ОДЕССКИЙ ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ
ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ им. И.И.МЕЧНИКОВА

На правах рукописи

ЮРЧЕНКО Михаил Александрович

УДК 517.928

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ ПОВЕДЕНИЕ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ КВАЗИЛИНЕЙНЫХ СЧЕТНЫХ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

01.01.02. - Дифференциальные уравнения и математическая физика

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Одесса 1992

Работа выполнена на кафедре высшей математики Одесского ордена Трудового Красного Знамени государственного университета им. И.И.Мечникова

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ: доктор физико-математических наук, профессор КОСТИН А.В.

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОППОНЕНТЫ: доктор физико-математических наук, профессор ВАЛЕЕВ К.Г.
кандидат физико-математических наук, доцент ЧЕРНЫШЕВ В.Г.

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ: Киевский политехнический институт

Защита состоится "18" декабря 1992 года в 15.00 часов на заседании специализированного совета К 068.24.10 по физико-математическим наукам / математика / в Одесском государственном университете / 270057, г.Одесса, ул. Петра Великого, 2 /.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Одесского государственного университета.

Автореферат разослан "16" ноября 1992 г.

УЧЕНЫЙ СЕКРЕТАРЬ
СПЕЦИАЛИЗИРОВАННОГО СОВЕТА
доктор
физико-математических наук В.Г.КРОТОВ

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Многие задачи естествознания и техники приводят к счетным системам дифференциальных уравнений / ССДУ / и, в частности, к квазилинейным счетным системам дифференциальных уравнений / КЛССДУ / вида

$$Y' = P(t)Y + X(t,Y) + Q(t), \qquad /1/$$

где

$$t \in J = [T, +\infty[,$$
$$Y \in G = \{Y \mid \|Y\| \le a\} \subset \mathbb{C}^\infty, \ \|Y\| = \sup_{i \in N}\{|y_i|\},$$
$$P(t) = \|p_{ik}(t)\|, \ p_{ik}(t) \in C(J): J \to \mathbb{C} \quad (i,k \in N)$$
$$X(t,Y) \in J \times G : J \times G \to \mathbb{C}^\infty, \ X(t,0) \equiv 0,$$
$$Q(t) \in C(J): J \to \mathbb{C}^\infty$$

при различных предположениях относительно $P(t), X(t,Y), Q(t)$.

Систематическое изучение ССДУ началось в 1934 году с работы А.Н.Тихонова [1], в которой были доказаны теоремы существования и единственности решения задачи Коши в общем случае для нелинейных ССДУ / $P(t) \equiv 0, Q(t) \equiv 0$ /. Наиболее полное изложение общей теории ССДУ содержится в монографии К.Г.Валеева и С.А.Жаутыкова [2].

Важные результаты по теории устойчивости КЛССДУ были получены К.П.Персидским, Б.Х.Харасахалом, С.И.Горшиным, М.Р.Решетовым, И.П.Макаровым, К.Г.Валеевым, Д.Шоу, А.Миллер, Р.Миллер.

---

1. Тихонов А.Н. О бесконечной системе дифференциальных уравнений // Мат.сборник.-1934.-Т.41.-вып.4.-С.551-560.
2. Валеев К.Г., Жаутыков О.А. Бесконечные системы дифференциальных уравнений.-Алма-Ата:Наука,1974.-415 с.

В дальнейшем выделим два важных случая: случай, когда соответствующая системе / 1 / система не имеет нулевых характеристических чисел / А / и случай наличия у системы первого приближения нулевых характеристических чисел / В /. Случай А для КЛССДУ / 1 / общего вида рассмотрен в работах К.П.Персидского, В.Х.Харасахала, С.И.Горшина, М.Р.Решетова.

Значительный интерес представляет изучение систем вида / 1 /, у которых матрица $P(t)$ является почти треугольной в том или ином смысле. Классические результаты по теории устойчивости конечных квазилинейных почти треугольных систем / ПТС / в случае А были получены О.Перроном. В случае В признаки устойчивости тривиального решения конечных ПТС были получены в работах Н.И.Гаврилова и А.Р.Костина, признаки неустойчивости - в работах Р.Э.Винограда и А.В.Костина. Н Левинсон и И.М.Рапопорт исследовали асимптотические представления решений L - диагональных линейных однородных систем. И.М.Рапопорт рассмотрел также случай, когда матрица системы мало отличается от жордановой с переменными диагональными элементами.

