МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ УКРАИНЫ
Киевский ордена Трудового Красного Знамени
инженерно-строительный институт

На правах рукописи

СЫДЫКОВ Аскатбек Жамгырчиевич

МОДЕЛИРОВАНИЕ ОПТИМАЛЬНЫХ ПОВЕРХНОСТЕЙ АРХИТЕКТУРНЫХ ОБОЛОЧЕК С ЗАДАННЫМИ ОТВЕРСТИЯМИ

Специальности:
05.01.01 — Прикладная геометрия и инженерная графика
05.17.23 — Строительная механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Киев — 1992

Работа выполнена в Киевском ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительном институте.

Научные руководители: кандидат технических наук, доцент **Аппилогова В. А.**; доктор технических наук, профессор **Дехтярь А. С.**

Официальные оппоненты: доктор технических наук, профессор **Бадаев Ю. И.**; заслуженный деятель науки и техники Украины, доктор технических наук, профессор **Рассказов А. О.**

Ведущая организация: Киевский Зональный научно-исследовательский и проектный институт типового и экспериментального проектирования жилых и общественных зданий (КиевЗНИИЭП).

Защита состоится «21» октября 1992 г. в 13 часов на заседании специализированного совета Д 068.05.03 в Киевском ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительном институте по адресу: 252037, Киев-37, Воздухофлотский проспект, 31, аудитория 319

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Киевского ордена Трудового Красного Знамени инженерно-строительного института.

Автореферат разослан «18» сентября 1992 г.

Ученый секретарь специализированного совета кандидат технических наук, доцент

ПЛОСКИЙ В. А.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность. Один из способов удовлетворения светотехнических требований в архитектурных сооружениях, перекрытых оболочками,- устройство проемов непосредственно в самих оболочках. Поскольку в этом случае форма проема имеет достаточно большую функциональную и эстетическую нагрузку, то правомерно рассматривать задачу о проектировании поверхностей оболочек по заданному опорному контуру, контуру проема и решать ее в режиме оптимизации.

Оптимальное моделирование рассматривается как трехэтапная задача. Первый этап - разработка метода моделирования, позволяющего получать множество требуемых поверхностей. Второй этап - разработка методов прочностного расчета поверхностей. Третий - непосредственная реализация этапа оптимального проектирования, т.е. выбор из множества поверхностей, оптимальных в смысле сформулированных критериев и удовлетворяющих заданные геометрические условия и прочностные характеристики.

Форма поверхности, инцидентной заданным контурам, является функцией метода, которым осуществляется моделирование, и функцией параметров управления, присущих данному методу. Кроме того, поскольку речь идет о проектировании архитектурных оболочек, то возникает дополнительное требование, чтобы параметры управления метода моделирования позволяли производить априорную оценку формы будущего архитектурного сооружения с тем, чтобы проектировщик мог лишь на основе визуального анализа назначить пределы изменения параметров управления.

Моделирование искомых поверхностей возможно различными методами. Их анализ показал, что наиболее пригодными для решения данной задачи являются методы моделирования, использующие некоторую базовую поверхность, как фактор, влияющий на форму моделируемой поверхности. К таким методам можно отнести аппроксимационные методы типа методов Безье и В - сплайнов, в которых форма поверхности зависит от положения точек ориентиров, или метода преобразований.

К недостаткам методов аппроксимации относятся трудность разбиения искомой поверхности на куски и сложность задания точек ориентиров. В методах же преобразований на основе исходных данных строится аппарат преобразований, включающий в себя, в частности, и базовую поверхность, которая в этом случае теряет свои управляющие свойства. Поэтому представляется эффективной разработка такого способа, в котором базовая поверхность была бы полностью независима, а закон преобразования строился по заданным условиям на интерполяционной основе. Это позволило бы получать множество поверхностей, удовлетворяющих заданные условия.

Цель работы. Разработать комплекс методов геометрического моделирования и прочностных расчетов, позволяющий осуществлять проектирование в режиме оптимизации поверхностей архитектурных оболочек с отверстиями.

Для достижения указанной цели в работе были поставлены и решены следующие задачи:

- разработать способ формообразования оболочек по заданным краевому контуру поверхности и контурам отверстий, позволяющий получать разнообразные формы поверхностей и автоматизировать процесс их конструирования.
- провести исследование предложенного способа и свойств получаемых поверхностей.
- разработать алгоритмы конструирования поверхностей, предусматривающие различные способы задания контуров и сети различной конфигурации.
- развить метод теории предельного равновесия для оболочек с отверстиями при различных условиях опирания.
- сформулировать задачи, создать алгоритм и программы оптимального проектирования оболочек с отверстиями с учетом экономических, прочностных и функциональных требований.
- создать программное обеспечение для реализации предложенных методов на ЭВМ в виде пакета прикладных программ.
- решить задачи оптимального проектирования оболочек с заданными отверстиями из однородного материала и из железобетона.
- внедрить результаты исследований в проектирование реальных объектов строительства.

Методика исследований. Решение представленных задач осуществляется на основе методов аналитической, дифференциальной и вычислительной геометрии, математического анализа, дискретного моделирования поверхностей на ЭВМ, исследования несущей способности и оптимального проектирования.

Теоретической базой для настоящих исследований послужили работы ведущих ученых:

в области геометрического моделирования поверхностей архитектурных и технических форм: Бадаева Ю.И., Иванова Г.С., Ковалева С.Н., Котова И.И., Михайленко В.Е., Найдыша В.М., Павлова А.В., Обуховой В.С., Подгорного А.Л., Полозова В.С., Рыжова Н.Н., Скидана И.А., Якунина В.И. и их учеников;

в области исследования несущей способности и оптимального проектирования архитектурных оболочек покрытий: Акбердина Т.Ж., Аткочюнаса Ю.Ю., Ахвледиани Н.В., Байнатова Ж.Б., Бастатского Б.Н., Габбасова Р.Ф., Гвоздева А.А., Даниелашвили М.А., Дехтяря А.С., Ерхова М.И., Каланты С.А., Краковского М.Б., Леллепа Я.А., Лепика Ю.Р., Рассказова А.О., Ржаницына А.Р., Сабалакова М.М., Чираса А.А., Шугаева В.В. и других.

