АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНЫХ ПРОБЛЕМ МЕХАНИКИ И МАТЕМАТИКИ
им. Я. С. ПОДСТРИГАЧА

На правах рукописи

ШАБО
Андрей Гвидович

УДК 539.3

ОПРЕДЕЛЕНИЕ РАСКРЫТИЯ ТРЕЩИН И ПЛАСТИЧЕСКИХ ЗОН У ИХ КОНЦОВ В ЗАМКНУТОЙ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ОБОЛОЧКЕ

Специальность 01.02.04 — механика деформируемого твердого тела

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Львов — 1992

Работа выполнена в Институте прикладных проблем механики и математики им. Я.С.Подстригача АН Украины.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ:
доктор физ.-мат. наук, профессор В.А.Осадчук

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ:

доктор технических наук, профессор Д.В.Грилицкий,
доктор физ.-мат.наук, профессор М.П.Саврук

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ:

Сумский физико-технологический институт

Защита состоится "29" июня 1992 г. в 15.00 часов на заседании специализированного совета К 016.59.01 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук и кандидата технических наук в Институте прикладных проблем механики и математики им. Я.С.Подстригача АН Украины (г.Львов, ул.Научная, 3 "Б").

С диссертацией можно ознакомиться в бибилиотеке Института прикладных проблем механики и математики им. Я.С.Подстригача АН Украины (г.Львов, ул.Научная, 3 "Б").

Отзывы на автореферат просим направлять по адресу: 290053,ГСП, г.Львов-53, ул.Научная, 3 "Б". Ученому секретарю специализированного совета.

Автореферат разослан "26" мая 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного совета П.Р.ШЕВЧУК

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00816111 (I)
ЛНБ ім. В. Стефаника
АН УРСР

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. В современной технике и строительстве в качестве конструктивных элементов широко применяются оболочки. Их работоспособность существенно зависит от наличия в них остроконечных концентраторов напряжений типа трещин. Поэтому большой теоретический и практический интерес представляет изучение напряженно-деформированного состояния в окрестности такого рода дефектов. Эти исследования важны также для решения вопросов оптимального проектирования оболочек с конструктивными прорезями, используемых в качестве основных узлов различного рода амортизаторов и вставок, препятствующих распространению трещин в магистральных трубопроводах.

Развитию теории и методов решения задач о напряженно-деформированном состоянии в двумерных упругих телах с разрезами (трещинами) посвящено значительное число работ отечественных и зарубежных ученых: Д.В.Грилицкого, А.А.Каминского, Г.С.Кита, Е.М.Морозова, В.А.Осадчука, В.В.Панасюка, В.З.Партона, Я.С.Подстригача, М.П.Саврука, Л.А.Фильштинского, В.П.Шевченко, С.Я.Яремы, Ф.Эрдогана, М.Ратвани, Дж.Си, Е.Фолиаса и др.

Подавляющее большинство известных на сегодня в литературе решений для оболочек с разрезами получено в упругой постановке. В то же время, как показывает опыт эксплуатации сооружений из стали современных марок, существенное влияние на развитие трещин оказывают предшествующие разрушению пластические деформации. Характерный линейный размер области около трещины, где развиваются пластические деформации, может быть соизмерим с размерами исходного дефекта или всего тела. В таких случаях применение концепции Гриффитса-Ирвина уже неправомерно и для правильной оценки сопротивления материала распространению в нем трещины используют деформационные критерии разрушения, в частности, критерий критического раскрытия трещины и соответствующую расчетную модель для вычисления этой величины ($\delta_к$ - модель).

Эта концепция впервые предложена М.Я.Леоновым и В.В.Панасюком и независимо от них Д.Дагдейлом и А.Уэллсом, неоднократно подтверждалась экспериментально и применялась разными авторами для исследования влияния пластического деформирования на предельное равновесие пластин с трещинами, находящихся в условиях плоского напряженного состояния. А.А.Каминский и Г.В.Галатенко обобщили $\delta_к$-модель на класс материалов с упрочнением.

Повышение требований, предъявляемых к качеству и надежности расчетов на прочность реальных элементов современных конструкций, обуславливает необходимость разработки аналогичной методики для исследования напряженного состояния более сложных обьектов, в частности, оболочек. Ф.Эрдоган и М.Ратвани построили аналог $\delta_к$-модели Леонова-Панасюка-Дагдейла применительно к тонким оболочкам и на этом основании исследовали напряженное состояние пологих оболочек из идеально упругопластического материала с одиночными трещинами. Аналогичная задача для замкнутой цилиндрической оболочки в рамках того же подхода решена В.А.Осадчуком, В.И.Кирьяном и М.М.Николишиным. В то же время, на сегодня в литературе, посвященной рассмотрению упругопластических оболочек с трещинами, не рассмотрено взаимодействие трещин и пластических зон у их вершин между собой и с границей оболочки. Актуальными также являются исследования для оболочек из материалов с более сложными физическими свойствами чем идеально упругопластический.

