КИЕВСКИЙ ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

ПОТЕХИН Игорь Юрьевич

УДК 681.32

СТРУКТУРНАЯ И АЛГОРИТМИЧЕСКАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ КОНВЕЙЕРНЫХ ВЫЧИСЛИТЕЛЬНЫХ СИСТЕМ, ОРИЕНТИРОВАННЫХ НА ВЫПОЛНЕНИЕ КОМАНД С ПЛАВАЮЩЕЙ ТОЧКОЙ

Специальность 05.13.13 - Вычислительные машины, комплексы, системы и сети

А в т о р е ф е р а т

на соискание ученой степени

кандидата технических наук

Киев - 1992

Работа выполнена в Киевском
на кафедре вычислительных м

Научный руководитель - доктор технических наук, профессор ЛУЦКИЙ Г.М.

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор БРЮХОВИЧ Е.И.
кандидат технических наук, старший научный сотрудник ТОРОШАНКО Я.И.

Ведущая организация - Институт проблем моделирования в энергетике АН Украины

Защита состоится "23" ноября 1992 г. в 14^30 часов на заседании специализированного совета Д 068.14.09 в Киевском политехническом институте.

Отзывы на автореферат в двух экземплярах, заверенные печатью учреждения, просим направлять по адресу: 252056, Киев - 056, пр. Победы, 37, КПИ, ученому секретарю.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Киевского политехнического института.

Автореферат разослан "23" октября 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного совета
Д 068.14.09
доктор технических наук,
профессор
Бузов О.В.Бузовский

АННОТАЦИЯ

Целью диссертационной работы является разработка алгоритмов машинной арифметики и структур операционных устройств с плавающей точкой, направленных на повышение скорости и точности вычислений в конвейерных системах.

Для достижения поставленной цели решаются следующие задачи.

1. Анализ преимуществ использования логарифмической системы счисления по сравнению с традиционными при обработке операндов в формате с плавающей точкой.

2. Введение и обоснование нового представления чисел в формате с плавающей точкой, позволяющего производить обработку информации в неавтономном режиме вычислений.

3. Разработка способа преобразования вычислительных алгоритмов к виду, предполагающему наиболее эффективную реализацию на конвейерной структуре.

4. Разработка новой общей схемы выполнения арифметических операций для чисел с плавающей точкой, обеспечивающей формализованный синтез алгоритмов машинной арифметики.

5. Разработка методики расчета погрешностей выполнения арифметических операций, основанной на аппарате теории вероятностей и позволяющей рассчитывать величины точностных характеристик результатов обработки информации в конвейерных системах.

6. Разработка структур конвейерных операционных устройств (КОУ), предназначенных для выполнения арифметических операций и элементарных функций.

Автор защищает следующие основные положения диссертации:

- способы повышения скорости и точности обработки данных с плавающей точкой в неавтономном режиме вычислений;

- алгоритмы выполнения операций машинной арифметики в логарифмической знакоразрядной системе счисления (ЛЗСС) с произвольными основанием и цифровым набором;

- структурную организацию КОУ, ориентированных на выполнение арифметических операций с плавающей точкой;

- методику проектирования высокопроизводительных КОУ, работающих в ЛЗСС.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Одним из подходов к решению задачи увеличения скорости и точности вычислений является использование метода конвейеризации обработки информации. Существующие в настоящее время конвейерные вычислительные системы характеризуются высокой эффективностью при решении широкого класса задач. Однако, разработка конвейерных ЭВМ сопряжена с решением ряда проблем. К ним следует отнести, прежде всего, задачу обеспечения максимальной загрузки конвейера, решение которой осложняется противоречием между инерционностью конвейера (его длиной) и длительностью такта его работы (сложностью слоя).

Одним из путей преодоления данного противоречия является создание последовательных итерационных алгоритмов машинной арифметики, основанных на использовании неавтономного режима вычислений (НРВ). Основными особенностями НРВ являются поразрядная форма приема, обработки и выдачи информации, начиная со старших разрядов операндов, а также высокая скорость вычислений, достигаемая за счет параллелизма на уровне разрядов операндов. Однако в настоящее время достаточно глубоко исследованы неавтономные алгоритмы арифметических операций в формате с фиксированной точкой. Алгоритмы для чисел с плавающей точкой, а так же вопросы оценки погрешностей результатов операций исследованы не достаточно. Поэтому поиск способов реализации в конвейерных вычислительных системах машинной арифметики, предназначенной для обработки данных с плавающей точкой, является весьма актуальной.

