АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНЫХ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ
им. Я. С. ПОДСТРИГАЧА

На правах рукописи

КИСИЛЬ Любомир Юлианович

УДК 539.3

ЛОКАЛЬНАЯ ОПТИМИЗАЦИЯ ТЕРМОНАПРЯЖЕННОГО СОСТОЯНИЯ ТОЛСТОСТЕННЫХ ОБОЛОЧЕК ВРАЩЕНИЯ

01.02.04 — механика деформируемого твердого тела

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Львов 1991

Работа выполнена в Институте прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача АН Украины.

Научный руководитель:

чл.-корр. АН Украины, доктор физико-математических наук, профессор Я. И. БУРАК.

Официальные оппоненты:

доктор физико-математичеких наук, профессор В. Г. ЛИТВИНОВ,
доктор физико-математических наук, профессор О. Н. ШАБЛИЙ.

Ведущая организация:

Львовский ордена Ленина госуниверситет им. Я. И. Франка.

Защита состоится 24 февраля 1992 г. в 15.00 часов на заседании специализированного Совета К.016.59.01 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Институте прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача АН Украины по адресу: 290047, г. Львов-47, ул. Научная, 3 «б».

С диссертацией можна ознакомиться в библиотеке Института прикладных проблем механики и математики им. Я. С. Подстригача.

Отзыв на автореферат просим направлять по адресу: 290047, ГСП, г. Львов-47, ул. Научная, 3 «б», ученому секретарю специализированного Совета.

Автореферат разослан «______»____________________________1992 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета П. Р. ШЕВЧУК

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность пролемы. Оболочечные элементы конструкций в процессе изготовления, эксплуатации и ремонта подвергаются нагреву и силовому нагружению. Возникающие при этом напрярякения могут достигать значительной величины и превышать допустимые. Поэтому важными и актуальными являются задачи оптимизации по напряжениям условий нагрева и силового нагружения оболочек с целью понижения уровня напряжений.

Математической постановке и аналитическому решению задач оптимизации напряженного состояния тонких оболочек при их локальном нагреве за счет выбора функций температурного и силового нагружения посвящена монография Э.И.Григолюка, Я.С.Подстригача и Я.И.Бурака, а также работы Л.П.Бесединой, Б.Л.Боженка, С.Ф.Будза, М.М.Гачкевича, Б.В.Геры, Ю.Д.Зозуляка, В.Н.Максимовича, И.В.Огирка, Я.П.Романчука, Б.Л.Пелеха, Г.В.Пляцка, О.Н.Шаблия и др.

Исследования по оптимизации напряженно-деформируемого состояния оболочек сложной конфигурации выбором функций распределения толщины рассматривается в работах Б.Д.Дробенка, Я.Г.Савулы, Н.Н.Флейшмана и др.

Методы аналитическое решение задач оптимального по быстродействию управления нагревом и охлаждением термоупругих тел при ограничениях на управление, напряжения, градиенты температурного поля, скорость нагрева изложены в монографиях В.М.Вигака.

Общие вопросы математической постановки и решения задач оптимизации для систем уравнений елиптического типа и применение полученных результатов к оптимизации упругих систем по критериям прочности и жесткости содержатся в работах В.Г.Литвинова. Необходимость применения функциональных критериев оптимальности чебышевского вида показана в монографиях Н.В.Баничука.

В известных в литературе исследованиях по оптимизации напряженного состояния оболочек выбором функций распределения силовой нагрузки и температуры обычно исходят из соотношений теории тонкостенных оболочек с использованием функциональных критериев оптимальности интегрального вида. Поэтому весьма важными и актуальными являются исследования по оптимизации напряженного состояния толстостенных оболочек с критерием оптимизации в виде локального функционала.

Целью работы является математическая постановка задач локальной оптимизации напряженного состояния термоупругих толстостенных оболочек вращения выбором функций распределения силовой нагрузки и нагрева; построение методики решения соответствующих минимаксных задач оптимизации и создания на этой основе эффективного программного обеспечения; решение новых прикладных задач оптимизации напряженного состояния конкретных оболочечных элементов.

Научная новизна. В работе сформулирована математическая постановка и предложена численно-аналитическая методика решения задач локальной оптимизации термонапряженного состояния толстостенных оболочек вращения; исследованы условия существования и единственности решения рассматриваемых минимаксных задач оптимизации, а также сходимости предложенной методики; построены вычислительные алгоритмы и создано соответствующее программное обеспечение для решения рассматриваемого класса задач; получены и исследованы решения новых экстремальных задач.

