

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ
ИМ. Г.В.КАРПЕНКО

На правах рукописи
УДК 539.3

АЛЬ-МАХДАР
МУХИ-АЛЬДИН

"ОЦЕНКА НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ
ИЗГИБАЕМЫХ ЖЕЛЕЗОБЕТОННЫХ ЭЛЕМЕНТОВ ПРИ КРАТКО-
ВРЕМЕННОМ СТАТИЧЕСКОМ ДЕЙСТВИИ НАГРУЗКИ"

Специальность 01.02.04 - механика деформируемого
твердого тела

А в т о р е ф е р а т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

ЛЬВОВ - 1992

Работа выполнена во Львовском политехническом институте
Научный руководитель – доктор физико-математических наук,
профессор Русинко К.Н.

Официальные оппоненты – чл.-корр. АН Украины, д.т.н.,
профессор АНДРЕЙКИВ А.Е.
– к.т.н. ГЛАДЫШЕВ Г.Н.

Ведущее предприятие – Московский втоторожный институт

Защита состоится " 20 " мая 1992 г. в _____ часов на заседа-
нии специализированного совета Д 016.42.01 в физико-механическом
институте им.Г.В.Карпенко АН Украины /290601, Львов, ГСП, ул.Науч-
ная, 5/.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке физико-ме-
ханического института им.Г.В.Карпенко АН Украины.

Автореферат разослан " _____ " _____ 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного совета *Никифорчин* Никифорчин Г.Н.

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00816114 (L)

ЛННБ ім. В. Стефаника
АН УРСР

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность диссертационной работы:

Железобетон во всех его разновидностях стал основным строительным материалом и если учесть большие и все возрастающие масштабы строительства в Вашей стране и за рубежом, то можно представить как важно уметь рационально проектировать железобетонные конструкции, ведь даже небольшая экономия материала на конструкциях массового применения дает значительную экономию материальных и трудовых ресурсов, так необходимых для обеспечения огромных планов строительства.

Рациональность и экономичность проектируемой конструкции зависит от многих факторов, в том числе и от принятого метода расчета. Чтобы реально ощутить это достаточно рассчитать железобетонный элемент по официальным нормативным методикам, принятым в разных странах. При этом выясняется, что на конструктивный элемент, предназначенный для одних и тех же целей, расходуется различное количество железобетона или один и тот же элемент получает различную количественную оценку по трещиностойкости, деформативности и несущей способности.

Это свидетельствует не только о зависимости экономичности проектируемых конструкций от принятого метода расчета, но и о том, что по вопросам расчета железобетонных конструкций у специалистов нет единого мнения.

Актуальность данной диссертации заключается в изучении трещиностойкости и деформации, которое необходимо не только для уточнения расчета напряженно-деформированного состояния железобетонных элементов, но и для дальнейшего развития теории железобетона, поскольку ее фундаментом является теория деформативности и трещиностойкости.

Цель работы:

1. Построение модели и разработка методики изучения напряженно-деформированного состояния железобетонных балок разных профилей при кратковременном действии нагрузки.

2. Разработка методики определения высоты и ширины раскрытия трещины в зависимости от нагрузки, процента армирования, геометрических размеров армированной балки таврового сечения.

Определить напряжения в арматуре при наличии трещины.

Научная новизна:

1. Применение обобщенных функций к решению задачи изгиба

ж/б балок разных сечений.

2. Выявление влияния процента продольной арматуры на напряженно-деформированное состояние ж/б балки на действия поперечных сил.

3. Разработана методика расчета ж/б балки типа два Т с учетом влияния жесткости (армирования) плиты на напряженно-деформированное состояние балки.

4. Разработана методика определения ширины раскрытия трещины ж/б балок, в зависимости от геометрических параметров балки внешней нагрузки, процента армирования.

Практическая ценность работы:

1. Предложенная в работе методика определения напряженно-деформированного состояния ж/б балки типа два Т, позволяет снижать расход арматуры до 16%.

2. В результате исследования ж/б балки с поперечной арматурой, доказано, что необходимо учитывать влияние процента продольного армирования, при расчете ж/б балки на действия поперечных сил. При этом расход поперечной арматуры уменьшается от 7% до 13% в зависимости от вида нагрузки.

3. Разработана методика определения ширины раскрытия трещины ж/б балок, в зависимости от геометрических параметров, внешней нагрузки, процента армирования (в отличие от формулы СНиПа, в которой процент армирования ограничен).

Результаты, приведенные в работе могут быть использованы в инженерной практике для определения ширины раскрытия трещины в балке, находящейся под действием равномерно-распределенной нагрузки.

Достоверность:

Основных положений работы и научных результатов обеспечивается корректностью постановки задач; строгостью применяемых методов их решения; сопоставлением частных решений с известными в литературе, полученными другими методами.

Автор защищает:

1. Аналитические исследования трещиностойкости ж/б балки таврового сечения.

2. Обоснование необходимости учета влияния процента продольной арматуры на прочность ж/б балки на действия поперечных сил.

3. Обоснование необходимости учета влияния жесткости (армирования) плиты на напряженно-деформированное состояние ж/б балки типа два Т.

Апробация работ:

1. Основные результаты теоретических исследований напряженно-деформированного состояния железобетонных балок были доложены и одобрены на 8-ой научной конференции Дамасского Государственного университета, в 1990 г.