Обобщение аналога $\delta_к$-модели Леонова-Панасюка-Дагдейла на случай несквозной трещины большой глубины, предложенное Эрдоганом, Ратвани и Дилайлом, в отдельных случаях нуждается в уточнении. Следует также отметить, что В.А.Осадчуком на примере упругой оболочки было показано: во избежание значительных погрешностей при исследовании напряженного состояния цилиндрических оболочек с системами разрезов для малых расстояний между ними необходимо пользоваться уравнениями общей моментной теории.

Таким образом, на основании вышеизложенного тема даной работы является актуальной и представляет теоретический и практический интерес.

Целью настоящей работы является развитие методики определения напряженно-деформированного состояния замкнутых упругопластических цилиндрических оболочек с системами сквозных и несквозных трещин на основании общей моментной теории , в рамках аналога δ_k -модели; исследование взаимодействия трещин и пластических зон у их вершин между собой и с границей оболочки; исследование влияния вызванной физическими свойствами материала или особенностями геометрии разреза неравномерности распределения напряжений в концевой зоне трещины на величину ее раскрытия и размер пластических зон у ее вершин.

Научная новизна работы состоит в следующем:

- получена полная система уравнений задачи о напряженно-деформированном состоянии замкнутой цилиндрической оболочки с регулярной системой разрезов (разрезы при этом могут быть продольные или поперечные, сквозные или несквозные), которая в рамках аналога δ_k -модели учитывает наличие у концов разрезов пластических зон и состоит из условия пластичности, условий конечности напряжений у вершин трещины и сингулярных интегральных уравнений с неизвестными границами интегрирования, правые части которых разрывны и содержат неизвестные величины;
- построен алгоритм численного решения систем такого типа;
- аналог δ_k -модели для тонких оболочек обобщен на класс материалов с упрочнением;
- предложен аналог δ_k -модели для тонких оболочек, учитывающий изменяемость координаты нейтрального волокна в пластическом шарнире;

- предложен оригинальный способ решения задач об напряженно-деформированном состоянии цилиндрической оболочки конечной длины с разрезами, который заключается в задании на торцах оболочки фиктивных скачков обобщенных компонент упругого перемещения срединной поверхности с последующим приведением задач к системе интегральных уравнений, содержащей эти фиктивные скачки наряду с реальными на линиях трещин в качестве неизвестных величин;
- исследовано влияние различных параметров, задающих геометрию оболочки и трещин, их взаимное размещение, внешнюю нагрузку, приложенную к оболочке, физико-механические свойства материала и условия закрепления торцов на величину раскрытия трещин и длину пластических зон у их кончиков.

Методика выполнения исследований. В качестве исходной принята система дифференциальных уравнений замкнутой цилиндрической оболочки в перемещениях, учитывающая наличие несовместных деформаций (дисторсий). С использованием фундаментального решения, операции свертки и некоторых свойств обобщенных функций строятся интегральные представления для компонент напряженно-деформированного состояния оболочки через неизвестные плотности дисторсий. В рамках аналога δ_K -модели для тонких оболочек упругопластическая задача сведена к упругой, которая, в свою очередь, путем удовлетворения граничных условий на берегах разрезов и торцах оболочки приводится к системе сингулярных интегральных уравнений с неизвестными границами интегрирования и разрывными правыми частями, также содержащими неизвестные величины. Решение строится при помощи метода механических квадратур, а в случае оболочки конечной длины используется также метод граничного элемента.

Достоверность результатов и выводов диссертационной работы обеспечивается корректностью постановки краевых задач механики упругих оболочек, строгостью математических методов их решения, а также хорошим согласованием частных и предельных случаев с экспериментальными и теоретическими результатами, известными в литерату .

