БЕЛОРУССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ имени В.И. ЛЕНИНА

На правах рукописи

НЕМЕЦ ВЛАДИМИР СТЕФАНОВИЧ

ОДНОЗНАЧНЫЕ РЕШЕНИЯ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

01.01.02 - дифференциальные уравнения

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

МИНСК - 1991

Работа выполнена в Гродненском государственном университете имени Янки Купалы

Научный руководитель:	кандидат физико-математических наук, доцент В.Н. ГОРБУЗОВ
Официальные оппоненты:	доктор физико-математических наук, профессор К.Г. ВАЛЕЕВ
	кандидат физико-математических наук, доцент В.И. ГРОМАК
Ведущее высшее учебное заведение:	Нижегородский государственный университет

Защита диссертации состоится "21" февраля 1992 года в 10 часов на заседании специализированного Совета К 056.03.10 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Белорусском ордена Трудового Красного Знамени государственном университете имени В.И. Ленина по адресу: 220080, г. Минск, Ленинский проспект, 4, главный корпус, ауд. 206.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Белорусского государственного университета имени В.И. Ленина.

Автореферат разослан "___"____________ 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета,
доцент В.И. КОРЗЮК

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Исследованию и построению однозначных решений алгебраических дифференциальных уравнений посвящено большое количество работ различных авторов. Теория целых трансцендентных и полиномиальных решений алгебраических дифференциальных уравнений развивалась в работах S. Bank, W.C. Brenke, J. Laine, A. Mambriani, E. Rainville, J.A. Sapkarev, G. Valiron, A. Wiman, H. Wittih, П.Р. Лазова, Д.С. Димитровского, А.А. Гольдберга, В.Н. Горбузова и др. Рациональные решения для уравнений специальных видов рассматривались Н.А. Лукашевичем, А.И. Яблонским, В.И. Громаком, M. Bhargava и H. Kaufman, Zhong Xiakuan.

Данная диссертация по используемым методам и полученным результатам относится к аналитической теории дифференциальных уравнений и примыкает к теории максимального члена Вимана - Валирона.

Цель работы - изучение свойств целых трансцендентных, полиномиальных и рациональных решений алгебраических дифференциальных уравнений.

Методы исследования. В работе используются общие методы теории функций комплексного переменного, теория максимального члена Вимана - Валирона, метод ломаных Ньютона.

Научная новизна. В диссертации изучены свойства целых трансцендентных решений: характеристики роста, построение целых трансцендентных решений; изучен вопрос о характере особых точек; разработан структурный метод построения полиномиальных и рациональных решений; выделен класс алгебраических дифференциальных уравнений с максимальным числом полиномиальных решений заданной структуры; изучены характеристики роста рациональных решений.

Приложения. Диссертация носит теоретический характер, однако её результаты могут найти применение в решении задач аналитической теории.

Апробация. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на Всесоюзных конференциях по дифференциальным уравнениям (Иркутск, 1986 г.; Воронеж, 1990 г.), Белоруских республиканских научных конференциях (Минск, 1989 г.; Минск, 1990 г.; Гродно, 1990 г.), на городском научном семинаре по дифференциальным уравнениям г. Ленинграда, научном семинаре Гродненского госуниверситета им. Я. Купалы.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в работах [1 - 10].

Структура и объём диссертации. Работа выполнена на 125 страницах машинописного текста и состоит из введения, трех глав и списка цитируемой литературы, включающего 176 наименований.

На защиту выносятся следующие результаты:

1. Свойства целых трансцендентных решений: характеристики роста целых трансцендентных решений алгебраического дифференциального уравнения общего вида; построение целых трансцендентных решений с конечным числом нулей дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами.

2. Свойства полиномиальных решений: построение полиномиальных решений алгебраического дифференциального уравнения общего вида структурным методом; выделение классов алгебраических дифференциальных уравнений общего вида имеющих максимальное число полиномиальных решений заданной структуры.

