

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ им. Г. В. КАРПЕНКО

На правах рукописи

СТАДНИК
Мирон Михайлович

**МЕТОДЫ ОЦЕНКИ ПРОЧНОСТИ
И ДОЛГОВЕЧНОСТИ КОНСТРУКЦИОННЫХ
МАТЕРИАЛОВ СО СПЛЮСНУТЫМИ ДЕФЕКТАМИ**

Специальность 01.02.04 — механика деформируемого
твердого тела

Диссертация
на соискание ученой степени
доктора технических наук
в форме научного доклада

ДВ 25.476

Работа выполнена в Физико-механическом институте им. Г. В. Карпенко АН Украины.

Официальные оппоненты: член-корреспондент АН Украины, доктор физико-математических наук, профессор КИТ Г. С.; доктор физико-математических наук, профессор ПОДИЛЬЧУК Ю. Н.; доктор технических наук ЯСНИЙ П. В.

Ведущая организация — Донецкий государственный университет (г. Донецк).

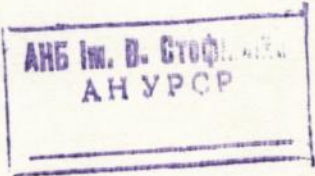
Защита состоится « 26 » марта 1992 г. в 15 час. 00 мин. на заседании специализированного совета ДР 016.42.99 в Физико-механическом институте им. Г. В. Карпенко АН Украины по адресу: 290601, Львов, ГСП, ул. Научная, 5.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института.

Диссертация в форме научного доклада разослана « 20 » февр/февр 1992 года.

Ученый секретарь
специализированного совета
доктор технических наук

НИКИФОРЧИН Г. Н.



ЛННБ України ім. В. Стефаника



00815803 (P)

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Развитие новой техники ставит перед наукой о прочности конструкционных материалов, в том числе и перед механикой деформируемого твердого тела новые задачи, связанные с повышением прочности, долговечности и снижением металлоемкости элементов машин и конструкций. Реализация таких задач заключается в создании материалов с заданными физико-механическими характеристиками и разработке методов определения работоспособности материалов, прочности и живучести машин и сооружений, подвергающихся воздействию статическим и усталостным нагружениям.

Важной проблемой в последние годы стало предотвращение квазихрупкого разрушения инженерных конструкций, возникающего из-за повышения прочности конструкционных материалов, приводящей к снижению их сопротивления зарождению и росту трещины при напряжениях ниже предела текучести. Основными инициаторами возникновения локального разрушения, как известно, являются различные дефекты, имеющиеся практически во всех конструкционных материалах. В особенности опасными являются дефекты в виде сплюснутых полостей различного прочностного заполнения, которые называют дефектами типа трещин, несмотря на то, что они часто являются тонкими пластинчатыми включениями. Но, независимо от того, какими характеристиками будет обладать заполнение полости, с точки зрения прочности материала инородная фаза является концентратором напряжений, возле которого начинается процесс разрушения. Исследованию этих вопросов посвящено ряд работ как советских, так и зарубежных исследователей. В работах диссертанта [1-4] представлен достаточно обширный обзор по этой проблеме, включающий анализ и синтез результатов, связанных с определением предельно-равновесного состояния многокомпонентных тел, установлением периода зарождения усталостной трещины у вершин этих концентраторов, а также ее распространение в упругопластической матрице.

Однако, несмотря на довольно обширную библиографию работ в этом направлении, еще мало исследованы вопросы о взаимодействии тонких упругих включений, влияния граничных поверхностей и формы включений на поле напряжений в трехмерных телах, недостаточно разработаны критерии о локальном разрушении тел с концентраторами напряжений и о зарождении усталостных трещин возле них, недостаточно развиты эффективные приближенные методы по реализации указанного класса-задач для конкретных элементов конструкций,

подвергающихся силовому и температурному нагружению, которые составляют основу инженерных методов расчета их прочности и долговечности.

Решению этих вопросов, составляющих научно-техническую проблему, которая имеет важное значение для народного хозяйства, посвящена данная диссертация.

Цель и задачи работы. Целью работы является создание физически обоснованных эффективных подходов для определения прочности и долговечности упругопластических тел, ослабленных полостями различной прочностной заполненности и подвергнутых статическому, циклическому и температурному нагружению, и разработке на этой основе инженерных методов оценки прочности и долговечности элементов конструкций. Достижение этой цели осуществляется путем решения комплекса следующих задач:

- обобщения существующих и создание новых критериев локального разрушения упругопластических тел с полостями и включениями;
- создание новой реологической модели заполнителя полостей;
- построение двумерных сингулярных интегральных уравнений термоупругого равновесия тел с упомянутыми выше дефектами и разработка методов для их решения;

- разработка инженерных методов оценки прочности и долговечности элементов конструкций с концентраторами напряжений указанного типа.

Научная новизна. В работе сформулирована новая математическая модель тонкого упругого включения произвольной жесткости, связывающая термоупругие напряжения и смещения его поверхностей и построены двумерные сингулярные интегральные уравнения термоупругого равновесия трехмерных тел с плоскими разрезами, характеризующиеся скачками напряжений и смещений их берегов. Это позволило установить основные уравнения для определения параметров дальнего поля напряжений в теле с включениями, которые в сочетании с установленными в работе формулами для оценки ближнего поля, дают решение задачи о концентрации напряжений возле включений. Таким образом, показана возможность решения задач о концентрации напряжений возле включений через сингулярные составляющие соответствующих задач теории трещин.

Установлено критериальное уравнение для предельно-равновесного состояния упругопластического тела с заполненным и незаполненным шелеподобным концентратором напряжений.

Сформулирована расчетная модель для определения периода за-

рождения усталостной трещины у вершины вытянутого концентратора, содержащегося в упругопластическом теле. Эта модель применима для случаев, когда возле концентратора возникает локализованная пластическая зона при заданном циклическом нагружении тела.

Развит эффективный метод сингулярных интегральных уравнений для решения широкого класса новых трехмерных задач об определении упругого и термоупругого равновесия многогранника с тонкими включениями.

Разработан интерполяционный метод приближенного решения практически важных многопараметрических задач для тел сложной конфигурации с системами трещин и включений.

Для приближенного решения упругопластических задач теории трещин предложен эффективный метод эквивалентных состояний, позволяющий определять раскрытие вершины трещины, содержащейся в трехмерном упругопластичном теле.

На основании разработанных расчетных моделей и математического метода решен широкий класс новых практически важных задач о зарождении и распространении трещин в упругопластических телах с полостями и включениями.

Достоверность проведенных исследований подтверждается физической корректностью установленных критериев и расчетных моделей, математической точностью в постановке и решении задач, хорошей корреляцией полученных результатов с известными в литературе данными как аналитического, так и экспериментального характера.

Научное значение и практическая ценность состоит в создании теории предельно-равновесных состояний и усталостного разрушения упругопластичных тел со сплюснутыми полостями различной прочностной заполненности и разработке на этой основе инженерных методов для оценки прочности и долговечности элементов конструкций. Разработки направлены на построение общей теории прочности и долговечности материалов, а также усовершенствование инженерных методов расчета элементов конструкций.

Разработанные здесь методы применены для расчета прочности и долговечности элементов конструкций таких как: элементы конструкций из материалов типа чугуна; опорные валки прокатных станов; тяжело нагруженные толстостенные трубы; трубные стawy для добычи полезных ископаемых со дна мирового океана. Эти результаты внедрены на ряде предприятий, что дало значительный экономический эффект.

На защиту выносятся следующие основные положения:

- создание новой математической модели тонкого упругого включения произвольной жесткости, связывающей термоупругие напряжения и смещения его поверхностей;

- установление новых формул, позволяющих определять величину концентрации напряжений (ближнее поле) у вершин плавно округленных тонких включений произвольной жесткости по данным решения соответствующих сингулярных задач (дальнее упругое поле);

- установление двухпараметрического деформационного критерия для определения предельно-равновесного состояния упругопластического тела, содержащего щелеподобные заполненные и незаполненные концентраторы напряжений;

- разработка расчетной модели для установления периода зарождения усталостной трещины нормального разрыва у вершины тонкого концентратора напряжений, содержащегося в упругопластичном материале;

- разработка метода сингулярных двумерных интегродифференциальных уравнений для определения дальнего поля термоупругих напряжений в многограннике, содержащем системы тонких упругих включений;

- создание эффективного интерполяционного метода для приближенного решения важных с точки зрения инженерной практики многопараметрических задач, возникающих в случае тел сложной конфигурации с системами включений;

- разработка приближенного метода эквивалентных состояний для определения раскрытия вершины трещины, находящейся в трехмерном упругопластичном теле;

- создание приближенного подхода для определения величины остаточных напряжений у неоднородностей в результате предварительного пластического деформирования материала (прокатка, ковка, вытяжка и т.д.);

- решение широкого класса новых важных как с теоретической, так и прикладной точек зрения задач для двумерных и трехмерных тел, ослабленных тонкими концентраторами напряжений, для определения упругодеформированного состояния, а также их прочности и долговечности при статическом и циклическом нагружениях;

- создание инженерных методов расчета на прочность и долговечность элементов конструкций, в том числе опорных валков прокатного стана $\varnothing 1500 \times 1700$ мм, трубных элементов спецтехники, трубного става для добычи полезных ископаемых с дна мирового океана

и др., которые внедрены в инженерную практику со значительным экономическим эффектом, а также создали основу разработанного вместе с предприятием "Буревестник" РГМ по расчету усталостной долговечности элементов конструкций.

Личный вклад автора. В представленной работе изложены результаты многолетних (свыше 17 лет) исследований автора, выполненных им в Физико-механическом институте им. Г.В.Карпенко АН Украины. Проведенные здесь основные теоретические результаты получены автором самостоятельно, а некоторые результаты прикладного характера получены вместе с другими сотрудниками ФМИ АН Украины.

Апробация работы. Основные результаты исследований были представлены:

- на съездах: У Всесоюзном съезде по теоретической и прикладной механике (Алма-Ата, 1981 г.), II Всесоюзном съезде по теории машин и механизмов (Одесса, 1982 г.);

- на II международной конференции "Сварка трубчатых конструкций" (США, Востон (штат Массачусетс), 1984);

- на Всесоюзных конференциях, симпозиумах, совещаниях: III Всесоюзной научно-технической конференции "Термомеханические методы разрушения горных пород" (Днепропетровск, 1976); I, III и IV Всесоюзных конференциях "Смешанные задачи механики деформируемого тела" (Ростов-на-Дону, 1977; Харьков, 1985; Одесса, 1989); VI и VII Всесоюзных конференциях по коллоидной химии и физико-химической механике (Минск, 1977; Ташкент, 1983); VII, VIII и IX Всесоюзных совещаниях и конференциях по усталости металлов (Москва, 1977; 1982; 1986); I и II Всесоюзных конференциях по теории упругости (Бреван, 1979; Тбилиси, 1984); семинаре-совещании "Физико-химическая механика крупного разрушения конструкционных материалов" (пос. Славское, Львовской обл., 1982); I Всесоюзной научно-технической конференции "Прочность, жесткость и технологичность изделий из композиционных материалов" (Каменец-Подольский, 1982); IV Всесоюзном симпозиуме "Механика конструкций из композиционных материалов" (Новосибирск, 1982); IV Всесоюзной конференции "Проблемы научных исследований в области изучения и освоения Мирового океана". Секция 7. Методы расчета и проблемы прочности конструкций из современных материалов (Владивосток, 1983); I и II Всесоюзных конференциях "Механика неоднородных структур" (Львов, 1983, 1987); V Всесоюзной конференции по механике полимерных и композитных материалов (Рига, 1983); IV Всесоюзном симпозиуме

"Малоцикловая усталость - механика разрушения, живучесть и материалосеомкость конструкций" (Краснодар, 1983); II Всесоюзной научно-технической конференции "Новые конструкционные стали и способы и методы их обработки для повышения надежности и долговечности изделий" (Запорожье, 1983); I Всесоюзном симпозиуме "Математические методы механики деформируемого твердого тела" (Москва, 1984); II и III Всесоюзных симпозиумах по механике разрушения (Житомир, 1985; 1990); V Всесоюзном симпозиуме "Малоцикловая усталость - критерии разрушения и структуры материалов" (Волгоград, 1987); I Всесоюзной конференции "Механика разрушения материалов" (Львов, 1987); I Всесоюзном симпозиуме "Механика и физика разрушения композиционных материалов и конструкций" (Ужгород, 1988); Всесоюзной конференции "Интегральные уравнения и краевые задачи математической физики" (Владивосток, 1990);

- на Республиканских конференциях, симпозиумах, семинарах: I, II и VI Республиканских научно-технических конференциях "Неметаллические включения и газы в литейных сплавах" (Запорожье, 1976, 1979, 1991); Республиканском симпозиуме "Концентрация напряжений" (Донецк, 1983); семинарах Физико-механического института АН Украины (1977-1989).

Публикации. Основные результаты научного доклада опубликованы в 46 печатных работах, в том числе в двух монографиях и двух препринтах.

I. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ И ПРОЧНОСТНЫЕ МОДЕЛИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ СО СПЛОСНЫМИ ПОЛОСТЯМИ РАЗЛИЧНОГО ЗАПОЛНЕНИЯ [5-12]

Основным базисом для решения важных научно-технических проблем прежде всего является создание математических и механических моделей, с помощью которых можно упростить процесс получения количественных результатов о напряженном состоянии в теле и, таким образом, перейти к оценке его прочности и долговечности.

I. I. Математическая модель деформирования тонкого упругого включения. Суть предложенной здесь модели состоит в следующем. Рассматривается точное включение, ограниченное поверхностью $z = \pm h(x, y)$, симметричной относительно срединной области включения S . Ввиду тонкости включения считаем, что распределение напряжений по толщине включения h соответствует линейному закону, т.е. $\partial A / \partial z = [A]_x / (2h)$, $[A]_x = A^+ - A^-$, а знаки "+" и

"-" относят функции к верхней и нижней поверхности включения. Рассматривая затем совместно дифференциальные уравнения равновесия с соотношениями Догамеля-Неймана и суммируя их на верхней и нижней поверхностях включения, приходим к шести соотношениям [5,6]

$$\frac{\partial(u_{zi})_0}{\partial \lambda_i} + \int \frac{\partial^2(u_{zi})_0}{\partial \lambda_{3-i}^2} d\lambda_i + \frac{1+\mu_1}{1-\mu_1} (\theta^0)_* + \frac{\mu_1}{(1-\mu_1)G_1} (\sigma_{zz}^0)_* +$$

$$+ \frac{1}{G_1 h} \int [\sigma_{\lambda_{12}}^0]_* d\lambda_i - 2\alpha_\theta \frac{1+\mu_1}{1-\mu_1} (T)_* = A_i^{(1)} \lambda_{3-i} + A_i^{(2)} ;$$

$$\frac{\partial(u_z^0)_0}{\partial x} + \int \frac{\partial^2(u_z^0)_0}{\partial y^2} dx + \frac{1}{h} \int [\theta^0]_* dx + \frac{1}{G_1 h} \int [\sigma_{zz}^0]_* dx = A_3^{(1)} y + A_3^{(2)} ;$$
(I)

$$\frac{(\sigma_{zz}^0)_*}{G_1} - \frac{2\mu_1(\theta^0)_*}{1-2\mu_1} - \frac{2(1-\mu_1)[u_z^0]_*}{h(1+2\mu_1)} + 2\alpha_\theta \frac{1+\mu_1}{1-2\mu_1} (T)_* = 0 ;$$

$$\frac{(\sigma_{\lambda_{12}}^0)_*}{G_1} - \frac{\partial(u_z^0)_*}{\partial \lambda_i} - \frac{[u_{zi}^0]_*}{h} = 0 ;$$

$$(x, y) \in S, \quad i=1,2; \quad \lambda_1 = x, \quad \lambda_2 = y; \quad \theta^0 = \partial u_x^0 / \partial x + \partial u_y^0 / \partial y,$$

связывающим напряжения $\bar{\sigma}^0 \{ \sigma_{xx}^0, \sigma_{yz}^0, \sigma_{zz}^0 \}$, смещения \bar{u}^0 и температуру T на них. Здесь $A_i^{(1)}, A_i^{(2)}, A_3^{(1)}, A_3^{(2)}$ - константы, характеризующие перемещение включения как жесткого целого; $(A)_* = A^+ + A^-$; μ_1, G_1 - коэффициент Пуассона и модуль сдвига включения; α_θ - коэффициент теплового расширения. Соотношения (I) представляют собой математическую модель тонкого включения произвольной жесткости, из которой легко получить частные случаи полности и абсолютно жесткого включения. Пренебрегая скачками напряжений $[\sigma_{xx}^0]_*$, $[\sigma_{yz}^0]_*$, $[\sigma_{zz}^0]_*$, что допустимо в случае, когда жесткость включения не больше жесткости матрицы, из выражений (I) получается более простая модель [7,8], базирующаяся на гипотезе типа Винклера.

Необходимо отметить, что аналогичным образом в работах Я.С.Подстригача и М.В.Хая ранее были также получены модельные соотношения для тонкого включения. Однако, в отличие от используемого здесь приема суммирования уравнений, ими применялось двукратное усреднение уравнений равновесия по толщине включения, в результате чего относительно скачков смещений получены не алгебраические соотношения (I), а дифференциальные уравнения типа Гельмгольца. Выражения (I) выгодно отличаются тем, что позволяют находить замкнутые, а иногда и точные [5] решения известных задач, поскольку решения соответствующих им сингулярных задач, имеют обычно в теории трещин особенность. Следует также сказать, что в литературе, в частности, в работах А.С.Хачикяна, К.Р.Чобаяна, Д.В.Грилицкого, С.М.Мхитаряна, Г.П.Черепанова и др. известны и другие модели тонкого включения для двумерных случаев, в основу которых положены априорные допущения тонкостенности элемента.

1.2. Обобщение формул для определения концентрации напряжений у сплюснутых полостей на случай тонких включений. Известно, что в случае сплюснутой полости распределение концентрации напряжений у ее вершины (ближнее поле напряжений) с радиусом кривизны $\rho(x, y)$ выражается через соответствующие коэффициенты интенсивности напряжений (КИН) для задачи, когда краевые условия с ее поверхности сносятся на срединную область (дальнее поле напряжений). Непосредственное применение этих выражений на случай включений может привести к существенным ошибкам, поскольку они не учитывают напряжений на торце включения, возникающих в результате действия в нем продольных усилий. Диссертантом в работе [5] предложены новые, учитывающие влияние торцевых напряжений выражения для определения ближнего поля напряжений возле включения

$$\left\{ \begin{aligned} \sigma_{zz}^k; \sigma_{zn}^k; \sigma_{zt}^k \end{aligned} \right\} = \left\{ \begin{aligned} \frac{2(\rho+n)K_I}{\sqrt{\pi}(\rho+2n)^{3/2}} + \frac{\rho\sqrt{\rho}}{\sqrt{(\rho+2n)^3}} \tilde{\sigma}_{nn}^0 + \sigma_{zz}^0; \\ \frac{2nK_{II}}{\sqrt{\pi}(\rho+2n)^{3/2}} + \frac{\sqrt{\rho}(\rho-2n)}{\sqrt{(\rho+2n)^3}} \tilde{\sigma}_{nz}^0 + \sigma_{nz}^0; \frac{K_{III}}{\sqrt{\pi}(\rho+2n)} + \sigma_{zz}^0 \end{aligned} \right\}, \quad (2)$$

где $\sigma_{zz}^0, \sigma_{nz}^0, \sigma_{zz}^0$ - компоненты тензора напряжений $\hat{\sigma}^0$ в бездефектном теле; n, t, z - локальные координаты с началом на контуре срединной области включения $z = 0$; n - внешняя нормаль к

контуру; K_I , K_{II} , K_{III} - КИН, определяемые через скачки напряжений $[\bar{\sigma}]_n$ и смещений $[\bar{u}]_n$ на поверхностях включения; $\hat{\sigma}_s = \hat{\sigma}^0 + \hat{\sigma}$; $\bar{u} = \bar{u}^0 + \bar{u}$; $\hat{\sigma}$ - возмущенное поле напряжений; $\hat{\sigma}_{nn}$ - нормальные торцевые напряжения во включении, определяемые через скачки касательных напряжений.

Решение конкретных задач (см. [5]) показывает, что введенные здесь торцевые напряжения вносят значительный, а иногда и решающий вклад при определении концентрации напряжений у относительно жестких включений. Таким образом, выражения (2) позволяют находить близкое упругое поле регулярных задач через их сингулярные аналоги для включений произвольной жесткости, что значительно упрощает решение исходной задачи.

1.3. Критерии локального разрушения тела с вытянутым концентратором напряжений при статическом нагружении. Рассматривается случай, когда сплошной концентратор напряжений расположен перпендикулярно к направлению растягивающих усилий P . Тогда для определения прочности тел с включениями применяется два критерия: а) если материал матрицы и включения линейно-упруги вплоть до разрушения, то используется критерий [9], базирующийся на первой теории прочности

$$\max \left\{ \sigma^s(\rho) / \sigma_s^s; \sigma^m(\rho) / \sigma_s^m; \sigma^{gp}(\rho) / \sigma_s^{gp} \right\}_{\rho=\rho_0} = 1, \quad (3)$$

где σ_s^s , σ_s^m , σ_s^{gp} - пределы прочности включения, матрицы и границы их соединения;

б) если материал матрицы упругопластический, то применяется деформационный критерий прочности. Определяя с помощью метода граничной интерполяции приближенное значение пластической деформации возле вершины концентратора, приходим к следующему критериальному уравнению [10]

$$\left[(1 + (\rho/\rho_0)^2)^{-1/2} K_I^2 / K_{Ic}^2 \right]^{n_0} + (\varepsilon_{nom} / \varepsilon_c)^{n_0} = 1, \quad (4)$$

куда входит параметр дальнего поля КИН K_I и величина деформации ε_{nom} . Здесь K_{Ic} - критическое значение K_I ; ε_c - критическая величина деформации растяжения; $\rho_0 = 4K_{Ic}^2 / (\sqrt{\pi E} \sigma_T \varepsilon_c)$;

σ_T - предел текучести; E - модуль упругости; ρ_0 - постоянная, определяемая из эксперимента и в большинстве случаев $\rho_0 = 2$.
 Если концентратор напряжений является полость, то при $\rho = 0$ или $E_{\text{плот}} = 0$ из (4) получаем известные критериальные уравнения.

Критерий (4) хорошо подтверждается экспериментальными данными Ритча (рис.1) при разрушении образцов Шарпи с боковыми надрезами различных радиусов их округления для двух типов аустенитной AISI 4340.

1.4. Расчетная модель для определения долговечности тела с тонким концентратором напряжений при циклическом нагружении. Важной, но мало исследованной проблемой является вопрос об определении долговечности элементов конструкций, содержащих различные дефекты и подвергающихся циклическому нагружению. Решение задачи осуществляем таким образом [11, 12]. Полная долговечность N_s представляется как сумма периодов зарождения N_z трещины и ее докритического роста N_g . В свою очередь, период зарождения макротрещины разбивается на два субпериода - период возникновения факела микротрещин (рис.2) некоторой глубины d_0 , определяемый уравнением Коффина-Мэнсона, и период роста одной из этих трещин до размеров макротрещины. Считается, что и на втором этапе рост трещины длины l происходит скачками, равными d_0 за периоды, зависящие от размаха деформации $\Delta \varepsilon_p(\rho, l)$, и определяемые из того же уравнения. Исходя из метода граничной интерполяции, в работе получено выражение для приближенного определения $\Delta \varepsilon_p(\rho, l)$ при $l \geq 0$

$$\Delta \varepsilon_p(\rho, l) = 4 \psi_1(\rho, l) K_{I \max}^2 (a+l)(1-R^2) / (\sqrt{\pi} E \sigma_T \rho_0), \quad (5)$$

$$\psi_1(\rho, l) = \left[1 + (1 + (\rho/\rho_0)^2)^{\frac{1}{2}} \sqrt{16l / (\sqrt{\pi} \rho)} \right]^2 / \left[(1 + (\rho/\rho_0)^2)^{\frac{1}{2}} (1 + 16l / (\sqrt{\pi} \rho)) \right],$$

где $R = K_{I \min} / K_{I \max}$.

Усредняя движение трещины по времени на участок d_0 , учитывая (5) и уравнения Коффина-Мэнсона, получаем зависимость

$$d l / d N = 4 d_0 (1-R^2)^m K_{I \max}^{2m} K_{I \min}^{-2m} \psi_1^m(\rho, l), \quad (6)$$

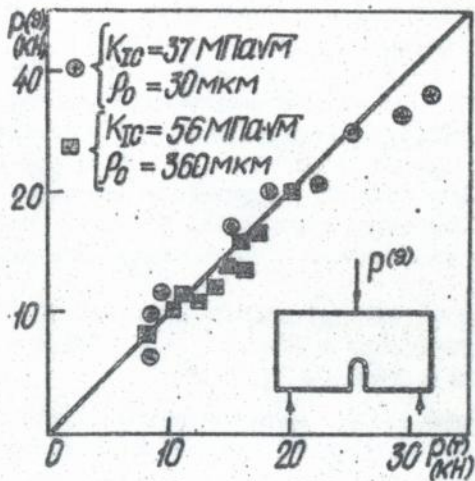


Рис. 1

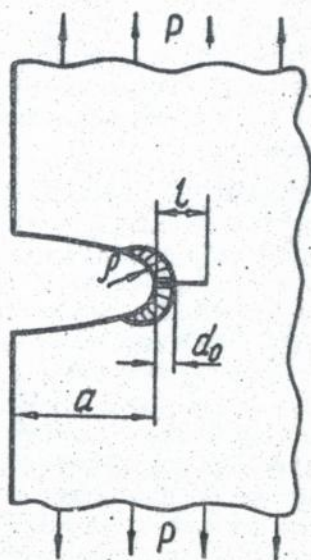


Рис. 2

для определения скорости роста трещины длины $l \geq 0$ на обеих этапах. Здесь m - постоянная материала. Положив в (6) $\rho = 0$, $R = 0$, имеем, что $4d_0 = 10^{-7} (K_{IC}/K_{*})^{2m} (M)$

Эта модель была апробирована результатами экспериментальных данных С.Я.Яремы (рис.3) по зарождению трещины в пластинах из стали 65Г с одним (кривая 1) или двумя (кривая 2) краевыми концентраторами и Танаки (рис.4), полученных на компактных образцах из ст. *JASM 41B*. Как видно, в малоцикловой области имеем хорошее согласование расчетных (кривые) и экспериментальных результатов.

II. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОУПРУГОГО И УПРУГОПЛАСТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ТЕЛ С ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕНИЯМИ И ТРЕЩИНАМИ [1, 13-36]

Следующим важным шагом в решении вопроса о прочности и долговечности элементов конструкций с дефектами является создание математических методов для реализации вышеприведенных моделей, т.е. определения напряженного состояния в таких телах. В работе предложено несколько методов. Прежде всего, это метод двумерных сингулярных интегро-дифференциальных уравнений для решения задач в точной постановке, но связанный со значительными трудностями, а также метод граничной интерполяции и метод эквивалентных состояний, позволяющие решать упругие задачи для тел с включениями и упругопластические - для тел с трещинами значительно эффективнее, но с определенным приближением.

2.1. Метод сингулярных интегро-дифференциальных уравнений для определения температуры и дальнего поля упругих напряжений в многограннике с тонкими теплопроводящими включениями. Рассматривается выпуклый многогранник, ограниченный n_1 плоскими гранями Q_j ($j = \overline{1, n_1}$), внутри которого содержится m_1 включений конфигураций h_i (x_i, y_i) ($i = \overline{1, m_1}$). Считается, что между матрицей и включениями имеется идеальный механический и тепловой контакт, а на гранях многогранника заданы усилия и смешанные температурные условия. Задача состоит в определении температурного T и дальнего упругого полей в теле. Так как и температурное и упругое поля в теле описываются гармоническими функциями, то в методологическом плане решения обеих задач аналогичны [13, 14]. Поэтому, и в виду громоздкости соответствующих интегро-дифференциальных уравнений для обоих случаев, мы кратко изложим метод и выпишем здесь лишь уравнения для упругой задачи [14-16]. Суть метода состоит в сле-

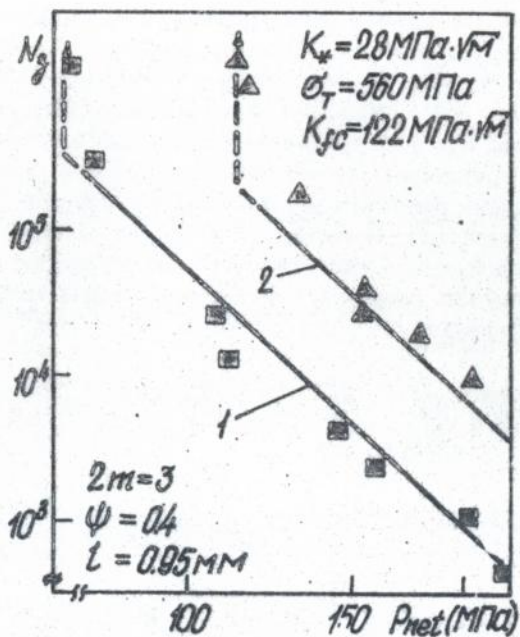


Рис. 3

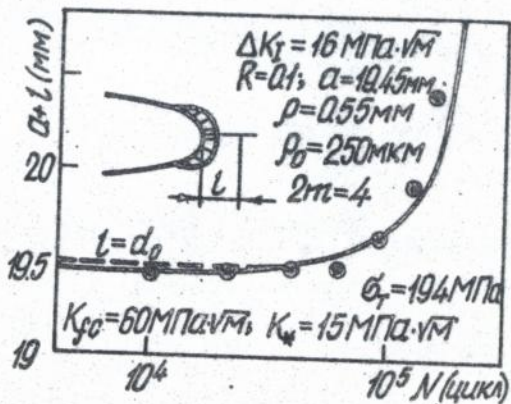


Рис. 4

душем. Напряженное состояние в многограннике, следуя работе А.Е.Андрейкива, представим в виде суммы напряженных состояний в бесконечных пространствах V_i с изолированным включение: h_i и в полупространствах W_j , поверхности которых содержат d_j грань многогранника. При этом граничные условия для пространств и полупространств представляются в таком виде, чтобы в сумме они удовлетворяли исходным граничным условиям на включениях и гранях многогранника. Представляя гармонические функции в виде интегрального разложения Фурье, а также удовлетворяя упомянутые граничные условия, получаем следующую систему сингулярных интегро-дифференциальных уравнений

$$\vec{A}_j^{(2)} = \frac{1}{4\pi\epsilon^2} \sum_{m=1}^3 \vec{e}_m^{(j)} \left\{ \sum_{n=1(n \neq j)}^{n_1} \int_{L_j^n} \vec{e}_3^{(j)} \hat{G}_n^{(2)}(T_n^{(2)}, \vec{A}_n^{(2)}) * \right.$$

$$* \exp[-i(x^{(j)}\xi + y^{(j)}\eta)] dx^{(j)} dy^{(j)} + \sum_{q=1}^{m_1} \vec{e}_3^{(j)} \hat{G}_q^{(1)}(T_q^{(1)}, [\vec{u}_q^{(1)}]_*$$

$$[\vec{u}_q^{(1)}]_* \exp[-i(x^{(j)}\xi + y^{(j)}\eta)] dx^{(j)} dy^{(j)} \}; \quad z^{(j)} = 0;$$

$$\frac{1}{G_i h_i} \int [\vec{G}_{z_i \lambda_k^{(i)}}^i]_* d\lambda_k^{(i)} + \frac{1}{2\pi G} \left(\partial_z^{(i)} \frac{\partial^2}{(\partial \lambda_k^{(i)})^2} - \frac{\partial^2}{(\partial \lambda_{3-k}^{(i)})^2} \right) *$$

$$* \int_{S_i} [\vec{G}_{z_i \lambda_k^{(i)}}^i]_* \ln(\lambda_k^{(i)} - \xi_k + R_i) d\xi d\eta + \partial_z^{(i)} \frac{\partial}{\partial \lambda_{3-k}^{(i)}} *$$

$$* \int_{S_i} \frac{[\vec{G}_{z_i \lambda_{3-k}^{(i)}}^i]_*}{R_i} d\xi d\eta + \partial_z^{(i)} \nabla_i^2 \int_{S_i} \frac{[\vec{u}_{z_i}^i]_*}{R_i} d\xi d\eta + \sum_{n=1}^m F_{n_i}^{(2)} +$$

$$+ \sum_{q=1(q \neq i)}^{m_1} F_{q_i}^{(1)} = M_K^{(i)}(T, \vec{U}^0, \hat{G}^0) + A_K^{(i)} \lambda_{3-k}^{(i)} + A_K^{(2i)};$$

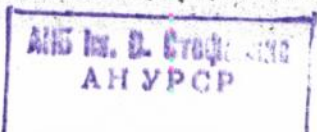
$$\begin{aligned}
 & - \frac{1-2\mu}{4\pi G(1-\mu)} \nabla_i^2 \iint_{S_i} \left(\frac{[\tilde{u}_{x_i}^i]_*}{R_i} + \frac{(y_i - \varrho) [\tilde{u}_{y_i}^i]_*}{(x_i - \varrho + R_i) R_i} \right) d\varrho d\varrho - \\
 & - \frac{3-4\mu}{8\pi G(1-\mu)} \nabla_i^2 \iint_{S_i} [\tilde{\sigma}_{z_i z_i}^i]_* \ln(x_i - \varrho + R_i) d\varrho d\varrho + \frac{1}{G_i h_i} \times \quad (7) \\
 & \times \int [\tilde{\sigma}_{z_i z_i}^i]_* dx_i + \frac{1}{h_i} \int [\theta^i]_* dx_i + \sum_{q=1 \neq i}^{m_1} F_{q_i}^{(5)} + \\
 & + \sum_{n=1}^{m_1} F_{n_i}^{(4)} = M_3^{(i)}(T, \vec{u}^0, \hat{G}^0) + A_3^{(i)} y + A_3^{(2i)};
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{D}_4^{(i)} \nabla_i^2 \iint_{S_i} \frac{[\tilde{u}_{z_i}^i]_*}{R_i} d\varrho d\varrho + \mathcal{D}_5^{(i)} \iint_{S_i} \left([\tilde{\sigma}_{x_i z_i}^i]_* \frac{\partial R_i^{-1}}{\partial x_i} + [\tilde{\sigma}_{y_i z_i}^i]_* \frac{\partial R_i^{-1}}{\partial y_i} \right) d\varrho d\varrho - \\
 & - \mathcal{D}_6^{(i)} \frac{[\tilde{u}_{z_i}^i]_*}{h_i} + \sum_{q=1 \neq i}^{m_1} F_{q_i}^{(5)} + \sum_{n=1}^{m_1} F_{n_i}^{(6)} = M_4^{(i)}(T, \vec{u}^0, \hat{G}^0);
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & \mathcal{D}_7^{(i)} \nabla_i^2 \iint_{S_i} \frac{[\tilde{u}_{x_k}^{(i)}]_*}{R_i} d\varrho d\varrho + \mathcal{D}_8^{(i)} \frac{\partial}{\partial x_{3-K}^{(i)}} \iint_{S_i} [\tilde{u}_{x_{3-K}^{(i)}}^i]_* \frac{\partial R_i^{-1}}{\partial x_k^{(i)}} - \\
 & - \left[\tilde{u}_{x_k^{(i)}}^i \right]_* \frac{\partial R_i^{-1}}{\partial x_{3-K}^{(i)}} \right) d\varrho d\varrho + \mathcal{D}_9^{(i)} \frac{\partial}{\partial x_k^{(i)}} \iint_{S_i} \frac{[\tilde{\sigma}_{z_i z_i}^i]_*}{R_i} d\varrho d\varrho - \\
 & - \frac{[\tilde{u}_{x_k}^{(i)}]_*}{h_i} + \sum_{q=1 \neq i}^{m_1} F_{q_i}^{(7)} + \sum_{n=1}^{m_1} F_{n_i}^{(8)} = M_{4+K}^{(i)}(T, \vec{u}^0, \hat{G}^0);
 \end{aligned}$$

$$\lambda_1^{(i)} = x_i; \lambda_2^{(i)} = y_i; (x_i, y_i) \in S_i; K = 1, 2.$$

Здесь $[\tilde{\sigma}^i]_*$, $[\tilde{u}^i]_*$ - искомые скачки напряжений и смещений, определяющие параметры дальнего поля $K_I^{(i)}$, $K_{II}^{(i)}$, $K_{III}^{(i)}$, а так-



же, согласно (I), напряжения во включениях; $A_j^{(2)}(\xi, \eta)$ - искомые функции, определяющие напряжения в полупространствах W_j ; $x^{(j)}$, $y^{(j)}$, $z^{(j)}$ - системы координат с единичными векторами $\vec{e}_1^{(j)}$, $\vec{e}_2^{(j)}$, $\vec{e}_3^{(j)}$ и плоскостью $z^{(j)} = 0$, содержащей G_j грань многогранника; x_i , y_i , z_i - системы координат, плоскости которых $z_i = 0$ содержат срединные области i -ых включений S_i ; $L_i^{(2)}$ - решение полупространства W_n плоскостью $z^{(j)} = 0$; $G_g^{(m)}$, $G_n^{(2)}$ - известные тензоры напряжений в пространствах V_g и полупространствах W_n ; $\bar{T}_m(\xi, \eta)$ - известные функции; G , μ , G_i , μ_i - модуль сдвига и коэффициент Пуассона матрицы и i -го включения; $\mathcal{D}_1^{(n)}, \dots, \mathcal{D}_g^{(n)}$ - константы, зависящие от упругих постоянных и коэффициентов теплового расширения матрицы и i -го включения; $F_{g_i}^{(p_1)}([\bar{G}_g]_*, [\bar{u}_g]_*, T)$, ($p_1 = \bar{1}, \bar{7}$) и $F_{n_i}^{(p_2)}(\bar{A}_n^{(2)}, T)$, ($p_2 = \bar{2}, \bar{8}$) - известные функции, учитывающие влияние взаимодействия включений и поверхностей многогранника на напряженное состояние в нем; $M_K^{(i)}$, $M_S^{(i)}$, $M_4^{(i)}$, $M_{4+k}^{(i)}$ - известные функции; $R_i = \sqrt{(x_i - \xi)^2 + (y_i - \eta)^2}$. Частные случаи уравнений (7) для различных тел и относительно мягких включений были получены ранее в работах [17-25].