Практическая ценность работы заключается в создании комплекса эффективных вычислительных программ для расчета предельно-равновесного состояния цилиндрической оболочки с трещинами в широком диапазоне значений исходных параметров, задающих величину и тип приложенной нагрузки, геометрию оболочки и трещин и т.д. Такие расчеты позволяют оценить несущую способность тонкостенных элементов конструкций в реальных условиях эксплуатации, а также выработать рекомендации по оптимальному проектированию оболочек с конструктивными прорезями. Прикладные результаты исследований использованы при внедрении в производство Институтом электросварки им.Е.О.Патона АН Украины (г.Киев) методики расчетов и рекомендаций по оценке несущей способности элементов сварных конструкций с внутренними и поверхностными дефектами.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались на II районной конференции молодых ученых и специалистов "Проблемы повышения качества материалов, приборов и оборудования" (Львов,1986); II Республиканской научно-технической конференции "Интегральные уравнения в прикладном моделировании" (Киев, 1986); XII конференции молодых ученых Института прикладных проблем механики и математики АН УССР (Львов, 1987); IУ областной научной конференции молодых ученых на иностранных языках (Львов, 1988); III Всесоюзном совещании-семинаре молодых ученых "Актуальные проблемы механики оболочек" (Казань, 1988); III Всесоюзном симпозиуме "Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии" (Житомир, 1989); III Всесоюзной конференции по механике неоднородных структур (Львов, 1991).

В целом работа обсуждалась на семинаре по механике деформируемого твердого тела Института прикладных проблем механики и математики им. Я.С.Подстригача АН Украины и на научных семинарах отдела механики неоднородных тел и отдела математических методов механики разрушения ИППММ им. Я.С.Подстригача АН Украины.

Публикации. По материалам диссертации опубликовано 8 научных работ.

Обьем работы. Диссертация состоит из шести глав (в том числе введения и заключения), списка использованной литературы, включающего 124 наименования, а также приложения, в котором представлена справка об использовании результатов работы. Общий обьем диссертации 144с. машинописного текста. Количество рисунков 31.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дан краткий обзор и анализ литературы по даной проблеме, обоснована актуальность выбранной темы и целесообразность применяемой методики исследований. Изложена цель работы, сформулированы выносимые на защиту основные положения и результаты, дано краткое содержание диссертации по главах.

Вторая глава посвящена изложению общего метода приведения задач о напряженно-деформированном состоянии упругопластических замкнутых цилиндрических оболочек с трещинами к системе сингулярных интегральных уравнений. В основу этого метода положен подход к исследовснию тонких упругих оболочек с собственными напряжениями, разработанный Я.С.Подстригачем и В.А.Осадчуком.

В качестве исходных приняты уравнения общей моментной теории цилиндрической оболочки, в частности, система дифференциальных уравнений в перемещениях, учитывающая наличие несовместных деформаций (дисторсий). На основании фундаментального решения ключевого уравнения, с использованием операции свертки, получены интегральные представления компонент перемещения срединной поверхности оболочки, усилий и моментов, действующих в ней, через неизвестные плотности дисторсий.

Дальше этот аппарат применяется к исследованию бесконечной замкнутой цилиндрической оболочки с регулярной системой k разрезов (продольных или поперечных, сквозных или несквозных) длиной $2l_0$ каждый. Оболочка отнесена к триортогональной системе координатных линий (α , β , γ), являющихся соответственно образующей, направляющей срединной поверхности и внешней нормалью к ней. Берега всех разрезов находятся под действием одинаковых самоуравновешенных усилий и моментов, а внешняя нагрузка, приложенная к оболочке в целом такова, что при отсутствии трещин вызывает осесимметричное напряженное состояние. Предполагается также, что берега разрезов в процессе деформации оболочки не контактируют между собой.

В силу периодичности задачи рассматривается цилиндрическая панель $|\beta| \leq \pi/k$, содержащая один из разрезов. При этом в даной работе решены только симметричные относительно линии разреза задачи.

Рассматриваемой панели с трещиной ставится в соответствие сплошная панель, находящаяся под воздействием дисторсий, которые сосредоточены на линии расположения трещины. Плотности дисторсий выражаются через скачки упругого перемещения срединной поверхности и угла поворота нормали к ней при переходе через линию разреза, причем эти скачки наперед неизвестны и определяются из условия тождественности напряженно-деформированных состояний рассматриваемых панелей. Удовлетворение граничных условий на продольных краях панели $\beta = \pm \pi/k$, естественно вытекающих из периодичности задачи, достигается тем, что интегральные представления компонент напряженно-деформированного состояния через неизвестные скачки строятся на основании $2\pi/k$ - периодичного фундаментального решения.