2. Доклад о диссертационной работе на кафедре теоретической механики Львовского политехнического института и физико-механического института им. Карпенко АН Украины.

Публикации: основные результаты отражены в 3 статьях и тезисах докладов конференции.

Структура и объем работы:

Диссертация состоит из введения, пяти глав, заключения. Список литературы из 36 наименований и приложений, 47 рисунков, 6 таблиц, общий объем диссертации 122 страницы.

Во введении раскрыта актуальность, а также научная и практическая важность вопросов, составляющих предмет диссертации.

В первой главе приведен обзор советских и зарубежных исследований по трещиностойкости и прочности ж/б балок.

Во второй главе сформулирована постановка и изложена методика решений задач определения напряженно-деформированного состояния балки таврового сечения с армирующим слоем.

Балка рассматривается как система двух упругих однородных пластин: горизонтальной (полки I), толщиной $2h$, шириной $2B$ и вертикальной (стенки 2), толщиной d , высотой H . Стенка подкреплена по нижней грани ($y=0$) упругой полосой (арматурой).

Модули упругости и коэффициенты Пуассона для пластин и арматуры равны соответственно E ; ν ; E_a ; ν_a .

Запишем граничные условия для такой балки.

А) Для полки (плиты):

- Прогиб плиты $V_n(x, z)$ и изгибающий момент равны нулю на опоре, т.е.

$$V_n(x, z) = 0; \quad \frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} = 0 \quad \text{при } x = \pm L \quad (2.1)$$

- Отсутствует перерезывающая сила и изгибающий момент на свободных краях полки, т.е.

$$\left. \begin{aligned} \frac{\partial^3 V_n}{\partial z^3} + (2-\nu) \frac{\partial^3 V_n}{\partial z \partial x^2} &= 0 \\ \frac{\partial^2 V_n}{\partial z^2} + \nu \frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} &= 0 \end{aligned} \right\} \quad \text{при } x = \pm B \quad (2.2)$$

На стыке стенки и полки прогибы и относительные удлинения в направлении оси OX равны между собой, т.е.:

$$V_n(x, H) = V_c(x, H) \quad (2.5)$$

$$\varepsilon_{n_x}(x, H) = \varepsilon_{c_x}(x, H),$$

где индекс n означает, что данная величина (V, ε) относится к плите, c - стенке - (a - арматуре).

На полку действует нормальная распределенная нагрузка, симметричная относительно OZ и приложенная по линии $z = 0$, т.е.:

$$q(x, z) = d[q(x) - P(x)]\delta(z), \quad (2.6)$$

где $q(x)$ - интенсивность известной приложенной (сверху) внешней нагрузки; $p(x)$ - интенсивность неизвестной нагрузки, приложенной со стороны стенки и являющейся ее реакцией, $\delta(z)$ - функция Дирака, которая отображает, что нагрузка находится вдоль линии $z = 0$; d - толщина стенки.

На полку действует неизвестная касательная распределенная нагрузка $\tau(x, z)$, обусловленная стенкой и приложенной по линии $z = 0$ ($y = H$), т.е. $\tau(x, z) = d\tau(x)\delta(z)$.

$$(2.7)$$

Б) Для стенки

- На торцах нормальные напряжения отсутствуют, т.е.:

$$\sigma_{c_x}(\pm L, y) = 0. \quad (2.8)$$

- На верхнюю кромку действует нормальная распределенная, т.е.:

$$\sigma_{c_y}(x, H) = -p(x). \quad (2.9)$$

- На нижней кромке нормальные напряжения отсутствуют:

$$\sigma_{c_y}(x, 0) = 0. \quad (2.10)$$

- На стыке стенки с арматурой относительные удлинения равны между собой, т.е.:

$$\varepsilon_{c_x}(x, 0) = \varepsilon_{a_x}. \quad (2.11)$$

Плиту считаем жесткой и достаточно тонкой. Тогда уравнение прогиба:

$$\Delta \Delta V_n = \frac{d}{D} [q(x) - p(x)] \delta(z), \quad (2.12)$$

где D - цилиндрическая жесткость

Необходимо решить уравнение (2-10). Для этого представим, учитывая четность функции $q(x)$, $p(x)$ и $V_n(x, z)$ в виде рядов:

$$\begin{aligned} q(x) &= \sum_{k=1}^{\infty} q_k \cos \alpha_k x; \\ p(x) &= \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cos \alpha_k x; \\ V_n(x, z) &= \sum_{k=1}^{\infty} V_k(z) \cos \alpha_k x, \end{aligned} \quad (2.11)$$

где $q_k(x)$ - известные коэффициенты разложения заданной нагрузки; P_k - неизвестные коэффициенты, $V_k(z)$ - неизвестные функции.