при создании методов моделирования на основе трансверсальных поверхностей, были использованы теоретические исследования, выполненные Дарбу Г., Эйзенхартом, Лейном Л., Зернышкиным Л.А., Финниковым С.П., и прикладные разработки, выполненные Подгорным А.Л., Скиданом И.А., Седлецкой Н.И..

Научную новизну работы составляют:

1. Способ формирования поверхностей оболочек по заданным контурам, как трансверсальных поверхностей, инцидентных конгруэнции прямых с собственным или несобственным центром, полученных на основе мгновенно-подобного преобразования базовой поверхности-посредника.

2. Способы построения мгновенно-подобных преобразований пространства на основе интерполяции конечного числа мгновенно-подобных преобразований вдоль заданных линий с использованием полиномов Лагранжа, билинейных полиномов и средне-взвешенных алгоритмов.

3. Методика построения несимметричных полей виртуальных прогибов при различных форме, расположении отверстий и при произвольной внешней нагрузке.

4. Оценки верхней границы несущей способности прямоугольных в плане оболочек с отверстиями при различных видах опирания, полученные кинематическим методом теории предельного равновесия.

5. Разработанная локальная линейная модель определения несущей способности, на основе которой предложена методика оптимального проектирования оболочек, учитывающая технико-экономические

показатели.

Достоверность полученных результатов подтверждается хорошим согласием результатов расчетов контрольных примеров с результатами, ранее опубликованными в научной литературе.

Практическую ценность работы составляет разработанное математическое, алгоритмическое и программное обеспечение процесса конструирования поверхностей оболочек с отверстиями, позволяющие осуществлять их вариантное и оптимальное проектирование в интерактивном режиме. Комплекс программ обеспечивает этап эскизного проектирования и позволяет повысить эффективность творческого труда, ускорить процесс проектирования и обеспечить требуемые прочностные характеристики.

На защиту выносятся положения, представляющие научную новизну, и программное обеспечение процесса конструирования поверхностей, вычисления несущей способности, методика и результаты оптимального проектирования.

Реализация работы. Комплекс программ для расчетов несущей способности и оптимального проектирования оболочек с отверстиями включен в ВК "Лира" НИИАСС Министерства инвестиций и строительства Украины. Методы конструирования срединной поверхности и расчеты несущей способности оболочек с отверстиями внедрены в проектном институте "Бишкекпроект" (Бишкек) в реальное проектирование покрытия плавательного бассейна завода им. Фрунзе с экономическим эффектом 40 тыс. руб. в ценах 1991 г.

Аппробация работы. Основные положения диссертационной работы доложены на X Всесоюзном семинаре "Инженерная и машинная графика" (Полтава, 1991 г.), на 52, 53 научно - практических конференциях КИСИ (Киев, 1991 - 1992 г.г.), на научных семинарах кафедры начертательной геометрии, инженерной и машинной графики КИСИ (Киев, 1990 - 1992 г.).

Структура и объем работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы из 113 наименований, приложения и содержит 111 страниц машинописного текста, 33 рисунка, 5 таблиц.

Публикации основных положений диссертационной работы выполнены в четырех статьях и в тезисах одного доклада.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Первая глава посвящена разработке метода моделирования множества поверхностей, инцидентных заданным линиям. За основу разработки взят способ построения трансверсальных поверхностей.

Пусть в пространстве задано конечное число контурных линий $l_1, l_2, \ldots, l_n$ искомой поверхности. Для построения поверхности, инцидентной этим линиям, задается поверхность - посредник Ω, а в качестве конгруэнции выбирается множество прямых с центром в начале координат. Параметрами лучей конгруэнции выбираются угол θ между проекцией луча конгруэнции на плоскости XOY и осью OX, угол φ между лучом конгруэнции и его проекцией на плоскости XOY (рис. 1,а). В этом случае начало координат (точка O) будет одновременно выполнять роль второй поверхности базовых точек и центра отображения.

Пусть поверхность-посредник задана в параметрах конгруэнции вектором $R(\theta, \varphi)$, а искомая поверхность должна определяться некоторой вектор-функцией $r(\theta, \varphi)$. Сущность способа состоит в том, что должна быть установлена зависимость между радиус-вектором искомой поверхности r (образом) и радиус-вектором поверхности-посредника R (прообразом).

$$r(\theta, \varphi) = \lambda(\theta, \varphi)\, R(\theta, \varphi), \qquad (1)$$

где $\lambda(\theta, \varphi)$ - двупараметрческое множество скалярных величин. Это выражение равносильно образованию поверхностей r путем установления на каждом луче конгруэнции преобразования гомотетии, или мгновенно-аффинного преобразования с общим центром в точке O.

Алгоритмы построения значительно упростятся, если ввести пучок плоскостей $\{\Delta\}$, инцидентных оси OZ. Угол θ будет параметром такого пучка, а общий закон отображения может задаваться как однопараметрическое множество зависимостей, полученных в каждой из плоскостей пучка.

При $\theta = \theta_i$ на контурных линиях $l_1, l_2, \ldots, l_n$ и на поверхности-посреднике Ω фиксируются точки $A_1', A_1, A_2', A_2, \ldots, A_n'$, A_n, радиус-векторы которых соответственно равны $r(\theta_i, \varphi_{A1})$, $R(\theta_i, \varphi_{A1})$, $r(\theta_i, \varphi_{A2})$, $R(\theta_i, \varphi_{A2})$, $\ldots$, $r(\theta_i, \varphi_{An})$, $R(\theta_i, \varphi_{An})$ (рис. 1,а).