Возникающие в процессе нагружения оболочки пластические зоны впереди трещины по аналогии с δ_K-моделью заменяются линиями разрыва обобщенных компонент упругого перемещения срединной поверхности, на которых действуют неизвестные нормальное усилие N и изгибающий момент M, являющиеся реакцией материала на разрыв внутренних связей и удовлетворяющие заданному условию пластичности. В качестве такого условия принимается условие пластического слоя

$$\frac{N}{2h\sigma_T} + \frac{3|M|}{2h^2\sigma_T} = 1 \tag{1}$$

или условие пластического шарнира

$$\left(\frac{N}{2h\sigma_T}\right)^2 + \frac{|M|}{h^2\sigma_T} = 1, \tag{2}$$

где σ_T - предел текучести; $2h$ - толщина оболочки.

Таким образом, в рамках принятой модели упругопластическая задача приводится к упругой путем введения в рассмотрение новой трещины длиной $2l_1$ ($l_1 = l_0 + l_p$ - длина пластической зоны), на берегах которой значения усилий и моментов N_S и M_S, отвечающих возмущенному дисторсиями напряженному состоянию, должны удовлетворять условиям:

$$N_S(x) = \begin{cases} \tilde{N}_S - N_S^0, & |x| < x_0; \\ N - N_S^0, & x_0 \le |x| \le x_1, \end{cases}$$

$$M_S(x) = \begin{cases} \tilde{M}_S - M_S^0, & |x| < x_0; \\ M - M_S^0, & x_0 \le |x| \le x_1. \end{cases} \tag{3}$$

Здесь $x_0 = l_0/R$; $x_1 = l_1/R$. R - радиус срединной поверхности; $\tilde{N}_S$, $\tilde{M}_S$ - усилие и момент, приложенные к берегам трещины;

N_s^0, M_s^0 – значения на линии трещины усилия и момента, возникающих под действием внешней нагрузки в оболочке без трещин; $s=1$, когда разрез поперечный и $s=2$, когда продольный.

Путем подстановки интегральных представлений для $N_s(x,0)$ и $M_s(x,0)$ в условия (3) задача приводится к системе сингулярных интегральных уравнений

$$\sum_{j=1}^{2}\int_{-1}^{1}\mathcal{F}_j(t)\left[\frac{a_{ij}}{t-s}+kx_1 K_{ij}(x_1(t-s))\right]dt=f_i(s), \quad i=1,2;\ |s|\le 1 \tag{4}$$

Здесь a_{ij} и K_{ij} – известные постоянные коэффициенты и регулярные ядра соответственно, конкретный вид которых зависит от ориентации разрезов и их взаимного размещения,

$$f_1(s)=-\frac{1}{2h\sigma_T}N_s(x_1 s);\ f_2(s)=-\frac{k^*}{h^2\sigma_T}M_s(x_1 s), \tag{5}$$
$$k^*=\frac{h}{2Rc},\ c=h/(R\sqrt{3(1-\nu^2)});$$

$\mathcal{F}_j$ – искомые функции, которые с точностью до постоянных множителей есть производные соответствующих скачков и следовательно должны удовлетворять условиям

$$\int_{-1}^{1}\mathcal{F}_j(t)dt=0,\ j=1,2, \tag{6}$$

вытекающим из однозначности перемещения и угла поворота нормали в вершинах трещины.

Помимо искомых функций $\mathcal{F}_j$ система СИУ (4) содержит неизвестные величины x_1, N и M, а правые части f_i терпят разрыв в точке $s=\tau_0=l_0/l_1$. Ее решение ищется в классе неограниченных на отрезке $[-1;1]$ функций. При этом коэффициенты при сингулярностях полагаются равными нулю:

$$K_{N_s}=0\ ;\ K_{M_s}=0 \tag{7}$$
$$(K_{N_s}=\lim_{r\to 0}\sqrt{2r}\,N_s\ ;\ K_{M_s}=\lim_{r\to 0}\sqrt{2r}\,M_s,$$

r – расстояние от вершины трещины до точки, в которой рассматриваются N_s и M_s, тем самым достигается конечность напряжений у вершин трещины. Система $(\bar{4})$ вместе с условиями $(\bar{7})$ и одним из условий пластичности $(\bar{1})$ или $(\bar{2})$ образуют полную систему уравнений задачи. Ее решение в каждом из рассмотренных в последующих главах конкретных случаях строится при помощи метода механических квадратур. В то же время, наличие разрыва в правых частях не позволяет применять этот метод непосредственно к (4). Поэтому искомые функции представляются в виде

$$\mathcal{F}_i(t) = h_i(t) + \psi_i(t), \tag{8}$$

где h_i, $i=1,2$ - решение системы

$$\sum_{j=1}^{2} \alpha_{ij} \int_{-1}^{1} \frac{h_j(t)}{t-s}\, dt = f_i(s),\ |s| \le 1,\ i=1,2, \tag{9}$$