Достоверность результатов определяется принятием в основу выполненных исследований известных в литературе исходных положений трехмерной термоупругости; коректностью математической постановки минимаксной задачи оптимизации термонапряженного состояния; строгостью используемых численных методов; соответствием результатов в частных случаях известным в литературе; сопоставлением решений тестовых задач, построенных по различным вариантам численной реализации предложенного метода.

Практическая ценность. Предложенная методика расчета и оптимизации напряженного состояния толстостенных оболочек и соответствующее программное обеспечение могут быть использованы при разработке технологии изготовления и упрочняющей термообработки толстостенных элементов конструкций, а также построении рациональных схем нагружения трубопроводов в процессе их подъема и укладки непрерывным способом. Прикладные результаты и комплексы программ переданы для использования заинтересованым организациям и в Государственный фонд алгоритмов и программ.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались на Международной научно-технической конференции "Актуальные проблемы фундаментальных наук"(Москва, 1991), III Всесоюзной конференции "Смешанные задачи механики деформируемого тела" (Харьков, 1985), VI Всесоюзной конференции по управлению в механических системах (Львов, 1988),Всесоюзном симпозиуме молодых ученых "Методология системных исследований" (Львов, 1985), Всесоюзных школах молодых ученых: II "Проблемы оптимизации в машиностроении" (Харьков-Алушта, 1986), "Численные методы механики сплошной среды" (Красноярск, 1987), VII "Надежность больших систем" (Свердловск-Ташкент, 1988), VII "Проблемы управления" (Таллинн, 1987), II "Тепломасообмен в энергетических установках и технологических агрегатах" (Днепропетровск, 1988), Сибирской школы по вычислительной математике (Новосибирск, 1986).

В целом работа докладывалась на семинаре отдела теории физико-механических полей и специализированном семинаре по механике деформируемого твердого тела Института прикладных проблем механики и математики им. Я.С.Подстригача АН Украины.

Публикации. Результаты выполненных исследований опубликованы в 16 работах.

Объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, трех глав основного материала, заключения и содержит 100 страниц машинописного текста, 37 иллюстраций, 6 таблиц и библиографический список, включающий 95 наименований.

На защиту выносятся: математическая постановка задач оптимизации напряженного состояния толстостенных оболочек вращения по локальному критерию оптимальности выбором функций распределения силовой нагрузки и температуры внешней среды; предложенная методика решения рассматриваемых мимаксных задач оптимизации; полученные результаты выполненных исследований конкретных экстремальных задач.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении дано обоснование актуальности и важности вопросов, решению которых посвящена диссертация, приведен обзор близких по направлению работ, сформулированы основные положения, которые выносятся на защиту, а также кратко изложено содержание работы по главам.

В первой главе сформулирована математическая постановка задач оптимизации напряженно-деформируемого состояния толстостенных оболочек вращения с критерием оптимальности в виде локального функционала выбором функций распределения температуры внешней среды и поверхностных усилий и предложена методика ее решения.

Рассмотрена толстостенная оболочка, боковые поверхности которой являются поверхностями вращения. В качестве базисной принята поверхность, образованная вращением вокруг оси z участка гладкой кривой R=R(z). Введена смешанная ортогональная система координат (s,φ,γ), связанная с базисной поверхностью. В недеформированном состоянии оболочка занимает область

$$V = \left\{X \;\middle|\; (s,\varphi,\gamma) \middle| \; |s| \le l,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ h_-(s) < \gamma < h_+(s)\right\},$$

ограниченную поверхностью A, где $h_\pm(s) \in \mathbb{C}^2([-l,l])$.

Оболочка находится под воздействием стационарных внешних обьемных сил $\vec{F}$ и поверхностных усилий $\vec{p}_n$ в условиях конвективного теплообмена с внешней средой с температурой t_c и относительным коэффициентом теплообмена $\varkappa$.

Связь между функциями $\vec{p}_n$, t_c, $\vec{F}$ и фазовыми координатами: температурой T, вектором перемещений $\vec{u}$, тензором напряжений $\hat{\sigma}$ и деформаций $\hat{e}$ описывается соотношениями трехмерной линейной стационарной несвязанной термоупругости.