Методы исследований основаны на использовании аппарата математического анализа, теории вероятностей, теории проектирования вычислительных систем, теории моделирования. В работе сочетаются формальный и содержательный подходы.

Научная новизна проведенных исследований заключается в разработке способа преобразования алгоритмов машинной арифметики к виду, предполагающему наиболее эффективную реализацию на конвейерной структуре; разработке общей схемы вычислений выполняемых КОУ; определении условий сходимости неавтономных алгоритмов обработки информации в ЛЗСС с произвольным основанием; разработке неавтономных алгоритмов для выполнения арифметических операций и вычисления элементарных функций в формате с плавающей точкой; получении аналитических зависимостей погрешностей результатов вычислений в КОУ от параметров, регламентирующих неавтономные алгоритмы.

Практическая ценность работы. Предложенные в работе алгоритмы машинной арифметики позволяют повысить производительность конвейерных систем, увеличить точность вычислений, а также формализовать процесс разработки конвейерных операционных устройств. На основе этих алгоритмов разработан ряд структур, которые могут быть широко использованы при построении вычислительных систем, предназначенных для решения дифференциальных уравнений, задач линейной алгебры, нелинейных уравнений, вычисления элементарных функций, а также ряда других задач вычислительного характера.

Реализация результатов работы. Теоретические и прикладные результаты диссертации используются в работе предприятий НПО "Сатурн" и РПЗ "Оризон". Ряд алгоритмов и структур, предложенных в диссертации, использованы в реконфигурируемой мультитранспьютерной системе, а также в процессоре контроля и диагностики, что подтверждается актом внедрения.

Апробация работы. Основные положения диссертационной работы докладывались и обсуждались на:

- II Всесоюзном совещании "Конвейерные вычислительные системы", Киев, 1988;
- VII Всесоюзной школе-семинаре "Распараллеливание обработки информации", Львов, 1989;
- III Региональном семинаре "Распределенная обработка информации", Улан-Удэ, 1989,

а также ряде других всесоюзных и республиканских семинаров и конференций.

Публикации. По теме диссертации опубликовано 13 печатных работ. Список основных работ приведен в конце автореферата.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка использованной литературы из 78 наименований и приложения. Работа содержит 137 страниц машинописного текста и 13 рисунков на 13 страницах.

Во введении обоснована актуальность диссертационной работы, сформулированы цель, задачи исследования и основные положения, выносимые на защиту.

В первой главе дается классификация высокопроизводительных

ЭВМ и производится сравнительный анализ принципов их построения и форм представления данных. Предлагается новое представление чисел с плавающей точкой; получены аналитические зависимости, доказывающие преимущества предлагаемого представления чисел с плавающей точкой по сравнению с традиционной и другими новыми системами счисления.

Вторая глава посвящена разработке способа преобразования алгоритмов машинной арифметики к итерационному виду. Разработана общая схема вычислений, позволяющая синтезировать алгоритмы машинной арифметики с плавающей точкой, использующие предложенное представление чисел. Доказана устойчивость данной схемы, ее сходимость и соответствие полученного результата математическому. Определены виды нормализации, нормы мантиссы и границы сходимости. Показано, что предлагаемое новое представление позволяет практически исключить переполнения порядка и исчезновение мантиссы. Приведены примеры выполнения основных арифметических операций в НРВ.

В третьей главе производится анализ погрешностей, возникающих при выполнении операций вследствие ограниченности разрядной сетки операционных устройств. Произведен сравнительный анализ ЛЗСС и других систем счисления по критерию точности. Предложены методы повышения точности вычислений.

В четвертой главе разработаны структуры конвейерных операционных устройств, реализующих основные арифметические операции с плавающей точкой в неавтономном режиме вычислений. Рассмотрены преимущества и недостатки одно- и многослойных схем. На примере вычислений многочленов по схеме Горнера показана эффективность логарифмической знакоразрядной системы счисления в неавтономном режиме для чисел, представленных в формате с плавающей точкой.

