

КИЕВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. ТАРАСА ШЕВЧЕНКО

На правах рукописи

МЫНБАЕВА Манат Узакбаевна

О ПРОСТРАНСТВЕННОМ УСРЕДНЕНИИ БЫСТРОПЕРЕМЕННЫХ
КОЭФФИЦИЕНТОВ В ПАРАБОЛИЧЕСКИХ УРАВНЕНИЯХ

01.01.02 - дифференциальные уравнения

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Киев - 1992

Работа выполнена на кафедре интегральных и дифференциальных уравнений и на кафедре общей математики Киевского университета им. Тараса Шевченко.

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор КУЛИНИЧ Г.Л.

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, ведущий научный сотрудник ПОРТЕНКО Н.И. ; кандидат физико-математических наук, доцент ДЗЫРА Б.И.

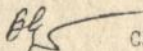
Ведущая организация – Институт прикладной математики и механики АН Украины, г.Донецк.

Защита состоится "___" _____ 1992 г. в ___ часов на заседании специализированного совета К 068.18.11 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Киевском университете им. Тараса Шевченко по адресу: 252127, г.Киев, пр. акад. Глушкова, 6, механико-математический факультет, ауд. 42.

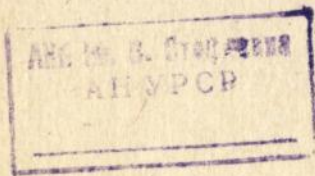
С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Киевского университета.

Автореферат разослан "___" _____ 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного совета



СУЖАНСКИЙ В.И.



ЛНБ України ім.В.Стефаника



00816954 (X)

218 26.259

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Изучение предельного поведения решений краевых задач для уравнений второго порядка в частных производных эллиптического и параболического типа представляет интерес в связи со следующими задачами:

1. вопросом о применимости принципа усреднения Н.Н.Логолюсова к уравнениям в частных производных /работы И.И.Гихмана, Р.З.Хасьминского и др./;
2. задачами механики дисперсных сред /работы В.В.Болотина, В.Г.Маркова, О.А.Олейник и др./;
3. вопросами стабилизации решения задачи Коши для параболических уравнений /работы Ф.О.Порлера, С.Л.Эйдельмана, А.Я.Дороговцева и др./;
4. вопросами пространственного усреднения коэффициентов параболических уравнений /работы Г.Л.Кулинича, А.Д.Борисенко, С.М.Козлова, О.А.Олейник, В.В.Жикова и др./.

Данная работа является продолжением исследования вопроса пространственного усреднения быстропеременных коэффициентов параболических уравнений.

В работе используются методы теории обыкновенных дифференциальных уравнений и теории вероятностей.

Цель работы. Исследование предельного поведения решения задачи Коши для определенного класса параболических уравнений в частных производных второго порядка при нерегулярной зависимости коэффициентов от параметра.

Научная новизна и практическая ценность. В диссертации получены следующие результаты:

- для решения задачи Коши определенного класса параболических

- уравнений в частных производных второго порядка в одномерном случае найдены необходимые и достаточные условия сходимости;
- в двумерном и многомерном случаях для определенных классов уравнений найдены достаточные условия сходимости;
 - для этих классов уравнений показано действие принципа пространственного усреднения коэффициентов;
 - в неклассических случаях выписаны явные выражения для предельных функций;
 - получено распределение локального времени процесса броуновского движения в двухслойной среде.

Полученные результаты могут быть использованы при исследовании стохастических моделей динамических систем, изучении краевых задач математической физики.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались:

- на проблемном семинаре по обыкновенным дифференциальным уравнениям при кафедре интегральных и дифференциальных уравнений Киевского университета;
- на конференции "Разрывные динамические системы" /г.Ужгород, 1991г./;
- в Третьей Международной школе "Эволюционные стохастические системы: теория и приложения в физике и биологии" /г.Кацивели, 1992г./;
- на Международной конференции, посвященной памяти академика М.Ф.Кравчука /г.Киев - г.Луцк, 1992г./.

Публикации. Основные результаты диссертации опубликованы в шести работах, список которых приведен в конце автореферата.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы, включающего 43 наименований и содержит 22 страниц машинописного текста.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность темы, дается краткий обзор современного состояния рассматриваемых в диссертации проблем, приводится аннотация основных результатов.