Принято, что на боковых поверхностях в областях A_p и A_t функции $\vec{p}_n(X) \equiv \vec{p}_n^{\,o}(X)$, $t_c(X) \equiv t_c^o(X)$, соответственно, являются функциями управления. На остальной части (области A/A_p и A/A_t, соответственно) функции $\vec{p}_n(X)$ и $t_c(X)$ заданы.

В качестве допустимых управлений принимаются ограниченные кусочно-непрерывные функции $\vec{p}_n(X)$ и $t_c(X)$ с областью допустимых изменений

$$| \vec{p}_n^{\,o}(X) | \le p_*, \qquad X \in A_p, \tag{1}$$

$$0 \le t_c^o(X) \le t^*, \qquad X \in A_t, \tag{2}$$

удовлетворяющие условию Дирихле по координатам z и φ в области A, а также условиям, вытекающим из заданых дополнительных ограничений на фазовые координаты (функции искомого решения рассматриваемой задачи термоупругости). Такие ограничения включают условия упругого деформирования в форме Губера-Мизеса

$$\min_{X \in V} I_2(\hat{s}(X)) \le 8\,\sigma_T^2 / 3, \tag{3}$$

а также задание пределов допустимых изменений температуры и вектора перемещений в подобластях A_T и A_u, которые, в частности, могут иметь вид

$$| T(X) - T^*(X) | \le \varepsilon_T, \quad X \in A_T, \quad A_T \subset A_t, \tag{4}$$

$$| \vec{u}(X) - \vec{u}^*(X) | \le \varepsilon_u, \quad X \in A_u, \quad A_u \subset A_p, \tag{5}$$

где тензор $\hat{s}(X)$ - девиатор тензора напряжений $\hat{\sigma}$, $I_2(\hat{s})$ - второй скалярный инвариант тензора $\hat{s}$, σ_T - предел текучести, $\vec{u}^*$, T^* - заданные распределения перемещений и температуры, ε_T, $\varepsilon_u > 0$. Условие (5) должно быть согласовано с принятыми условиями закрепления оболочки.

В качестве критерия оптимизации напряженного состояния $K[\vec{p}_n^o, t_c^o]$ выбран функционал

$$K[\vec{p}_n^o, t_c^o] = \max_{X \in V} \varkappa(\hat{\sigma}(X)), \tag{6}$$

где $\varkappa(\hat{\sigma}(X))$ - локальная мера напряженного состояния, в качестве которой, в частности, можна принять плотность энергии упругой деформации или энергии формоизменения.

Ставится следующая задача оптимизации. Среди всех допустимых управлений $\vec{p}_n^o(X)$ $(X \in A_p)$ и $t_c^o(X)$ $(X \in A_t)$ найти такие, которые обеспечивали бы миниум выбранного критерия оптимизации

$$\min_{\vec{p}_n^o(X),\ t_c^o(X)} K[\vec{p}_n^o, t_c^o] \tag{7}$$

Предлагаемая схема решения поставленной задачи состоит в поэтапном сведении минимаксной задачи оптимального управления к задаче безусловной минимизации негладкой функции.

На первом этапе искомые управления $\vec{p}_n^o$ и t_c^o представлялись в N,M-приближении в виде суммы двух слагаемых

$$\vec{p}_n^o(s,\varphi)=\vec{p}_o(s,\varphi)+\vec{p}_1^{(N,M)}(s,\varphi), \quad t_c^o(s,\varphi)=t_o(s,\varphi)+t_1^{(N,M)}(s,\varphi). \tag{8}$$

Здесь $\vec{p}_o(s,\varphi)$ и $t_o(s,\varphi)$ - принятое нулевое приближение искомого оптимального управления,

$$\vec{p}_1^{(N,M)}(s,\varphi) = \sum_{\alpha=1}^{M} \sum_{\beta=1}^{N} \vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)} Z_\alpha^p(s)\, \Phi_\beta^p(\varphi),\ X \in A_p,$$
$$t_1^{(N,M)}(s,\varphi) = \sum_{\alpha=1}^{M} \sum_{\beta=1}^{N} b_{\alpha\beta}^{(N,M)} Z_\alpha^t(s)\, \Phi_\beta^t(\varphi),\ X \in A_t, \tag{9}$$

где $Z_\alpha^p(s)$, $\Phi_\beta^p(\varphi)$, $Z_\alpha^t(s)$, $\Phi_\beta^t(\varphi)$ ($\alpha=1\div N$, $\beta=1\div M$) -выбранные линейно-независимые функции, $\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}$ и $b_{\alpha\beta}^{(N,M)}$ - искомые коэффициенты представления.