3. Свойства рациональных решений: нахождение степеней рациональных решений; построение рациональных решений алгебраического дифференциального уравнения общего вида структурным методом.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В первой главе изучаются свойства целых трансцендентных решений уравнения

$$\sum_{i=0}^{N} B_i(z) \prod_{k=0}^{s_i} \left\{ w^{(l_{k_i})} \right\}^{\nu_{k_i}} = 0, \qquad (I)$$

где l_{k_i} и ν_{k_i} – целые неотрицательные числа; если $B_i(z)$ – полином, то он имеет следующее лексикографическое расположение членов: $B_i(z) = \beta_i z^{b_i} + \ldots$, $\beta_i \neq 0$, если же $B_i(z)$ – целая трансцендентная функция, то она имеет следующие порядок и тип, соответственно: $\operatorname{ord} B_i(z) = \rho_i$, $\operatorname{typ} B_i(z) = \sigma_i$.

Для уравнения (I) изучаются характеристики роста целых трансцендентных решений. В частности справедливы следующие утверждения:

Теорема I.I.I. Пусть в уравнении (I) члены расположены в соответствии с соотношениями

$$\varkappa_0 = \ldots = \varkappa_p = d,\ d > \varkappa_\eta,\ 0 \leq p < N,\ \eta = \overline{p+1, N}; \qquad (2)$$

$$\mathfrak{M}_0 = \ldots = \mathfrak{M}_h = \mathfrak{M},\ \mathfrak{M} > \mathfrak{M}_j,\ 0 \leq h \leq p,\ j = \overline{h+1, p}; \qquad (3)$$

коэффициенты $B_0(z)$, $B_1(z)$, ..., $B_p(z)$ – полиномы комплексного переменного z, удовлетворяющие ограничениям

$$b_0 = \ldots = b_\lambda = b,\ b > b_\tau,\ 0 \leq \lambda \leq h,\ \tau = \overline{\lambda+1, h}; \qquad (4)$$

$$b - \mathfrak{M} \geq b_j - \mathfrak{M}_j,\ j = \overline{h+1, p}; \qquad (5)$$

$$\sum_{l=0}^{\lambda} \beta_l \neq 0, \qquad (6)$$

а коэффициенты $B_{p+1}(z)$, ..., $B_N(z)$ – целые трансцендентные функции, обладающие свойствами

$$\rho_{p+1} = \ldots = \rho_{p+\alpha} = \rho,\ \rho > \rho_\gamma,\ 1 \leq \alpha \leq N-p,\ \gamma = \overline{p+\alpha+1, N}; \qquad (7)$$

$$\sigma_{p+1} = \ldots = \sigma_{p+\theta} = \sigma,\ \sigma > \sigma_z,\ 1 \leq \theta \leq \alpha,\ z = \overline{p+\theta+1, p+\alpha}.$$

Тогда обыкновенное дифференциальное уравнение (I) может иметь целые трансцендентные решения $w = w(z)$ такие, что их порядок $\operatorname{ord} w \leq \rho$, причем, если порядок $\operatorname{ord} w = \rho$, то их тип $\operatorname{typ} w \leq G$.

Теорема I.I.2. Пусть выполняются условия

$$x_0 = \ldots = x_p = d,\ d > x_\eta,\ 0 \leq p \leq N,\ \eta = \overline{p+1, N}; \tag{7}$$

$$m_0 = \ldots = m_h = m,\ m > m_j,\ 0 \leq h \leq p,\ j = \overline{h+1, p};$$

$$b_0 = \ldots = b_\lambda = b,\ b > b_\tau,\ 0 \leq \lambda \leq h,\ \tau = \overline{\lambda+1, h};$$

$$b - m < b_j - m_j,\ \exists\, j \in \{h+1, \ldots, p\};$$

$$\sum_{l=0}^{\lambda} \beta_l \neq 0.$$

Тогда алгебраическое дифференциальное уравнение (I) может иметь целые трансцендентные решения лишь порядков ρ, удовлетворяющих неравенству

$$\rho \leq \max_{j = \overline{h+1, p}} \left\{ \frac{(b - m) - (b_j - m_j)}{m_j - m} \right\}.$$