Пусть $u^\varepsilon(t, x)$ - решение задачи Коши

$$\frac{\partial u^\varepsilon(t, x)}{\partial t} + \sum_{i=1}^m a_i^\varepsilon(t, x) \frac{\partial u^\varepsilon(t, x)}{\partial x_i} + \frac{1}{2} \sum_{i, j=1}^m b_{ij}^\varepsilon(t, x) \frac{\partial^2 u^\varepsilon(t, x)}{\partial x_i \partial x_j} = 0 \quad (1)$$

в области $R_T^m = \{(t, x); t < T, x = (x_1, \dots, x_m) \in R^m\}$,

$u^\varepsilon(T, x) = F(x)$, где $F(x)$ - непрерывная ограниченная функция с непрерывными ограниченными производными до второго порядка включительно, при каждом $\varepsilon > 0$ функции $a_{ij}^\varepsilon(t, x)$ измеримы и ограничены,

$$b_{ij}^\varepsilon(t, x) = \sum_{k, l=1}^m \sigma_{ik}^\varepsilon(t, x) \sigma_{jl}^\varepsilon(t, x)$$

непрерывны и ограничены, матрица $B^\varepsilon(t, x)$ с элементами $b_{ij}^\varepsilon(t, x)$ равномерно невырождена. Для уравнения (1) при каждом $\varepsilon > 0$ существует единственное ограниченное решение из класса $W_p^{1,2}$, $p > m + 1/2$.*

* Ладженская О.А., Солоняников В.А., Уральцева Н.Н. Линейные и квазилинейные уравнения параболического типа. - М.: Наука, 1967.

Рассмотрим класс уравнений:

$$K_1 : m=1, \quad a_1^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{\varepsilon} a(x/\varepsilon), \quad b_{11}^\varepsilon(t, x) = \varepsilon^2 c(x/\varepsilon),$$

$$\left| \int_0^x \frac{a(v)}{\varepsilon^2(v)} dv \right| \leq C; \quad (2)$$

$$K_2 : m=2, \quad a_i^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{\varepsilon} a_i(x_2/\varepsilon), \quad i=1, 2,$$

$$B^\varepsilon(t, x) = \begin{pmatrix} \varepsilon_1^2(x_1/\varepsilon) & 0 \\ 0 & \varepsilon_2^2(x_2/\varepsilon) \end{pmatrix}, \quad (3)$$

для функций $a_1(v)$, $a_2(v)$ выполняется условие (2) с $\varepsilon(v) = \varepsilon_1(v)$, $\varepsilon(v) = \varepsilon_2(v)$ соответственно;

$$K_3 : m=2, \quad a_1^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{\varepsilon} a_1(x_1/\varepsilon)g(x_2/\varepsilon), \quad a_2^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{\varepsilon} a_2(x_2/\varepsilon),$$

матрица $B^\varepsilon(t, x)$ имеет вид (3), функция $a_1(v)$ ограничена, $g(v)$ абсолютно интегрируема на всей прямой, для функции $a_2(v)$ выполняется условие (2) с $\varepsilon(v) = \varepsilon_2(v)$;

$$K_4 : m=2, \quad a_1^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{\varepsilon} [a_1(x_1/\varepsilon) + g(x_2/\varepsilon)], \quad a_2^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{\varepsilon} a_2(x_2/\varepsilon),$$

матрица $B^\varepsilon(t, x)$ имеет вид (3) и для функций $a_1(v)$, $a_2(v)$, $g(v)$ имеют место ограничения из класса K_3 ;

$$K_5 : m \geq 2,$$

$$1. \lim_{\varepsilon \rightarrow 0} \inf_{t, x} \left[\sum_{i=1}^m x_i a_i^\varepsilon(t, x) + \text{sp} B^\varepsilon(t, x) - A^\varepsilon(t, x) \right] > 0,$$

где $\text{sp} B^\varepsilon(t, x)$ - след матрицы $B^\varepsilon(t, x)$,

$$A^\varepsilon(t, x) = \frac{1}{|x|^2} \sum_{i, j=1}^m b_{ij}^\varepsilon(t, x) x_i x_j;$$

$$2. \sum_{i=1}^m x_i a_i^\varepsilon(t, x) + \text{sp} B^\varepsilon(t, x) \leq C + \Psi^\varepsilon(|x|),$$

$$\Psi^\varepsilon(r) \geq 0, \int_0^r \Psi^\varepsilon(v) dv \leq C [1 + r^\beta], 0 \leq \beta < 1.$$

Первая глава посвящена исследованию предельного поведения решения задачи Коши в одномерном случае для класса уравнений K_1 .