Предложенное представление (8) позволяет свести исходную минимаксную задачу оптимального управления (1)-(7) к задаче минимизации неявно заданной функции

$$\Phi(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)},\ b_{\alpha\beta}^{(N,M)}) = \max_{X \in V} *(\hat{\sigma}(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)},\ b_{\alpha\beta}^{(N,M)},\ X)) \tag{10}$$

на множестве,определяемом ограничениями (1)-(5).

Для нахождения функции Φ в явном виде необходимо явное представление фазовых координат T и $\vec{u}$ через функции управления $\vec{p}_n^o$ и t_o^o. С этой целью, с использованием идеи И.Н.Векуа, температура T и вектор перемещений $\vec{u}$ представлены в виде суммы трех слагаемых

$$T(X)=T^{(o)}(X)+T_m^{(1)}(X)+T_{nk}^{(2)}(X),\quad \vec{u}(X)=\vec{u}^{(o)}(X)+\vec{u}_m^{(1)}(X)+\vec{u}_{nk}^{(2)}(X), \tag{11}$$

где $T^{(o)}(X)$ и $\vec{u}^{(o)}(X)$ характерные частные решения уравнений теплопроводности и термоупругости,

$$T_m^{(1)} = \sum_{i,j=o}^{m} t_{ij}(z)P_i(x)P_j(y),\quad T_{nk}^{(2)} = \sum_{i=o}^{n} \sum_{j=o}^{2k} q_{ij}(s)P_i(\gamma)B_j(\varphi),$$
$$\vec{u}_m^{(1)} = \sum_{i,j=o}^{m} \vec{g}_{ij}(z)P_i(x)P_j(y),\quad \vec{u}_{nk}^{(2)} = \sum_{i=o}^{n} \sum_{j=o}^{2k} \vec{f}_{ij}(s)P_i(\gamma)B_j(\varphi), \tag{12}$$

$$B_j(\varphi) = \begin{cases} \cos j\,\varphi / 2, & \text{при } (-1)^j > 0 \\ \sin (j+1)\,\varphi / 2, & \text{при } (-1)^j < 0 \end{cases} \tag{13}$$

$P_n(x)$ - полиномы Лежандра порядка n, (z,x,y) - декартовые координаты. Коэффициенты разложения $t_{ij}(z)$, $\vec{g}_{ij}(z)$, $(i,j=0\div m)$, $q_{ij}(z)$,

$\vec{f}_{ij}(s)$ $(i=0 \div n,\ j=0 \div 2k)$ последовательно определялись из условий минимумов функционалов

$$\Pi[t_{ij}] = \Pi[T^{(1)}(\{t_{ij}\})+T^{(o)}], \quad \Pi[q_{ij}] = \Pi[T^{(2)}(\{q_{ij}\})+T^{(1)}+T^{(o)}],$$

$$L[\vec{g}_{ij}] = L[\vec{u}^{(1)}(\{\vec{g}_{ij}\})+\vec{u}^{(o)}, T^{(1)}+T^{(o)}],$$

$$L[\vec{f}_{ij}] = L[\vec{u}^{(2)}(\{\vec{f}_{ij}\})+\vec{u}^{(1)}+\vec{u}^{(o)}, T^{(2)}+T^{(1)}+T^{(o)}], \tag{14}$$

где $\Pi[T]$ и $L[\vec{u}]$ -функционалы задач теплопроводности и термоупругости

$$\Pi[T] = \int_V (\nabla T)^2\, dv + \int_A \varkappa\, T\, (T-2t_c)\, da,$$
$$\tag{15}$$
$$L[\vec{u}] = \int_V W(\vec{u})\, dv - \int_A \vec{p}_n \cdot \vec{u}\, da, \quad W(\vec{u}) = W(\vec{u},T) = \hat{\sigma} : \hat{e}.$$

Минимизация функционалов (14) выполнялась методом Ритца с конечно-элементным представлением искомых функций или методами вариационного исчисления.