Удовлетворяя граничные условия (2-1), находим:

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2L} \quad (2.12)$$

и окончательное уравнение прогиба плиты после некоторых преобразований:

$$V_n(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left[C_{1k} \operatorname{ch} \alpha_k z + C_{2k} z \operatorname{sh} \alpha_k z + \frac{R_k}{2\alpha_k} (z \operatorname{ch} \alpha_k z - \frac{\operatorname{sh} \alpha_k z}{\alpha_k}) \theta(z) \right] \cos \alpha_k x, \quad (2.13)$$

где $\theta(z)$ смещенная функция Хевисайда.

$$\theta(z) = \theta_1(z) - \frac{1}{2} = \begin{cases} -\frac{1}{2} & z < 0 \\ \frac{1}{2} & z > 0 \end{cases} \quad \text{при}$$

Компоненты напряжения, обусловленных изгибом плиты, находим через уравнение прогиба:

$$\sigma_{nx} = -\frac{E(y-H-h)}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} + \nu \frac{\partial^2 V_n}{\partial z^2} \right), \quad \sigma_{nz} = -\frac{E(y-H-h)}{1-\nu^2} \left(\frac{\partial^2 V_n}{\partial z^2} + \nu \frac{\partial^2 V_n}{\partial x^2} \right).$$

Относительное удлинение ϵ_{nx} выражается через напряжение законом Гука.

Компоненты напряжения и деформации находим через уравнение прогиба.

В соответствии с условием (2-5) к плите приложены касательные усилия, обуславливающие возникновение дополнительных (к изгибным) напряжений. Определим их, считая плиту неограниченно большой, что существенно упрощает решение задачи.

Напряженно-деформированное состояние найдем с помощью функции Эри (U_n), которую примем в виде

$$U_n = \sum_{k=1}^{\infty} [A_k + B_k(1 \pm \alpha_k z)] e^{\mp \alpha_k z} \cos \alpha_k x, \quad (2.14)$$

где первые знаки относятся к $z > 0$, вторые - к $z < 0$, A_k и B_k - неизвестные коэффициенты, α_k - известные числа.

Имеем

$$\sigma_{nx} = \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2}; \quad \sigma_{nz} = \frac{\partial^2 U_n}{\partial x^2}; \quad \tau_{nxz} = -\frac{\partial^2 U_n}{\partial x \partial z}. \quad (2.15)$$

Коэффициенты B_k можно выразить через A_k следующим образом. Очевидно, что в силу симметрии перемещения по оси $OZ = (V_{пв})$ должна равняться нулю при $z = 0$.

Относительное удлинение $\epsilon_{пк2}$ пишутся законом Гука. Окончательные компоненты напряжения и деформация плиты находятся как сумма напряжения и деформация при изгибе и при действии катальных напряжения.

Напряженно-деформированное состояние стенки будем определять также функцией напряжения Эри (U_c):

$$\sigma_{cx} = \frac{\partial^2 U_c}{\partial y^2}; \quad \sigma_{cy} = \frac{\partial^2 U_c}{\partial x^2}; \quad \tau_{cx,y} = -\frac{\partial^2 U_c}{\partial x \partial y}. \quad (2.16)$$

Представим ее в виде:

$$U_c = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y) \cos \alpha_k x. \quad (2.17)$$

При этом:

$$f_k(y) = \lambda_{1k} \operatorname{ch} \alpha_k y + \lambda_{2k} y \operatorname{ch} \alpha_k y + \lambda_{3k} \operatorname{sh} \alpha_k y + \lambda_{4k} y \operatorname{sh} \alpha_k y. \quad (2.18)$$

Относительное удлинение ϵ_{xc} и уравнение прогиба по оси y стенки определяются законом Гука и законом перемещения $\frac{\partial v_c}{\partial y} = \epsilon_{cy}$

Напряжение в арматурном слое запишем через напряжения во втором теле:

$$\sigma_{ax} = \frac{N_a(x)}{F_a} \quad (2.19)$$

где F_a - площадь ее поперечного сечения, $N_a(x)$ - нормальное усилие в арматуре:

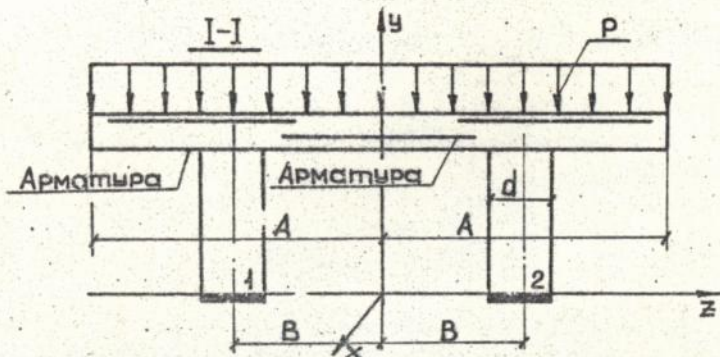
$$N_a(x) = \int_x^l \tau_c \cdot y (\xi, 0) d\xi = \sum_{k=1}^{\infty} (\lambda_{2k} + \alpha_k \lambda_{3k}) \cos \alpha_k x. \quad (2.20)$$

Относительное удлинение ϵ_{ax} арматуры определяется законом Гука.

Удовлетворив граничные условия (2-1 + 2-10) получаем систему 7к линейных уравнений для определения неизвестных коэффициентов и тем самым напряжений в балке.

В третьей главе решена задача изгиба ж/б балки типа два Т.

Балка рассматривается как система трех упругих пластин: анизотропной горизонтальной пластины I (полки) толщиной $2h$, шириной $2A$ и двух одинаковых, однородных, вертикальных пластин 2,3 (стенок), толщиной d , высотой H .