Аналоги результатов О.Перрона по конечным ПТС были получены для счетных ПТС / 1 / в предположении, что $P(t)$ является нижней треугольной матрицей в работах М.Р.Решетова и И.П.Макарова.

В работе [3] М.Р.Решетовым получены признаки устойчивос-

3. Решетов М.Р. Об устойчивости счетных систем дифференциальных уравнений, линейные части которых имеют треугольную форму // Изв.АН Каз.ССР. СЕР. математика и механика.- 1949.- вып.3.-С.29-76.

ти, асимптотической устойчивости и неустойчивости тривиального решения системы / 1 / $/ Q(t) \equiv 0$ / и признак существования у системы / 1 / ограниченных в $\mathcal{J}$ решений в случае А.

И.П.Макаров [4] сформулировал достаточный признак устойчивости тривиального решения системы / 1 / / $X(t;Y) \equiv 0$, $C(t) \equiv 0$ / и признак существования решений, стремящихся к нулю при $t \to +\infty$ / $X(t,Y) \equiv 0$ / в случае А.

В связи с этим актуальной становится задача получения аналогичных признаков в случае В.

Рассмотрение счетных ПТС / 1 / позволяет значительно расширить класс изучаемых систем, поскольку во многих случаях линейным преобразованием неизвестных можно привести КЛССДУ общего вида к почти треугольному виду [5] и, в частности, исследовать КЛССДУ, у которых матрица $P(t)$ является блочно-диагональной.

Н.И.Шкиль и М.М.Ковтонюк [6] исследовали асимптотическое поведение решений счетной блочно-диагональной линейной однородной системы

$$Y' = (W(t) + C(t))Y \qquad (t \in \mathcal{J}),$$

где $W(\cdot) = (W_1(t), W_2(t), \dots)$, а блок $W_i(t)$ $(i \in N)$ является клеткой Жордана с собственным числом соответственно $\omega_i(t)$ размерности n_i $(\sup_{i \in N}\{n_i\} = n < +\infty)$.

---

4. Макаров И.П. Новые критерии устойчивости по Ляпунову в случае бесконечной треугольной матрицы //Докл.АН СССР.-1948.-Т.62.-С.289-292.
5. Хлыбов Е.К. О приведении счетной системы дифференциальных уравнений к треугольному виду / Сб.статей асп. и соиск.МВССО Каз.ССР.-сер.математика и механика.-1969.-вып.1. -часть 1.-С.126-133.
6. Ковтонюк М.М. Асимптотическое поведение одной бесконечной системы линейных дифференциальных уравнений // Укр.мат.журнал.-1983.-Т.35.-№6.-С.630-636.

Доказано, что при некоторых условиях система имеет решения, асимптотически равные решениям системы

$$\bar{Y}' = W'(t)\bar{Y} \quad (t \in J)$$

при $t \to +\infty$.

В связи с этим актуальной становится задача исследования счетных блочно-диагональных линейных однородных систем, у которых блок $W_i(t)$ $(i \in N)$ является нижней треугольной матрицей.

<u>Объект исследования.</u> Рассматриваются неавтономные КЛССДУ / 1 / и блочно-диагональные неавтономные ССДУ вида

$$Y' = [P_0 + A(t)]Y + X(t, Y) + Q(t) \quad (t \in J), \qquad / 2 /$$

$$Y' = [P(t) + C(t)]Y \quad (t \in J), \qquad / 3 /$$

где:

P_0 – постоянная матрица блочно-диагонального типа с блоками P_0^i $(i \in N)$,

$P_0^i = \| p_{sk}^i \|$ $(s, k = \overline{1, n_i})$,

$P(t)$ – нижняя треугольная матрица блочно-диагонального типа с блоками $p^i(t)$ $(i \in N)$,

$p^i(t) = \| p_{sk}^i(t) \|$ $(s = \overline{1, n_i},\ k = \overline{1, s})$,

$p_{sk}(t) \in C(J): J \to \mathbb{C}$,

$A(t) = \| a_{sk}(t) \|$, $C(t) = \| c_{sk}(t) \|$ $(s, k \in \Lambda)$,

$a_{sk}(t), c_{sk}(t) \in C(J): J \to \mathbb{C}$,

$A(t), C(t)$ – в определенном смысле малые матрицы.