Для каждого луча конгруэнции, принадлежащего плоскости $\Delta(\theta_i)$ и проходящего через кривые линии $l_1, l_2, \dots, l_n$, вычисляются величины

$$\lambda(\theta_i, \varphi_{Aj}) = \frac{r(\theta_i, \varphi_{Aj})}{R(\theta_i, \varphi_{Aj})} ; \quad j = \overline{1,n}. \qquad (2)$$

С их помощью множество коэффициентов $\lambda(\theta_i, \varphi)$ может быть получено для каждой плоскости пучка, например, с помощью интерполяционного полинома Лагранжа

$$\lambda(\theta_i, \varphi) = \sum_{j=1}^{n} T_j(\varphi)\, \lambda(\theta_i, \varphi_{Aj}), \qquad (3)$$

где $T_j(\varphi)$ - коэффициенты Лагранжа.

Подстановка (3) в (1) дает зависимость, по которой вычисляются координаты точек поверхности образа, принадлежащие заданной текущей плоскости пучка $\Delta(\theta_i)$. Такое представление пригодно для расчета координат точек , а для того, чтобы получить уравнение всей поверхности-образа необходимо, чтобы кривые $l_1, l_2, \dots, l_n$ были аналитически описаны векторным уравнением, параметр которого является параметром конгруэнции θ . Пусть они имеют вид $L_1(\theta), L_2(\theta), \dots, L_n(\theta)$, тогда уравнение поверхности, инцидентной линиям $l_1, l_2, \dots, l_n$,

$$r(\theta, \varphi) = \sum_{j=1}^{n} T(\varphi) \frac{L_j(\theta)}{R(\theta, \varphi_j)} R(\theta, \varphi). \qquad (4)$$

Управляя свободными параметрами a_k поверхности - посредника $R(\theta, \varphi, a_k)$ в (4), получаем множество поверхностей, удовлетворяющих начальные условия.

Второй способ построения трансверсальных поверхностей - способ, основанный на множестве прямых с несобственным центром. Этот способ не имеет принципиальных отличий от случая , когда множество прямых имеет собственный центр. Предпочтение этому способу отдается в случае, если поверхность-посредник трудно параметризуется, либо вообще не параметризуется лучами конгруэнции с собственным центром. Кроме того, на конгруэнциях с несобственным центром легко реализуются алгоритмы построения расчетной сети любой конфигурации.

Конгруэнция прямых с несобственным центром принята перпендикулярной к плоскости XOY. Плоскость XOY здесь выполняет роль второй базовой поверхности и является плоскостью отображения. В качестве параметров конгруэнции прямых приняты аргументы X и Y.

Пусть поверхность-посредник задана в явном виде $Z = F(x,y)$, а искомая поверхность определяется некоторой функцией $Z = F_1(x,y)$. Как и в способе с собственным центром, устанавливается зависимость между образом и прообразом

$$F_1(x,y) = \lambda(x,y)\, F(x,y)$$

Принято, что контурные линии l_1 и l_2 описаны векторно - параметрическими уравнениями

$$l_1[X_1(\theta),Y_1(\theta),Z_1(\theta)] = 0 \quad \text{и} \quad l_2[X_2(\theta),Y_2(\theta),Z_2(\theta)] = 0,$$

а в качестве параметра θ, как и ранее, принят параметр пучка плоскостей $\{\Delta\}$ - угол θ (рис. 1,б). Если установить зависимость параметра θ от параметров x и y конгруэнции прямых из соотношения $tg\,\theta = \frac{x}{y}$, то для прямых конгруэнции, инцидентных линиям l_1 и l_2, коэффициент λ_j вычисляется таким образом

$$\lambda_j(x,y) = \frac{Z_j(arctg\,\frac{y}{x})}{F\,(X_j(arctg\,\frac{y}{x}),\; Y_j(arctg\,\frac{y}{x}))}, \quad j = 1;2.$$

Множество коэффициентов $\lambda(x,y)$ также определяется с помощью полинома Лагранжа

$$\lambda(x,y) = \sum_{j=1}^{2} T_j(r)\, \lambda_j(x,y),$$

где $r = r(\frac{x}{y})$- радиус-вектор проекций конгруэнции прямых на плоскости XOY. Модуль его равен $|r| = \sqrt{X^2 + Y^2}$.

Для полного представления о характере искомых поверхностей были проведены исследования их в меридиональных сечений. В зависимости от вида поверхности-посредника были получены кривые различных порядков. На основе выполненных исследований предложен способ посредника мгновенных сечений, позволяющий получать в каждом меридиональном сечении искомой поверхности кривую с заданными