Горизонтальная пластина I армирована в направлении оси OZ ее роль учитывается косвенно. А именно, будем считать пластину I анизотропным телом. На полку действует нормальная равномерно распределенная по всей площади нагрузка P и нормальная распределенная нагрузка $q(x)$, симметричная относительно оси OZ и приложенная по линии $z = \pm B$ от взаимодействия полки со стенкой, т.е.

$$q(x, z) = -p + dq(x) [\delta(z+B) + \delta(z-B)] \quad (3.1)$$

где p - интенсивность известной приложенной (сверху) внешней нагрузки, отнесенной к единице площади.

$\delta(z-B)$: $\delta(z+B)$ - функции Дирака

d - толщина стенки

$q(x)$ - неизвестная нагрузка.

На полку действуют так же неизвестные касательные распределенные нагрузки $\tau(x, z)$, обусловленные стенкой и приложенные по линии $z = \pm B$ ($y=H$), т.е.

$$\tau(x, z) = d\tau(x) \delta(z \pm B) \quad (3.2)$$

Граничные условия такой балки смотрите во второй главе.

Для определения прогиба плиты будем считать ее состоящим из двух слагаемых.

I. От нормальной равномерно-распределенной нагрузки p (цилиндрический изгиб).

II. От неизвестных усилий $q(x)$

$$W_{II}(x, z) = W_{II}(x, H) + W_{II}(x, z) \quad (3.3)$$

Для первого случая уравнение цилиндрического изгиба имеет

вид:

$$D_x \frac{\partial^4 W_{II}}{\partial x^4} = -p \quad (3.4)$$

Представим нагрузку p в виде ряда:

$$p = \sum_{k=1}^{\infty} T \cdot A_k \cos \alpha_k x \quad (3.5)$$

где:

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2L}$$

D_x - цилиндрическая жесткость плиты относительно оси Ox
и прогиб:

$$W_{n1} = - \sum_{k=1}^{\infty} \frac{T \cdot A_k}{\alpha_k^2} \cos \alpha_k x \quad (3.6)$$

Причем:

A_k - коэффициент разложения нагрузки.

T - коэффициент интенсивности нагрузки.

Для определения $W_{n1}(x, z)$ запишем уравнение:

$$D_x \frac{\partial^4 W_{n1}}{\partial x^4} + 2(D_x \cdot D_z) \frac{\partial^4 W_{n1}}{\partial x^2 \partial z^2} + D_z \frac{\partial^4 W}{\partial z^4} = (p(x)) \quad (3.7)$$

D_x, D_z - цилиндрическая жесткость плиты относительно осей Ox, Oz и равны:

$$D_x = \frac{8Eh^3}{12(1-\nu^2)} ; \quad (3.8)$$

$$D_z = \frac{E}{1-\nu^2} [I_{cm} + (n-1) I_{ca}] ,$$

где I_{cm} - момент инерции бетона относительно оси Z

I_{ca} - момент инерции арматуры относительно оси Z

Для определения прогиба $W_{n1}(x, z)$ необходимо решать уравнение (3-7), при граничных условиях (3-1), (3-2).

Учитывая четность функции $q(x), \tau(x), W_{n1}(x, z)$ представим их в виде рядов:

$$q(x) = d \cdot \delta$$

$$p(x) = d \cdot \delta (z + B) \sum_{k=1}^{\infty} P_k \cos \alpha_k x$$

$$W_{n1}(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} W_k(z) \cos \alpha_k x ,$$

где: P_k - неизвестные коэффициенты

$W_k(z)$ - неизвестная функция

где:

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2L} , \quad (3.9)$$

и формула прогиба $W_{n1}(x, z)$ после решения дифференциального уравнения принимает вид:

$$\begin{aligned}
 W_{n2}(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ C_{3k} \operatorname{ch} \frac{\alpha_k z}{\lambda} + C_{4k} z \operatorname{sh} \frac{\alpha_k z}{\lambda} + \frac{R_k}{2\alpha_k^2} \left[\frac{\lambda}{\alpha_k} \operatorname{ch} \alpha_k B - \right. \right. \\
 \left. \left. - B \operatorname{sh} \frac{\alpha_k B}{\lambda} - \operatorname{ch} \frac{\alpha_k B}{\lambda} \right] + \frac{R_k}{2\alpha_k^2} \left[(z-B) \operatorname{ch} \frac{\alpha_k (z-B)}{\lambda} - \right. \right. \\
 \left. \left. - \frac{\lambda}{\alpha_k} \operatorname{sh} \alpha_k \frac{(z-B)}{\lambda} \right] \theta(z-B) + \frac{R_k}{2\alpha_k^2} \left[(z+B) \operatorname{ch} \frac{\alpha_k (z+B)}{\lambda} - \right. \right. \\
 \left. \left. - \frac{\lambda}{\alpha_k} \operatorname{sh} \alpha_k \frac{(z+B)}{\lambda} \right] \theta(z+B) \right\} \cos \alpha_k x.
 \end{aligned} \quad (3.10)$$

где: $\theta(z=B)$ функция Хевисайда.