<u>Цель работы.</u> Получить признаки устойчивости, асимптотической устойчивости и неустойчивости тривиального решения системы / 1 / $/ Q(t) \equiv 0 /$, признаки существования ограниченных в J частных решений и решений, стремящихся к нулю

при $t \to +\infty$ у систем / 1 /./ 2 /,исследовать асимптотическое поведение при $t \to +\infty$ и получить асимптотические оценки частных решений системы / 3 /.

Методика исследований. В работе использованы методы качественной теории дифференциальных уравнений,специальный метод последовательных приближений [7] ,а также некоторые методы матричного анализа.

Научная новизна и основные результаты,выносимые на защиту.

1. Указаны достаточные признаки устойчивости и неустойчивости тривиального решения ПТС / 1 /,применимые во многих случаях,когда устойчивость или неустойчивость не может быть обнаружена известными критериями устойчивости / случай В /.
2. Указаны достаточные признаки наличия у КЛССДУ / 1 / и / 2 / хотя бы одного ограниченного в $\mathcal{J}$ частного решения,а также условия существования хотя бы одного решения, стремящегося к нулю при $t \to +\infty$.Признаки применимы в случаях ,когда линейная система первого приближения имеет нулевые характеристические числа / случай В /.
3 Исследуется асимптотическое поведение при $t \to +\infty$ и получены асимптотические оценки частных решений системы / 3 /.

---

7. Костин А.В. Устойчивость и асимптотика почти треугольных систем / Канд. дисс.,ИМ АН УССР,1962.

Теорет ческая и практическая ценность. Диссертация имеет теоретический характер. Полученные в ней результаты и развитые методы могут применяться для исследования ССДУ типов, отличных от рассмотренных / в теории колебаний, в теории сингулярно возмущенных ССДУ, для нахождения асимптотических представлений решений линейных систем /.

Публикации и апробация работы. По теме диссертации опубликовано 6 работ. Из совместных работ научному руководителю принадлежат постановки задач. Результаты автором получены самостоятельно. Основные результаты диссертации докладывались на республиканской научно-технической конференции " Применение вычислительной техники и математических методов в научных и экономических исследованиях" / Киев, 1991 г./, на республиканской научно-методической конференции, посвященной 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского / Одесса, 1992 г./, на семинарах кафедры высшей математики Одесского государственного университета / рук. проф. Костин А.В./.

Структура и объем работы. Диссертация состоит из параграфа "Основные обозначения", введения, четырех глав и списка литературы / 86 наименований /, общим объемом 129 страниц.

СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ.

В параграфе "Основные обозначения" приведены основные обозначения и термины, используемые в диссертации.

Во введении дан краткий исторический обзор и анализ современного состояния изучаемых в диссертации проблем, обосновывается тема и излагаются основные результаты работы.

В первой главе исследуется устойчивость тривиального решения КЛССДУ / 1 / / $Q(t) \equiv 0$ /.

В первом параграфе приведены основные определения и вспомогательные сведения, используемые в настоящей главе, а также в последующих главах.

Во втором параграфе исследуется устойчивость тривиального решения счетной ЛТС / 1 /. / $Q(t) \equiv 0$ /, причем

$$|X_i(t,Y)| \leq \mathcal{L}_i(t)\|Y\|, \ \mathcal{L}_i(t) \in C(J) \quad (i \in N).$$

Для этого была модифицирована для случая счетных систем вспомогательная лемма / принцип устойчивости /, которая в частных случаях конечных систем применялась в работе [6]. В дальнейшем будем обозначать $\Psi_i(t) = \sum_{k=i+1}^{\infty} |P_{ik}(t)| + \mathcal{L}_i(t)$. Доказана теорема.

Теорема 1. Для устойчивости в J тривиального решения системы / 1 / / $Q(t) \equiv 0$ / достаточно выполнения условий:

1. для частного решения $\varphi(t) = (\varphi_1(t), \varphi_2(t), \dots)$ линейной треугольной системы

$$\frac{d\varphi_i}{dt} = \sum_{k=1}^{i-1} |P_{ik}(t)|\varphi_k + \operatorname{Re} P_{ii}(t)\varphi_i \quad (i \in N)$$

с начальными условиями $\varphi_i(\tau) = 1 \ (i \in N)$ выполнена оценка $\|\varphi(t)\| \leq M \in R_+ =]0, +\infty[$,

2. для частного решения $\sigma(t) = (\sigma_1(t), \sigma_2(t), \dots)$ линейной неоднородной треугольной системы

$$\frac{d\sigma_i}{dt} = \sum_{k=1}^{i-1} |P_{ik}(t)|\sigma_k + \operatorname{Re} P_{ii}(t)\sigma_i + \Psi_i(t) \quad (i \in N)$$

с нулевыми начальными условиями $\sigma_i(\tau)=0 \quad (i\in N)$

справедлива оценка $\sup\limits_{t\in J} \|\sigma(t)\| = \gamma \in]0,1[$.