удовлетворяющее условиям $\int\limits_{-1}^{1} h_i(t)\,dt = 0$,

которое может быть найдено аналитически с помощью формулы обращения интегралов типа Коши. Тогда функции ψ_i, $i=1,2$ определяются из системы

$$\sum_{j=1}^{2} \int_{-1}^{1} \psi_j(t) \left\{ \frac{\alpha_{ij}}{t-s} + k x_1 K_{ij}(x_1(t-s)) \right\} dt = g_i(s), \tag{10}$$

$$|s| \le 1,\ i=1,2$$

с условиями $\int\limits_{-1}^{1} \psi_i(t)\,dt = 0$,

где

$$g_i(s) = -k x_1 \int_{-1}^{1} \left\{ \sum_{j=1}^{2} h_j(t) K_{ij}(x_1(t-s)) \right\} dt \tag{11}$$

являются уже непрерывными на отрезке $[-1;1]$ функциями.

<u>В третьей главе</u> на основании вышеизложенной методики рассмотрена бесконечная замкнутая цилиндрическая оболочка из идеально упругопластического материала с системами сквозных разрезов различной ориентации и взаимного размещения, берега которых свободны от на-

грузки ($\dot{\tilde{N}}_s = 0$, $\tilde{M}_s = 0$). При этом, следуя обычным в литературе упрощениям, полагается $N = const$, $M = const$ $(x_0 \le |x| \le x_1)$

Поскольку система СИУ (4) - нелинейная относительно x_1 , то решение ищется методом последовательных приближений. Задается некоторое начальное приближение x_1^0 и при помощи методики (8)-(II) и метода механических квадратур решается система (4). На основании полученного решения и условий (7) определяются неизвестные N и M и проверяется выполнение условия пластичности (I) или (2). Если оно удовлетворяется с наперед заданной точностью, то тем самым задача решена, если нет, то определенным образом выбирается новое приближение x_1 и процедура повторяется.

Раскрытие трещины в произвольной ее точке определяется по формуле

$$\delta(x, \gamma) = [u_s(x)] + \gamma [\vartheta_s(x)], \quad |x| \le x_1, \ |\gamma| \le h \tag{12}$$

где γ - расстояние от срединной поверхности оболочки по нормали к ней, $[u_s]$, $[\vartheta_s]$ - скачки соответствующих обобщенных компонент перемещения срединной поверхности, которые определяются путем интегрирования полученного решения $\mathcal{F}_i$, $i = 1, 2$.

Для находящейся под внутренним давлением p ($N_2^0 = pR$, $M_2^0 = 0$) оболочки с регулярной системой k продольных разрезов и равномерно растягиваемой на бесконечности ($N_1^0 = const$, $M_1^0 = 0$) оболочки с системой k поперечных разрезов проведен численный анализ зависимости длины пластических зон и раскрытия вершин трещин от величины приложенной нагрузки, длины $2l_0$ и количества трещин k . Проведено сравнение (для $k = 1$) с известными в литературе экспериментальными и полученными на основании теории пологих оболочек теоретическими результатами.

В этой же главе, в рамках разработанного подхода решена задача о взаимодействии двух одинаковых трещин, расположенных вдоль одной образующей или направляющей. С учетом предполагаемой симметрии относительно линии, проходящей через середину соединяющего ближние вершины обеих трещин отрезка, перпендикулярно к нему, задача приведена к системе двух СИУ, которая помимо искомых функций содержит еще шесть неизвестных величин. Построен алгоритм численного решения этой системы. На примере поперечных трещин исследованы зависимости размеров пластических зон и величин раскрытия дальних и ближних вершин трещин от расстояния между ними.

Четвертая глава посвящена изучению влияния неравномерности распределения напряжений в концевой зоне трещины на величину ее раскрытия и длину пластических зон у ее вершин.