В §1 исследуется сходимость при $\varepsilon \rightarrow 0$ решения $u^\varepsilon(t, x)$ задачи Коши класса уравнений K_1 в области R'_T . Найдены необходимые и достаточные условия сходимости в виде существования определенных пространственных средних от коэффициентов.

Теорема 1.1.1. Пусть $u^\varepsilon(t, x)$ - решение задачи Коши из класса K_1 . Для того, чтобы $u^\varepsilon(t, x)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ сходилась к решению $u(t, x)$ задачи Коши

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{i}{2\sigma_1 \sigma_2} \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} = 0, u(T, x) = f(x),$$

необходимо и достаточно, чтобы

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{1}{x} f(x) = \kappa \sigma_1,$$

$$\lim_{|x| \rightarrow \infty} \frac{1}{x} \int_0^x [f'(v) \sigma^2(v)]^{-1} dv = \frac{1}{K} \sigma_2, \quad 0 < \sigma_i < \infty, \quad i=1,2.$$

где K - некоторая положительная постоянная,

$$f(x) = \int_0^x \exp \left\{ -2 \int_0^u \frac{a(v)}{\sigma^2(v)} dv \right\} du \quad (4)$$

Замечание 1.1.1. Пусть функция $a(x)$ интегрируема на всей оси и

$$\int_{-\infty}^{\infty} a(x) dx = 0$$

Тогда решение $u^\varepsilon(t, x)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ сходится к решению $u(t, x)$ задачи Коши уравнения

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x^2} = 0, \quad u(T, x) = f(x).$$

Замечание 1.1.2. Если $\int_{-\infty}^{\infty} a(x) dx = \lambda \neq 0$,

то условия теоремы 1.1.1 не выполняются.

В §2 доказана более общая теорема, охватывающая, в частности, замечание 1.1.2. Найдены необходимые и достаточные условия сходимости решения задачи Коши и выписан явный вид предельной функции.

Теорема 1.2.1. Пусть $u^\varepsilon(t, x)$ - решение задачи Коши из класса K_1 . Для того, чтобы $u^\varepsilon(t, x)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ сходилась к функции

$$u(t, x) = \int_{-\infty}^{\infty} F(y) p(T-t, \hat{f}(x), \hat{f}(y)) \hat{f}'(y) dy,$$

где

$$f(t, x, y) = \begin{cases} \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi t}} \left[\exp\left\{-\frac{(y-x)^2}{2\sigma_1^2 t}\right\} - \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \exp\left\{-\frac{(y+x)^2}{2\sigma_1^2 t}\right\} \right] & (x \geq 0, y > 0), \\ \frac{2\sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi t}} \exp\left\{-\frac{(\sigma_1 y - \sigma_2 x)^2}{2\sigma_1^2 \sigma_2^2 t}\right\} & (x > 0, y < 0), \\ \frac{2\sigma_2}{\sigma_1 + \sigma_2} \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi t}} \exp\left\{-\frac{(\sigma_2 y - \sigma_1 x)^2}{2\sigma_1^2 \sigma_2^2 t}\right\} & (x \leq 0, y > 0), \\ \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi t}} \left[\exp\left\{-\frac{(y-x)^2}{2\sigma_2^2 t}\right\} - \frac{\sigma_2 - \sigma_1}{\sigma_1 + \sigma_2} \exp\left\{-\frac{(y+x)^2}{2\sigma_2^2 t}\right\} \right] & (x \leq 0, y < 0), \end{cases}$$

$$\sigma_1 = \sqrt{\sigma_{11} / \sigma_{11}}, \quad \sigma_2 = \sqrt{\sigma_{22} / \sigma_{22}}, \quad \hat{f}(x) = \begin{cases} \sigma_{11} x, & x > 0, \\ \sigma_{22} x, & x < 0, \end{cases}$$

необходимо и достаточно, чтобы

$$\frac{\hat{f}(x)}{x} \rightarrow \begin{cases} \kappa \sigma_{11}, & x \rightarrow +\infty \\ \kappa \sigma_{22}, & x \rightarrow -\infty \end{cases}$$

$$\frac{1}{x} \int_0^x [-f'(v) \sigma^2(v)]^{-1} dv \rightarrow \begin{cases} \frac{1}{\kappa} \sigma_{21}, & x \rightarrow +\infty, \\ \frac{1}{\kappa} \sigma_{22}, & x \rightarrow -\infty, \end{cases}$$

где κ - некоторая положительная постоянная.