$$\theta(z-B) = 1 \quad \text{при } z > B$$

$$\theta(z+B) = 1 \quad \text{при } z > -B$$

и общий прогиб:

$$\begin{aligned}
 W_n(x, z) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ \frac{T \cdot A_k}{\alpha_k^2} + C_{3k} \operatorname{ch} \frac{\alpha_k z}{\lambda} + C_{4k} z \operatorname{sh} \frac{\alpha_k z}{\lambda} + \right. \\
 \left. + \frac{R_k}{2\alpha_k^2} \left[\frac{\lambda}{\alpha_k} \operatorname{ch} \alpha_k B - B \operatorname{sh} \frac{\alpha_k B}{\lambda} - \operatorname{ch} \frac{\alpha_k B}{\lambda} \right] + \frac{R_k}{2\alpha_k^2} \times \right. \\
 \left. \times \left[(z-B) \operatorname{ch} \frac{\alpha_k (z-B)}{\lambda} - \frac{\lambda}{\alpha_k} \operatorname{sh} \frac{\alpha_k (z-B)}{\lambda} \right] \theta(z-B) + \frac{R_k}{2\alpha_k^2} \times \right. \\
 \left. \times \left[(z+B) \operatorname{ch} \frac{\alpha_k (z+B)}{\lambda} - \frac{\lambda}{\alpha_k} \operatorname{sh} \frac{\alpha_k (z+B)}{\lambda} \right] \theta(z+B) \right\} \cos \alpha_k x.
 \end{aligned} \quad (3.11)$$

Через уравнение прогиба $W_n(x, z)$ находим значения компонент напряжений σ_{nx}'' ; σ_{nz}'' ; τ_{xnz}'' и деформаций в случае изгиба плиты (как и во второй главе).

Для определения компонент напряжений в плите, обусловленных действием касательных усилий, исходим из уравнения теории упругости анизотропного тела, тогда:

$$a_{11} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial z^4} + (2a_{12} + a_{33}) \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^2 \partial z^2} + a_{22} \frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} = 0. \quad (3.12)$$

Компоненты напряжения:

$$\sigma_{x_{nz}} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial z^2}; \quad \sigma_{z_{nz}} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2}; \quad \tau_{x_{nz}} = - \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial z}. \quad (3.13)$$

Коэффициенты a_{11} , a_{22} , a_{12} , a_{33} выражаются через модуля упругости в разных направлениях и модуль G :

$$a_{11} = \frac{1}{E_x}; \quad a_{22} = \frac{1}{E_z}; \quad a_{12} = \frac{1}{E_{xz}}; \quad a_{33} = \frac{1}{G}. \quad (3.14)$$

Для их определения воспользуемся формулами С.П. Тимошенко. Предполагая, что функция напряжения имеет вид:

$$\varphi = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(z) \cos \alpha_k x, \quad (3.15)$$

тогда:

$$\alpha_{11} f_k^{IV} - \alpha_k^2 (2\alpha_{12} + \alpha_{22}) f_k'' + \alpha_k^4 (2\alpha_{12} + \alpha_{22}) f_k = 0. \quad (3.16)$$

Корни соответствующего характеристического уравнения:

$$r_{1,2,3,4} = \pm \alpha_k \sqrt{\frac{(2\alpha_{12} + \alpha_{22})}{2\alpha_{11}}} \pm \sqrt{\frac{(2\alpha_{12} + \alpha_{22})}{4\alpha_{11}} - \frac{\alpha_{13}}{\alpha_{11}}}. \quad (3.17)$$

Так как $(2\alpha_{12} + \alpha_{22})^2 > 4\alpha_{11}^2 \alpha_{22}$

то все корни уравнения (3.16) - вещественные числа.

Но поскольку напряжения вдоль оси OZ должны уменьшаться, мы вправе удержать лишь отрицательные корни. Введя обозначения

$$\mu = \frac{(2\alpha_{12} + \alpha_{22})}{2\sqrt{\alpha_{11} \cdot \alpha_{22}}},$$

$$\eta = \sqrt{\frac{\alpha_{11}}{\alpha_{22}}}$$

корни принимают вид:

$$r_{1,2} = -\frac{\alpha_k}{\eta} \sqrt{\mu \pm \sqrt{\mu^2 - 1}}.$$

Функция напряжения φ будет иметь вид:

$$\varphi = \sum_{k=1}^{\infty} [s_{1k} e^{-\frac{\pi}{2}} + s_{2k} e^{-\frac{\pi}{2}}] \cos \alpha_k x, \quad (3.18)$$

где

$$\gamma = \frac{\alpha_k}{\eta} \sqrt{\mu + \sqrt{\mu^2 - 1}}$$

$$\beta = \frac{\alpha_k}{\eta} \sqrt{\mu - \sqrt{\mu^2 - 1}}$$

Компоненты напряжений выражаются через функцию Эри.

Напряжения в плите состоят из сумм двух составляющих: напряжения от касательных усилий первой ($x = -B$) и второй ($x = B$) стенок.

Относительное удлинение ϵ_{11k}^i подается законом Гука.

Окончательные компоненты напряжения и деформация плиты находятся как сумма напряжения и деформация от изгиба и от действия касательных напряжений.

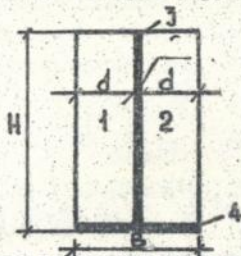
Коэффициенты S_{1k} можно выразить через S_{2k} как и во второй главе.