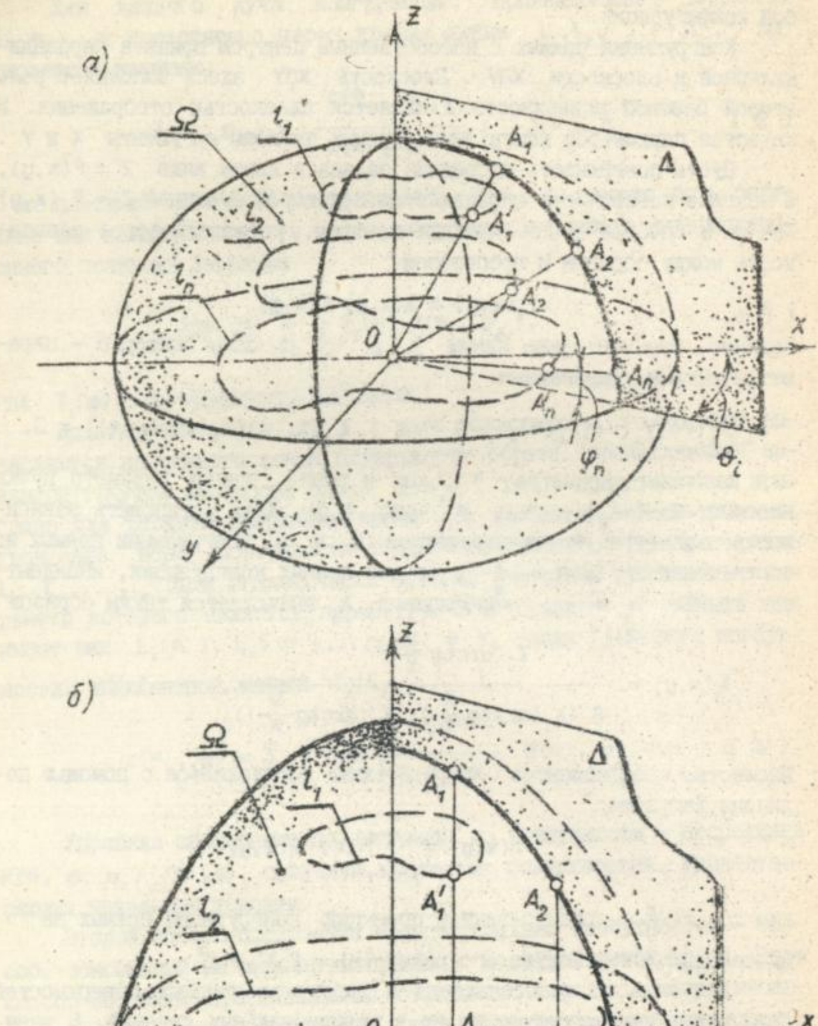

а)
Z
Ω
l1
l2
ln
A1
A1'
A2
A2'
An
Δ
x
O
μn
φn
θi
y
б)
Z
Ω
l1
l2
A1
A1'
A2
A2'
A10
A20
Δ
O
x
θ
rA1
rA2
y

Рис. 1

свойствами. Суть этого способа состоит в следующем; в каждом меридиональном сечении задается мгновенное сечение поверхности посредника, которое позволяет получать кривую с заданными свойствами, например, экстремум кривой, инцидентный контуру отверстия.

Описанные выше способы, хотя и допускают количество исходных l_i линий больше двух, но предъявляют к их взаимному расположению обязательное усло... : области, ограниченные проекциями линий l_i на плоскости XOY, должны иметь, по крайней мере, одну общую звездную точку. Это условие не позволяет воспользоваться ними для построения поверхностей, инцидентных заданному опорному контуру и нескольким контурам отверстий. Уже в случае двух отверстий не может быть задан пучок плоскостей, такой, что каждая его плоскость пересекала бы все линии.

Для построения поверхности при двух заданных отверстиях предлагается модификация предыдущих методов, отличающаяся способом построения двупараметрического множества величин $\lambda(x,y)$. Здесь вводятся два пучка плоскостей $\Sigma(\theta_1)$ и $\Lambda(\theta_2)$, оси которых паралельны оси OZ и проходят через звездные точки проекций контуров отверстий на плоскости XOY. Пучки параметризованы углами, образованными их плоскостями с плоскостью XOZ (рис. 2,а). Каждая прямая, принадлежащая конгруэнции вертикальных прямых (на рис.2,б прямая, проходящая через точку A_0), выделяет из пучков $\{\Sigma\}$ и $\{\Lambda\}$ по одной плоскости, в которых содержится полная информация λ_i, $i = \overline{1,4}$, необходимая для определения величины $\lambda(x_A,y_A)$, задающей закон отображения на данной прямой конгруэнции. Величина $\lambda(x_A,y_A)$ ищется на основе билинейной интерполяции величин λ_i. Для этого вводится вектор $P[u,v] = [X(u,v)\ Y(u,v)\ Z(u,v)]$, заданный в единичной параметризации; тогда, если параметризация введена так, что

$$P[0,0] = [\,X_{A1}\ Y_{A1}\ Z_{A1}\,]; \quad P[0,1] = [\,X_{A2}\ Y_{A2}\ Z_{A2}\,];$$

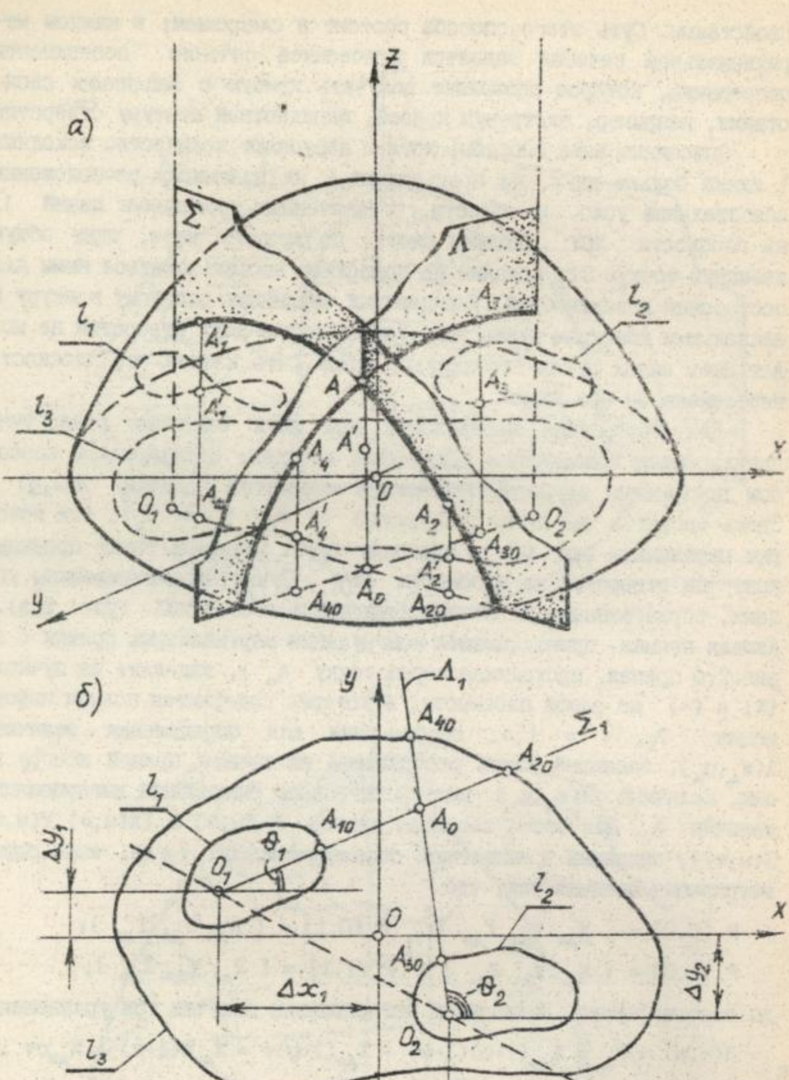
$$P[1,0] = [\,X_{A4}\ Y_{A4}\ Z_{A4}\,] \text{ и } P[1,1] = [\,X_{A3}\ Y_{A3}\ Z_{A3}\,],$$