Теорема I.I.3. Пусть выполняются условия (7) и

$$m_0 = \ldots = m_h = m,\ m < m_j,\ 0 \leq h \leq p,\ j = \overline{h+1, p};$$

$$b_0 = \ldots = b_\lambda = b,\ b > b_\tau,\ 0 \leq \lambda \leq h,\ \tau = \overline{\lambda+1, h};$$

$$\sum_{l=0}^{\lambda} \beta_l \neq 0.$$

Тогда алгебраическое дифференциальное уравнение (I) может иметь целые трансцендентные решения лишь порядков ρ, удовлетворяющих неравенству

$$\rho \geq \min_{j = \overline{h+1, p}} \left\{ \frac{(b - m) - (b_j - m_j)}{m_j - m} \right\}.$$

Для уравнения (I) изучены свойства особых точек однозначных решений.

Теорема I.I.4. Если для алгебраического дифференциального уравнения (I) выполняются условия (2) - (6), то среди однозначных решений только рациональные имеют конечное число полюсов.

Теорема I.I.5. Если выполняются условия (2) - (6), то алгебраическое дифференциальное уравнение (I) не имеет решений с изолированными однозначными существенно особыми точками.

Все эти исследования апробируются на уравнениях второго и третьего порядков типа Пенлеве.

Свойства целых трансцендентных решений с конечным числом нулей изучаются на основе уравнения вида

$$\mathcal{D}(z)\, w' = \sum_{i=0}^{n} \sum_{j=0}^{s_i} A_{ij}(z) \exp B_{ij}(z)\, w^i, \; n \geq 2. \qquad (8)$$

Основной результат состоит в следующем

Свойство I.2.I5. Дифференциальное уравнение (8) при $\mathcal{D}(z) \equiv$ $\equiv const$, может иметь целые трансцендентные решения, которые

а) не имеют нулей, и у всех общая экспоненциальная часть;

б) имеют конечное число нулей, и у всех общая экспоненциальная часть;

в) имеют бесконечно много нулей;

г) одно целое решение не имеет нулей, а все остальные - имеют бесконечно много нулей;

д) одно целое решение имеет конечное число нулей, а все остальные имеют бесконечно много нулей.

Глава II посвящена построению полиномиальных решений алгебраического дифференциального уравнения (I) структурным методом. Для этого уравнение (I) рассматривается в виде

$$\sum_{i=0}^{T} A_i(z)\, \mathcal{F}_i(z, w, w', \ldots, w^{(\lambda_i)}) = 0, \qquad (9)$$

где $A_i(z)$ и $\mathcal{F}_i(z, w, w', \ldots, w^{(\lambda_i)})$ - полиномы своих аргументов и

$$a_r + \varphi_r(m) < a_j + \varphi_j(m) = a_z + \varphi_z(m),\ r=\overline{0,T}, \tag{IO}$$
$$r \neq j,\ r\neq z,\ z\neq j,\ z\in\{0,1,\ldots,T\},\ j\in\{0,1,\ldots,T\},$$

где $\deg A_i(z) = a_i$, $\deg \mathcal{P}_i(z, w(z), w'(z), \ldots, w^{(\lambda_i)}(z)) = \varphi_i(m)$, $\deg w(z) = m$ и, кроме того,

$$\mathcal{P}_k = \{\mathfrak{M}(z,w,w',\ldots,w^{(\delta)})\}^{l}\{\mathfrak{M}_k(z,w,w',\ldots,w^{(\rho_k)})\}^{\sigma},\ k\in\{z,j\}. \tag{II}$$

Основной результат составляет

Теорема 2.2.I. Алгебраическое дифференциальное уравнение (9) при (II) может иметь полиномиальные решения $w = w(z)$ степени $\deg w(z) = m$, удовлетворяющей соотношениям (IO), если этот полином является решением уравнения

$$\mathfrak{M}(z, w, w', \ldots, w^{(\delta)}) = 0$$

или решением хотя бы одного из уравнений

$$\mathfrak{M}_j(z, w, w', \ldots, w^{(\rho_j)}) - \varepsilon_t\, \gamma(z)\, \mathfrak{M}_z(z, w, w', \ldots, w^{(\rho_z)}) =$$
$$= \varepsilon_t P(z),\ t = \overline{1,\sigma},$$

где ε_t - корни уравнения $\varepsilon^{\sigma} = 1$, $P(z)$ - некоторый полином степени p, определяемой соотношением

$$p = \mathcal{R}(m) - a_j - l\,\mathfrak{M}(m) - (\sigma - 1)\{\gamma + \mathfrak{M}_z(m)\}$$

причем, если $p<0$, то $P(z) \equiv 0$.