Задача условной минимизации функции Φ методом штрафных функций сводится к задаче безусловной минимизации соответствующей негладкой функции $H(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}, b_{\alpha\beta}^{(N,M)})$

$$H(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}, b_{\alpha\beta}^{(N,M)}) = \Phi(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}, b_{\alpha\beta}^{(N,M)}) + S_3(I_2(\hat{s}(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}, b_{\alpha\beta}^{(N,M)}))) +$$
$$+ S_1(\vec{p}_n^{\,o}(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}), \hat{u}(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}, b_{\alpha\beta}^{(N,M)})) + S_2(t_c^o(b_{\alpha\beta}^{(N,M)}), T(b_{\alpha\beta}^{(N,M)})) \tag{16}$$

где S_1, S_2, S_3 – штрафные функции построенные на ограничениях (1) и (3), (2) и (4), (5), соответственно.

Минимизация негладкой функции $H(\vec{a}_{\alpha\beta}^{(N,M)}, b_{\alpha\beta}^{(N,M)})$ выполнена методом деформируемого многогранника Нелдера-Мида.

Исследованы условия существования и единственности решения рассматриваемой минимаксной задачи оптимизации напряженного состояния (1)-(7), а также условия сходимости предложенной методики решения.

Вторая глава посвящена решению задач оптимизации осесимметричного напряженного состояния оболочек выбором функции распределения температуры внешней среды. При этом объемные силы и поверхностные усилия отсуствует, а за области определения управления A_t и ограничения на температуру A_T приняты

$$A_t = \left\{X \,\middle|\, (s,\varphi,\gamma) \middle|\; |s| \le b,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ \ \gamma = h_+(s)\right\},$$

$$A_T = \left\{X \,\middle|\, (s,\varphi,\gamma) \middle|\; |s| \le d,\ 0 \le \varphi \le 2\pi,\ \ \gamma = h_+(s)\right\}.$$

В качестве локальной меры напряженного состояния $\ast(\hat{\sigma}(X))$ выбран $k\, I_2(\hat{s}(X))$, где k - коэффициент пропорциональности.

Задачи оптимизации решены согласно методике, изложенной в первой главе. Область определения управления $|s| \le b$ была разбита узлами $s=s_\alpha$ $(\alpha=0\div M)$ на M интервалов, и на каждом из них в качестве базисных функций конечномерного представления функции управления $t^o_c(s)$ выбраны полиномы Лежандра $P_\beta(s)$ $(\beta=0\div N)$, т.е.

$$t_1^{(N,M)}(s) = \sum_{\alpha=0}^{M} \sum_{\beta=0}^{N} b_{\alpha\beta}^{(N,M)} \left(S(s-s_\alpha)-S(s-s_{\alpha-1})\right) P_\beta(s) \qquad (17)$$

где $S(s)$ - единичная функция Дирака.

С целью ускорения сходимости узлы s_α не фиксировались, т.е. в этом случае исходная задача сводилась к минимизации функции $\Phi(b_{\alpha\beta}^{(N,M)},\ s_\alpha^{(N)})$. Принималось, что нулевые и первые слагаемые в (10) отсуствуют.

Численные исследования полученной функции управления, распределения температуры T, энергии формоизменения $k\, I_2(\hat{s})$ и компонент тензора напряжений $\hat{\sigma}$ выполнены для цилиндрической оболочки постоянной и переменной толщины, а также конической оболочки постоянной толщины.

Для цилиндрической оболочки ппостоянной толщины исследования выполнялись в зависимости от следующих параметров: тонкостенности оболочки (h/R), длины оболочки (l/R) ширины области управления A_t (b/R) и области ограничения на температуру A_T (d/R), параметра допустимого отклонения температуры в области A_T (ε_T/T^*) и значения Bi. На рис.1 показана зависимость от координаты z функции оптимального управления t_c и соответствующей ему температуры $T^{(+)}$ на внешней поверхности для разных значений параметра $\varepsilon=\varepsilon_T/T^*$. На рис.2 приведена зависимость максимальных значений целевой функции на внешней $I_2^{(+)}$ (кривая 1) и внутренней $I_2^{(-)}$ (кривая 2) поверхностях в зависимости от параметра b/R. Штрихпунктирными линиями на рис.2 для сравнения представлены значения целевой функции

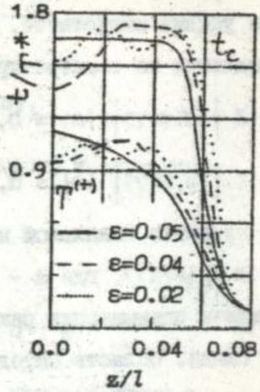

Рис. 1.