на основе формулы билинейной интерполяции получим три уравнения

$$X(u,v) = X_A = X_{A1}(1-u)(1-v) + X_{A2}(1-u)v + X_{A4}u(1-v) + X_{A3}uv\ ;$$

$$Y(u,v) = Y_A = Y_{A1}(1-u)(1-v) + Y_{A2}(1-u)v + Y_{A4}u(1-v) + Y_{A3}uv\ ;$$

$$\lambda(u,v) = \lambda_A = \lambda_{A1}(1-u)(1-v) + \lambda_{A2}(1-u)v + \lambda_{A4}u(1-v) + \lambda_{A3}uv\ .$$



а)
z
Σ
Λ
l_1
l_2
l_3
A_1'
A_1
A_3
A_3'
A
A'
A_4
A_4'
x
y
O
O_1
O_2
A_2
A_2'
A_{30}
A_0
A_{40}
A_{20}
б)
Λ_1
Σ_1
A_{10}
θ_1
θ_2
Δy_1
Δy_2
Δx_1
Δx_2

Рис.2

Для того, чтобы на заданной прямой конгруэнции определить значение $\lambda_A(u,v)$, необходимо из первых двух уравнений параметры u и v представить как функции координат точки A

$$u = u(X_A, Y_A) \;;$$

$$v = v(X_A, Y_A) \;,$$

и тогда из последнего $\quad \lambda = \lambda(X_A, Y_A).$

По такому алгоритму может быть определена любая точка поверхности, за исключением точек, инцидентных общей плоскости двух пучков. Здесь предлагается упрощенный интерполяционный алгоритм. Кроме того, общая плоскость делит пространство на две части, в каждой из которых алгоритмы отличаются способом параметризации векторов $\bar{P}$. Способ может быть обобщен на произвольное количество отверстий с использованием полилинейной интерполяции. Однако указанные выше особенности делают способ полилинейной интерполяции трудно алгоритмизируемым. Поэтому для n отверстий предлагается простой алгоритм нахождения λ_A, как средневзвешенного значения

$$\lambda_A = \lambda(x,y) = \left[\, d_{min} \sum_{i=1}^{n} \frac{1}{d_i^{min}} \, \lambda_i^{*} \right] n^{-1},$$

где $d = \sqrt{(X_A - X_i)^2 + (Y_A - Y_i)^2} \quad ; \; i = \overline{1, 2n} \;;$

d_i^{min} - меньшая из величин проекций расстояний от искомой точки до контурной линии отверстия и от искомой точки до линии краевого контура. (Здесь проекции расстояний инцидентны одной плоскости Δ_i), d_{min} - минимум из всех d_i. Каждая из λ_i^{*} вычислена по методу Лагранжа в плоскости пучка соответствующего данному отверстию.

Сравнение методов полилинейной интерполяции и средневзвешенного показал, что первая дает более "гладкую" поверхность, и метод средневзвешенного алгоритма применяется только при $n > 2$.

На основе описанных способов разработан комплекс алгоритмов и программный комплекс TRANSVERSAL, позволяющий конструировать поверхности по заданным контурам, предусматривающий варианты аналитического, кусочно-аналитического и дискретного задания контуров, возможность формирования сети различной конфигурации, возможность моделирования поверхности в интерактивном режиме, при котором исходная форма, параметры базовой поверхности, а также пределы их изменения могут быть назначены на основе визуальной оценки.

Во второй главе исследованы прочностные характеристики полученных поверхностей. Вместо традиционных расчетов оболочек в упругой стадии, которые дают заниженную оценку несущей способности, был выбран кинематический метод теории предельного равновесия в классической постановке, учитывающий пластические свойства материала конструкции.

Суть метода расчета состоит в том, что для определения несущей способности конструкции строится некоторый функционал

$$K = F\ (\ U,\ V,\ W\ ), \qquad (5)$$

определенный на множестве кинематически допустимых полей перемещений (форм разрушения) $U(x,y)$, $V(x,y)$, $W(x,y)$ срединной поверхности оболочки. Под $U(x,y)$ и $V(x,y)$ подразумеваются поля горизонтальных перемещений, под $W(x,y)$ - поле вертикальных перемещений.

По кинематической теореме теории предельного равновесия отыскание верхней границы K^* предельной нагрузки K сводится к вариационной задаче о минимуме функционала (5). Это значит, что необходимо из множества допустимых полей перемещений найти такие поля, которые доставляют минимум функционалу K

$$K^* = \min_{U,V,W} F\ (\ U,\ V,\ W\ ). \qquad (6)$$

Для оболочек, края которых закреплены неподвижно, обычно применяют кинематическую гипотезу $U = V = 0$, и тогда выражение (6) минимизируется только по полю прогибов $W(x,y)$, что существенно упрощает процесс вычисления.

Для реализации расчетов на ЭВМ оболочка представлена в дискретном виде, т.е. ее на горизонтальную проекцию нанесена продольно-поперечная сетка, и в соответствии с этим выполнены некоторые преобразования в вычислениях. Дискретизация позволяет заменить задачу о минимуме функционала задачей об отыскании минимума функции нескольких переменных. В общем случае такими переменными являются узловые значения возможных перемещений U, V, и W.