Указанный метод построения полиномиальных решений апробируются на алгебраических дифференциальных уравнениях специальных видов.

В этой же главе выделяется класс алгебраических дифференциальных уравнений (I) имеющих максимальное количество полиномиальных решений заданной структуры.

Теорема 2.2.I. Для того, чтобы все полиномы

$$w = \varepsilon_t S(z) + P(z)$$

при всех $t = \overline{1,\sigma}$ были решениями алгебраического дифференциального уравнения (I), необходимо и достаточно выполнения тождеств

$$\sum_{i=0}^{N} B_i(z) \sum_{\tau_1=0}^{\gamma_1(\lambda)} \sum_{\tau_2=0}^{\gamma_2(\lambda)} \ldots \sum_{\tau_{s_i}=0}^{\gamma_{s_i}(\lambda)} \prod_{k=1}^{s_i} \binom{\nu_{ki}}{{}_\lambda X_{k\tau_k}} \times$$

$$\times \left[P^{(l_{ki})}(z) \right]^{\nu_{ki} - {}_\lambda X_{k\tau_k}} \left[S^{(l_{ki})}(z) \right]^{{}_\lambda X_{k\tau_k}} \equiv 0,$$

где $\lambda = \overline{0, \delta-1}$, числа $\gamma_k(\lambda)$ и ${}_\lambda X_{k\tau_k}$ определяются в зависимости от группировки

$$\sum_{k=1}^{s_i} j_k = m\delta, \sum_{k=1}^{s_i} j_k = 1 + m\delta, \ldots, \sum_{k=1}^{s_i} j_k = (\delta-1) + m\delta.$$

<u>Глава III</u> посвящена нахождению свойств рациональных решений

$$w(z) = \frac{\alpha_p z^p + \ldots + \alpha_0}{\gamma_q z^q + \ldots + \gamma_0} \equiv \frac{P(z)}{Q(z)} \qquad (12)$$

алгебраического дифференциального уравнения

$$\sum_{i=0}^{N} B_i(z) \prod_{k=0}^{n} \left\{ w^{(k)} \right\}^{\nu_{ki}} = 0, \qquad (13)$$

где $B_i(z)$ - полиномы.

Степень рациональной функции (12) вводится как упорядоченная пара чисел: $deg\, w(z) = (p, q)$.

Определение 3.1.1. Будем говорить, что рациональное решение (12) степени $deg\, w(z) = (p, q)$ дифференциального уравнения (13) является рациональным решением с особой степенью, если

$\varkappa_{t_0} = \ldots = \varkappa_{t_h}$, $S_{t_0}(p, q) = \ldots = S_{t_f}(p, q) > S_{t_\lambda}(p, q)$,

$1 \le h \le N$, $1 \le f \le h$, $\lambda = \overline{f+1, N}$,

при $p - q \ne \tau$, $\tau = \overline{0, n-1}$; и если

$\eta_{\tau t_0} = \ldots = \eta_{\tau t_h}, \; S_{t_0}(p,\tau,l_\tau) = \ldots = S_{t_f}(p,\tau,l_\tau) >$

$> S_{t_\lambda}(p,\tau,l_\tau), \; 1 \le h \le N, \; 1 \le f \le h, \; \lambda = \overline{f+1, N}$,

при $p-q=\tau$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$, где $S_i(p,q)$ – функция степени.