Если, кроме того, выполнены условия

$$\lim_{t\to\infty} \|\varphi(t)\|=0, \quad \lim_{t\to\infty} \|\mathcal{T}(t)\|=0,$$

то тривиальное решение системы / 1 / / $Q(t)\equiv 0$ / устойчиво асимптотически.

Далее указаны достаточные признаки устойчивости и асимптотической устойчивости тривиального решения системы / 1 / / $Q(t)\equiv 0$ /, следующие из теоремы 1.

В третьем параграфе исследуется неустойчивость тривиального решения системы / 1 / / $Q(t)\equiv 0$ /, причем в этом случае функции $X_i(t,Y)$ удовлетворяют условию

$$|X_i(t,Y)-X_i(t,Z)| \le \mathcal{K}_i(t)\,\|Y-Z\|.$$

Предположим, что для любого $i\in N$ существуют величины

$$S_i = \overline{\lim_{t\to\infty}}\ \exp\left\{\int_T^t \operatorname{Re} P_{ii}(t)\,dt\right\}$$

и разобьем множество N на два класса:

$$i\in\begin{cases} I_1, & S_i<+\infty, \\ I_2, & S_i=+\infty. \end{cases}$$

Положим

$$\lambda_i=\begin{cases} 1, & i\in I_1, \\ -1, & i\in I_2, \end{cases} \quad T_i=\begin{cases} T, & i\in I_1, \\ +\infty, & i\in I_2. \end{cases}$$

Доказана следующая теорема.

Теорема 2. Для того, чтобы тривиальное решение системы / 1 / / $Q(t)\equiv 0$ / было неустойчиво, достаточно выполнения условий:

1. $I_2\ne\varnothing$,
2. для функций $\sigma_i(t)$, последовательно определяемых из системы

$$\sigma_i(t)=\lambda_i\int_{T_i}^{t}\sum_{k=1}^{i-1}|P_{ik}(\tau)|\sigma_k(\tau)e^{\int_\tau^t \operatorname{Re} P_{ii}dt}\,d\tau+\lambda_i\int_{T_i}^{t}\Psi_i(\tau)e^{\int_\tau^t \operatorname{Re} P_{ii}dt}\,d\tau$$

выполнена оценка $\sup\limits_{t\in J}\sup\limits_{i\in N}\{|\sigma_i(t)|\}=\gamma\in]0,1[$.

Далее указаны достаточные признаки неустойчивости тривиального решения системы / 1 / / $Q(t)\equiv 0$ /, следующие из теоремы 2.

Во второй главе рассмотрена счетная ПТС / 1 /, причем $|X_i(t,Y)-X_i(t,Z)|\le \varkappa_i(t)\|Y-Z\|$, $\varkappa_i(t)\in C(J)$ $(i\in N)$. Исследуется задача: при каких условиях у системы / 1 / существует хотя бы одно ограниченное в J частное решение, а также решения, стремящиеся к нулю при $t\to+\infty$?

Рассмотрим величины $A_i(t,T)$, $B_i(t,T)$ $(i\in N)$, которые последовательно определяются из систем:

$$A_i(t,T)=y_i^0 e^{\int_T^t \operatorname{Re} p_{ii}\,dt}+\lambda_i\int_{T_i}^t |q_i(\tau)| e^{\int_\tau^t \operatorname{Re} p_{ii}\,dt}\,d\tau+$$

$$+\lambda_i\int_{T_i}^t\sum_{k=1}^{i-1}|p_{ik}(\tau)|A_k(\tau,T)e^{\int_\tau^t \operatorname{Re} p_{ii}\,dt}\,d\tau,$$

$$B_i(t,T)=\lambda_i\int_{T_i}^t \psi_i(\tau)e^{\int_\tau^t \operatorname{Re} p_{ii}\,dt}\,d\tau+\lambda_i\int_{T_i}^t\sum_{k=1}^{i-1}|p_{ik}(\tau)|B_k(\tau,T)e^{\int_\tau^t \operatorname{Re} p_{ii}\,dt}\,d\tau,$$

$$A(t,T)=(A_1(t,T),A_2(t,T),\dots),\quad B(t,T)=(B_1(t,T),B_2(t,T),\dots),$$

$$y_i^0=\begin{cases}|y_i(T)|, & i\in I_1\\ 0, & i\in I_2.\end{cases}$$

Символы I_1, I_2, T_i, λ_i те же, что и в главе 1.