Эффективность метода апробирована на следующих задачах. Рассмотрена плоская задача об однородном растяжении напряжениями P пластины с эллиптическим включением с полуосями a и c ($a > c$). Согласно (7) задача сводится (при $m_1 = 1$, $n_1 = 0$) к решению уравнений

$$\begin{aligned} \mathcal{D}_7^{(1)} \int_{-a}^a \frac{[\bar{u}_z]_*'}{\xi - x} d\xi + \mathcal{D}_1^{(1)} \int_{-a}^a \frac{[\bar{G}_{xz}]_*}{\xi - x} d\xi + \frac{1}{G_1 h_1} \int_{-a}^x [\bar{G}_{xz}]_* dx = \\ = -2P(\mu, G - \mu G_i)(GG_i(1 - \mu_i))^{-1} + 2\Delta T(\alpha_g - \alpha_M)/(1 - \mu); \\ \mathcal{D}_4^{(1)} \int_{-a}^a \frac{[\bar{u}_z]_*'}{\xi - x} d\xi + \mathcal{D}_5^{(1)} \int_{-a}^a \frac{[\bar{G}_{xz}]_*}{\xi - x} d\xi - \mathcal{D}_6^{(1)} \frac{[\bar{u}_z]_*}{h_1} = \end{aligned} \quad (8)$$

$$= P(G_i(1 - \mu - \mu_i) - G(1 - 2\mu_i))(GG_i(1 - 2\mu_i))^{-1} - 2\Delta T(\alpha_g - \alpha_M)(1 - 2\mu_i),$$

где α_M - коэффициент теплового расширения матрицы; $\Delta T = T - T_0$; T_0 и T - начальная и после нагревания температура тела;

Точное решение этих уравнений имеет вид [5]

$$[\tilde{u}_z]_* = B_1(\varepsilon, \beta, \Delta T) \sqrt{a^2 - x^2}; \quad [\tilde{\sigma}_{xz}]_* = B_2(\varepsilon, \beta, \Delta T) x / \sqrt{a^2 - x^2}, \quad (9)$$

где $\varepsilon = G_1/G$; $\beta = \alpha/\nu$; B_1 и B_2 - константы.

Концентрация напряжений в точке $x = \pm a$ во включении σ_{xz}^{β} и на его торцах σ_{xz}^{β} примут вид

$$\sigma_{zz}^K = \rho + \beta [G B_1(\varepsilon, \beta, \Delta T) + \mu B_2(\varepsilon, \beta, \Delta T)] / (1 - \mu); \quad (10)$$

$$\sigma_{zz}^{\beta} = \rho - G B_1 / (2(1 - \mu)) + (1 - 2\mu) B_2 / (4(1 - \mu)); \quad \tilde{\sigma}_{xz}^{\beta} = B_2 \beta / 2.$$

Сравнение формул (10) с ранее известным точным решением задачи показывает на их полное совпадение, что свидетельствует не только об эффективности, но и о высокой точности представленных здесь соотношений (1), (2), (7). Это также доказывает принципиальную возможность устанавливать концентрацию напряжений возле включений произвольной жесткости с плавно округленными вершинами, через решения соответствующих им сингулярных задач.

Согласно (10) на рис. 5 построены сплошные кривые зависимости σ_{zz}^K от параметров β и ε . Штриховые линии соответствуют случаю, когда в (2) не учтены торцевые напряжения $\tilde{\sigma}_{xx} = \sigma_{xx}^{\beta}$, а штрихпунктирные - когда для решения используется модель, основанная на гипотезе типа Винклера, т.е. при $[\tilde{\sigma}_{xz}]_* = 0$. Как видно, введенные в (2) напряжения $\tilde{\sigma}_{xx}$ проявляют существенное влияние на σ_{zz}^K для относительно жестких включений ($\varepsilon > 1$). Штрихпунктирные линии показывают, что при $\varepsilon \ll 1$ можно пользоваться моделью, основанной на гипотезе типа Винклера, эффективность которой значительно выше, поскольку количество неизвестных сокращается вдвое.

Аналогично получены замкнутые решения для пластины с эллиптическим включением при однородном сдвиге [5] и пространства со сфероидальным включением при растяжении [5]. В случае $\varepsilon \ll 1$ найдены также замкнутые решения задач для пространства с трехосным эллипсоидальным включением при однородном растяжении [7] и сдвиге [24] на бесконечности и пространства со сфероидальным включением при кручении [25].

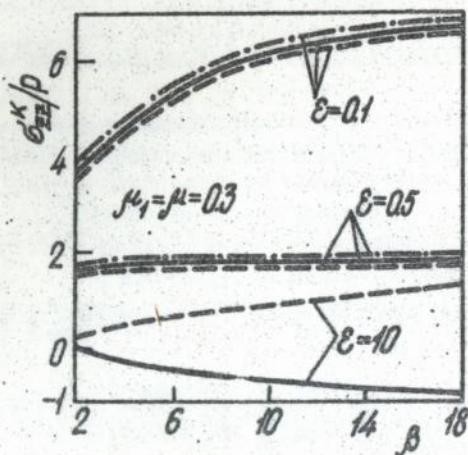


Рис. 5

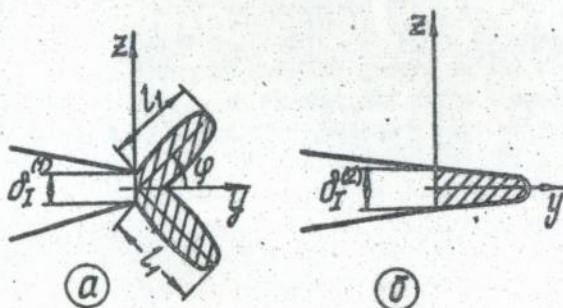


Рис. 6

2.2. Метод граничной интерполяции в многопараметрических задачах о концентрации напряжений возле сплоснутых дефектов.

Предложенный выше метод интегральных уравнений является эффективным при решении задач для неограниченных тел с дефектами. В случае тел сложной формы аналитическое решение задач усложняется, поэтому их решение необходимо осуществлять численно. Однако, в инженерной практике для оценки прочности тел важно иметь приближенные формулы для определения параметров напряжений у различных концентраторов. С этой целью в диссертации предлагается [26,27] метод граничной интерполяции для таких многопараметрических задач, заключающийся в следующем.

Рассматривается тело, содержащее m_i концентраторов напряжений. Конфигурация каждого i -го ($i = \overline{1, m_i}$) дефекта характеризуется линейными параметрами $b_i^{(j)}$ ($j = \overline{1, r_i}$), а расстояния между ними и форма тела - линейными параметрами c_1, \dots, c_{n_i} . Если $c_1 \rightarrow \infty, \dots, c_{n_i} \rightarrow \infty$, то получаем неограниченное тело с одним дефектом.

Исходя из теории размерностей, коэффициенты концентрации или интенсивности напряжений можно определить соотношениями

$$K_S^{(i)} = K_{SD} f_S^{(i)}(\varepsilon_i^{(12)}, \dots, \varepsilon_i^{(1r_i)}, \varepsilon_{11}^{(i)}, \dots, \varepsilon_{1n_i}^{(i)}, \varepsilon_{11}^{(q)}, \dots, \varepsilon_{1r_q}^{(q)}), \quad (II)$$

$$S = 1, 2, 3; \quad \varepsilon_i^{(1p)} = b_i^{(p)} / b_i^{(1)} (p = \overline{2, r_i}); \quad \varepsilon_{1l}^{(i)} = b_i^{(1)} / c_l \quad (l = \overline{1, n_i});$$

$$\varepsilon_{N_1}^{(q)} = b_q^{(N)} / c_1 \quad (N = \overline{1, r_q}, \quad q = \overline{1, m_i}; \quad q \neq i).$$

Здесь $K_{SD}^{(i)}$ - коэффициент концентрации (интенсивности) напряжений для неограниченного тела с дефектом простейшей конфигурации $b_i^{(j)}$. Считая, что безразмерные параметры меньше единицы и разлагая $f_S^{(i)}$ в степенные ряды, пренебрегая при этом смешанными произведениями, получим

$$K_S^{(i)} \approx K_{Si}^{(i)}(\varepsilon_i^{(12)}, \dots, \varepsilon_i^{(1r_i)}) \left[1 - (n_i + \sum_{q=1(\neq i)}^{m_i} r_q - \sum_{l=1}^{n_i} f_S^{(i)}(\varepsilon_{1l}^{(i)}, 0, \dots, 0) - \sum_{q=1(\neq i)}^{m_i} \sum_{N=1}^{r_q} f_S^{(i)}(\varepsilon_{N_1}^{(q)}, 0, \dots, 0)) / f_S^{(i)}(\varepsilon_i^{(12)}, \dots, \varepsilon_i^{(1r_i)}, 0, \dots, 0) \right], \quad (I2)$$

где $K_{S_i}^{(i)}$ - коэффициент концентрации (интенсивности) напряжений для неограниченного тела с дефектом конфигурации $\delta_i^{(n)}, \dots, \delta_i^{(n)}$.

Из (12) видно, что приближенное решение многопараметрических задач выражаются через соответствующие решения однопараметрических задач и величину $K_{S_i}^{(i)}$, зависящую лишь от параметров i -го дефекта. Этот метод позволяет достаточно эффективно решать сложные, практически важные задачи для тел с трещинами и другими концентраторами напряжений. Достаточно высокая точность подхода была подтверждена путем решения известных задач, в частности, для растяжения прямоугольной пластины с центральной трещиной и цилиндра конечной длины с осевой круговой трещиной. С его помощью было также решено ряд новых многопараметрических задач. В частности, рассмотрены задачи для растяжения слоя, содержащего компланарную периодическую систему сферидальных включений; центры которых размещены на одной прямой, в углах треугольной, прямоугольной и шестиугольной сеток, а также для слоя, когда он ослаблен одно- и двоякопериодической системой квадратных трещин.

2.3. Метод эквивалентных состояний для приближенного определения раскрытия вершины трещины нормального разрыва в трехмерных телах. В отличие от представленных выше методов, предназначенных для определения упругих полей в телах с концентраторами напряжений, здесь предлагается метод эквивалентных состояний для приближенного нахождения раскрытия $\delta_i^{(n)}$ вершины трещины в упругопластических телах. Изложим кратко суть метода. Рассматривается трехмерное тело с плоской трещиной, которое растягивается усилиями P , симметричными ее плоскости. Материал тела удовлетворяет условию Треска-Сен-Венана. Требуется определить раскрытие $\delta_i^{(n)}$ трещины, в вершине которой возникает разветвленная пластическая зона (ПЗ) длины l_1 (рис. 6, а). Решение задачи осуществляем [28, 29] следующим образом. Считая, что длина ПЗ мала (т.е. выполняются условия автомодельности (УА)) и пользуясь данными работ А.Е.Андрейкина и В.В.Панасюка, получаем соотношение

$$\delta_i^{(n)} = \delta_i^{(2)} f(\varphi) (1 - \mu^2) ((\sigma_x + \sigma_{yy})^2 - \sigma_{zz}^2) / [(\sigma_x + \sigma_{yy})(\varepsilon_T - \varepsilon(\varphi))], \quad (13)$$

связывающее раскрытия трещины $\delta_i^{(n)}$ и $\delta_i^{(2)}$ для случаев, когда ПЗ имеет форму, изображенную соответственно на рис. 6, а и 6, б. Здесь $\varepsilon(\varphi) = 0,5(\sigma_{zz} - \sigma_{yy}) \sin 2\varphi$; $\varphi = 71,28^\circ (\sigma_{zz} - \sigma_{yy}) / (2\sigma_x)$; $f(\varphi) = 0,058x$

$$\times \sin \varphi [1 - \cos(3\varphi - 30^\circ)]^2 (1,004 \sin \varphi + 0,214 \sin 2\varphi + 0,156 \sin 3\varphi);$$

$\tau_T = 0,5 \sigma_T$; σ_{zz} , σ_{yy} - нормальные номинальные напряжения в вершине трещины.

Полагая, что зависимость (13) будет приближенно сохраняться и при невыполнении УА, поставленная задача сводится к поиску раскрытия $\delta_I^{(2)}$, т.е. решению задачи в δ_K -постановке. В свою очередь, для установления величины $\delta_I^{(2)}$, что значительно проще в сравнении с определением $\delta_I^{(1)}$, предлагается также приближенный подход. Для этого рассматривается два эквивалентно нагруженные тела, каждое из которых ослаблено третиной конфигурации a_i ($i = \bar{1}, n$) и b_j ($j = \bar{1}, m$). Считаем, что для первой (решаемой здесь) задачи известен КИН $K_I(\rho, a_i)$, а для второй (модельной) - $\tilde{K}_I(\rho, b_j)$ и $\tilde{\delta}_I^{(2)}(\rho, b_j)$. В случае выполнения УА зоны предразрушения можно записать, что

$$\delta_I^{(2)}(\rho, a_i) / \tilde{\delta}_I^{(2)}(\rho, b_j) = K_I^2(\rho, a_i) / \tilde{K}_I^2(\rho, b_j). \quad (14)$$

Полагая затем, что $K_I(\rho, a_i) = \tilde{K}_I(\rho, b_j)$ найдем зависимость $b_j = \psi_j(a_i)$ и, согласно (14), получим равенство

$$\delta_I^{(2)}(\rho, a_i) = \tilde{\delta}_I^{(2)}(\rho, \psi_j(a_i)). \quad (15)$$

Если допустить, что равенство (15) приближенно справедливо и в случае невыполнения УА, то подстановкой $\tilde{\delta}_I^{(2)}(\rho, \psi_j(a_i))$ в равенство (13) вместо $\delta_I^{(2)}(\rho, a_i)$ и решается поставленная задача.