Замечание 1.2.3. Если по крайней мере выполнено одно из условий: $\sigma_{11} \neq \sigma_{12}$ или $\sigma_{21} \neq \sigma_{22}$, то предельная функция $u(t, x)$ непрерывна в области R_T^1 , а ее производная $\partial u(t, x) / \partial x$ терпит разрыв первого рода в области $(t, 0)$.

Замечание 1.2.4. Предельная функция представима в виде

$$u(t, x) = \hat{u}(t, \hat{f}(x)),$$

где $\hat{u}(t, x)$ - решение в области R_T^1 задачи Коши

$$\frac{\partial \hat{u}(t, x)}{\partial t} + \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(x) \frac{\partial^2 \hat{u}(t, x)}{\partial x^2} = 0, \quad \hat{u}(T, x) = f(\hat{f}(x))$$

с условиями сопряженности

$$\hat{u}(t, x) \Big|_{x=0} = \hat{u}(t, x) \Big|_{x=+0}, \quad \frac{\partial \hat{u}(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=-0} = \frac{\partial \hat{u}(t, x)}{\partial x} \Big|_{x=+0},$$

где

$$\bar{\sigma}(x) = \begin{cases} \sqrt{\sigma_{11} / \sigma_{21}}, & x > 0 \\ \sqrt{\sigma_{12} / \sigma_{22}}, & x < 0 \end{cases}, \quad \hat{f}(x) = \begin{cases} \sigma_{11}^{-1} x, & x > 0 \\ \sigma_{21}^{-1} x, & x < 0 \end{cases}.$$

Вторая глава посвящена исследованию предельного поведения решения задачи Коши в двумерном и многомерном случаях для класса уравнений $K_2 - K_5$.

В §1 найдены достаточные условия сходимости решения задачи Коши в классическом случае.

Теорема 2.1.1. Пусть $u^\varepsilon(t, x)$ - решение задачи Коши из класса K_2 . Если

1. выполняются достаточные условия теоремы 1.1.1 с $a(v) = a_2(v)$, $\sigma(v) = \sigma_2(v)$, $k=1$;

$$2. \lim_{|x| \rightarrow \infty} \int_0^x \frac{dv}{\sigma_1^2(v)} = b^{-2};$$

3. существует постоянная c_0 такая, что при $|x| \rightarrow \infty$

$$\frac{1}{x} \int_0^x \left[\int_0^u \frac{a_1(v)}{f'(v)\sigma_2^2(v)} dv - c_0 \right] f'(u) du \rightarrow 0,$$

$$\frac{1}{x} \int_0^x \left[\int_0^u \frac{a_1(v)}{f'(v)\sigma_2^2(v)} dv - c_0 \right]^2 f'(u) du \rightarrow c,$$

где $f(v)$ определена соотношением (4) с $a(v) = a_2(v)$, $\sigma(v) = \sigma_2(v)$, то $u^\epsilon(t, x)$ при $\epsilon \rightarrow 0$ сходится к решению $u(t, x)$ задачи Коши уравнения

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[\left(\frac{4c}{\sigma_2} + b^2 \right) \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_1^2} + \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_2^2} \right] = 0,$$

$$u(T, x) = F(x).$$

Замечание 2.1.1. Если

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_1(y) \exp \left\{ 2 \int_0^y \frac{a_2(v)}{\sigma_2^2(v)} dv \right\} \sigma_2^{-2}(y) dy = 0,$$

то в этом случае выполняются условия теоремы 2.1.1 при

$$c_0 = \int_0^{\infty} a_1(y) \exp \left\{ 2 \int_0^y \frac{a_2(v)}{\sigma_2^2(v)} dv \right\} \sigma_2^{-2}(y) dy \quad \text{и} \quad c = 0.$$

Теорема 2.1.2. Пусть $u^\epsilon(t, x)$ — решение задачи Коши из класса K_B . Если существуют измеримые ограниченные функции $a_1(t, x)$ и непрерывные ограниченные функции $b_{ij}(t, x)$,