В заключении приведены основные результаты работы.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Одним из наиболее перспективных направлений исследований, нацеленных на создание новой высокопроизводительной машинной арифметики, является развитие теории избыточных систем счисления. Наибольший эффект от использования таких систем может быть получен при конвейерной организации вычислительного процесса. Принципиальным для такой организации является использование частично-автономного и неавтономного режимов вычислений.

Данные режимы наиболее эффективны при решении задач с последовательным характером вычислений, таких как:

- итерационные методы решения систем линейных алгебраических уравнений;
- итерационные методы решения нелинейных и трансцендентных уравнений;
- задачи преобразования координат;
- вычисление функций посредством рациональных приближений и цепных дробей;
- нахождение корней многочленов;
- интерполирование, табулирование и субтабулирование функций.

Анализ известных результатов в этой области показывает, что в настоящее время досконально изучены неавтономные алгоритмы машинной арифметики с фиксированной точкой, в то время как вопрос обработки исходной информации, представленной в формате с плавающей точкой, остается открытым.

Машинная арифметика с плавающей точкой предъявляет к своей реализации довольно высокие требования: соблюдение стандартных математических законов (коммутативность, дистрибутивность и ассоциативность); решение проблемы исключительных ситуаций - переполнения порядка, исчезновения мантиссы; организация вычислений с высокой точностью результатов (приближающихся к "математическим"), и другие.

Наиболее полно вышеприведенным требованиям отвечает логарифмическая система счисления. Основными ее преимуществами перед традиционной системой счисления для чисел с плавающей точкой являются:

- однородность характеристик погрешности вычислений во всем диапазоне представления результата;
- простота и однотипность выполнения операций умножения и деления;
- меньшая относительная погрешность результата основных арифметических операций.

Кроме того числа, обрабатываемые в логарифмической системе, представляются посредством задания только одного значения - показателя, в то время как в традиционной системе используются две величины - порядок и мантисса, которые должны обрабатываться по различным алгоритмам.

К недостаткам следует отнести сложность выполнения операций сложения и вычитания.

Определенные сложности при реализации операций с плавающей точкой возникают вследствие проблемы исключительных ситуаций: переполнения порядка и исчезновения мантиссы.

В работе, проведен анализ методов решения данной проблемы. Предлагается для борьбы с исключительными ситуациями представлять числа в следующем виде:

$$Y = \pm a^{x \cdot r^p},$$

где x - мантисса показателя степени, а p - его порядок.

Следует отметить еще одно очень важное преимущество такого представления. При уменьшении порядка показателя степени его абсолютная величина пропорционально уменьшается, а следовательно уменьшается и абсолютная погрешность показателя. При этом относительная погрешность всего числа будет снижаться.

Если отвлечься от существующих методов ускорения операций, то можно заметить, что операторы машинной арифметики допускают представление в виде рекурентных соотношений, а их реализация на микропрограммном уровне имеет итеративный характер.

Организация любого вычислительного процесса в виде итерационной процедуры по двухслойной схеме заключается, в общем случае, в построении последовательности:

$$Q_{i+1} = Q_i - f_i(Q_i),$$

где f_i - функция невязки, связывающая два соседних члена последовательности, сходящейся к некоторому результату Q при начальном приближении Q_0.

Очевидно, что выполнение на каждом шаге этого уравнения равносильно следующему тождеству:

$$Q_0 = \sum_{i=0}^{\infty} f(Q_i).$$

Другими словами, исходная информация Q_0 (исходный вектор) разлагается на функции f_i (базовые вектора) посредством задания скалярных величин Q_i.

В неавтономном режиме вычислений на каждом итерационном шаге формируется одна, в дальнейшем неизменяемая, цифра результата q_i из исходного цифрового множества $S = \{S_1, S_2, \cdots, S_n\}$. Множество S является детерминированным, если $S = n \leq r$, причем при равенстве множество неизбыточное, и избыточное в противном случае.

Для создания машинной арифметики с фиксированной точкой в работе вводится понятие общей схемы вычислений (ОСВ). Данная схема отражает итерационный процесс, структура и данные для которого представлены в общем виде и приобретают практическую ценность только в конкретных алгоритмах.