Апробация и эффективность метода [28-30] проверялись на разных задачах, в частности, о растяжении пространства с круговой (радиуса a) и полосы с центральной (длины $2l$) трещиной, где в качестве модельной выбиралась задача Гриффитса. Для определения $\delta_I^{(2)}$ имеем соответственно выражения

$$\delta_I^{(2)} = 32(1-\mu^2)\alpha\sigma_T \left\{ \ln \left[\sec(\sqrt{\pi}p / (2\sigma_T)) \right] \right\} / (\pi^3 E); \quad (16)$$

$$\delta_I^{(2)} = 8\sigma_T \left\{ \ln \left[\sec(\sqrt{\pi}p / (2\sigma_T)) \right] \right\} (1 - 0,25\lambda^2 + 0,06\lambda^4) \times \\ \times (\sec(\sqrt{\pi}\lambda / 2) / (\pi E)); \quad (\lambda = l/H), \quad (17)$$

которые хорошо согласуются с точными результатами В.В.Панасюка и Вильямса. Здесь $2H$ - ширина полосы.

В частности, на рис.7 изображены кривые 1 и 2, построенные по формуле (16) и данным работы В.В.Панасюка. Кривая 3 соответствует соотношению (13) и свидетельствует о заметном влиянии конфигурации ПЗ на величину раскрытия δ_I^* . Здесь $\delta_I^* = \sqrt{E} \delta_I (\delta(1-\mu^2) \delta_I^* \alpha)$.

Рассмотрен ряд новых [30] задач, а именно: для растяжения цилиндра с внешней кольцевой или внутренней круговой трещиной, для пространства с эллиптической трещиной, для плиты с поверхностной полуэллиптической трещиной, а также для трубы с продольной или поперечной полуэллиптической трещиной, которая подвержена внутреннему давлению или изгибу и растяжению. Результаты всех решений получены в виде аналитических выражений, удобных для практического применения. Как пример, приведем здесь результат для важной в практическом отношении задачи о растяжении цилиндра с кольцевой трещиной осевыми усилиями \mathcal{P}

$$\delta_I^{(n)} = 4d \sigma_T (1-\varepsilon_0)(1-n_2^2)(1-\mu^2) f(\varphi) n_2^2 (0,196 + 0,05n_2^2 + 0,024n_2^4 + 0(n_2^6)) / [E(\varphi_1(\varepsilon_0))^2 (1-n_2 \sin 2\varphi)], \quad (18)$$

где $\varepsilon_0 = d/\mathcal{D}$; \mathcal{D} , d - диаметр цилиндра и его перешейка; $n_2 = ((1-\varepsilon_0)/(\varphi_1/\varepsilon_0))^2)^{2/3} n_2$; $n_2 = 4\mathcal{P}/(\sqrt{E} d^2 \sigma_T)$; $\varphi_1(\varepsilon_0) = 1 - 0,5\varepsilon_0 - 0,125\varepsilon_0^2 + 0,275\varepsilon_0^3 - 0,208\varepsilon_0^4 + 0,066\varepsilon_0^5$; $\varphi = 71^\circ - 28^\circ n_2$; $n_2 < 1$.

Отметим, что линейная зависимость угла наклона полос пластического скольжения от силового параметра n_2 хорошо согласуется с экспериментальными данными С.Я.Яремы, проведенными на таких же образцах.

Таким образом, предложенный здесь метод позволяет эффективно получать приближенные аналитические решения широкого класса сложных упругопластических задач для тел с трещинами, имеющих важное значение в нелинейной механике разрушения.

2.4. Решение упругих задач для бесконечных тел с туннельными включениями [31-33]. На основе метода сингулярных уравнений (7) и соотношений (1), (2) получены решения ряда плоских задач для тел с относительно мягкими ($\varepsilon \leq 1$) включениями. Среди них задача об однородном растяжении и сдвиге [31-32] просланства с одним тун-

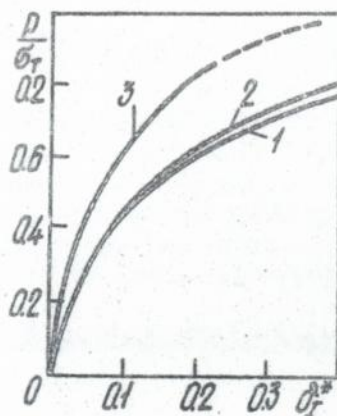


Рис. 7

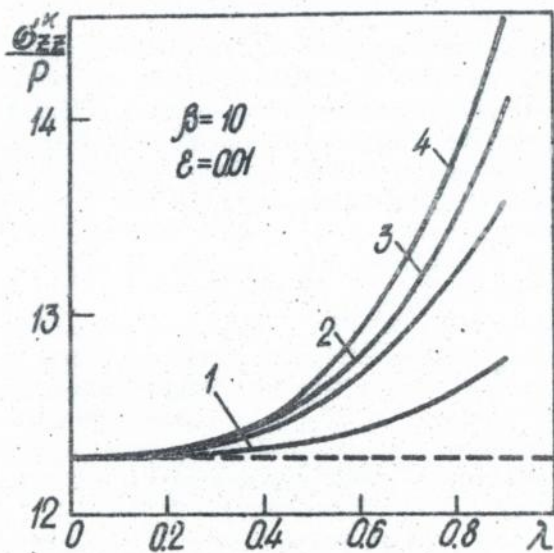


Рис. 8

нельным овальным включением конфигурации

$$h(x) = \pm \left(1 + \sum_{i=1}^m d_i (x/a)^i \sqrt{a^2 - x^2} / \beta_i \right); \quad \beta_i = a/h(0), \quad (19)$$

с двумя или однопериодической системой коллинеарных [33], а также однопериодической системой параллельных [33] эллиптических включений с полуосями a и c . Для овального включения получено приближенное замкнутое решение. В частности, для определения концентрации напряжений σ_{zz}^k в случае растяжения тела усилиями P при $d_1 = d_3 = \dots = d_m = 0$, $d_2 \neq 0$ имеем выражение

$$\sigma_{zz}^k(\pm a) = P \left[1 - 2\beta_1 (\mathcal{D}_2 + \omega G/P) / (\mathcal{D}_0 (1 - \mu) (\beta_1 \mathcal{D}_1 / \mathcal{D}_0 + 1 + d_2)) \right], \quad (20)$$

где $\mathcal{D}_0 = (1 - 2\mu_1 - \varepsilon \mu_1 (1 + 2\mu)) / (\varepsilon (1 - \mu) (1 - 2\mu_1))$; $\mathcal{D}_1 = 2(1 - \mu_1) \times (1 - 2\mu_1)^{-1}$; $\mathcal{D}_2 = (\varepsilon (1 - \mu - \mu_1) - (1 - 2\mu_1)) / (\varepsilon (1 - 2\mu_1))$; $\omega = 2(d_2 - d_3) \times \Delta T / (1 - 2\mu_1)$.

Анализ формулы (20) показывает, что величина σ_{zz}^k для овала, описанного ($0 < d_2 < 1$ вокруг эллипса ($d_2 = 0$) или вписанного ($-1 < d_2 < 0$) в него, будет соответственно меньше или больше величины σ_{zz}^k для эллипса. Распределение же напряжений во включении σ_{zz}^k таково, что при $0 < d_2 < 1$ они максимальны в центре, при $-1 < d_2 < 0$ - в вершине включения, а при $d_2 = 0$ - постоянны.

Решение задач для систем коллинеарных и параллельных включений получены [33] в виде рядов по малому параметру $\lambda = a/l_2$, $2l_2$ - расстояние между центрами включений. Установлено, что при их коллинеарном размещении величины σ_{zz}^k , σ_{xz}^k возрастает по сравнению со случаем одного включения как при растяжении, так и при сдвиге. Для параллельного размещения имеет место уменьшение σ_{zz}^k при растяжении, а при сдвиге - σ_{xz}^k увеличивается. Напряжения во включениях максимальны в вершинах при обоих способах размещения.

Для упомянутых задач в случае коллинеарного и параллельного размещения включений решены [33] также задачи о нахождении такой конфигурации включений, при которой напряжения у них были бы постоянны. В этом случае решения получены в замкнутом виде. При этом показано, что для обоих способов размещения форма включений изменяется от эллиптической (при $\lambda = 0$) до прямоугольной ($\lambda = 1$),

а концентрация напряжений меньше, чем для аналогичных систем эллиптических включений. В частности, для растяжения тела с одно- периодической системой коллинеарных включений конфигурация $h(x)$, σ_{zz}^K , σ_{zz}^B принимают вид

$$h(x) = \pm l_2 (\alpha \beta_2)^{-1} \ln \frac{1 + \cos \pi x / 2 \sqrt{tg^2 \pi x / 2 - tg^2 \pi x / (2l_2)}}{1 - \cos \pi x / 2 \sqrt{tg^2 \pi x / 2 - tg^2 \pi x / (2l_2)}}; \quad (21)$$

$$\sigma_{zz}^K = \rho(1 + 2\beta_2 M_1 / M_2); \quad \sigma_{zz}^B = \rho(M_2 - M_1) / M_2; \quad (22)$$

$$M_1 = 1 - 2\mu_1 - 8(1 - \mu_1) - 2G_1 \rho^{-1} (\alpha_{\mu_1} - \alpha_B) \Delta T; \quad M_2 = 1 - 2\mu_1 - \varepsilon \mu_1 (1 - 2\mu_1) + 2\varepsilon \beta_2 (1 - \mu_1)(1 - \mu_1); \quad \beta_2 = l_2 (G\pi)^{-1} \ln [(1 + \sin \pi x / 2) \times (1 - \sin \pi x / 2)^{-1}],$$

из которых при $\mu_1 = 0$ получаются результаты. [1].

2.5. Решение трехмерных упругих задач для бесконечных тел со сферoidalными включениями. Исследован широкий класс задач для растяжения бесконечного тела с компланарной системой двух разных [34], четырех одинаковых [1] и периодических систем [35-37] включений ($\varepsilon \leq 1$) с полуосями a_n , b_n и центрами, размещенными на одной прямой, в узлах треугольной, прямоугольной и шестиугольной сеток на расстоянии $2l_2$ друг от друга. Решение уравнений (7) осуществлено методом малого параметра $\lambda = a_n / l_2$. Концентрацию напряжений во включениях σ_{zz}^B и возле них σ_{zz}^K можно выписать в следующем обобщенном виде

$$\sigma_{zz}^K = \rho [1 + 4(1 - \varepsilon_i) \beta_i \gamma_i^{(n)} + 4\beta_i \sum_{n=1}^N (1 - \varepsilon_n) \gamma_n^{(n)} R_n], \quad (23)$$

$$\sigma_{zz}^B = \rho \varepsilon_i [\gamma_i^{(n)} (\sqrt{\varepsilon + 4\beta_i (1 - \mu^2)}) + 4\beta_i (1 - \mu^2) \sum_{n=1}^N (1 - \varepsilon_n) \gamma_n^{(n)} R_n], \quad (24)$$

где $\gamma_n^{(n)} = (\sqrt{\varepsilon + 4(1 - \mu^2) \varepsilon_n \beta_n})^{-1}$; $\beta_n = a_n / c_n$; $\varepsilon_n = G_n / G$; R_n - функции, зависящие как от координат включения, так и от геометрических и механических параметров задач [35-37].

На рис. 8 кривые 1-4 соответственно показывают зависимость величины σ_{zz}^K от параметра λ для однопериодической системы вклю-

чений, а также размещения их соответственно в узлах шестиугольной, квадратной и треугольной сеток. Штриховая линия соответствует случаю изолированного включения. Как видно, максимальное взаимодействие включений возникает при их размещении в узлах треугольной сетки, что соответствует максимальной плотности включений в плоскости. Это обстоятельство ниже используется при установлении критерияльного уравнения для определения прочности чугунов.

Рассмотрено ряд осесимметричных задач. Так, исследованы задачи для растяжения пространства с системой параллельных периодических включений [19], для полупространства и слоя с изолированным включением [21-23, 38], а также для составного пространства, состоящего из двух полупространств и слоя из другого материала с включением [1]. Решение осуществлено численно, путем применения квадратурных формул. Результаты соответственно для пространства и полупространства изображены на рис. 9, 10 в виде кривых, зависящих от различных параметров задач.