Напряжения и деформация в стенках и в арматурном слое находим аналогично как и во второй главе.

Удовлетворяя граничные условия задачи, получаем 7к алгебраических уравнений для определения 7 неизвестных коэффициентов и тем самым напряженно-деформированное состояние балки.

В четвертой главе рассматривается напряженно-деформированное состояние ж/б балки прямоугольного сечения с поперечной арматурой. Балку разделяем на 4 части (тела).

Два изотропных упругих и однородных тела (1, 2) имеют одинаковые модули упругости E и коэффициенты Пуассона ν и две упругие полосы (арматуры) (3, 4) - модули упругости E_a и коэф. Пуассона ν_a .



На стыке первого и второго тела с арматурой (4) непрерывны компоненты напряжений σ_y и τ_{xy} и компоненты перемещений u и v относительно осей Ox и Oy .

Нижняя кромка балки свободна от напряжений, на верхнюю действует распределенная нормальная нагрузка $p(\cdot)$. На торцах балки нормальные напряжения σ_x отсутствуют, а наличием опор обуславливаются неизвестные касательные условия.

Таким образом граничные условия на границе соединения первого и второго тел с арматурой (4):

$$\sigma_{x1} = \sigma_{x2} = \sigma_{x4} \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (4.1)$$

для первого и второго тела:

$$\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = -\frac{p_0 d}{B} \quad \text{при} \quad y = H \quad (4.2)$$

$$\tau_{xy1} = \tau_{xy2} = 0 \quad \text{при} \quad y = H \quad (4.3)$$

$$\sigma_{x1} = \sigma_{x2} = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm L \quad (4.4)$$

$$\sigma_{y1} = \sigma_{y2} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (4.5)$$

для третьего тела:

$$\sigma_{x3} = 0 \quad \text{при} \quad x = \pm L \quad (4.6)$$

$$\sigma_{y3} = 0 \quad \text{при} \quad y = 0 \quad (4.7)$$

$$\sigma_{\alpha\gamma\beta} = - \frac{\rho(x)\delta}{B} \quad \text{при } y = H \quad (4.8)$$

$$\epsilon_{x\beta} = \epsilon_{x4} \quad \text{при } y = 0 \quad (4.9)$$

$$\tau_{\alpha\gamma\beta} = 0 \quad \text{при } y = H \quad (4.10)$$

На стыке первого и второго тел с арматурой (3)

$$\epsilon_{x1} = \epsilon_{x2} = \epsilon_{\alpha\gamma\beta} \quad \text{при } y = 0 \div H \quad (4.11)$$

т.е. по всей длине и высоте балки,

где $\sigma_{i\alpha}$; $\sigma_{i\gamma}$; $\tau_{i\alpha\gamma}$; $\epsilon_{i\alpha}$ ($i = 1, 2, 3, 4$) относятся соответственно для 1, 2, 3, 4 тел.

На стыке первого и второго тела с арматурой (3) возникают касательные усилия $\tau_{x\beta}$ и $\tau_{y\alpha}$.

Касательные напряжения $\tau_{x\beta}$ являются нечетной функцией по x и меняют знак по y . Поэтому $\tau_{x\beta}$ примем в виде:

$$\tau_{x\beta} = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \alpha_k (1-y\lambda) \sin \alpha_k x, \quad (4.12)$$

где λ, b_k - неизвестные коэффициенты.

Компоненту напряжения $\tau_{y\alpha}$ можно считать независимой от y , она является четной функцией по x , ее будем искать в виде:

$$\tau_{y\alpha} = \sum_{k=1}^{\infty} b_k \lambda \cos \alpha_k x. \quad (4.13)$$

Приняв формулы (4.12 и 4.13), приходим к выводу, что компоненты напряжения $\tau_{x\beta}$, $\tau_{y\alpha}$ вычисляются по формулам:

$$\tau_{x\beta} = - \frac{\partial v}{\partial x}$$

$$\tau_{y\alpha} = - \frac{\partial v}{\partial y},$$

где

$$v = \sum_{k=1}^{\infty} b_k (1-y\lambda) \cos \alpha_k x \quad (4.14)$$

т.е. компоненты $\tau_{x\beta}$; $\tau_{y\alpha}$ обладают потенциалом постановки

Данная постановка является пространственной задачей теории упругости. Для упрощения ее решения предполагаем, что касательные усилия $\tau_{x\beta}$, $\tau_{y\alpha}$ являются объемными силами, приложенными к телам 1, 2, 3 и тем самым она сводится к двумерной плоской задаче теории упругости в случае наличия объемных сил.

Напряженное состояние тела 1, 2 выражается через функцию напряжения.

$$\varphi = \sum_{k=1}^{\infty} f_k(y) \cos \alpha_k x \quad (4.15)$$

которая удовлетворяет уравнению

$$\frac{\partial^4 \varphi}{\partial x^4} + 2 \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2 \partial y^2} + \frac{\partial^4 \varphi}{\partial y^4} = -(1-\nu) \left(\frac{\partial^2 \nu}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \nu}{\partial y^2} \right) \quad (4.16)$$

и компоненты напряжения:

$$\sigma_{x1} = \sigma_{x2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial y^2} + \nu; \quad \sigma_{y1} = \sigma_{y2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x^2} + \nu; \quad \tau_{xy1} = \tau_{xy2} = \frac{\partial^2 \varphi}{\partial x \partial y} \quad (4.17)$$

Удовлетворяя граничные условия (4.4), запишем

$$\alpha_k = \frac{(2k-1)\pi}{2L} \quad (4.18)$$

Для определения относительного удлинения используем закон Гука.

