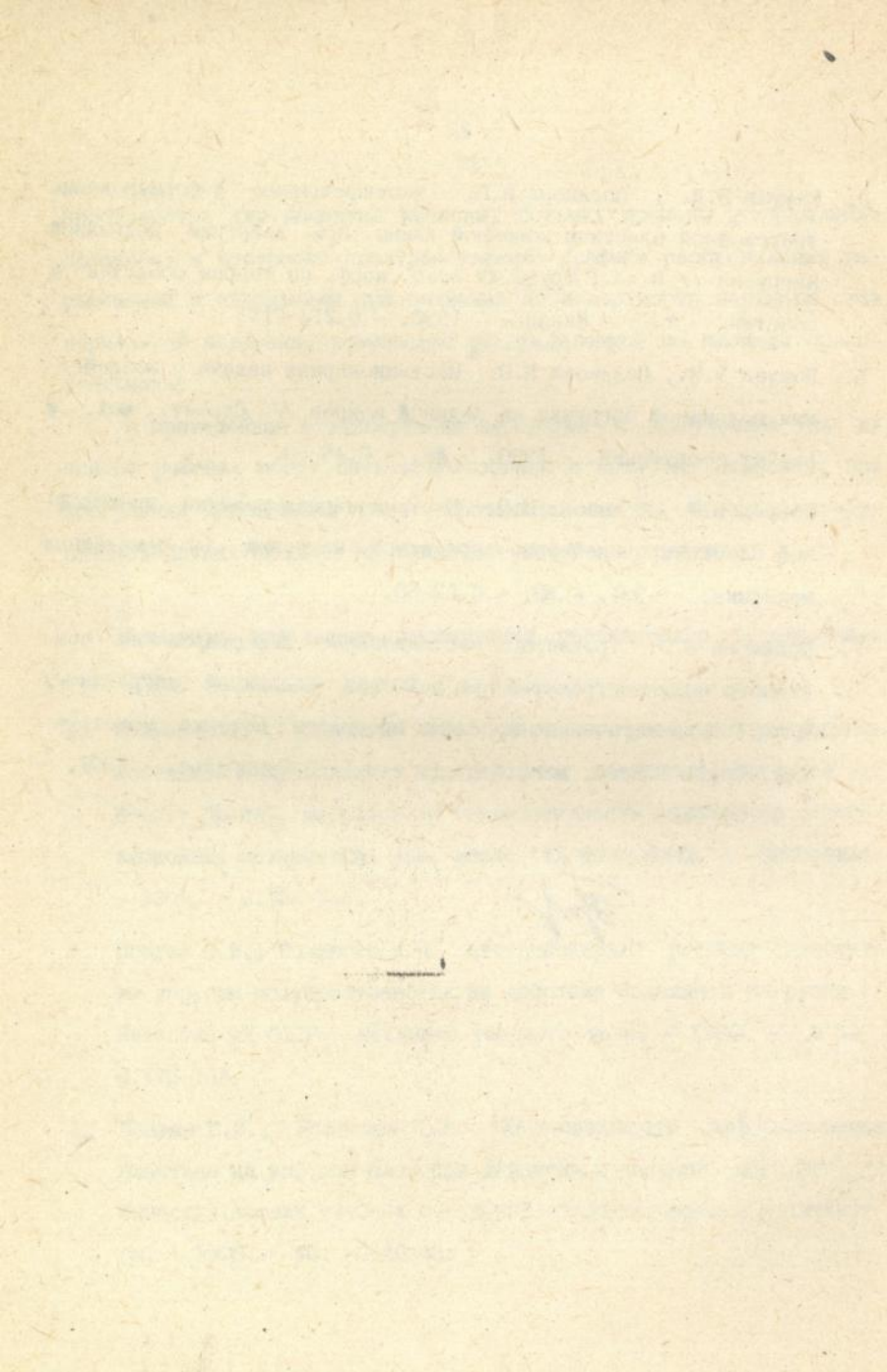
- приведенные в диссертации алгоритмы и полученные на их основе решения могут быть использованы в качестве эталонных при построении различного рода упрощенных моделей нестационарного взаимодействия пластин со сплошными линейными средами.

Основное содержание диссертации опубликовано в следующих работах:

1. Пожув В.И., Полякова Н.П. Нестационарное деформирование составной полуплоскости при действии подвижной нагрузки // В сб.: Прочн., жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов. Тез. докл. III Всес. конф. - Запорожье. - 1989. - С.155-156.
2. Пожув В.И., Полякова Н.П. Нестационарная реакция пластины на упругом полупространстве на действие подвижной нагрузки // Известия АН СССР. Механика твердого тела. - 1990. - № 5. - С.176-182.
3. Пожув В.И., Полякова Н.П. Нестационарное деформирование пластины на упругом слое при действии подвижной нагрузки // Известия высших учебных заведений. Строительство и архитектура. - 1990. - № 5. - С.40-43.

4. Пожуев В.И., Полякова Н.П. Нестационарное деформирование трехслойной пластины конечной длины при действии подвижной нагрузки // В сб.: Труды XV Всес. конф. по теории оболочек и пластин. - т.1. - Казань. - 1990. - С.214-219.
5. Пожуев В.И., Полякова Н.П. Нестационарная задача о воздействии подвижной нагрузки на ледяной покров // Строит. мех. и расчет сооружений. - 1990. - №5. - С.46-50.
6. Пожуев В.И., Полякова Н.П. Нестационарная реакция трехслойной пластины на действие подвижной нагрузки // Прикладная механика. - 1991. - №9. - С.52-60.
7. Полякова Н.П. Трехмерное нестационарное деформирование составного полупространства при действии подвижной нагрузки // В сб.: Технологические проблемы прочности несущих конструкций. Труды I Всес. конф. - т.1. - ч.1. - Запорожье. - 1991. - С.180-181.





466690

AB 25.368