Получены [1] численные решения задач для кручения пространства с двумя и цилиндра (радиуса R_r) с одним включением. На рис. II построены кривые влияния свободной поверхности цилиндра на величину концентрации напряжений $\sigma_{\varphi z}^k$. Штриховая линия соответствует случаю $R_r \rightarrow \infty$ [25].

III. НЕКОТОРЫЕ ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И МЕХАНИКИ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ [39-47]

На основании разработанных выше математических методов, а также критериев разрушения при статических и циклических нагрузках здесь приведено решения ряда важных в инженерной практике задач.

3.1. Влияние формы и количества графитовых включений на прочность чугунов. Исходя из (3), (21) и предположения о равномерном распределении графитовых ($\epsilon = 0, 1$) включений в чугунах, придем к следующему критерию [1, 39] для определения их прочности σ_g

$$\rho_* = \sigma_g = \sigma_g^n / \Phi_0(\beta, \lambda). \quad (25)$$

Здесь $\Phi_0(\beta, \lambda) = 1,036\beta\gamma^{(n)} \{ 1 + \lambda^2 [\gamma^{(n)} (0,92 + 0,20\lambda^2 - 2,56\beta\gamma^{(n)})] \}$.

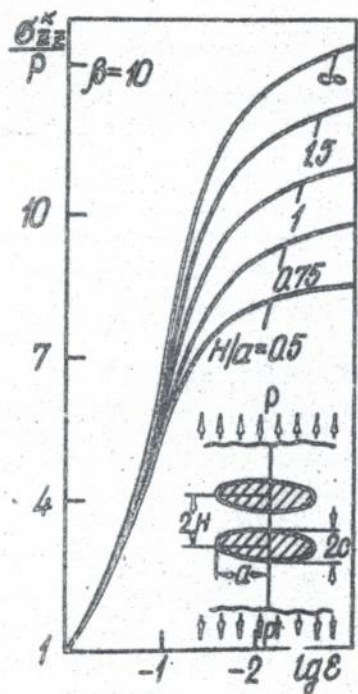


Рис. 9

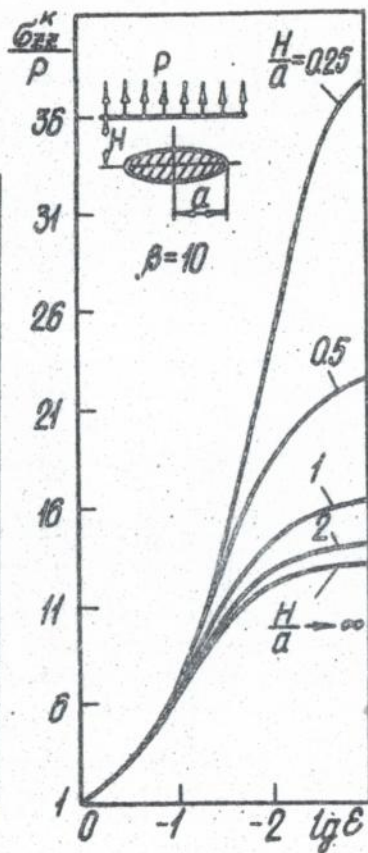


Рис. 10

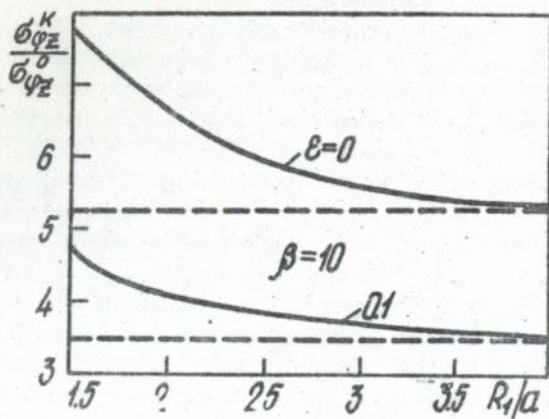


Рис. II

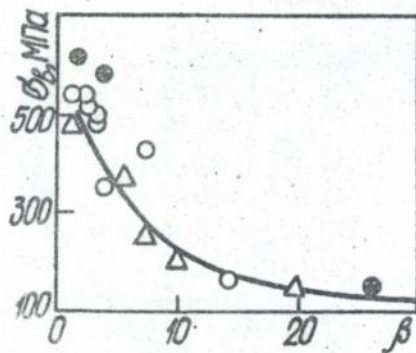


Рис. 12

$$\times (9\sqrt{\kappa} + 1,46\beta)) + 31,70 \lambda^2 \gamma^{(4)}(9\sqrt{\kappa} + 1,46\beta)] + O(\lambda^6) \}, \quad (26)$$

$$y^{(0)} = (\sqrt{\kappa} + 0,36\beta)^{-1}; \quad y^{(4)} = ((4,5\sqrt{\kappa} + 8,01\beta)^2 - 0,55\beta^2)^{-1}$$

Функция $\varphi_0(\beta, \lambda)$ взята для случая системы периодических включений с центрами в узлах треугольной сетки, что соответствует их наибольшему взаимодействию.

На рис. 12 по формуле (25) построена кривая прочности, хорошо согласующаяся с экспериментами И.П.Волчка, полученными для трех плавок чугунов с формой включений β , изменяющейся от пластинчатой до шаровидной.

Для шаровидных ($\beta \approx 1$) включений имеем

$$\sigma_s / \sigma_s^M = \left\{ 1 + 0,028 \left[1 + (2a)^3 n_s^{3/2} (0,262 + 0,98(2a)^2 n_s) \right] \right\}^{-1} \quad (27)$$

где $n_s = 1/(2a)^2$ количество включений на единице площади шлифа.

Согласно (27) на рис. 13 построены кривые, показывающие, что если диаметр включений не больше 20 мкм, то их количество не влияет на прочность чугунов. Это, как показано в работе А.Я.Красовского, В.В.Калайды, хорошо подтверждается экспериментальными данными.

3.2. Напряженное состояние материала с включениями после предварительного пластического деформирования (прокатка, ковка, вытяжка). Предложен [40, 41] подход для приближенного определения остаточных напряжений возле включений ($\varepsilon \ll 1$), возникающих в результате различных остаточных пластических деформаций $\varepsilon_s^{(0)}$ и $\varepsilon_M^{(0)}$. Полагая, что предварительное пластическое деформирование не приводит к нарушению сплошности композита, задача сведена к следующему уравнению

$$u_z^M(x, y) + u_z^s(x, y) = (\varepsilon_s^{(0)} - \varepsilon_M^{(0)}) h(x, y), \quad (x, y) \in S. \quad (28)$$

На основании (1), (2), (7), (28) получены замкнутые решения для случаев изолированного сфероидального или туннельного эллиптического включения, а также системы коллинеарных или параллельных периодических эллиптических включений. В частности, для определения концентрации напряжений у сфероидального и эллиптического включений имеем следующие выражения [40, 41]

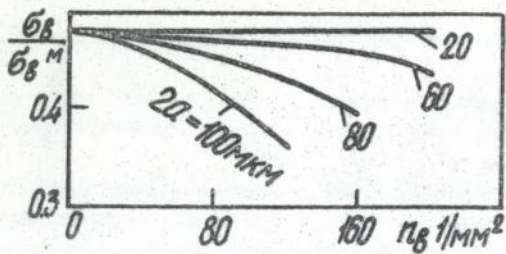


Рис. 13

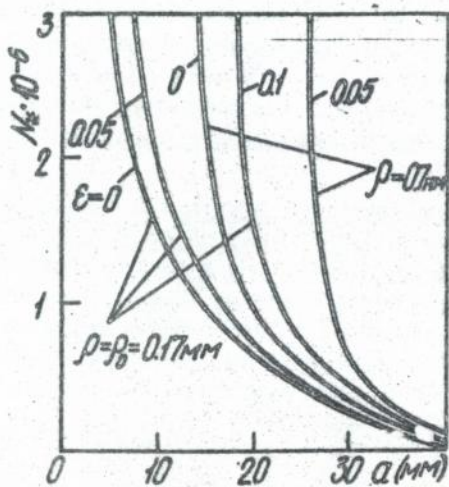


Рис. 14

$$\sigma_{zz}^K(\sigma\sigma) = 4 E_1 \beta (e_g^{(0)} - e_M^{(0)}) / [\beta + 4(1-\mu^2)\varepsilon\beta], \quad (29)$$

$$\sigma_{zz}^K(\varepsilon M) = 2 E_1 \beta (e_g^{(0)} - e_M^{(0)}) / [1 + 2\varepsilon\beta(1-\mu^2)] \quad (30)$$

Как пример рассмотрен случай предварительного деформирования на 8% стальной (ст. 30ХГСНА) матрицы $E = 2,1 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_g = 1010$ МПа с медным включением $E_1 = 1,28 \cdot 10^5$ МПа, $\sigma_g = 230$ МПа. Определив из диаграммы растяжения $e_g^{(0)} = 0,0784$, $e_M^{(0)} = 0,0752$ на основе (29), (30) имеем, что величина остаточных напряжений становится от 40 до 65% предела прочности матрицы при $2 \leq \beta \leq 10$.

3.3. Оценка прочности и долговечности опорного вала прокатного стана, содержащего упругие включения. На основе предложенных выше методов и критериев дано [42] оценку прочности и долговечности вала прокатного стана с диаметром бочки $2r_0 = 1500$ и ее длины $l = 700$ мм, изготовленного из ст. 9ХФ. Согласно данным А.И. Дарчука, А.М. Легуна, учитывающих неоднородность материала вала, наиболее опасными с точки зрения допустимых размеров трещин являются дефекты, размещенные в его поперечном сечении на глубине, равной $r_0/2$. Поэтому исследовалась задача о долговечности вала со сфероидальным включением в этой точке. Пользуясь диаграммами циклического разрушения материала вала, а также считая, что совместная работа матрицы и включения сохраняется лишь на период зарождения факела трещин длиной d_0 (см. п.1.4), для определения полной долговечности N_R приходим к зависимости

$$N_R = \frac{1}{4 d_0 (1-R)^2} \left\{ \frac{d_0 (1-\beta^{(1)})}{(\beta^{(1)}(1-R) - \beta^{(2)})^{3/2}} + \int_{d_0}^{l} \frac{(1-\beta^{(2)}) dl}{(\beta^{(2)}(1-R) - \beta^{(1)})^{3/2}} \right\}, \quad (31)$$

$$\beta^{(1)} = \frac{K_{I \max}^2(a)}{K_{fc}^2} \left(1 + \left(\frac{\rho}{\rho_0} \right)^2 \right)^{-1/2} \left(\frac{(1-\varepsilon)\sqrt{\rho}}{\sqrt{\rho} + 4\varepsilon\sqrt{a}(1-\mu^2)} \right)^2; \quad \rho \geq \rho_0;$$

$$\beta^{(2)} = K_{I \max}^2(a+l)\psi_1(\rho, l) / K_{fc}^2; \quad \beta^{(1)} = K_{th(a)}^2 / K_{fc}^2; \quad R = 0,64;$$

$$K_{th(a)} = 12 \text{ МПа}\sqrt{\text{мм}}; \quad K_{th} = 30 \text{ МПа}\sqrt{\text{мм}}; \quad K_{fc} = 71 \text{ МПа}\sqrt{\text{мм}};$$

$$\sigma_{zz \max} = 246 \text{ МПа}; \quad \rho_0 = 0,17 \text{ мм}; \quad \varepsilon \leq 1.$$

Результаты расчета долговечности вала N_x от радиуса включения a для различных ε и радиусов закругления ρ приведены на рис.14.

Для определения критического значения $a = a_x$ при статическом нагружении вала, согласно (4), получаем равенство

$$a_x = \left[\sqrt{\rho} \left(2\sigma_{zmax} (1-\varepsilon) \sqrt{\rho} - 4\sqrt{A_0} \varepsilon (1-\mu^2) \right) \right], \rho \geq \rho_0, \quad (32)$$

$$A_0 = K_{IC}^2 \sqrt{1 - (\varepsilon_{ном} / \varepsilon_c)^2}$$

Проведенные расчеты с учетом изменения σ_{zmax} , K_{IC} , ρ_0 , ε_c по глубине вала показывают, что наиболее опасным местом расположения дефектов типа трещин ($\rho = \rho_0$) являются точки, расположенные на расстоянии около 250 мм от оси вала, при этом, например, $a_x = 27$ мм ($\varepsilon = 0$) и $a_x = 36$ мм ($\varepsilon = 0,01$). Для $\rho \gg \rho_0$ более опасными становятся дефекты, находящиеся на небольших расстояниях от оси вала.