Напряженно-деформированное состояние тела (3) находим аналогично как и для тел (I, 2), при этом вместо ν будет ν_a .

Напряжение в арматурном слое (4) запишем через напряжения в телах (I, 2) и (3): $\sigma_{ax4} = \frac{N_a(x)}{F_{a4}}$.

$$N_a(x) = 2d \int_x^L \tau_{xy1}(\xi+0) d\xi + \delta \int_x^L \tau_{xy2}(\xi+0) d\xi - \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ 2d [c_2^* \alpha_k + c_3^* + \frac{b_k \lambda}{\alpha_k^2} (1-\nu)] + \delta [c_2 \alpha_k + c_3 + \frac{2b_k \lambda}{\alpha_k^2} (1-\nu_a)] \right\} \cos \alpha_k x \quad (4.19)$$

Для определения коэффициента λ запишем

$$\int_0^L (\delta \sigma_{ax3} + 2d \sigma_{x1}) dy + N_{a4} = 0 \quad (4.20)$$

при $x=0$.

Определение напряженно-деформированного состояния такой балки сводится к решению ИСК алгебраических уравнений.

В пятой главе рассмотрена методика определения длины и ширины раскрытия трещины в армированной балке таврового сечения, находящейся под действием равномерно-распределенной нагрузки.

При некотором значении внешней нагрузки напряжения в нижних слоях балки достигают значения сопротивления отрыву (R_{bt}) бетона и в нем возникает трещина. С дальнейшим увеличением нагрузки происходит ее развитие.

Поверхности трещины свободны от напряжений, раскрытие трещины осуществляется за счет деформации армирующего слоя.

Таким образом, граничные условия:

$$\begin{aligned} \sigma_{sx} + \sigma_{sxnp} &= 0 && \text{при } x=0; 0 < y < l \\ \varepsilon_{sx} &= \varepsilon_{sx} + \varepsilon_{sxтр} && \text{при } y=0 \quad x = [-L+L] \quad cx = \pm u, (5.1) \\ \tau_{sxy}(x, 0) &= 0 && \text{при } x = \pm u, \end{aligned}$$

где: σ_{sx} ; $\tau_{схх}$; $\epsilon_{схх}$ - компоненты напряжений и деформации в армированной балке без трещины, определенные по формулам второй главы. Однако неизвестные коэффициенты этих формул вычисляются с учетом граничных условий (5.1);

$\sigma_{схтр}$; $\tau_{сххтр}$; $\epsilon_{сххтр}$ - компоненты напряжений и деформаций, обусловленные наличием трещины. Ил. определяем из формул Колосова - Лежневского:

$$2\gamma(\epsilon'_{схх} + i\epsilon'_{схх}) = \alpha\overline{\Phi(z)} - \overline{\Phi(z)} - \alpha\overline{\Phi'(z)} - \overline{\Psi'(z)},$$

где $\gamma = \frac{E}{2(1+\nu)}$; $\alpha = \frac{3-\nu}{1-\nu}$. (5.2)

$$\sigma_{сххтр} - i\tau_{сххтр} = \overline{\Phi(z)} + \overline{\Phi'(z)} - \alpha\overline{\Phi'(z)} - \overline{\Psi(z)}$$

Для полуплоскости с одним клином, деформация и напряжения записываются в виде:

$$\epsilon_{сххтр} = \frac{2\eta}{\gamma} \int_0^l \frac{4x^4 + t + (6+\alpha)x^2t^2 - 2(1-\alpha)t^4 - x^2t^2 - xt^4}{(x^2+t^2)^3} \mu(t) dt$$
 (5.3)

$$\sigma'_x = \int_0^l k(x, t) \mu(t) dt,$$
 (5.4)

где: l - длина трещины;

$\mu(t)$ - неизвестная функция, описывающая форму трещины.

После замены переменных (5.4) уравнение преобразуется к виду:

$$\frac{E}{4\alpha} \int_{-1}^1 \varphi(\xi) \left[\frac{1}{\xi-\eta} + \frac{\eta^2 + 6\eta + 4\xi\eta + 2\xi - \xi^2 + 4}{(\xi + \eta + 2)^3} \right] d\xi = \sigma_{хх}(\eta) \quad |\eta| < 1$$
 (5.5)

т.е. полученное интегральное уравнение является сингулярным.

Такие же преобразования проводим для уравнения (5.3).

Представим функцию $\varphi(\xi)$ в форме

$$\varphi(\xi) = \frac{u(\xi)}{\sqrt{1-\xi^2}}$$
 (5.6)

$u(\xi)$ - новая неизвестная функция, непрерывная на отрезке $[-1, 1]$.

Будем искать $u(\xi)$ в виде интерполяционного полинома

Лагранжа по чебышевским узлам:

$$\xi_k = \cos \frac{2k-1}{2n} \pi,$$
 (5.7)

где n - натуральное число.