Для неособых степеней рациональных решений справедлива

Теорема 3.1.1. Дифференциальное уравнение (13) может иметь рациональные решения (12) неособой степени $\deg w(x) = (p,q)$ лишь такие, что:

а) при $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0, n-1}$, разность $p-q$ содержится в наборе

$$\left\{ \frac{(b_i - m_i) - (b_j - m_j)}{x_j - x_i} \right\}, \; i = \overline{0,N}, \; j = \overline{0,N}, \; i \ne j, \; x_i \ne x_j,$$

причем в набор входят лишь целые числа, неравные τ ;

б) при $p-q=\tau$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$, натуральное число l_τ такое, что $\Delta_k^{\tau+1} = 0$, $k = \overline{1, l_\tau - 1}$, $\Delta_{l_\tau}^{\tau+1} \ne 0$, $1 \le l_\tau \le p - \tau$ содержится в наборе

$$\left\{ \frac{(b_i - m_i) - (b_j - m_j)}{\eta_{\tau i} - \eta_{\tau j}} + \tau \, \frac{(x_i - \eta_{\tau i}) - (x_j - \eta_{\tau j})}{\eta_{\tau i} - \eta_{\tau j}} \right\}$$

$$i = \overline{0,N}, \; j = \overline{0,N}, \; i \ne j, \; \eta_{\tau i} \ne \eta_{\tau j},$$

Δ_j^{l+1} – определитель, составленный на основе α_i, γ_j по описанному в диссертации правилу.

Для особых степеней рациональных решений справедливы

Теорема 3.1.4А. Дифференциальное уравнение (13) может иметь рациональные решения (12) особой степени (p,q), $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0, n-1}$, доставляемые блоком

$$x_{r,t_0} = \ldots = x_{r,t_{h_r}} \neq x_{r,t_{\varepsilon_r}} \quad b_{r,t_0} - m_{r,t_0} = \ldots =$$
$$= b_{r,t_{f_r}} - m_{r,t_{f_r}} > b_{r,t_{\delta_r}} - m_{r,t_{\delta_r}},$$
$$S_{r,t_0}(p,q) > S_{r,t_{\varepsilon_r}}(p,q),\ 1 \le h_r \le N,\ \varepsilon_r = \overline{h_r+1,N},$$
$$1 \le f_r \le h_r,\ \delta_r = \overline{f_r+1,h_r},$$

лишь такой, что разность $p-q$ является корнем уравнения

$$\sum_{\lambda=0}^{f_r} K^*_{r,t_\lambda}(p,q) = 0.$$

Теорема 3.I.4Б. Дифференциальное уравнение (I3) может иметь рациональные решения (I2) особой степени $(p, p-\tau)$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$, доставляемые блоком

$$l_{r,\tau t_0} = \ldots = l_{r,\tau t_{h_r}} \neq l_{r,\tau t_{\varepsilon_r}},\ b_{r,t_0} + \tau x_{r,t_0} - m_{r,t_0} =$$
$$= \ldots = b_{r,t_{f_r}} + \tau x_{r,t_{f_r}} - m_{r,t_{f_r}} > b_{r,t_{\delta_r}} + \tau x_{r,t_{\delta_r}} -$$
$$- m_{r,t_{\delta_r}},\ S_{r,t_0}(p,\tau,l_\tau) > S_{r,t_{\varepsilon_r}}(p,\tau,l_\tau),$$
$$1 \le h_r \le N,\ \varepsilon_r = \overline{h_r+1,N},\ 1 \le f_r \le h_r,$$
$$\delta_r = \overline{f_r+1,h_r},$$

лишь тогда, когда l_τ и частное $\alpha_p / \gamma_{p-\tau}$ связаны равенством

$$\sum_{\lambda=0}^{f_r} K^*_{r,t_\lambda}(\alpha_p, \gamma_{p-\tau}, l_\tau) = 0.$$

Здесь K^*_i - функции составленные на основе коэффициентной функции.

Другой подход определения степени рациональных решений основан на асимптотическом методе установления границ изменения степени. Это § 3.2 главы III, который состоит из II теорем. Приведем две из них.

Теорема 3.2.IА. Пусть выполняются условия:

1) $\varkappa_t > \varkappa_h = \varkappa_{h+1} = \ldots = \varkappa_{h+s} > \varkappa_\mu$, $t=\overline{0,h-1}$, $0 \le h \le N$, $0 \le s \le N-h$, $\mu = \overline{h+s+1,N}$;

2) $b_h - m_h > b_{h+\rho} - m_{h+\rho}$, $\rho = \overline{1,s}$.