3.4. Оценка долговечности трубы с продольной полуэллиптической трещиной. Произведен [43,44] расчет долговечности трубы (ст. ЗВХИЗМФА, $\sigma_T = 1350$ МПа; $\sigma_B = 1450$ МПа; $\mu = 0,3$) радиусов 76,5 и 136 мм, ослабленной внутренней поверхностью полуэллиптической трещиной. Труба нагружена внутренним пульсирующим давлением $P_{max} = 720$ МПа, остаточными и температурными напряжениями. Полагая, что в процессе подрастания трещина все время остается полуэллиптической, задача сводится к системе двух дифференциальных уравнений относительно полуосей a и c ($2c$ - длина трещины)

$$da/dN \Big|_{a=2c/2} = \Phi^{-1}(a); \quad dc/dN \Big|_{c=0} = \Phi^{-1}(a); \quad a(0) = a_0, c(0) = c_0, \quad (33)$$

где $\Phi(a) = A \left((a_0 / (a_0 - a))^m - 1 \right)$ - известная характеристическая функция усталостного разрушения; a - угол полярной системы координат с началом в центре оси $2c$; $A = 1705 \cdot 10^3$ цикл/м; $a_0 = 0,94$; $m = 1,54$; $\lambda = 1 - \sqrt{\sigma_T^{(0)} / \sigma_{fc}}$; $\sigma_{fc} = 0,023$ мм; $\sigma_T^{(0)}$ - раскрытие трещины, определяемое на основании метода граничной интерполяции и метода эквивалентных состояний, изложенных в п.2.2 и 2.3. Для численного решения уравнений (33) составлен пакет программ. Результаты решения представлены на рис.15 двумя кривыми, которые изображают кинетику докритического роста трещины в зависимости от

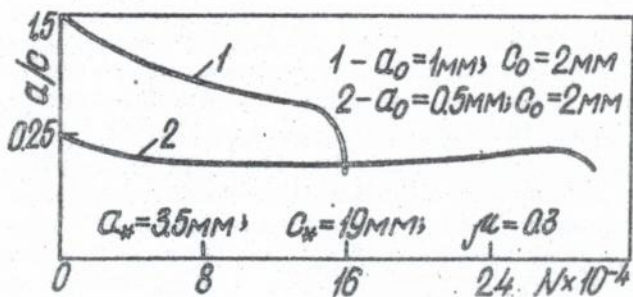


Рис. 15

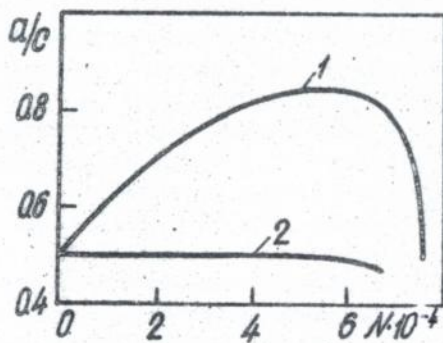


Рис. 16

ее начальных размеров и формы. Как видно, форма и размеры критической трещины не зависят от их начальных значений.

3.5. Долговечность трубного става с поверхностными концентраторами напряжений. Сделан [29,43,45,47] расчет долговечности трубного става для добычи полезных ископаемых с дна океана. Трубы его изготовлены из ст. 28Х2М2БД, для которой $\sigma_T = 850$ МПа, $\sigma_R = 950$ МПа, $\delta_{Tc} = 0,021$ мм; $A = 3,56 \times 10^5 (1 - R^2)^{4,5}$ (цикл/м); $\lambda_0 = 1 - 0,061/\sqrt{1 - R^2}$; $m = 1,2$; $K_R = 21$ МПа $\cdot\sqrt{м}$; $\mu = 0,3$; $\rho_0 = 0,1$ мм. Став состоит из семи секций, соединенных резьбой с помощью муфт. Наиболее опасной является седьмая секция с внешним и внутренним радиусом труб 122,25 и 112,5 мм. Оценка долговечности секции осуществляется следующим образом. Сначала определяется статочная долговечность при условии, что в поперечном сечении гладкой части трубы имеется начальная внешняя полуэллиптическая трещина с полуосями a_0 и c_0 . Циклическая нагрузка, вызываемая волнением океана от 3 до 8 баллов, характеризуется "рабочим режимом (ρ)" и "штормовым отстоем (μ)", оба продолжительность по 500 часов. При (ρ) максимальная нагрузка ступенчато изменяется приблизительно от 400 до 500 и снова до 400 МПа ($R \approx 0,6$), а при (μ) она ≈ 550 МПа ($R = 0,5$). Решение задачи осуществляется аналогично предыдущему случаю. Численные результаты приведены на рис.16 в виде двух кривых для $a_0 = 1$ мм; $c_0 = 2$ мм. При этом критическая величина трещины и долговечность става соответственно для (ρ) и (μ) становятся: $a_R = 9$ мм; $c_R = 18,6$ мм; $N_R = 75500$ цикл (125 часов) и $a_R = 8,1$ мм; $c_R = 17,4$ мм, $N_R = 675000$ цикл (110 часов), что свидетельствует о недопустимости установки в став трубной секции с начальной трещиной, указанными размеров.

Здесь же дана оценка [46] полного ресурса седьмой секции, включающая период зарождения факела трещин глубиной ρ_0 (первый этап) на дне резьбового соединения и период дальнейшего распространения (второй этап) одной трещины начальной длины $l \geq \rho_0$. Резьбовое соединение труб через муфту схематически представлялось в виде периодической системы параллельных отверстий длиной 2 мм и радиусом округления $\rho = 1$ мм с расстоянием между их центрами r равным 4 мм. Расчет напряжений по формуле (2) (с учетом увеличения толщины сечения секции на участке резьбового соединения) показал, что они ниже предела текучести материала. Поэтому первый этап зарождения трещины оценивался по кривой Веллера, построенной в АН Украины на цилиндрическом образце в среде

морской воды, уравнение которой

$$(\sigma_{max} / \sigma_R)^n = N_0 / N; \quad (N_0 = 10^7 \text{ цикл.}; n = 14), \quad (34)$$

где $\sigma_R = 2\sigma_p / (1+R+(1-R)\psi_\sigma)$, $\psi_\sigma = (2\sigma_p - \sigma_0) / \sigma_0$; $\sigma_0 = 490 \text{ МПа}$.

Поскольку σ_{max} зависит от количества баллов, то, воспользовавшись линейной гипотезой накопления повреждений, получим зависимость

$$\frac{1}{N_0 \sigma_p^{2n}} \sum_{i=1}^{N_3} [\sigma_{max(i)} (1+R_i + (1-R_i)\psi_\sigma)]^{2n} = 1, \quad (35)$$

для определения периода N_3 зарождения трещин глубиной ρ_0 .

Решая (35) находим, что для (ρ) $N_3 \approx 1,1 \cdot 10^8$ цикл ($\approx 1,8 \cdot 10^5$ часов), для (\mathcal{M}) $N_3 \approx 6,2 \cdot 10^5$ цикл (≈ 1020 часов), т.е. зарождение трещины глубиной $\rho_0 = 0,1$ мм происходит за 360 (ρ) и за 2,04 (\mathcal{M}).

На втором этапе ($l \geq \rho_0$) используются диаграммы циклического разрушения, которые можно описать соотношением

$$\frac{dl}{dN} = \frac{f_1(R) (\mathcal{K} E \rho_0 / 2)^{3/2} (W_t(l))^{3/2} - (\sigma_{thw})^2 f_2(R) / (2E)^{3/2}}{10^7 K_*^3 (1 - (W_t(l) / W_{fc})^{3/2})}, \quad (36)$$

где $f_1(R) = (1-R^2)^{4,5}$; $f_2(R) = (1-R^2)^{-7}$; $K_* = 14 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$;

$K_{fc} = 30 \text{ МПа} \cdot \sqrt{\text{м}}$.

Уравнение (36) получено в предположении, что функция усталостного роста макротрещины описывает и рост короткой трещины при замене $K_{I\max}^2$ на параметр плотности энергии деформирования [12] в окрестности вершины трещины $W_t(l) = \sigma_T \varepsilon_p(l) / 2$ согласно (5), т.е. $K_{I\max}^2 \rightarrow \mathcal{K} E \rho_0 \varepsilon_p(l) \sigma_T / 4 = \mathcal{K} E \rho_0 W_t(l) / 2$ при $\rho = 0$.

В результате численного решения (36) получено, что для (ρ) $N_g = 6,04 \cdot 10^6$ цикл ($\approx 1,01 \cdot 10^4$ часов), для (\mathcal{M}) $N_g = 5,9 \cdot 10^4$ цикл (≈ 100 часов), т.е. докритический рост трещины происходит за 20 (ρ) и 0,2 (\mathcal{M}), а критическая величина трещины l_* соответственно равна 1,5 и 1,2 мм. Таким образом, трубный став может выдержать больше двух (\mathcal{M}) и около 380 (ρ). При этом около 90% общей долговечности приходится на зарождение факела трещин.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

1. Создана новая математическая модель тонкого упругого включения, учитывающая его силовое и температурное взаимодействие с матрицей. Модель позволяет построить уравнения, определяющие параметры дальнего упругого поля для включений произвольной жесткости в трехмерных телах.

2. Получены новые зависимости между дальним и ближним упругими полями в теле с включениями, учитывающие влияние продольных усилий на величину концентрации напряжений (ближнее поле) в матрице. Они позволяют определять распределение напряжений около включений любой жесткости с плавно закругленными вершинами через решение соответствующей сингулярной задачи. Этим значительно упрощается решение исходной задачи.

3. Сформулирован двухпараметрический деформационный критерий предельно-равновесного состояния упругопластического тела с концентратором напряжений. Критерий позволяет определить предельное значение внешних усилий, если известно решение соответствующей сингулярной задачи, трещиностойкость и предельное значение деформации растяжения.

4. Построена достаточно простая аналитическая зависимость для определения величин пластической деформации в вершине концентратора напряжений, на дне которого располагается трещина произвольной длины. Это позволило с единых позиций описать как процесс зарождения, так и подростания трещины при циклическом нагружении.

5. Показано, что решение сложной задачи определения дальнего упругого поля в многограннике с системой включений можно получить с помощью решений более простых задач для пространств с изолированными включениями и полупространств при соответствующих граничных условиях для них. На этом основании и с применением интегральных преобразований Фурье построена система сингулярных интегрально-дифференциальных уравнений для многогранника с включениями.

6. Показано, что эффективное приближенное решение сложных многопараметрических задач для тел с концентраторами напряжений можно построить путем суперпозиции соответствующих решений однопараметрических задач, каждое из которых учитывает влияние поверхности тела или способ их размещения.

7. Разработан метод эквивалентных состояний для приближенно-

го определения раскрытия трещины в трехмерном упругопластическом теле, когда зона предразрушения представляется двумя полосами пластического скольжения, наклоненными под некоторым углом к плоскости трещины. Эффективность метода состоит в том, что сложная упругопластическая задача сводится к решению некоторой модельной в σ_k — постановке при эквивалентном нагружении и исходной упругой задач.

8. Предложен подход для определения величины остаточных напряжений возле упругих включений в матрице, предварительно подверженной пластической деформации. Для решения задачи получено уравнение совместного деформирования, которое с помощью модели тонкого включения сводится к интегральному уравнению относительно напряжений во включении.

9. Найдены аналитические и численные решения ряда двумерных и трехмерных задач для тел с включениями, учитывающие влияние свободных поверхностей, взаиморасположения, формы и жесткости включений на концентрацию напряжений. Установлено, что в отличие от случая с полостями величина концентрации напряжений возле включений при их сближении (см. (22)) остается конечной.

10. Получена зависимость для определения прочности чугуна с графитовыми включениями, форма которых меняется от пластинчатой к шаровидной. Теоретические результаты хорошо согласуются с экспериментальными данными о влиянии формы и количества включений на прочность чугунов и неизменяемости ее от количества шаровидных включений, диаметром не больше 20 мкм. Показано, что прочность чугуна в зависимости от формы включений изменяется в несколько раз.

11. Сделан расчет прочности и долговечности опорного вала прокатного стана Φ 1500 x 1700 мм со сфероидальным включением при статическом и циклическом нагружениях. Установлено, что заполнение полости материалом включения ощутимо влияет на допустимую величину таких концентраторов и менее заметно — на долговечность, если размер дефекта превышает допустимый. Расчеты (рис. 14) свидетельствуют, что имеющиеся в валке включения радиусом $a \leq 15$ мм безопасны, поскольку его долговечность в этом случае становится около $1,2 \cdot 10^6$ цикл. Это соответствует сроку работы вала за одну установку его в кость.

12. Проведен расчет остаточной долговечности трубы с поверхностной полуэллиптической трещиной, подверженной действию внутреннего пульсирующего давления, остаточным и температурным напря-

жением. При этом установлено, что форма и размеры критической трещины не зависят от ее начальных параметров.

13. Определен ресурс работы трубного става для добычи полезных ископаемых с дна океана. Расчет осуществлен как с позиций остаточной, так и полной долговечности, учитывающей период зарождения и рост трещины в резьбовом соединении става. В случае отсутствия начальной трещины став выдерживает около 30 "рабочих режимов" и два "штормовых отстоя". Наличие же начальной поперечной трещины глубиной не меньше 1 мм в трубной секции недопустимо, поскольку став в этом случае не выдерживает ни одного "рабочего режима".