В первом параграфе с помощью специального метода последовательных приближений доказана теорема:

Теорема 3. Пусть выполнены условия:

1. $\sup\limits_{t\in J}\|B(t,T)\|=m\in]0,1[$,

2. $$\sup_{t\in J}\sup_{i\in N}\left\{\frac{A_i(t,T)}{1-B_i(t,T)}\right\}=\varepsilon_0\leq a.$$

Тогда система / 1 / имеет хотя бы одно ограниченное в J частное решение, причем выполнена оценка

$$\|Y(t,T)\|_{\cdot}\leq\|A(t,T)\|+\varepsilon_0\,\|B(t,T)\|.$$

Очевидно, в случае

$$\lim_{t\to\infty}\|A(t,T)\|=0,\ \lim_{t\to\infty}\|B(t,T)\|=0$$

система / 1 / будет иметь хотя бы одно частное решение, стремящееся к нулю при $t\to+\infty$. Кроме того, доказана

Теорема 4. Пусть выполнены условия теоремы 3, и кроме того,

$$\lim_{t\to\infty}\sup_{i\in I_1}\left\{y_i^0 e^{\int_T^t \mathrm{Re}\,p_{ii}\,dt}\right\}=0,$$

$$\lim_{t\to\infty}\sup_{i\in N}\left\{\lambda_i\int_{T_i}^t |q_i(\tau)|e^{\int_\tau^t \mathrm{Re}\,p_{ii}\,dt}\,d\tau\right\}=0,$$

$$\lim_{t\to\infty}\sup_{i\in N}\left\{\lambda_i\int_{T_i}^t \psi_i(\tau)e^{\int_\tau^t \mathrm{Re}\,p_{ii}\,dt}\,d\tau\right\}=0.$$

Тогда система / 1 / будет иметь хотя бы одно частное решение, стремящееся к нулю при $t\to+\infty$.

Во втором параграфе указаны достаточные признаки существования хотя бы одного ограниченного в J частного решения и решения, стремящегося к нулю при $t\to+\infty$ у системы / 1 /, следующие из теорем 3 и 4.

В третьей главе исследуется задача о существовании ограниченных в J частных решений и решений, стремящихся к нулю при $t\to+\infty$ у блочно-диагональной КЛСДУ / 2 /

$$\frac{dY_i}{dt}=P_iY_i+\sum_{k=1}^{\infty}A_{ik}(t)Y_k+X_i(t,Y)+Q_i(t)\quad(i\in N). \quad / 2' /$$

В первом параграфе приведены некоторые свойства унитарных матриц порядка n и указаны оценки для норм этих матриц.

Пусть V_i - унитарная матрица, приводящая матрицу P_i к нижнему треугольному виду:

$$(P_i)_{sm} = \begin{cases} \tilde{P}^i_{sm} & s > m, \\ \lambda^i_s & s = m, \\ 0 & s < m. \end{cases}$$

С помощью унитарного преобразования $Y_i = V_i Z_i$ система /2'/ приводится к почти треугольному виду и далее исследуется методами второй главы.

Во втором параграфе указаны достаточные признаки существования хотя бы одного ограниченного в $\mathcal{J}$ частного решения системы /2'/ в случае $\sup\limits_{i\in N}\{n_i\} = n < +\infty$, причем

$$\|X_i(t,Y) - X_i(t,Z)\| \leq \mathcal{L}_i(t)\|Y - Z\| \quad (i \in N),$$

$$\mathcal{L}_i(t) \in C(\mathcal{J}), \quad \sup_{i\in N}\{\mathcal{L}_i(t)\} = \lambda(t) \in C(\mathcal{J}).$$