Эта неравномерность может, в частности, быть вызвана деформированием материала в окрестности концов трещины за предел пластичности σ_T , что характерно для материалов с упрочнением. Обобщая аналог модели Леонова-Панасюка-Дагдейла на оболочки, изготовленные из таких материалов, потребуем от нормального усилия и изгибающего момента, действующих в пластических зонах на продолжении трещины, чтобы они были распределены по линейному закону

$$N(x)=P\left[(1-m^*)\frac{|x|-x_0}{x_1-x_0}+m^*\right];$$
$$M(x)=H\left[(1-m^*)\frac{|x|-x_0}{x_1-x_0}+m^*\right],\quad x_0<|x|<x_1 \tag{I3}$$

Здесь $m^*=\dfrac{\sigma_\theta}{\sigma_T}$, σ_θ - предел прочности; P , H - неизвестные постоянные, которые должны удовлетворять заданному условию пластичности, например, условию пластического шарнира. Тогда

$$\left(\frac{\circ N(x)}{2h\sigma^*(x)}\right)^2+\left|\frac{M(x)}{h^2\sigma^{**}(x)}\right|=1,\quad x_0\leq|x|\leq x_1, \tag{I4}$$

где $$\sigma^*(x)=(\sigma_T-\sigma_\theta)\frac{|x|-x_0}{x_1-x_0}+\sigma_\theta \tag{I5}$$

Система разрешающих уравнений рассматриваемой задачи состоит из интегральных уравнений (4) с учетом (13), условий (7) и условия пластического шарнира, записанного относительно P и H. Алгоритм ее решения аналогичный, как и в случае идеально упругопластического материала. Исследовано влияние коэффициента упрочнения m^* на параметры предельно-равновесного состояния оболочки, содержащей поперечную или продольную сквозную трещину.

Рассмотрены также несквозные трещины прямоугольной формы большой глубины. При этом предполагается, что на продолжении трещины по ее глубине до внешней и внутренней поверхностей действуют постоянные растягивающие напряжения $\sigma^0 = \frac{\sigma_в + \sigma_т}{2}$. Пластические зоны впереди вершин трещины, как и прежде, моделируются линиями разрыва компонент перемещения и угла поворота нормали, на которых действуют неизвестные N и M, удовлетворяющие соотношениям (13), причем полагается $m^* = \frac{\sigma^0}{\sigma_т}$. Таким образом, в рамках принятой модели пластические деформации учитываются путем замены несквозной трещины (длиной $2l_0$) сквозной, неизвестной длины $2l_1$, на берегах которой должны выполняться условия (3), если положить

$$\tilde{N}_s = 2d\sigma^0; \quad \tilde{M}_s = 2\sigma^0(h-d)(d_2-d_1), \; d = d_1 + d_2 \qquad (16)$$

Здесь $2d_1$ и $2d_2$ - толщины материала соответственно под и над трещиной. Далее задача решается вышеприведенным способом, а величина раскрытия трещины в произвольной ее точке вычисляется по формуле (12). Расчеты проведены для равномерно растягиваемой на бесконечности оболочки из идеально упругопластического материала с внешней поверхностной ($d_2 = 0$) поперечной трещиной. В ходе вычислений проверялось отсутствие контакта берегов фиктивной сквозной трещины. В результате получены зависимости значений раскрытия трещины, которые определялись в двух характерных точках на ее фронте (в центре по глубине и в вершине на срединной поверхности), от глубины трещины и величины приложенной нагрузки. На основании анализа этих зависимостей и сравнения с предельным случаем $d=0$ (сквозная трещина) прогнозируется возможный характер роста трещины при достижении нагрузкой критического значения.

Показано, что в случае внутреннего разреза ($d_1 \neq 0, d_2 \neq 0$) в рамках описанной выше модели нарушается условие сопряженности напряжений в сечениях $X = \pm X_0$, отвечающих вершинам реальной трещины. Предложен вариант аналога δ_K-модели для тонких оболочек, в котором нарушение условий сопряженности устранено. Это достигается следующим образом. Условие пластического шарнира (14) записывается в виде

$$N(x) = -2k_m y_n \sigma^*(x);$$
$$M(x) = k_m[h^2 - y_n^2]\sigma^*(x), \quad x_0 \leq |x| \leq x_1 \qquad (17)$$

Здесь $k_m = \operatorname{sgn} H$; $\sigma^*(x)$ задается (15), где σ_ℓ необходимо заменить на σ^0 ; $y_n \in [-h; h]$ - координата нейтрального волокна в пластическом шарнире. При этом полагается

$$y_n(x) = h k_m \left(-1 + (1-p^*)\frac{|x| - x_0}{x_1 - x_0}\right), \quad x_0 \leq |x| \leq x_1, \qquad (18)$$
$$p^* = P/(2h\sigma_T)$$

на основании чего из соотношений (17) следует, что при $X = \pm X_0$ напряжения по всей толщине оболочки равны σ^0 .