$i = \overline{1, m}, j = \overline{1, m}$, матрица $B(t, x)$ с элементами $b_{ij}(t, x)$ равномерно невырождена и такие, что

$$|a_i^\varepsilon(t, x) - a_i(t, x)| + |b_{ij}^\varepsilon(t, x) - b_{ij}(t, x)| \leq C \frac{\alpha(\varepsilon)}{1 + (|x| \alpha(\varepsilon))^\beta} + g^\varepsilon(|x|),$$

где $C \geq 0$, $\beta > 1$, $\alpha(\varepsilon) \rightarrow \infty$ при $\varepsilon \rightarrow 0$,
 $g^\varepsilon(\tau)$ - неотрицательные непрерывные функции в области $\tau \geq 0$ и таковы, что

$$\int_0^\tau g^\varepsilon(v) dv \rightarrow 0 \quad \text{при } \varepsilon \rightarrow 0$$

для любого конечного τ , то $u^\varepsilon(t, x)$ в каждой точке области R_T^m сходится при $\varepsilon \rightarrow 0$ к решению задачи Коши

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{1}{2} \sum_{i,j} b_{ij}(t, x) \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_i \partial x_j} = 0, \quad u(T, x) = F(x).$$

В §2 второй главы исследован вопрос сходимости решения задачи Коши в неклассическом случае для класса уравнений K_2, K_3, K_4 . Выписаны явные выражения для предельных функций.

Теорема 2.2.1. Если в теореме 2.1.1 вместо условия 3 выполняется условие

$$\int_{-\infty}^{\infty} a_1(u) \exp\left\{2 \int_0^u \frac{a_2(v)}{\sigma_2^2(v)} dv\right\} \sigma_2^{-2}(u) du = \lambda \neq 0,$$

то $u^\varepsilon(t, x)$ сходится к функции

$$u(t, x) = \int_{R^2} F(y) q(T-t, x, y) dy, \quad (5)$$

где

$$q(t, x_1, x_2; y_1, y_2) = \frac{\sigma_2 \sqrt{\sigma_1 \sigma_2}}{|\lambda| 2\pi t^2} \int_{-\infty}^{\frac{y_1 - x_1}{t} \operatorname{sign} \lambda} \left[\frac{1}{\lambda \sigma_1} (y_1 - x_1) - \frac{\sigma_2}{|\lambda| \sigma_1} + |y_2 - x_2| + |x_2| \right] \exp \left\{ -\frac{\sigma_1 \sigma_2}{2t} \left(\left[\frac{1}{\lambda \sigma_1} (y_1 - x_1) - \frac{\sigma_2}{|\lambda| \sigma_2} + |y_2 - x_2| + |x_2| \right]^2 - (y_2 - 2x_2)^2 + (y_2 - x_2)^2 \right) \right\} \exp \left\{ -\frac{\lambda^2}{2t} \right\} dx.$$

Теорема 2.2.2. Пусть $u^\varepsilon(t, x)$ - решение задачи Коши из класса K_3 . Если

1. выполняются условия 1 и 2 теоремы 2.1.1;

2. $\lim_{|x| \rightarrow \infty} \alpha_1(x) = a$;

3. $\int_{-\infty}^{\infty} g(u) \exp \left\{ 2 \int_0^u \frac{a_2(v)}{\sigma_2^2(v)} dv \right\} \sigma_2^{-2}(u) du = \lambda, \quad (6)$

то $u^\varepsilon(t, x)$ сходится при $\varepsilon \rightarrow 0$ к функции $u(t, x)$, определенной соотношением (5), в которой $\lambda = \lambda, a$.

Теорема 2.2.3. Пусть $u^\varepsilon(t, x)$ - решение задачи Коши из класса K_4 . Если

1. выполняются условия 1 и 2 теоремы 2.1.1;

2. $\int_{-\infty}^{\infty} \frac{a_1(v)}{\sigma_1^2(v)} dv = 0$;

3. для функции $g(v)$ выполняется условие (6), то $u^\varepsilon(t, x)$ при $\varepsilon \rightarrow 0$ сходится к функции $u(t, x)$, определенной соотношением (5), в которой $\lambda = \lambda, .$

Замечание 2.2.1. Если в теореме 2.2.2 $\lambda a = 0$ или в теоре-

ме 2,2,3 $\lambda_1 = 0$, то соответственно $u^\varepsilon(t, x)$ сходится при $\varepsilon \rightarrow 0$ к решению задачи Коши

$$\frac{\partial u(t, x)}{\partial t} + \frac{1}{2} \left[b^2 \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_1^2} + \frac{1}{\sigma_1 \sigma_2} \frac{\partial^2 u(t, x)}{\partial x_2^2} \right] = 0,$$

$$u(T, x) = F(x)$$

в области R_T^2 .