В третьем параграфе рассмотрен случай $\sup\limits_{i\in N}\{n_i\} = +\infty$, причем предполагается выполнение условия

$$\|X_i(t,Y) - X_i(t,Z)\| \leq \sum_{k=1}^{\infty} \mathcal{L}_{ik}(t)\|Y_k - Z_k\| \quad (i \in N)$$

и существование величины

$$\Psi_i^* = \sup_{t\in\mathcal{J}} \left\{ \sum_{k=1}^{\infty} \left[\|A_{ik}(t)\| + \mathcal{L}_{ik}(t) \right] \sqrt{n_k} \right\} (i \in N).$$

Обозначим

$$P_i^* = \max_{s>m} \{|\tilde{P}^i_{sm}|\}, \quad q_i^* = \sup_{t\in\mathcal{J}} \{\|G_i(t)\|\} \quad (i \in N).$$

Для случая А доказана теорема.

Теорема 5. Для того, чтобы система /2/ имела хотя бы одно ограниченное в $\mathcal{J}$ частное решение, достаточно выполнения условий:

1. $\max\limits_{s=\overline{1,n_i}} \{|\mathrm{Re}\,\lambda^i_s|\} = H_i > 0$,

2. $\Psi_i^* < \dfrac{H_i^{n_i}}{\sqrt{n_i}\,(P_i^* + H_i)^{n_i-1}}$,

3. $q_i^* \le \frac{a}{n_i}\left[\left(\frac{H_i}{P_i^* + H_i}\right)^{n_i-1} - \frac{\sqrt{n_i}}{H_i}\Psi_i^*\right]$.

Замечание. В качестве P_i^* можно взять величины $P_i^* = n_i \| P_i \|$. $(i \in N)$

В четвертом параграфе с помощью методов, разработанных в §2 исследована система специального вида.

В четвертой главе исследуется линейная однородная счетная блочно-диагональная ПТС типа / 3 /:

$$\frac{dY^i}{dt} = [P_1^i(t) + D^i(t)]Y^i + \sum_{k=1}^{\infty} C^{ik}(t)Y^k \quad (i \in N), \quad / 4 /$$

$$Y^i \in \mathbb{C}^{n_i}, \; N_i = \{k \mid 1 \le k \le n_i\} \quad (i \in N), \; t \in J,$$

$$P_1^i(t) = \| p_{sm}^i(t) \|, \; p_{sm}^i(t) \in C(J) \quad (s = \overline{2, n_i}; \; m = \overline{1, s-1}),$$

$$D^i(t) = diag(\omega_1^i(t), \omega_2^i(t), \ldots, \omega_{n_i}^i(t)), \; \omega_s^i(t) \in C(J),$$

$$\omega_{sm}^{ij}(t) = Re(\omega_s^i - \omega_m^j) \quad (s \in N_i, \; m \in N_j),$$

$$C^{ik}(t) = \| c_{sm}^{ik}(t) \|, \; c_{sm}^{ik}(t) \in C(J) \quad (s \in N_i, \; m \in N_k),$$

$$A^i(t) = \| a_{sm}^i(t) \|, \; a_{sm}^i(t) \in C(J) \quad (s, m \in N_i; \; s \ge m),$$

$$A^i(T) = E^i.$$

Столбцы $A^i(t)$ есть решения системы

$$\frac{da_{s}^i}{dt} = \sum_{k=m}^{s-1} |p_{sk}^i(t)| a_{km}^i + \omega_{sm}^{ii}(t) a_{sm}^i \quad (i \in N),$$

$$\Delta_{sk}^i(t) = \sum_{m=k}^{s-1} |p_{sm}^i(t)| \frac{a_{mk}^i(t)}{a_{sk}^i(t)} \quad (s \ge k).$$

В первом параграфе рассмотрен способ построения обратной матрицы для нижней треугольной матрицы порядка n.

Во втором параграфе получены асимптотические оценки для частных решений системы / 4 /.