Основная трудность заключается в подборе минимизирующего поля прогибов, так как неточность выбора приводит к завышенной оценке несущей способности оболочки. В диссертационной работе рассматриваются различные поля перемещений в зависимости от вида опирания и внешней нагрузки, от формы срединной поверхности.

Для оболочек, симметричных относительно двух координатных плоскостей и опертых по контуру, при равномерно распределенной нагрузке принято поле вертикальных перемещений W в виде усеченной пирамиды. Такое поле прогибов возможно при разрушении оболочки с образованием жесткого диска, не граничащего с наружным контуром. Параметрами этого поля W являются относительные размеры большего и меньшего основания пирамиды. Кроме разрушения с пирамидальной формой поля W рассматривается исчерпание несущей способности оболочки, которое сопровождается образованием "гладких" форм разрушения

$$W(x,y) = (1 - x^2/a^2)(1 - y^2/b^2) - \xi_1 , \qquad (7)$$

$$W(x,y) = \mathrm{mod}\left[\sin\frac{n\pi x}{a} \sin\frac{n\pi y}{b} \right] - \xi_1 , \qquad (8)$$

где ξ_1 - параметр локального разрушения, $0 \le \xi_1 < 1$. Если $W(x,y) < 0$, то необходимо $W(x,y) = 0$. При $\xi_1 = 0$ происходит полное разрушение оболочки. Локальное разрушение происходит при $\xi_1 > 0$.

Для оболочки с шарнирно-подвижным закреплением краев наряду с полем прогибов W необходимо варьировать и поля тангенциальных перемещений U и V.

В отличии от " гладких " форм разрушений (7) и (8) пирамидальное поле прогибов W позволяет более эффективно построить поля U и V.

Специально для несимметричных задач предельного равновесия прямоугольных в плане оболочек предложен новый способ построения кинематически допустимых полей прогибов W. Над полем (7) выполним аффинное преобразование-сдвиг. Тогда это выражение (при $a = b = 1$) примет вид

$$W = \left[1 - (x - t_x(1 - x^2))^2\right] \left[1 - (y - t_y(1 - y^2))^2\right] - \xi_1 , \qquad (9)$$

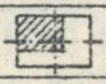
где $t_x = \mathrm{ctg}\,\alpha$, $t_y = \mathrm{ctg}\,\beta$, α и β - углы наклона, определяющие величину сдвига по осям OX и OY. Установлено, что для варьирования формы поверхности (9) величины сдвигов надо изменять в пределах $-0,5 \le t_x \le 0,5$ и $-0,5 \le t_y \le 0,5$ (рис.3,а и б).

Для проверки предложенного способа формирования полей виртуальных прогибов рассмотрены контрольные примеры.

Квадратная в плане пологая оболочка постоянной толщины со срединной поверхностью в виде эллиптического параболоида выполнена из идеального жесткопластического материала, защемлена по всему периметру и равномерна нагружена по всей поверхности. В работе Дехтяря А.С. и Рассказова А.О. для такой оболочки с пологостью $\gamma = 0,2$ и с относительной толщиной $\theta = 0,05$ получена верхняя оценка предельной нагрузки $K = 1,72 \cdot 10^{-2}$ с использованием поля $W(x,y)$ в форме усеченной пирамиды. В настоящей работе с использованием предложенного поля (9) получена оценка $K = 1,69 \cdot 10^{-2}$ при $t_x = t_y = 0$; $\varepsilon_1 = 0$.

С помощью поля прогибов (9) были улучшены теоретические оценки несущей способности, имеющиеся в литературе для несимметричных задач (табл.1).

Таблица 1.

N	схема нагружения	опирание	оценка из литературы	полученная оценка	поле W
1		шарнирное	$1,115 \cdot 10^{-2}$	$0,956 \cdot 10^{-2}$	$t_x = t_y = -0,3$ $\xi_1 = 0,3$
2	– // –	защемл-е	–	$0,979 \cdot 10^{-2}$	$t_x = t_y = -0,25$ $\xi_1 = 0.4$
3		защемл-е	$1,275 \cdot 10^{-2}$	$1,041 \cdot 10^{-2}$	$t_x = 0; t_y = 0,5$ $\xi_1 = 0,4$
4		защемл-е	$0,122 \cdot 10^{-2}$	$0,143 \cdot 10^{-2}$	$t_x = t_y = -0,5$ $\xi_1 = 0,84$

Еще одна группа контрольных примеров связана с пологой $\gamma = 0,1$ и относительно толстой $\theta = 0,5$ квадратной в плане оболочкой в виде эллиптического параболоида. Расчеты несущей способности такой оболочки при шарнирном закреплении краев и при защемлении были произведены А.И. Стрельбицкой. В настоящей работе получены оценки предельной нагрузки, согласующиеся с оценками А.И. Стрельбицкой.

Совпадение полученных оценок с известными ранее подтверждает пригодность предложенного способа формирование полей $W(x,y)$ виртуальных прогибов для решения несимметричных задач предельного анализа оболочек.

Переходя к новым задачам о несущей способности оболочек, рассмотрим поверхности, образованные описанным выше (глава 1) способом посредника мгновенных сечений. Здесь форма срединной поверхности существенно зависит от относительных стрел подъема F_x и F_y контурных арок вдоль длинной и короткой стороны. Произведена серия расчетов предельной нагрузки для оболочек с отношением сторон $\psi = 1,5$, с параметрами $F_x = F_y = 1$ при различных толщинах и пологостях. Результаты вычислений сведены в таблицу 2, величины K предельной интенсивности равномерной поперечной нагрузки увеличены в 10^4 раз.

Приведенные результаты позволяют оценить влияние пологости и постоянной толщины на несущую способность описанных оболочек.

Кроме нагрузки и формы срединной поверхности очертание поля возможных перемещений зависит также и от вида опирания оболочки. В связи с этим были выполнены исследования возможных полей перемещений и получены следующие схемы разрушений в зависимости от вида опирания.

Таблица 2.