Используя квадратные формулы Гаусса из интегрального уравнения (5.5) получаем системы $(n-1)$ линейных алгебраических уравнений:

$$\frac{E}{4} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n \left[\frac{1}{\xi_k - \eta_m} + K(\xi_k, \eta_m) \right] u(\xi_k) = \sigma_{x,ik=0}(\eta_n) \quad (5.8)$$

Из физических соображений запишем:

$$u(-1) = 0 \quad (5.9)$$

тогда

$$\sum_{k=1}^n (-1)^k u(\xi_k) \operatorname{ctg} \left(\frac{2k-1}{4n} \pi \right) = 0. \quad (5.10)$$

Удовлетворяя граничные условия (2.1 + 2.8), (5.1) и пользуясь уравнениями (5.8), (5.10) получаем систему $n+7$ линейных алгебраических уравнений для определения неизвестных coeff. $P_k, A_k, C_{1k}, C_{2k}, \lambda_{2k}, \lambda_{3k}, \lambda_{4k}$ и n неизвестных $u(\xi_k)$.

Коэффициент интенсивности напряжения:

$$K_1 = \sqrt{\frac{L}{2}} \frac{1}{n} \sum_{k=1}^n (-1)^k u(\xi_k) \operatorname{ctg} \left(\frac{2k-1}{4n} \pi \right). \quad (5.11)$$

В соответствии с критерием Ирвина трещина будет развиваться если:

$$K_1 = K_{1c}, \quad (5.12)$$

где K_{1c} - коэффициент интенсивности напряжения для материала, в данном случае для бетона, который определяется экспериментально, или по ГОСТу.

На интервале $0,1$ оси OY проекция перемещений (u) на ось OX претерпевает разрыв:

$$u(0,0) - u(-0,0) = 2 \int_0^1 \psi(\xi) d\xi. \quad (5.13)$$

Отсюда получена формула, определяющая ширину раскрытия трещины:

$$u(0,0) - u(-0,0) = \frac{\pi}{n} \sum_{k=1}^n u(\xi_k). \quad (5.14)$$

Методика решения данной задачи приведена в работе [1].

1. Панасюк В.В., Саврук М.П., Дацишин А.П. Распределение напряжений около трещин в пластинках и оболочках. Киев, Наукова думка, 1976.

Основные выводы диссертационной работы:

1. Определены зависимости напряженно-деформированного состояния ж/б балок разных профилей при изгибе от внешней нагрузки, изменения геометрических параметров, а также процента армирования.

Впервые расчет ж/б балок был осуществлен с помощью обобщенных математических функций Дирака и Хевисайда.

2. Получена эффективная ширина полок ж/б балки таврового сечения.

3. Разработана методика расчета ж/б балки типа два "Т" с учетом влияния жесткости плиты на напряженно-деформированное состояние стенок.

Из полученных результатов установлено, что при увеличении процента армирования плиты в 2 раза, нормальные и касательные напряжения в стенках уменьшаются в 2,8 раз, т.е. общие затраты арматуры такой балки снижаются до 16%.

4. В результате исследования ж/б балки с поперечной арматурой доказано, что с введением условного вертикального арматурного слоя, и с ростом его толщины нормальные и касательные напряжения резко уменьшаются по сравнению с напряжениями в балке без поперечного армирования. Это свидетельствует о том, что поперечное армирование воспринимает часть нормального напряжения.

Касательные напряжения, с ростом высоты продольной арматуры уменьшаются и следовательно расход арматуры уменьшается от 7% до 13% в зависимости от вида нагрузки. Это указывает на недостаток методики расчета теории железобетона при расчете конструкций на действия поперечных сил.

5. Разработана методика определения ширины раскрытия трещины железобетонных балок, в зависимости от геометрических параметров, внешней нагрузки, процента армирования.

Результаты, приведенные в работе могут быть использованы в инженерной практике для определения ширины раскрытия трещины в балке, находящейся под действием равномерно-распределенной нагрузки, в зависимости от изменения нагрузки, процента армирования и высоты балки.

6. Из полученных результатов следует, что при расчетах ж/б балок на раскрытие трещин, нормальных к продольной оси элементов, использование СНиП 2.03.01-84 является оправданным для балок с процентом армирования не более 2%, в то время разработанная в

работе методика используется при значительном больше проценте армирования.

Основные положения и результаты диссертации изложены в следующих работах:

1. Аль-махдар М.Ю. Изгиб ж/б балки таврового сечения //Арабский инженер// На арабском языке. Дамаск. 1990 г. № II.
2. Русинко К.Н., Аль-махдар М.Ю. Исследования напряженно-деформированного состояния ж/б балки типа два Т. //АЛХАНДСА//. В.О.Х. 1991 г. № 3 (на арабском языке).
3. Русинко К.Н., Аль-махдар М.Ю. Влияние продольного армирования на напряженно-деформированное состояние ж/б балки при действии поперечных сил. //АЛХАНДСА//. В.О.Х. 1991, № 12.

Русинко

АНБ им. В. Стефановича
АНУРС

168 988

378 25.543
АВ 25.543

Подписано к печ. 06.04.92. Формат 60x84/16 Печать офсет. Бумага офсет
Усл.п.л. 1,17 Усл.кр.-отт 1,17 Уч.-изд.л. 0,8 Тираж 100 экз.
Зак. 253I Бесплатно.

Областная книжная типография, 290000, Львов., ул. Стефаника, II

28