$I_{(2)}(z)$ в центральном сечении z=о на внешней $I_2^{(+)}(0)$ (кривая 3) и внутренней $I_2^{(-)}(0)$ (кривая 4) поверхностях. Устоновлено, что в зависимости от параметра b/R максимальное значение энергии формоизменения может достигаться как на внешней поверхности, так и на внутренней, как в центральном сечении $z=0$, так и вне его.

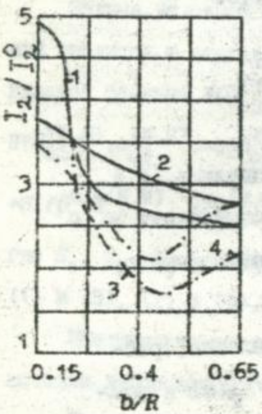

Рис.2.

Выполнена оценка скорости сходимости по чебышевской норме конечномерного представления функции управления. Исследования показали, что выбранная система базисных функций обеспечивает высскую скорость сходимости. Так в расчетах для оболочки $l/R=4$, $h/R=0.04$, $d/R=0$, $T^*/T_c=10$, $Bi=1$ скорость сходимости близка к геометрической со знаменателем 0.12.

Проводено сравнение распределения температуры и компонент тензора напряжений, соответствующих оптимальному управлению, найденных при n=1 с найденными по теории оболочек Кирхгоффа-Лява при разных h/R. Показано, что при изменении h/R с 0.01 до 0.2 относительная разница в расчетных напряжениях возрастает с 6% до 35%.

Выполнено сопоставление полученных результатов минимаксной оптимизации с аналогичными, полученными на основе соответствующих интегральных критериев оптимизации. Установлено, что с увеличением h/R от 0.03 до 0.15 при $b/R=0.175$ разность между максимальными значениями энергии формоизменения, полученными за локальным и интегральным критериями оптимальности, уменьшается с 18% до 6%. Аналогично, с уменьшением b/R от 0.18 до 0.12 при $h/R=0.03$ разность между ними уменьшается с 56% до 18%.

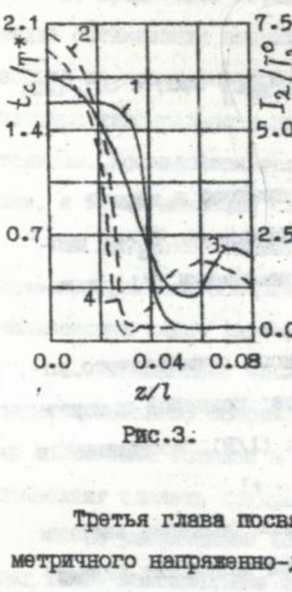

Рис.3.

На рис.3 показана зависимость от координаты z функции t_o найденной по локальному (кривая 1) и по соответствующему интегральному (кривая 2) критериям, а также соответствующих им максимальных по толщине значений энергии формоизменения (кривые 3 и 4).

Третья глава посвящена решению задач оптимизации неосесимметричного напряженно-деформируемого состояния цилиндрической оболочки постоянной толщины выбором функции распределения нормальных поверхностных усилий.

Рассмотрена оболочка, находящаяся под воздействием объемных сил веса $\vec{F}=-\rho\vec{i}_y$ и поверхностных усилий $\vec{p}_n(z,\varphi)$ в области

$$A_p = \left\{ X \,\middle|\, (s,\varphi,\gamma) \,\middle|\, |s| \le b,\ \pi/2 \le \varphi \le 3\pi/2,\ \gamma = h \right\},$$

распределенных по следующему закону

$$\vec{p}_n(z,\varphi) = -p_n^o(z) \sin\varphi\, \vec{i}_\gamma. \qquad (18)$$

Функция $\vec{p}_n^o(z)$ - функция управления с заданой областью допустимого изменения

$$0 \le p_n^o(z) \le p^*. \qquad (19)$$

Вне области A_p поверхностные усилия $\vec{p}_n(z,\varphi)$ равны нулю.