Теорема 6. Пусть выполнены условия:

1. $\sup\limits_{i\in N}\{n_i\} = n < +\infty$;
2. на $[T_1, +\infty[$ $(T_1 > T)$ фукции $\omega_{sm}^{ij}(t)$ сохраняют знак;
3. для любых фиксированных $s\in N_i$ и $m \in N_j$ индекс k $(k<s)$ содержится в одном из трех классов:
   $k\in I_1$, если $\omega_{sm}^{ij}(t) < -\Delta_{sk}^{i}(t)$, $\omega_{km}^{ij}(t)\le 0$;
   $k\in I_2$, если $\omega_{sm}^{ij}(t) < -\Delta_{sk}^{i}(t)$, $\omega_{km}^{ij}(t)\ge 0$;
   $k\in I_3$, если $\omega_{sm}^{ij}(t) \ge -\Delta_{sk}^{i}(t)$;
4. $\lim\limits_{t\to\infty} a_{sk}^i(t)\exp\left\{\int_{T_1}^t \omega_{km}^{ij}(t)\,dt\right\} = 0$ $(k\in I_1\cup I_2)$;
5. $\int_{T_1}^\infty \|C(\tau)\|\,d\tau + 2\sum\limits_{k=1}^{n_i-1}\int_{T_1}^\infty \|C(\tau)\|\,\|(A^i(\tau)-E^i)^k\|\,d\tau \le 1$;

Тогда система / 4 / имеет частные решения вида $\Psi^{ij}(t)\exp\left(\int_T^t D^j(t)\,dt\right)$,

$$\Psi^{ij}(t) = \|\Psi_{sm}^{ij}(t)\|,\quad \Psi_{sm}^{ij}(t)\in C(J)\quad (s\in N_i,\ m\in N_j),$$

$$\|\Psi^{ij}(t)\| = o(1)\quad (i,j\in N),$$

причем имеют место следующие асимптотические оценки

$$|\Psi_{sm}^{ij}(t)| \le \sum_{k=1}^{s} a_{sk}^i(t)\,\varphi_{km}^{ij}(t) + \sum_{k\in I_2} a_{sk}^i(t)$$

$$\varphi_{km}^{ij}(t)=\begin{cases}\sum\limits_{s=0}^{n_i-1}\int_{T_1}^{t}\|C(\tau)\|\,\|(A^i(\tau)-E^i)^s\|\,e^{\int_\tau^t \omega_{km}^{ij}(t)dt}\,d\tau & (\omega_{km}^{ij}<0),\\ \sum\limits_{s=0}^{n_i-1}\int_{t}^{\infty}\|C(\tau)\|\,\|(A^i(\tau)-E^i)^s\|\,e^{\int_t^\tau \omega_{km}^{ij}(t)dt}\,d\tau & (\omega_{km}^{ij}\ge 0).\end{cases}$$

Далее рассмотрен случай, когда матрица $P^i(t)+D^i(t)$ $(i\in N)$ является клеткой Жордана соответственно размерности n_i.

В третьем параграфе указан способ приведения систем с постоянными коэффициентами к треугольному виду, который может быть использован в исследовании КЛССДУ / 2 /.

Основные результаты диссертационной работы отражены в публикациях:

1. Костин А.В., Юрченко М.А. Признаки устойчивости тривиального решения квазилинейной неавтономной счетной системы дифференциальных уравнений / ОГУ им.И.И.Мечникова.-Одесса, 1989.-19с.Рукопись деп. в УкрНИИНТИ №2050УК-89.
2. Юрченко М.А. Неустойчивость тривиального решения квазилинейной неавтономной счетной системы дифференциальных уравнений / ОГУ им.И.И.Мечникова.-Одесса,1989.-16 с.Рукопись деп. в УкрНИИНТИ №2049УК-89.
3. Костин А.В., Юрченко М.А. Признаки существования ограниченных решений квазилинейной счетной системы дифференциальных уравнений / ОГУ им.И.И.Мечникова.-Одесса,1990.-25с.Рукопись деп. в УкрНИИНТИ №797УК-90.
4. Костин А.В., Юрченко М.А. Об ограниченных решениях счетной системы дифференциальных уравнений, матрица линейной части которой является блочно-диагональной / ОГУ им.И.И.Мечникова.-Одесса,1991.-33с.Рукопись деп. в УкрНИИНТИ №816УК-91.
5. Юрченко М.А. Признаки существования ограниченных решений квазилинейной неавтономной счетной системы дифференциальных уравнений / Республиканская научно-техническая конференция "Применение вычислительной техники и математических методов в научных и экономических исследованиях".Тезисы докладов,Киев,1991.-С.142.
6. Юрченко М.А. Асимптотические свойства решений квазилинейных счетных систем дифференциальных уравнений блочно-диагонального вида / Республиканская научно-методическая конференция,посвященная 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского.Тезисы докладов.-Одесса.1992.-С.133.