Пусть начальное значение операнда равно P_0, а затем на каждом j-м шаге производится его модификация на величину $\Delta\mathrm{P}_j$. Вычислительный процесс в этом случае будем описывать следующим рекурентным соотношением:

$$\mathrm{P}_{j+1} = r \cdot (\mathrm{P}_j + \Delta\mathrm{P}_{j+1} - F_j(q_j)), \tag{1}$$

где r - основание системы счисления,

P_j - j-ый частичный остаток,

$\Delta\mathrm{P}_{j+1}$ - j+1-ое приращение частичного остатка,

q_j - j-ая цифра результата с весом r^{-j},

$F_j(q_j) = -r^j \cdot f_j$ - функция разложения j-го шага,

$j = 0,1,2,\cdots$ - индекс шага итерационной процедуры.

Введем следующие определения.

Определение 1. Величины $\mathrm{P}_j, \Delta\mathrm{P}_{j+1}, F_j(q_j)$ для всех j назовем операндами для ОСВ, величину $\mathrm{P} = P_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P_{k+1} \cdot r^{-k}$ - исходной информацией.

Определение 2. Цифры результата будут выбираться в соответствии со следующим правилом:

$$q_j = \begin{cases} S_{i+1} & \text{если } \mathrm{C}_{i,j} \leq P_j \leq C_{i+1,j}, \quad \text{при} \quad i = 1 \div m-2 \\ S_m & \text{если } \mathrm{C}_{m-1,j} \leq P_j \\ S_1 & \text{если } \mathrm{C}_{1,j} \geq P_j, \end{cases}$$

где $\mathrm{C}_{i,j}$ — i-ая константа сравнения на j-м шаге.

Определение 3. ОСВ называется нормированной относительно норм $\mathrm{H}_{1,j}$ и $\mathrm{H}_{2,j}$, если выполняется следующее неравенство:

$$H_{2,j} \leq \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P_{j+k+1} \cdot r^{-k} \leq H_{1,j}. \tag{2}$$

Теорема 1. Пусть ОСВ, заданная рекурентным соотношением (1), нормирована в соответствии с неравенством (2). Пусть так же для констант сравнения $C_{i,j}$ в правиле выбора цифр результата имеют место следующие ограничения:

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_{j+k+1}(s_1) \cdot r^{-k-1} + F_j(s_{i+1}) - H_{2,j} \le C_{i,j} \le$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_{j+k+1}(s_m) \cdot r^{-k-1} + F_j(s_i) - H_{1,j}. \qquad (3)$$

Тогда итерационный процесс сходится, если выполняется условие:

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_1) \cdot r^{-k} \le P_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P_{k+1} \cdot r^{-k} \le \sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_m) \cdot r^{-k}, \qquad (4)$$

т.е. исходная информация может быть представлена посредством функций разложения.

Доказательство данной теоремы несложно и производится с помощью метода полной математической индукции.

В настоящее время, при разработке машинной арифметики с плавающей точкой различают три вида нормализации:

- классическая или традиционная нормализация;
- квази-нормализация;
- псевдо-нормализация.

Традиционная нормализация предусматривает ограничение мантиссы результата в диапазоне [1 , r^{-1}], где r - основание системы счисления.

Квази-нормализация производит ограничение мантиссы результата в диапазоне [r , r^{-1}], а псевдо-нормализация в свою очередь в диапазоне [1 , r^{-n}], где n - разрядность мантиссы результата.

Основным преимуществом традиционной нормализации является наиболее узкий по сравнению с остальными видами нормализации диапазон изменения мантиссы результата, вследствие чего представляемые числа имеют наименьшую относительную ошибку.

Псевдо-нормализация имеет наиболее широкий диапазон изменения мантиссы, а следовательно, относительная ошибка может принимать значение, сравнимое с величиной мантиссы. Однако при этом время, необходимое для нормализации результата, существенно меньше времени классической нормализации.

Квази-нормализация занимает промежуточное положение и сочетает все преимущества вышеописанных нормализаций - узкий диапазон изменения мантиссы и высокую скорость обработки. Кроме того, она наиболее пригодна для реализации машинных операций с плавающей точкой в конвейерных преобразователях информации. В разрабатываемых алгоритмах рассматривается именно такой вид нормализации.