Выполнения условия (5) требуется в области

$$A_u = \left\{X \,\middle|\, (s,\varphi,\gamma) \middle|\; |s| \le d,\ \pi/2 \le \varphi \le 3\pi/2,\ \gamma = h\right\}.$$

Принято, что на краевых сечениях оболочки $(z=\pm l)$ выполняются условия

$$\int_{-h}^{h}\int_{0}^{2\pi}(R+\gamma)\, u_y\, d\varphi d\gamma = 0, \quad \int_{-h}^{h}\int_{0}^{2\pi}(R+\gamma)\left[\partial u_y/\partial z + \alpha_k \sigma_{zz} y\right] d\varphi d\gamma = 0. \qquad (20)$$

В качестве $\vec{u}^*(X)$ выбрано $v_o \vec{i}_y$.

Задача решена согласно методики, рассмотренной в первой главе. Конечномерное представление функции управления $\vec{p}_n^o(z)$ выбрано в виде (17). В представлении вектора перемещений (11) нулевая и вторая слагаемые приняты равными нулю.

В работе проведено исследование полученного оптимального управления в зависимости от следующих параметров: размеров поперечного сечения оболочки (h и R), длины оболочки (l/R), коэффициента упругого закрепления краев оболочки α_k при $z = \pm l$.

В исследуемых примерах для $\alpha_k > 0$ максимальное значение энергии формоизменения достигалось в двух точках. Такой результат является естественным в связи с использованием локального целевого функционала. Максимальное значение энергии формоизменения достигается при $\alpha_k = 0$ и с ростом α_k от 0 до ∞ эта величина монотонно убывает на 20%.

Полученные результаты положено в основу инженерной методики расчета рациональных схем укладки и подъема магистральных трубопроводов.

В заключении приведены основные результаты работы и выводы.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ВЫВОДЫ

1. В работе с позиций техмерной теории упругости сформулирована математическая постановка задач оптимизации напряженного состояния толстостенных оболочек вращения по локальному критерию оптимальности выбором функций распределения силовой нагрузки и температуры внешней среды.

2. Предложена методика решения рассматриваемых минимаксных задач оптимизации напряженного состояния оболочек вращения, основанная на конечномерном представлении функций управления и вариационнополиномиального представления перемещений и температуры по толщине. Исследованы условия существования и единственности решения, а также доказана сходимость предложенной методики решения.

3. Построены вычислительные алгоритмы и создано соответствующее программное обеспечение для решения соответствующего класса минимаксных задач термоупругости.

4. Выполненные численные исследования решения задач оптимизации локального осесимметричного нагрева цилиндрической оболочки постоянной толщины в зависимости от геометрических параметров позволяют сделать следующие выводы:

а) с увеличением толщины оболочки (h/R) с 0.01 до 0.15 растет также максимальное значение энергии формоизменения возрастает в среднем 2.7 раза;

б) с увеличением ширины области (b/R) управления нагревом с 0.15 до 0.6 максимальное значение энергии формоизменения убывает в среднем 2 раза;

5. Сопоставление решений оптимальных по локальному и сост-

ветствующему интегральному критериях оптимальности показано, что с увеличением h/R от 0.03 до 0.15 при b/R=0.175 разность между максимальными значениями энергии формоизменения, полученными по локальному и интегральному критериям оптимальности уменьшается с 18% до 6%. Аналогично, с уменьшением b/R от 0.12 до 0.18 при h/R=0.03 разность между ними уменьшается с 56% до 35%.

6. Сравнение максимального значения энергии формоизменения, соответствующего оптимальному управлению, найденных при n=1 с найденным по теории оболочек Кирхгоффа-Лява показано, что с увеличением h/R с 0.01 до 0.2 относительная разность максимальных значений возрастает с 5% до 35%.

7. На модельных примерах показана ефективность использования предлагаемой методики решения задач оптимизации для оболочек переменной толщины.

8. Предложенная методика расчета и оптимизации напряженного состояния толстостенных оболочек и соответствущее программное обеспечение могут быть использованы при разработке технологии изготовления и упрочняющей термообработки толстостенных элементов конструкций, а также построении рациональных схем нагружения трубопроводов в процессе их подьема и укладки непрерывным способом.