Тогда справедливы утверждения:

А) при $h=0$, $s=N$ дифференциальное уравнение (13) не имеет рациональных решений (12) степени (p,q) такой, что $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0,n-1}$;

Б) при $h=0$, $0 \le s < N$ дифференциальное уравнение (13) может иметь рациональные решения (12) степени (p,q), $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0,n-1}$, лишь такой, что $p-q \le \mathscr{D}_{s,h}$;

В) при $0 < h \le N$, $h+s=N$ дифференциальное уравнение (13) может иметь рациональные решения (12) степени (p,q), $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0,n-1}$, лишь такой, что $p-q \ge \mathfrak{D}_h$;

Г) при $0<h<N$, $h+s<N$ дифференциальное уравнение (13) может иметь рациональные решения (12) степени (p,q), $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0,n-1}$, $p-q < \mathfrak{D}_h$ лишь такой, что $p-q \le \mathscr{D}_{s,h}$;

Д) при $0<h<N$, $h+s<N$ дифференциальное уравнение (13) может иметь рациональные решения (12) степени (p,q), $p-q \ne \tau$, $\tau = \overline{0,n-1}$, $p-q > \mathscr{D}_{s,h}$ лишь такой, что $p-q \ge \mathfrak{D}_h$.

Теорема 3.2.1Б. Пусть выполняются условия:

1) $\eta_{\tau t} > \eta_{\tau h} = \eta_{\tau h+1} = \ldots = \eta_{\tau h+s} > \eta_{\tau\mu}$, $t=\overline{0,h-1}$, $0 \le h \le N$, $0 \le s \le N-h$, $\mu = \overline{h+s+1,N}$;

2) $b_h - m_h + \tau \varkappa_h > b_{h+\rho} - m_{h+\rho} + \tau \varkappa_{h+\rho}$, $\rho = \overline{1,s}$.

Тогда справедливы утверждения:

А) при $h=0$, $s=\mathcal{N}$ дифференциальное уравнение (I3) не имеет рациональных решений (I2) со степенями $(p, p-\tau)$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$;

Б) при $h=0$, $0 \le s < \mathcal{N}$ дифференциальное уравнение (I3) может иметь рациональные решения (I2) степени $(p, p-\tau)$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ лишь такой, что $l_\tau \geq \mathcal{L}_{s,0\tau}$;

В) при $0 < h \le \mathcal{N}$, $h+s=\mathcal{N}$ дифференциальное уравнение (I3) может иметь рациональные решения (I2) степени $(p, p-\tau)$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$ лишь такой, что $l_\tau \le \mathcal{R}_{h\tau}$;

Г) при $0 < h < \mathcal{N}$, $h+s < \mathcal{N}$ рациональные решения (I2) степени $(p, p-\tau)$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$, для которых $l_\tau > \mathcal{R}_{h\tau}$, у дифференциального уравнения (I3) могут быть лишь такие, что $l_\tau \geq \mathcal{L}_{s,h\tau}$;

Д) при $0 < h < \mathcal{N}$, $h+s < \mathcal{N}$ рациональные решения (I2) степени $(p, p-\tau)$, $\tau \in \{0, 1, \ldots, n-1\}$, для которых $l_\tau < \mathcal{L}_{s,h\tau}$, у дифференциального уравнения (I3) могут быть лишь такие, что $l_\tau \le \mathcal{R}_{h\tau}$.

Все эти исследования, проведенные в § 3.I и 3.2 главы III, апробируются на уравнениях второго и третьего порядков типа Пенлеве.

Числа $\mathcal{W}_{s,h}$, $\mathcal{M}_h$, $\mathcal{L}_{s,h\tau}$ и $\mathcal{R}_{h\tau}$ составлены на основе характеристик уравнения l_{ki}, ν_{ki} и b_i по описанному в диссертации правилу.