Для создания машинной арифметики с плавающей точкой вводится понятие общей схемы нормализации (ОСН). При разработке данной модели основное внимание уделялось получению максимальной производительности на основе использования ОСВ. Для этого при выполнении операций сначала производится нормализация исходных операндов, а затем их обработка в соответствии с ОСВ.

Введем следующие определения.

Определение 4. Величины $P'_0, \Delta P'_{j+1}, F_j(q_j)$ для всех j назовем операндами для ОСН, величины P_0 и ΔP_{j+1} для всех j - результатом, величину $P' = P'_0 + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P'_{k+1} \cdot r^{-k}$ - исходной информацией.

Определение 5. Приращение порядка Δw, определяемое нормализацией, результата будем выбирать в соответствии со следующим правилом:

$$\Delta w = \begin{cases} -1 & \text{если } P'_j \le G_{1,j} \\ 0 & \text{если } G_{1,j} \le P'_j \le G_{2,j} \\ 1 & \text{если } G_{2,j} \le P'_j \le G_{3,j} \\ 0 & \text{если } G_{3,j} \le P'_j \le G_{4,j} \\ -1 & \text{если } G_{4,j} \le P'_j, \end{cases}$$

где $G_{1,i}$, $G_{2,i}$,$G_{3,i}$ и $G_{4,i}$ – i-ые константы сравнения.

Определение 6. ОСН называется нормированной относительно норм U_jиV_j, если выполняется следующее неравенство:

$$U_j \le \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P'_{j+k+1} \cdot r^{-k} \le V_j. \tag{5}$$

Теорема 2. Пусть ОСН нормирована в соответствии с неравенством (5) и задана следующим рекурентным соотношением:

$$P'_{j+1} = r^{-\Delta W} \cdot (P'_j + \Delta P'_{j+1}). \tag{6}$$

Пусть так же для констант сравнения $G_{j,i}$ в правиле выбора приращения порядка имеет место следующее ограничение:

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_1) \cdot r^{-k} - U_j \le G_{1,j} \le G_{2,j} \le \sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_1) \cdot r^{-k-2} - V_j$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_m) \cdot r^{-k-2} - U_j \leq G_{3,j} \leq G_{4,j} \leq \sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_m) \cdot r^{-k} - V_j. \quad (7)$$

Тогда будут справедливы следующие неравенства:

При $G_{1,j} \leq P'_j \leq G_{2j}$

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_1) \cdot r^{-k-2} \leq P'_j + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P'_{j+k+1} \cdot r^{-k} \leq \sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_1) \cdot r^{-k}.$$

При $G_{3,j} \leq P'_j \leq G_{4,j}$

$$\sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_m) \cdot r^{-k-2} \leq P'_j + \sum_{k=0}^{\infty} \Delta P'_{j+k+1} \cdot r^{-k} \leq \sum_{k=0}^{\infty} F_k(s_m) \cdot r^{-k}.$$

Другими словами, по окончанию процесса нормализации мантисса будет находится в диапазоне $[-r^{-1}, -r]$, либо в диапазоне $[r^{-1}, r]$, т.е. будет квази-нормализованной.

Как и в предыдущем случае, доказательство данной теоремы производится с помощью метода полной математической индукции.

На основе двух вышеприведенных теорем синтезирован следующий обобщенный алгоритм выполнения арифметических операций в ЛЗСС.

Шаг 1. Сформировать P'_0.

Шаг 2. На основании функции из определения 5 вычислить очередное приращение порядка результата ΔZ.

Шаг 3. Если данное приращение порядка равно нулю, то перейти к шагу 5.

Шаг 4. На основании уравнения (6) сформировать очередной частичный остаток P'_{j+1} и перейти к шагу 2.

Шаг 5. На основании P'_j сформировать P_0.

Шаг 6. На основании функции из определения 2 вычислить очередную цифру результата q_j.

Шаг 7. Если все цифры результата получены, то перейти к шагу 9.

Шаг 8. На основании уравнения (1) сформировать очередной частичный остаток P_{j+1} и перейти к шагу 6.

Шаг 9. Конец.

Очевидно, что для того, чтобы использовать данный алгоритм, изначально необходимо рассчитать такие его параметры, как $C_{i,j}$, $H_{1,j}$ и $H_{2,j}$, $G_{i,j}$, U_j и $V_{2,j}$, а также $F_j(q_j)$.