Проведено сравнение результатов, полученных в рамках обеих моделей (учитывающей и упрощенной неучитывающей $y_n(x) \neq const$) и сделаны соответствующие выводы относительно границ их применимости.

В пятой главе рассмотрена упругопластическая замкнутая цилиндрическая оболочка, длиной $2\ell_e$, с регулярной системой k продольных разрезов, длиной $2\ell_0$ каждый ($\ell_0 < \ell_e$), жестко защемленная на торцах. Разрезы могут быть сквозные или несквозные, материал оболочки - идеально упругопластический или с упрочнением. Рассматриваемой оболочке конечной длины с разрезами ставится в соответствие бесконечная оболочка без разрезов с идентичными геометрическими и физикомеханическими свойствами. При этом полагается, что наряду с реальными скачками обобщенных компонент упругого перемещения срединной поверхности при переходе через линии разрезов имеют место фиктивные скачки при переходе через направляющие $\alpha = \pm\alpha_e = \pm l_e/R$ (направляющая $\alpha = 0$ равноудалена от краев оболочки и ей принадлежат центры разрезов). Напряженно-деформированное состояние бесконечной оболочки есть сумма основного напряженно-деформированного состояния (от приложенной внешней поверхностной нагрузки) и возмущенного, обусловленного скачками перемещений, величины которых неизвестны и определяются из условия тождественности напряженно-деформированных состояний в обеих оболочках (конечной с разрезами и соответствующей ей бесконечной). С этой целью интегральные представления компонент возмущенного напряженного состояния через неизвестные скачки подставляются в граничные условия, заданные на берегах разрезов и краях $\alpha = \pm\alpha_e$ оболочки, и задача сводится к системе шести интегральных уравнений. Два из них содержат сингулярные ядра типа Коши и при $l_e \to \infty$ переходят в (4). При помощи методики (8)-(II), метода механических квадратур и метода граничного элемента полученная система СИУ приводится к системе линейных алгебраических уравнений (СЛАУ), которая решается совместно с условиями пластичности и конечности напряжений. Отличие от случая бесконечной оболочки заключается в том, что СЛАУ содержит дополнительные неизвестные, задающие влияние краевых условий.

Численный анализ задачи проведен для оболочки из идеально упругопластического материала с одной сквозной трещиной, длина которой изменялась в границах $0 < l_0 \leq l_e$. Установлен характер изменяемости длины пластической зоны и величины раскрытия вершин трещины при подходе последних к краям оболочки.

<u>В заключении</u> кратко сформулированы полученные результаты и сделаны соответствующие выводы.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН УРС

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

I. На основе разработанной в диссертационной работе методики решены задачи о напряженно-деформированном состоянии упругопластической бесконечной замкнутой цилиндрической оболочки, содержащей:

- регулярную систему продольных сквозных разрезов;
- регулярную систему поперечных сквозных разрезов;
- два одинаковых разреза, расположенных вдоль одной координатной линии;
- регулярную систему несквозных продольных разрезов;
- регулярную систему несквозных поперечных разрезов,

а также рассмотрена регулярная система продольных разрезов в оболочке конечной длины с жестко защемленными торцами. Во всех вышеперечисленных случаях материал оболочки идеально упругопластический или с упрочнением.

II. Анализ результатов проведенных расчетов позволяет сделать следующие выводы:

- величина раскрытия трещины и длина пластических зон у ее вершин тем больше, чем больше при прочих равных условиях кривизна оболочки, величина приложенной нагрузки, длина трещины и чем меньше коэффициент упрочнения материала $m^* \geqslant 1$;
- удовлетворительное совпадение в широком диапазоне исходных параметров ($2l_0$, $2h$, R , σ_T , E – модуль Юнга) значений раскрытия вершины продольной сквозной трещины, полученных на основании предложенной в даной работе методики и определенных экспериментальным путем, подтверждают достоверность результатов диссертации в целом;
- результаты настоящей работы хорошо согласуются с полученными в рамках теории пологих оболочек при сравнительно небольших значениях нагрузки и длины трещины. С ростом последних расхождения заметно

увеличиваются. Это позволяет установить границы применимости теории пологих оболочек;