γ \ e	0,01	0,02	0,05
0,05	1,40	2,80	7,00
0,01	5,60	11,20	28,00
0,20	22,40	49,80	112,00

При опирании по двум сторонам прямоугольных в плане оболочек рассматриваются принятые пирамидальное поле прогибов W и непрерывные поля (7), (9). Кроме этих форм разрушений оболочка может разрушаться по " балочной " схеме, т.е. поле прогибов W имеет форму треугольной призмы (рис.3,в). В случае опирания оболочки по углам возможны все ранее рассмотренные формы разрушения. Кроме того, для такого способа опирания возможны еще два вида разрушения. В оболочке могут образовываться пластические шарниры, совпадающие с осями симметрии в двух направлениях, при этом образуются четыре жестких диска. Такой схеме разрушения соответствует

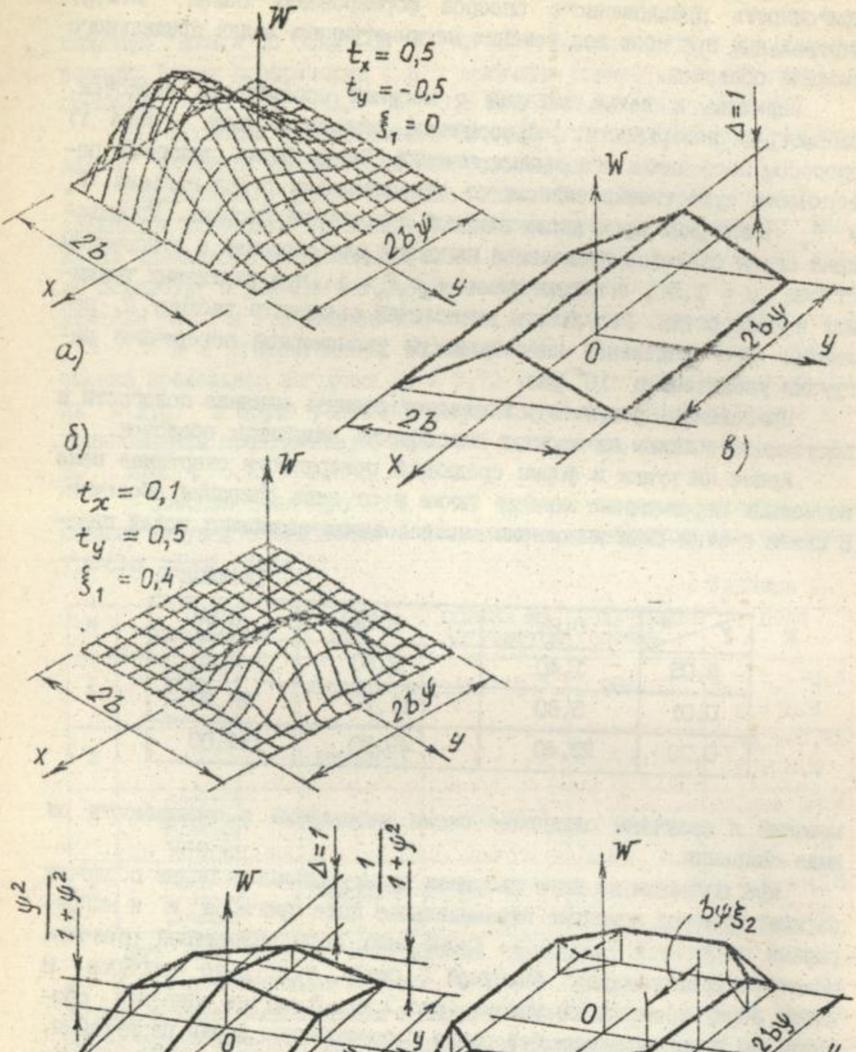

W
t_x = 0,5
t_y = -0,5
ξ_1 = 0
2b
2bψ
x
y
a)
б)
Δ=1
0
в)
t_x = 0,1
t_y = 0,5
ξ_1 = 0,4
ψ²/(1+ψ²)
1/(1+ψ²)
bψξ_2
bξ_2
г)
д)

Рис. 3

поле W, представленное на рис.3,г. Еще один вид разрушения - образование линий пластических шарниров в угловых зонах оболочки, перпендикулярных диагоналям. Пластические шарниры начинаются в угловых зонах и конечное положение занимают на линии, соединяющей середины смежных сторон контура. Такому виду разрушения соответствует поле прогибов с параметром ξ_2 (рис.3,д).

Третья глава посвящена решению задачи оптимального проектирования оболочек покрытий.

Получение оптимального проекта - задача, требующая одновременного варьирования нескольких независимых переменных. При любом методе оптимизации требуется многократно повторять расчет несущей способности, который, несмотря на то, что метод теории предельного равновесия позволяет создать быстродействующие алгоритмы, все же длится порядка нескольких минут. Это побудило предпринять попытки существенно ускорить вычисление несущей способности сравниваемых оболочек. Для этого введена взамен фактической функции $K(X_1, X_2, \ldots, X_n)$ ее локально-линейная модель в окрестности интересующей нас точки.

Суть предложенной локально-линейной модели состоит в том, что предварительно рассчитываются предельные нагрузки для различных значений варьируемых параметров, которые являются исходной информацией для построения интерполяционной модели. При каждом конкретном n-мерном векторе значений варьируемых параметров из множества предварительно заданных векторов находятся $n + 1$ ближайший к нему вектор. С использованием значений несущей способности в соответствующих точках строится гиперплоскость в $n + 1$-мерном пространстве, которая и является локальной интерполяционной функцией в заданной точке. Для реализации на ЭВМ локально-линейной модели разработана программа POLYMOD.

В этой главе на основе программы POLYMOD разработана программа OPTIM и решены задачи оптимального проектирования.

В общем случае в число управляемых переменных в задаче оптимального проектирования помимо относительной толщины e и пологости γ включены параметры F_x и F_y срединной поверхности. Тогда область проектирования описывается неравенствами

$$0{,}01 \le e \le 0{,}05; \quad 0{,}1 \le \gamma \le 0{,}4; \quad 0 \le F_x \le 0{,}66; \quad 0 \le F_y \le 0{,}66.$$

Критерием качества выбран безразмерный объем v материала

($v = V/b^3$, V - объем материала).