Определение данных параметров является основой предлагаемой методики анализа и синтеза неавтономных алгоритмов, которая заключается в следующем.

Прежде всего необходимо задать функции разложения результата и определить цифровой набор, который будет использоваться в синтезируемом алгоритме. После этого на основании уравнения (1) необходимо получить P_0^l и ΔP_j^l, которые определяются видом операции, подлежащей алгоритмированию. Затем на основании уравнений (2) и (5) можно определить U_j, V_j, $H_{1,j}$ и $H_{2,j}$; при этом полученные значения не должны нарушать условий неравенств (3) и (7). Заключительным этапом расчета является вычисление на основе этих неравенств значений констант Gi, j и Ci, j.

После произведенного таким образом расчета операция может выполняться в соответствии с алгоритмом.

С помощью предложенной методики и вышеприведенных теорем в работе синтезированы неавтономные алгоритмы основных арифметических операций. Рассчитаны параметры, регламентирующие вычислительный процесс. Показано, что уменьшение времени выполнения операций в неавтономном режиме может быть достигнуто за счет использования в каждом слое суммирования с запоминанием переносов, что, однако, может вызвать увеличение инерционности конвейерного операционного устройства.

Качество решения вычислительной задачи определяется не только скоростью получения результатов, но и их достоверностью. Погрешности, возникающие в промежуточных вычислениях, преобразуются в суммарную погрешность окончательного результата, величина которой зависит от выбранного порядка проведения вычислений, разрядности операндов, способа усечения и т.д. Ошибки усечения возникают вследствие ограничения разрядной сетки операционных устройств. В зависимости от способа усечения возникает либо ошибка округления, либо ошибка отбрасывания. Усечение путем отбрасывания разрядов, выходящих за пределы разрядной сетки, обладает более высокой скоростью получения результата выполнения операции, в то время как округление обеспечивает большую точность.

В работе показано, что усечение в конвейерных операционных устройствах, работающих в НРВ, объединяет в себе достоинства обоих вышеназванных методов. Преимущества такой реализации усечения подтверждены расчетами математического ожидания и дисперсии погрешностей результата.

Вычисление данных характеристик результата является центральным звеном анализа источника погрешности, величина которой, в свою очередь, во многом определяет устойчивость и сходимость итерационных алгоритмов решения прикладных задач. Таким образом, одним из критериев оптимизации арифметических алгоритмов является минимизация значений математического ожидания и дисперсии погрешности результата.

В работе доказаны две теоремы, позволяющие рассчитывать математическое ожидание и дисперсию (среднеквадратичное отклонение) погрешности результатов выполнения операций в КОУ.

Теорема 3. Пусть вычислительный процесс задан ОСВ. Тогда математическое ожидание отбрасываемого остатка будет равно:

$$M[\mathrm{P}_{n+1}] = \sum_{k=0}^{\infty} M[F_{k+n+1}(q_{k+n+1})] \cdot r^{-k} + r \cdot M[\Delta \mathrm{P}_{n+1}], \quad (8)$$

где n - длина разрядной сетки.

Теорема 4. Пусть вычислительный процесс задан ОСВ. Тогда дисперсия отбрасываемого остатка будет равна:

$$D[\mathrm{P}_{n+1}] = \sum_{k=0}^{\infty} r^{-2k} \cdot (M[F^2_{k+n+1}(q_{k+n+1})] - M^2[F_{k+n+1}(q_{k+n+1})]) +$$

$$r^2 \cdot M[\Delta \mathrm{P}^2_{n+1}] - r^2 \cdot M^2[\Delta \mathrm{P}_{n+1}]. \quad (9)$$

В работе получены аналитические выражения для расчета характеристик относительной погрешности результата.

Поскольку частичный остаток на каждом шаге сдвигается влево, т.е. увеличивается в r раз, можно записать следующее равенство:

$$\Delta x = r^{P_s} \cdot r^{-n-1} \cdot \mathrm{P}_{n+1},$$

где Δx - абсолютная погрешность показателя результата.