- при одинаковых величинах растягивающих напряжений $p^0 = \frac{N_s^0}{2h}$ и прочих равных условиях раскрытие продольной трещины больше чем поперечной;
- зависимость величин раскрытий взаимодействующих трещин от расстояния между ними имеет немонотонный характер. В начале взаимодействия двух одинаковых расположенных вдоль одной направляющей трещин значение раскрытия ближних вершин сначала немного уменьшается по мере их сближения, а затем начинает резко возростать, намного превышая раскрытие в дальних вершинах;
- немонотонная зависимость величин раскрытия разрезов от расстояния между ними имеет место также при рассмотрении регулярных систем продольных и поперечных разрезов. При определенных значениях внешней нагрузки и длин разрезов последовательное увеличение их количества сначала приводит к падению величины раскрытия вершин, а затем к возростанию. Это может быть использовано для оптимального проектирования оболочек с конструктивными разрезами;
- для рассмотренных значений исходных параметров при достижении критического значения нагрузки рост внешней поверхностной трещины начинается вглубь и в силу неустойчивого характера продолжается до полного разрушения материала под ней. Далее процесс распространения трещины может на этом остановиться или же произойдет разрушение оболочки вдоль трещины. Вероятность последнего тем больше, чем меньше глубина трещины;
- для сквозных и поверхностных трещин ($d_1 = 0$ или $d_2 = 0$), а также для внутренних трещин при $d_1 \approx d_2$ допущение $f_n = const$ $(x_0 \leq |x| \leq x_1)$ не приводит к результатам существенно отличным от полученных на основании (17)-(18). Заметное расхождение (в границах 20%) имеет место, когда толщины материала над и под внутренним разрезом сильно отличаются. В этом случае следует учиты-

вать $f_n(x) \neq const$;

- жесткое защемление торцов цилиндрической оболочки нарушает монотонный характер зависимости раскрытия продольной трещины и размера пластических зон у ее вершин от длины трещины. Начиная с некоторого значения, увеличение $2\ell_0$ приводит к резкому падению $\delta(\ell_0/R, 0)$. При $\ell_0 \to \ell_1$ $\delta(\ell_0/R, 0) \to 0$, $\ell_0/\ell_1 \to 1$

Основные результаты диссертации изложены в работах

I. Осадчук В.А., Николишин М.М., Шабо А.Г. Интегральные уравнения упругопластической задачи предельного равновесия цилиндрической оболочки с трещинами //Интегральные уравнения в прикладном моделировании. Тез.докл. II Республиканской научно-технической конференции.- Киев, 1986.- Ч.I.- С.182.

2. Шабо А.Г. Влияние пластических деформаций на напряженное состояние замкнутой цилиндрической оболочки с системой продольных трещин //Материалы 12-ой конф.мол.ученых Ин-та прикл.проблем мех. и мат. АН УССР (Львов, октябрь 1987 г.).- С.216-220.Рук.деп. в ВИНИТИ 8.08.1988, №6308-В88 Деп.

3. Шабо А.Г. Предельное равновесие ослабленной продольной трещиной цилиндрической оболочки из упрочняющегося материала //Актуальные проблемы механики оболочек. Тез.докл. III Всесоюзного совещания-семинара молодых ученых.- Казань, 1988.- С.236.

4. Осадчук В.А., Николишин М.М., Шабо А.Г. Предельное равновесие замкнутой цилиндрической оболочки с регулярной системой поперечных сквозных трещин //Физико-химическая механика материалов.- 1988.- №6.- С.109-110.

5. Николишин М.М., Шабо А.Г. Взаимодействие системы продольных разрезов в замкнутой цилиндрической оболочке с учетом пластического деформирования //Мат.методы и физ.-мех.поля.- 1989.- №30.-С.50-54.

6. Николишин М.М., Шабо А.Г. Аналог δ_k -модели для цилиндрической оболочки с продольной трещиной //Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии. Тез.докл.III Всесоюзного симпозиума.- Житомир, 1989.- Ч.2.- С.33-34.

7. Николишин М.М., Шабо А.Г. Предельное равновесие замкнутой цилиндрической оболочки с поверхностной поперечной трещиной. // Теоретическая и прикладная механика.- 1990.- №21.- С.83-86.

8. Осадчук В.А., Николишин М.М., Шабо А.Г., Маселко Т.Е. Предельное равновесие ослабленных трещинами оболочек из упрочняющегося материала //Прикладная механика.- 1991.- 27, №2.- С.67-72.

Соискатель :

Подписано в печать 19.05.1992. Формат бумаги 60x84 I/16. Бумага типографская № I. Печать офсетная. Объем издания в усл.печ.листах 0,93. Усл.краско-отт. 0,93. Тираж 100. Зак. 637. Бесплатно.
УЭП УНИИЛП. Львов, ул.Владимира Великого, 4.

466990

Ав 25.561