В диссертации представлены разнообразные оптимальные проекты оболочек с одним и двумя отверстиями различной формы и величины, выполненных из идеального жесткопластического материала и из железобетона. Часть проектов получена при управлении четырьмя переменными - относительной толщиной $в$, пологостью γ, и геометрическими переменными F_x и F_y. Другая часть проектов была найдена при управлении только толщиной и пологостью.

Ниже для примера представлены два проекты оптимальных оболочек. Их срединная поверхность получена методом посредника мгновенных сечений. Принято равномерное нагружение, шарнирное опирание краев, отношение сторон в плане $\psi = 1,5$ и заданные несущие способности $K_1^* \geq 10 \cdot 10^{-4}$ и $K_2^* \geq 20 \cdot 10^{-4}$. В первом случае оптимальной оказалась оболочка с параметрами $\gamma = 0,10$; $в = 0,02$; $F_x = F_y = 0$ с фактической несущей способностью $K_1 = 11,2 \cdot 10^{-4}$ и показателем качества $v = 0,01236$. Во втором примере найден оптимальный проект с параметрами $\gamma = 0,2$; $в = 0,01$; $F_x = F_y = 0$. Несущая способность такой оболочки $K_2 = 21,3 \cdot 10^{-4}$, а показатель качества $v = 0,01278$.

<u>В приложении</u> приведены справки о внедрении результатов диссертационной работы в реальное проектирование.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

1. Геометрический этап оптимального или вариантного проектирования поверхостей оболочек, инцидентных конечному числу заданных линий, решен на основе синтеза методов преобразования и интерполяционных методов.

За основу синтизируемого метода взят метод построения трансверсальных поверхностей конгруэнции прямых. В нем одна из базовых поверхностей играет роль управляющей поверхности, позволяющей получать множество проектных вариантов, инцидентных заданным линиям. С помощью базовых поверхностей вдоль заданных линий устанавливаются однопараметрические мгновенные аффинные преобразования, и в зависимости от числа заданных линий двупараметрическое множество мгновенно-аффинных преобразований строится с помощью интерполяции полиномами Лагранжа, билинейными функциями или с помощью средневзвешенных алгоритмов.

2. На основе предложенного интерполяционного способа по-

строения трансверсальных поверхностей разработаны алгоритмы и схемы, позволяющие строить поверхности с заданным опорным контуром и с заданными контурами отверстий, при этом расчетная сеть может быть как функцией указанных контуров, так и произвольно задана в плане.

3. Разработанная и реализованная методика позволяет варьировать форму срединной поверхности, на основе визуального анализа определять пределы изменения параметров поверхности-посредника, получать поверхности с заданными свойствами в меридиональных сечениях. Все указанные процедуры реализованы в программном комплексе TRANSVERSAL .

4. Для оболочек с произвольной срединной поверхностью, с отверстиями любой формы и положения при опирании по контуру, по двум сторонам или по углам разработана новая методика построения кинематически допустимых полей перемещений. С помощью таких полей решена кинематическим методом теории предельного равновесия задача о верхней границе несущей способности оболочек. В рамках этого решения могут быть учтены несимметричные форма срединной поверхности, опирание, очертание нагрузки и положение отверстий.

5. Методика расчета несущей способности несимметричных оболочек с отверстиями реализована в пакете программ для ПЭВМ. Рассмотрены многочисленные примеры и проведен параметрический анализ результатов.

6. На основе анализа оценок несущей способности оболочек построена эффективная локально-линейная модель ускоренной оценки несущей способности, специально предназначенная для оптимизационных расчетов. Разработаны методика и программа оптимального проектирования оболочек по критерию материалоемкости.

7. Для оболочек с заданной несущей способностью решены задачи оптимального проектирования, в которых определяется форма срединной поверхности, пологость и распределение материала, приводящие к его минимальному расходу. Проведен параметрический анализ оптимальных проектов оболочек.

Основные положения диссертационной работы опубликованы в следующих работах.

1. Дехтярь А.С., Сыщиков А.Ж. Несущая способность оболочек-

покрытий с плоским опорным контуром //Инженерная и машинная графика : Тез. докл. X Всесоюзного научно-метод. семинара (июнь 1991). - Полтава, 1991. - С. 53.

2. Анпилогова В.А., Сыдыков А.Ж. Интерполяционно-ключевой способ образования поверхностей, проходящих через конечное число заданных линий //Прикл. геометрия и инж. графика. - К.: Будівельник, 1992. - Вып. 53. С. 37 - 40 .

3. Анпилогова В.А., Сыдыков А.Ж. Способ образования трансверсальных поверхностей, проходящих через конечное число заданных линий //Изв. вузов, Строительство. -1992. -N 9,10.

4. Сыдыков А.Ж. Несущая способность оболочек с отверстиями //Сопротивление материалов и теория сооружений (принято к опубликованию в № 61).

5. Сыдыков А.Ж. Несуча здатність плит-оболонок змінної товщини //Прикладна геометрія та інженерна графіка (принято к опубликованию в № 54).

На підставі синтеза методів перетворення та інтерполяційних методів розроблено алгоритми та схеми, що дозволяють будувати поверхні оболонок із заданими опорним контуром та контурами отворів. Алгоритми втілено в комплекс програм для ПЕОМ.

Для оболонок з довільною середньою поверхнею, з отворами будь-якої форми та положення, за різних умов закріплення та при довільній конфігурації навантаження побудовано методику розрахунку несучої здатності. Вона разом із методом локальних лінійних моделей покладена в основу методики та пакета програм оптимального проектування оболонок-покриттів с отворами. Одержано проекти оптимальних оболонок.

Подписано к печати 14.09.92. Объем 1,0 п. л.
Формат 60×84/16. Заказ 1331. Тираж 100.
Типография ВА ПВО СВ.