В логарифмической системе счисления выражение для относительной ошибки δX принимает следующий вид:

$$\delta X = 1 - r^{\Delta x}.$$

Однако, поскольку величина $\Delta x \ll 1$, то с точностью до второго порядка малости будет справедливо следующее равенство:

$$\delta X = \Delta x.$$

Таким образом, выражение для математического ожидания относительной погрешности результата принимает следующий вид:

$$M[\delta X] = \sum_{k=0}^{\infty} M[F_{k+n+1}(q_{k+n+1})] \cdot r^{-n-k-1} + r^{-n} \cdot M[\Delta P_{n+1}].$$

Дисперсия относительной погрешности результата может быть вычислена исходя из следующего выражения:

$$D[\delta X] = r^{-2n} \cdot (\sum_{k=1}^{\infty} r^{-2k} \cdot (M[F^2_{k+n}(q_{k+n})] - M^2[F_{k+n}(q_{k+n})]))+$$

$$r^{-2n} \cdot M[\Delta P^2_{n+1}] - r^{-2n} \cdot M^2[\Delta P_{n+1}].$$

В диссертационной работе произведен расчет точностных характеристик основных арифметических операций, и на его примере показано, что погрешности результатов вычислений в неавтономном режиме имеют знакопеременную величину. При этом значение математического ожидания равно нулю. Отмечено также, что в неавтономном режиме отсутствует этап округления, и усечение производится самым простым способом - отбрасыванием.

На основе полученных аналитических зависимостей определены выражения для точностных характеристик погрешности результата выполнения функций вида:

$$Y^i = F_i(X^i_1, X^i_2, \cdots, X^i_m, Y^{i-1}),$$

называемых конвейерными функциями. Результаты приведены в общем виде и могут быть легко конкретизированы для любой элементарной функции.

В работе на основе предложенных алгоритмов разработаны структуры конвейерных операционных устройств, реализующих основные арифметические операции. Рассмотрены преимущества и недостатки одно- и многослойных схем. Показаны способы каскадирования операционных устройств в многоконвейерную структуру.

На примере вычисления многочлена по схеме Горнера показана эффективность применения логарифмической знакоразрядной системы счисления в неавтономном режиме для обработки чисел, представленных в формате с плавающей точкой. Определение эффективности проводилось по двум критериям: скорости обработки информации и точности получаемого решения. Показано, что значение коэффициента ускорения находится в пределах 5 - 15, при этом дисперсия ошибки может быть снижена в 20 раз.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ

1. На основе анализа существующих подходов к построению высокопроизводительных вычислительных средств предложен способ повышения эффективности обработки информации в конвейерных вычислительных системах. Реализация данного способа основана на использовании логарифмической знакоразрядной системы счисления с произвольными основанием и набором цифр.

2. Разработана и исследована общая схема выполнения арифметических операций и вычисления элементарных функций в избыточных знакоразрядных системах счисления с произвольными основанием и набором цифр. Она является более обобщенной и менее сложной, чем известная общая схема деления и позволяет синтезировать алгоритмы машинной арифметики для операндов, представленных в форме с плавающей точкой.

3. Предложен способ нормализации операндов с плавающей точкой, который, в отличие от традиционного, гарантирует корректность математических законов. Разработаны алгоритмы основных арифметических операций выполняемых в неавтономном режиме вычислений, которые в отличие от известных позволяют более быстро и точно обрабатывать операнды в формате с плавающей точкой.

4. Получены аналитические выражения, отображающие взаимосвязь между параметрами алгоритма, его сходимостью и основными характеристиками погрешности результата операции. Эти зависимости позволяют более просто и точно рассчитать математическое ожидание и дисперсию ошибки вычислений.

5. Исследованы вопросы сходимости неавтономных алгоритмов арифметических операций в избыточной системе счисления. Предложена методика анализа и синтеза таких алгоритмов реализуемых в КОУ, которая менее трудоемка и более формализована, чем существующие.

6. Предложена новая форма представления информации в конвейерных вычислительных системах. Использование такого представления позволяет синтезировать неавтономные алгоритмы машинной арифметики, которые характеризуются повышенной точностью результатов и свободны от исключительных ситуаций: переполнения порядка и исчезновения мантиссы.

7. Разработаны структуры КОУ, обрабатывающих данные в форме с плавающей точкой в логарифмической системе счисления, которые в отличие от известных, позволяют производить вычисления над операндами произвольной длины, а также существенно увеличить скорость таких вычислений при относительно небольшом росте аппаратурных затрат.