ЛИТЕРАТУРА

1. Панасюк В.В., Стадник М.М., Силованюк В.П. Концентрация напряжений в трехмерных телах с тонкими включениями // Киев: Наук. думка, 1986. - 216 с.
2. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Стадник М.М. Пространственные задачи теории трещин. (Обзор) // Физ.-хим. механика материалов. - 1979. - № 4. - С. 39-55; № 5. - С.45-65; № 6. - С.17-26.
3. Panasyuk V.V., Andrejkiw A.E., and Stadnik M.M. Basic mechanical concepts and mathematical techniques in application to three-dimensional crack problems // Eng. Fract. Mech. - 1980. - 13, N 4. - P. 925-937.
4. Panasyuk V.V., Andrejkiw A.E. and Stadnik M.M. Three-dimensional static crack problems solution // Eng. Fract. Mech. - 1981. - 14, N 2. - P. 245-260.
5. Стадник М.М. Об одном методе приближенного решения трехмерной упругой задачи для тела с тонким включением // Физ.-хим. механика материалов. - 1988. - № 1. - С. 53-65.
6. Стадник М.М. Об одном методе определения напряжений в трехмерном теле с тонким упругим включением // Механика разрушения материалов: Тез. докл. I Всесоюз. конф. - Львов, 1987. - С.86.
7. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Стадник М.М. Упругое равновесие неограниченного тела с тонким включением // Докл. АН УССР, Сер.А. - 1976. - № 7. - С. 637-640.
8. Андрейкив А.Е., Стадник М.М. Растяжение тела с системой тонких упругих включений // Прикл. механика. - 1979. - № 5. - С.61-66.
9. Стадник М.М., Андрейкив А.Е. Прочность материалов, содержащих системы тонких включений // Физ.-хим. механика материалов. -

1986. - № 1. - С. 29-35.
10. Стадник М.М. Об одном деформационном критерии локального разрушения тел со сплюснутыми полостями // Там же. - 1989. - № 2. - С. 113-114.
 11. Стадник М.М. Об одном подходе для определения долговечности трехмерного тела с тонким включением при циклическом нагружении // УШ Всесоюзн. конф. по усталости металлов: Тез. докл. - Москва, 1982. - С. 108-109.
 12. Стадник М.М., Ризничук Р.В. Расчетная модель для определения усталостной долговечности тела, ослабленного тонкой полостью // Физ.-хим. механика материалов. - 1989. - № 3. - С. 83-88.
 13. Стадник М.М., Морозович Я.Д. Термоупругая задача для выпуклого многогранника с системой тонких включений (Сообщение II). Термоупругое равновесие многогранника с включениями // Там же. - 1986. - № 3. - С. 89-96.
 14. Стадник М.М., Морозович Я.Д. Термоупругая задача для выпуклого многогранника с системой тонких включений (Сообщение I). Термостатическое состояние многогранника // Там же. - 1986. - № 2. - С. 39-43.
 15. Стадник М.М. Интегродифференциальные уравнения трехмерной задачи теории упругости для тела с системой тонких включений // Там же. - 1984. - № 1. - С. 15-21.
 16. Стадник М.М. Интегральные уравнения для пространства с системой плоских трещин, на берегах которых действуют несамоуравновешенные нагрузки // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1985. - № 3. - С. 34-37.
 17. Стадник М.М., Силованюк В.П. Определение концентрации напряжений в упругом теле с системой тонких включений, размещенных в одной плоскости // Физ.-хим. механика материалов. - 1977. - № 6. - С. 88-92.
 18. Стадник М.М. О приближенном решении упругой задачи для изотропной среды с системой произвольно расположенных включений // Там же. - 1980. - № 2. - С. 63-66.
 19. Панасюк В.В., Стадник М.М., Силованюк В.П. Осесимметричная задача для пространства с периодической системой тонких включений // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1981. - № 1. - С. 42-45.
 20. Стадник М.М., Силованюк В.П. Концентрация напряжений у тонких включений, размещенных в теле с плоскими гранями // Физ.-хим. механика материалов. - 1981. - № 3. - С. 59-64.

21. Стадник М.М., Силованюк В.П. Интегральные уравнения для слоя с тонким упругим включением // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1982. - № 4. - С. 44-47.
22. Панасюк В.В., Силованюк В.П., Стадник М.М. Осесимметричная упругая задача для полупространства с тонким включением // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. - 1982. - № 2. - С. 65.
23. Силованюк В.П., Стадник М.М. Осесимметричная задача для слоя с системой тонких упругих включений // Прикл. мат. и мех. - 1984. - Т.48. - вып.5. - С. 816-822.
24. Силованюк В.П., Стадник М.М. Тонкое упругое включение в условиях сдвига // Изв. АН СССР. Мех. тверд. тела. - 1984. - № 6. - С. 179-184.
25. Стадник М.М. Кручение толстого кругового цилиндра, содержащего соосное включение // Физ.-хим. механика материалов. - 1982. - № 6. - С. 107-109.
26. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Стадник М.М. Метод граничной интерполяции в задачах механики разрушения // Там же. - 1983. - № 1. - С. 3-12.
27. Метод граничной интерполяции для решения задач теории упругости / В.В.Панасюк, А.Е.Андрейкив, М.М.Стадник и др. // Математические методы мех. деформ. твердого тела: Доклады I Всесоюзн. симпозиум. - М.: Наука, 1986. - С. 118-124.
28. Стадник М.М. Метод эквивалентных состояний для приближенного определения раскрытия вершины трещины // Физ.-хим. механика материалов. - 1986. - № 6. - С. 114-116.
29. Механика разрушения и прочность материалов: Справочное пособие 4 т. / Под общей ред. В.В.Панасюка. - Киев: Наук. думка, 1988-1990; Т.4: Усталость и циклическая трещиностойкость конструкционных материалов / О.Н.Романив, С.Я.Ярема, Г.Н.Никифорчин, Н.А.Махутов, М.М.Стадник. - 1990. - 680 с.
30. Определение величины раскрытия вершины трещины в упругопластических телах / В.В.Панасюк, А.Е.Андрейкив, М.М.Стадник, И.В.Дидух // Физ.-хим. механика материалов. - 1990. - № 6. - С. 53-61.
31. Панасюк В.В., Стадник М.М., Горбачевский И.Я. Некоторые упругие задачи для изотропной среды, содержащей тонкое туннельное включение сложной конфигурации // Там же. - 1989. - № 5. - С. 23-28.
32. Панасюк В.В., Стадник М.М., Горбачевский И.Я. Плоская задача

- для упругой среды с тонким упругим включением неканонической формы // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1989. - № 9. - С. 54-56.
33. Стадник М.М., Горбачевский И.Я. Определение напряженно деформированного состояния в теле с системой упругих туннельных включений. - Львов, 1986. - 54 с. - (Препр. / АН УССР. Физ.-мех. ин-т, № П10).
34. Стадник М.М., Силованюк В.П. Упругая задача для пространства с двумя сфероидальными включениями в поле одноосного растяжения // Физ.-хим. механика материалов. - 1984. - № 2. - С. 74-77.
35. Стадник М.М., Силованюк В.П. Одно- и двоякопериодическая система тонких упругих включений в трехмерном теле // Там же. - 1980. - № 4. - С. 84-89.
36. Стадник М.М., Силованюк В.П. Концентрация напряжений около тонких сфероидальных включений в случае размещения их в узлах прямоугольной сетки // Изв. АН Арм. ССР. "Механика. - 1987. - № 3. - С. 54-57.
37. Стадник М.М., Силованюк В.П. Растяжение призматических брусьев, содержащих тонкие включения // Физ.-хим. механика материалов. - 1980. - № 5. - С. 56-60.
38. Стадник М.М., Силованюк В.П. Упругая задача для слоя с тонким включением // Там же. - 1981. - № 6. - С. 72-76.
39. Влияние формы графитовых включений на концентрацию напряжений и механические свойства чугунов / И.П.Волчок, М.М.Стадник, В.П.Силованюк и др. // Там же. - 1984. - № 3. - С. 89-92.
40. Андрейкив А.Е., Стадник М.М., Горбачевский И.Я. Остаточные напряжения в металлах возле включений после пластического деформирования // Докл. АН УССР. Сер.А. - 1981. - № 2. - С. 40-42.
41. Стадник М.М., Горбачевский И.Я. Определение остаточных напряжений в предварительно пластически деформированном теле с тонкими туннельными включениями (на укр. языке) // Физ.-хим. механика материалов. - 1989. - № 2. - С. 19-23.
42. Определение крупной прочности и долговечности элементов конструкций и их материалов с учетом воздействия эксплуатационных факторов: Отчет по теме РБ-12/254 / ФМИ АН УССР. ГР № 01.86.0043082. Львов. - 1989. - 727 с.
43. Стадник М.М., Дидух И.В. Определение кинетики поверхностной полуэллиптической трещины в трубе на основании σ_K -критерия // Физ.-хим. механика материалов. - 1987. - № 6. - С. 71-75.

44. Применение механики разрушения для прогнозирования работоспособности инженерных конструкций / А.Е.Андрейкив, М.М.Стадник, А.И.Дарчук, И.В.Дидух. - Львов, 1987. - 50 с. - (Препр. / АН УССР. Физ.-мех. ин-т, № 131).
45. Андрейкив А.Е., Стадник М.М., Дидух И.В. Определение остаточного ресурса трубного става в условиях эксплуатации / Трещиностойкость материалов и элементов конструкций: Тез. докл. III Всесоюз. симпозиума по механике разрушения. - Житомир, 1990. - Ч.Ш. - С.7.
46. Стадник М.М., Ризничук Р.В. К вопросу о зарождении усталостной трещины в вершине резьбовой выточки трубного става // Там же. - С. 89-90.
47. Selection of fatigue Fracture criterion for estimation of fatigue resistance of fixed off-shore structures / A.E.Andrejkiw, M.M.Stadr'k, V.A.Zazuljak, E.F.Garf // Welding of tubular structures: Proc. of the second Int. Conf. held in Boston. - Mass: Pergamon Press. - 1984. - P. 525-534.

С.В.Савицкий

СО Д Е Р Ж А Н И Е

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ	3
I. РЕОЛОГИЧЕСКИЕ И ПРОЧНОСТНЫЕ МОДЕЛИ УПРУГОПЛАСТИЧЕСКИХ ТЕЛ СО СПЛОСНУТЫМИ ПОЛОСТЯМИ РАЗЛИЧНОГО ЗАПОЛНЕНИЯ	8
I.1. Математическая модель деформирования тонкого упруго- го включения	8
I.2. Обобщение формул для определения концентрации напря- жений у сплюснутых полостей на случай тонких включе- ний (ближнее поле упругих напряжений)	10
I.3. Критерии локального разрушения тела с вытянутым кон- центратором напряжений при статическом нагружении ..	11
I.4. Расчетная модель для определения долговечности тела с тонким концентратором напряжений при циклическом нагружении	12
II. МАТЕМАТИЧЕСКИЕ МЕТОДЫ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ТЕРМОУПРУГОГО И УПРУГО- ПЛАСТИЧЕСКОГО РАВНОВЕСИЯ ТВЕРДЫХ ТЕЛ С ТОНКИМИ ВКЛЮЧЕНИ- ЯМИ И ТРЕЩИНАМИ	14
2.1. Метод сингулярных интегродифференциальных уравнений для определения температуры и дальнего поля упругих напряжений в многограннике с тонкими теплопроводя- щими включениями	14
2.2. Метод граничной интерполяции в многопараметрических задачах о концентрации напряжений возле сплюснутых дефектов	21
2.3. Метод эквивалентных состояний для приближенного определения раскрытия трещины нормального разрыва ..	22
2.4. Решение упругих задач для бесконечных тел с туннель- ными включениями	24
2.5. Решение трехмерных упругих задач для бесконечных тел со сферическими включениями	27
III. НЕКОТОРЫЕ ПРИКЛАДНЫЕ ЗАДАЧИ ТЕОРИИ ДЕФОРМИРОВАНИЯ И МЕХА- НИКИ РАЗРУШЕНИЯ МАТЕРИАЛОВ И ЭЛЕМЕНТОВ КОНСТРУКЦИИ	28
3.1. Влияния формы и количества графитовых включений на прочность чугунов	28
3.2. Напряженное состояние материала с включениями после предварительного пластического деформирования	31
3.3. Оценка прочности и долговечности опорных валков про-	

катных станов, содержащих упругие включения	33
3.4. Оценка долговечности трубы с продольной полуэллиптической трещиной	34
3.5. Долговечность трубного става с поверхностными концентраторами напряжений	36
IV. ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ	38
ЛИТЕРАТУРА	40

Подписано к печ. 13.02.92. Формат 60x84/16. Печать офсет. Бумага офсет.
Усл.п.л. 2,56 Усл. кр-отт 2,8 Уч.-изд.л. 2,0 Тираж 100 экз. Зак.2162
Бесплатно.

Областная книжная типография, 290000, Львов, ул. Стефаника, 11

466788

AS 2740

100125574

466788

Бесплатно.

АВ 25.476

АВ 25.476