Основные результаты диссертации изложены в работах:

1. Кисиль Л.Ю. Минимаксная задача оптимизации напряженно-деформируемого состояния цилиндрической оболочки, находящейся в условиях нагрева и силового нагружения. /Материалы 11-ой конференции молодых ученых Института прикладных проблем механики и математики АН УССР, г. Львов, 1-3 октября 1985 г. В 2-х ч. Ч.1., С. 88-95. Рук. депонирована в ВИНИТИ № 1089-В 87.

2. Бурак Я.И., Гера Б.В., Кисиль Л.Ю. Смешанные экстремальные

задачи термоупругости. /Смешанные задачи механики деформируемого тела. III Всесоюзная конференция. Харьков, 3-6 июня 1985 г. Тезисы докладов. - Харьков: Харьковский политехнический институт,1985 г.- С.87.

3. Кисиль Л.Ю.Минимаксная задача оптимизации неосесимметричного отжига тонкостенных труб большого диаметра. /Проблемы оптизации в машиностроении. II Всесоюзная школа молодых ученых. Алушта, 16-22 мая 1986 г. Тезисы докладов. - Харьков, Харьковский политехнический институт, 1986.- С. 88-89.
4. Кисиль Л.Ю. Программа нахождения условного минимаксимума негладкой функции многих переменных. /Проблемы оптимизации в машиностроении. Класификатор математического обеспечения. - Харьков, Харьковский политехнический институт, 1986.- С. 37.
5. Гера Б.В., Кисиль Л.Ю. Оптимальный по быстродействию нагрев пластины при ограничениях на температуру нагрева и температурные напряжения. // Мат. методы и физ.-мех. поля.- 1986.- Вып. 23.- С.68-72.
6. Кисиль Л.Ю. Применение вариационно-асимптотического метода к построению расчетных моделей термоупругих оболочек и стержней. /Численные методы механики сплошной среды. Тезисы докладов Школы молодых ученых (Шушенское 28.05-03.06. 1987 г.) - Красноярск: Красноярский госуниверситет, 1987г. Ч. 2.- С.102-104.
7. Кисиль Л.Ю. Минимаксная задача оптимального управления изгибом трубопроводов, находящихся под внутренним давлением протекаемой жидкости. /Теоретическая и прикладная гидродинамика, КГУ, 1988г. ч.1 Рук. депонирована в УкрНИИТИ инв № 2041 от 19.08.1988 г. Ук. 88.- С. 70-75.
8. Бурак Я.И., Кисиль Л.Ю. Применение чебышевской нормы в задачах оптимального управления напряженным состоянием термоупругих ци-

линдрических оболочек. /VI Всесоюзная конференция по управлению в механических системах. Львов, 26-28 апреля 1988 г. Тезисы докладов. - Львов: Инст. приклад. проблем механики и математики АН УССР, 1988 г.- С.25.

9. Кисиль Л.Ю. Повышение надежности толстостенных оболочечных конструкций оптимизацией распределения нагрузки. /Расчет и управление надежностью больших механических систем. Свердловск, УрО АН СССР, 1988.- С. 120.

10. Бурак Я.И., Кисиль Л.Ю. Решение минимаксных задач оптимизации термоупругого состояния толстостенных оболочек переменной толщины при сложном нагружении. // Доклады АН УССР. Сер. А.-1989-№4.- С. 38-41.

11. Кисиль Л.Ю. Оптимизация схем укладки магистральных трубопроводов большого диаметра передвижной ремонтной колонной. /Материалы 13-ой конференции молодых ученых Института прикладных проблем механики и математики АН УССР, г. Львов, 11-12 мая 1989.- С. 60-65. Рук. депонирована в ВИНИТИ № 7242-В 89.

12. Бурак Я.И., Кисиль Л.Ю. Минимаксная оптимизация напряженно-деформируемого состояния термоупругих систем / Актуальные проблемы фундаментальных наук. Москва, 1991. Сборник докладов международной научно-технической конференции. М.: Изд-во МГТУ им. Баумана, 1991. Т. 1. Секция математического моделирования. - С. 35-38.

13. Бурак Я.И., Зозуляк Ю.Д., Кисиль Л.Ю. Програма определения напряженно-деформированного состояния трубопроводов при подъеме в траншее. Государственный фонд алгоритмов и програм Украины.

Л. Кісіль

Подписано к печати 23. 01. 92. Формат $60 \times 84^1/_{16}$.
Печать офсетная. Тираж 100. Зак. 37. Бесплатно.
Тип. ПТУ № 58. 290008, Львов, Ив. Федорова, 9.