РАБОТЫ, ОПУБЛИКОВАННЫЕ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Алейкин А.И., Луцкий Г.М., Потехин И.Ю. Архитектура конвейерного процессора с полуавтономным режимом вычислений // Теория и практика построения функционально-ориентированных вычислительных и микропроцессорных систем обработки информации (ФОС-90): Тез.докл. Науч.-техн.шк.семинар. - Каменец-Подольский: ВНТО РЭС, 1990. - С. 20.

2. Долголенко А.Н., Потехин И.Ю., Бондаренко И.Г. Погрешности выполнения арифметических операций в конвейерных вычислительных системах // Конвейерные вычислительные системы: Тез. докл. и сообщ. 2 Всесоюзное совещание - Киев: КПИ. 1988. - С. 91.

3. Луцкий Г.М., Алейкин А.И., Потехин И.Ю. Исследование эффективности набора операций конвейерного процессора // Распараллеливание обработки информации: Тез. докл. и сообщ. - Львов: ФМИ АН УССР, 1989. - Ч. 1. - С. 101.

4. Луцкий Г.М., Алейкин А.И., Потехин И.Ю. Макроструктура вычислительной системы с конвейерно-динамической обработкой информации // Логические методы построения однородных и систолических структур: Труды 1-го Всесоюзного семинара - Москва: ИППИ АН СССР, 1988.- С. 198-199.

5. Луцкий Г.М., Алейкин А.И., Потехин И.Ю. Средства повышения уровня внутреннего языка конвейерного процессора // Распределенная обработка информации: Тез. докл. и сообщ. - 3 Региональный семинар - Улан-Удэ: СО АН СССР, 1989. - С. 10.

6. Луцкий Г.М., Потехин И.Ю., Алейкин А.И. Алгоритмы обработки информации в конвейерных вычислительных системах // Логические методы построения однородных и систолических структур: Труды 1-го Всесоюзного семинара - Москва: ИППИ АН СССР, 1988.- С. 116-118.

7. Луцкий Г.М., Потехин И.Ю., Алейкин А.И. Математическая модель выполнения арифметических операций в конвейерном процессоре // Распараллеливание обработки информации: Тез. докл. и сообщ. - Львов: ФМИ АН УССР, 1989. - Ч. 1. - С. 103.

8. Луцкий Г.М., Потехин И.Ю., Алейкин А.И. Организация динамического режима вычислений в конвейерном процессоре // Распределенная обработка информации: Тез. докл. и сообщ. - 3 Региональный семинар - Улан-Удэ: СО АН СССР, 1989. - С. 22.

9. Луцкий Г.М., Потехин И.Ю., Русанова О.В. Повышение точности вычислений с плавающей точкой в конвейерном процессоре // Теория и практика построения функционально-ориентированных вычислительных и микропроцессорных систем обработки информации (ФОС-90): Тез.докл. Науч.-техн.шк.семинар. - Каменец-Подольский: ВНТО РЭС, 1990. - С. 6.

10. Потехин И.Ю. Погрешности реализации алгоритмов в конвейерных вычислительных системах // Вестник Киев. политехн. ин-та. Сер. Автоматика и электроприборостроение . - 1989. - Вып. 26 - С. 58-60.

11. Потехин И.Ю. Проектирование алгоритмов конвейерных вычислительных систем // Конвейерные вычислительные системы: Тез. докл. и сообщ. 2 Всесоюзное совещание - Киев: КПИ. 1988. - С. 90-91.

12. Потехин И.Ю. Проектирование алгоритмов обработки информации в конвейерных вычислительных системах // Вестник Киев. политехн. ин-та. Сер. Автоматика и электроприборостроение. - 1990. - Вып. 27 - С. 9-12.

13. Потехин И.Ю., Талаев А.К. Реализация обобщенных операций в конвейерных вычислительных системах // Вестник Киев. политехн. ин-та. Сер. Автоматика и электроприборостроение . - 1988. - Вып. 25 - С. 84-87.

Автор И.Ю.Потехин

Подписано в печать 20.10.92г формат 60x84/16
Бумага писчая. Усл.печ.л. I,0. Тираж I00 экз.Заказ № I594
Отпечатано ЦУОП ГНПП "Плодвинконсерв" г.Киев,Саксаганского,I