В § 3.3 этой же главы указан метод построения рациональных решений алгебраического дифференциального уравнения (I3) в целом, который является аналогом метода приведенного в § 2.2 главы II для полиномиальных решений.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Горбузов В.Н., Немец В.С. К вопросу экспоненциально - полиномиальных решений нелинейного дифференциального уравнения// Доклады АН БССР. - I986. - Т. 30, № 4. - С. 297 - 300.

2. Немец В.С., Горбузов В.Н. Целые функции, определяемые обыкновенными дифференциальными уравнениями. - Тезисы докладов УI Всесоюзной конференции "Качественная теория дифференциальных уравнений" (I - 3 июля I986 г., г. Иркутск). - Иркутск, I986. - С. I35 - I36.

3. Горбузов В.Н., Немец В.С. Целые функции - решения дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами// Pnime Matematike . - I988.- № 3. - С. 23 - 34.

4. Горбузов В.Н., Немец В.С. О целых решениях одного нелинейного дифференциального уравнения первого порядка. - Минск: Ред. ж. "Дифференц. уравнения", I988 г. - 26 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 25 мая I988 г., № 40I5 - В88).

5. Горбузов В.Н., Немец В.С. Построение в целом полиномиальных решений с заданным показателем степени// Дифференц. уравнения.- I988. - Т. 24, № 9. - С. I633 - I636.

6. Лукашевич Н.А., Денисковец А.А., Немец В.С. Алгебраические дифференциальные уравнения с максимальным числом полиномиальных решений заданной структуры// Дифференц. уравннния. - I988.- Т. 24, № I2. - С. 2I72 - 2I74.

7. Немец В.С. Структуры полиномиальных решений алгебраических дифференциальных уравнений. - Тезисы докладов Республиканской конференции молодых ученых и специалистов "Применение информации и вычислительной техники при решении народнохозяйственных

задач" (4 - 7 мая 1989 г., г. Минск). - Минск: БГУ, 1989. - С. I4.

8. Немец В.С. Целые решения дифференциальных уравнений первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами. - Минск: Ред. ж. "Дифференц. уравнения", 1989. - I9 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ II декабря 1989 г., № 7313 - В89).

9. Немец В.С. К вопросу целых решений нелинейного дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными квазиполиномиальными коэффициентами. - Материалы межреспубликанской научно - практической конференции творческой молодежи "Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение" (2 - 6 апреля 1990 г., г. Минск). - Минск: БГУ, 1990. - С. I72 - I73.

I0. Горбузов В.Н., Немец В.С. Об однозначных решениях дифференциальных уравнений// Дифференц. уравнения. - 1990. - Т. 26, № 6. - С. I084 - I085.

Подписано в печать 3.01.92. Формат 60х84 I/I6.
Усл. печ.л. 0,87. Тираж I00 экз. Заказ 46 . Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте Гродненского
государственного университета им. Я. Купалы
230023, г. Гродно, ул. Ожешко, 22.

ния" (4 – 7 мая 1989 г., г. Минск). – Минск, 1989, Ч. II. – С.114.

16. Немец В.С. Целые решения дифференциальных уравнений первого порядка с обобщенными многочленами коэффициентами. – Минск, 1989. – 19 с. (Рукопись деп. в ВИНИТИ 11 декабря 1989 г., № 7313 – В89).

17. Немец В.С. К вопросу о целых решениях дифференциального уравнения первого порядка с обобщенными многочленами коэффициентами. – [Тезисы] межреспубликанской научно-теоретической конференции молодежи "Актуальные проблемы информатики: математическое, программное и информационное обеспечение" (3 – 5 апреля 1990 г., г. Минск). – Минск, 1990. – С. 178 – 179.

18. Гаврусев В.И., Немец В.С. Об однозначных решениях дифференциальных уравнений // Дифференц. уравнения. – 1990. – Т. 26, № 6. – С. 1082 – 1085.

Подписано к печати 5.10.90. Формат 60х84 1/16.
Усл. печ. л. 0,93. Тираж 100 экз. Заказ 4 . Бесплатно.

Отпечатано на ротапринте Гродненского
государственного университета им. Я. Купалы
230023, г. Гродно, ул. Ожешко, 22.

[illegible]