В §3 рассмотрено предельное поведение при $\varepsilon \rightarrow 0$ решения $u^\varepsilon(t, x)$ задачи Коши параболического уравнения

$$-\frac{\partial u^\varepsilon(t, x)}{\partial t} = \frac{1}{2} \bar{\sigma}^2(x) \frac{\partial^2 u^\varepsilon(t, x)}{\partial x^2} + i \lambda f_\varepsilon(x) u^\varepsilon(t, x),$$

$$u^\varepsilon(T, x) = 1$$

в области $R_T^1 = \{(t, x) : t < T, x \in R^1, x \neq 0, x \neq \varepsilon\}$

где

$$f_\varepsilon(x) = \frac{1}{\varepsilon} \chi_{[0, \varepsilon)}(x) = \begin{cases} \frac{1}{\varepsilon}, & x \in [0, \varepsilon), \\ 0, & x \in [0, \varepsilon), \end{cases}$$

$$\bar{\sigma}(x) = \begin{cases} \sigma_1, & x > 0 \\ \sigma_2, & x < 0. \end{cases}$$

Предельная функция имеет вид

$$u(t, x) = \begin{cases} \int_0^{-x/\sigma_2} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi t}} \int_0^v e^{-v^2/2t} dv + \frac{\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_2)}{\sqrt{2\pi t} \sigma_2} \int_0^\infty e^{-i\lambda v} e^{-\left[\frac{\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\sqrt{2t} \sigma_2} \left(v - \frac{2x}{\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_2)} \right) \right]^2} dv \right] dv, & x < 0, \\ \int_0^{x/\sigma_1} \left[\frac{2}{\sqrt{\pi t}} \int_0^v e^{-v^2/2t} dv + \frac{\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_2)}{\sqrt{2\pi t} \sigma_2} \int_0^\infty e^{-i\lambda v} e^{-\left[\frac{\sigma_1(\sigma_1 + \sigma_2)}{2\sqrt{2t} \sigma_2} \left(v + \frac{2x\sigma_2}{\sigma_1^2(\sigma_1 + \sigma_2)} \right) \right]^2} dv \right] dv, & x > 0. \end{cases}$$

Как следствие, найден явный вид распределения локального времени нахождения на границе сред для процесса, описывающего броуновское движение частицы в двуслойной среде.

В §4 приведены примеры, иллюстрирующие полученные результаты.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Кулинич Г.Л., Мынбаева М.У. О предельном поведении решения задачи Коши для параболических уравнений // Конф. "Разрывные динамические системы" : Тез. докл. - Ужгород. - 1991. - С.29.

2. Кулинич Г.Л., Мынбаева М.У. О пространственном усреднении в параболических уравнениях // Укр. мат. журн. - 1992. - 44. 4. - С.561-564.

3. Мынбаева М.У. Распределение локального времени процесса броуновского движения в двуслойной среде // Деп. в УкрИНТЭИ 02.07.92, № 987-Ук92. - 11с.

4. Кулинич Г.Л., Мынбаева М.У. О пространственном усреднении быстропеременных коэффициентов в параболических уравнениях // Эволюционные стохастические системы. Теория и применение в физике и биологии : Тр. Третьей Междунар. школы. - Казивели. - 1992.

5. Мынбаева М.У. О распределении броуновского локального времени // Междунар. конф., посвященная памяти акад. М.Ф.Кравчука : Тез. докл. - Киев-Луцк. - 1992. - С.140.

6. Мынбаева М.У. Про граничну поведінку розв'язку задачі Коші для параболического рівняння з нерегулярною залежністю коефіцієнтів від параметру // Вісн. Київ. ун-ту. Математика і механіка. - 1993. - Вип. 1. /в печати/.

Пользуясь случаем выражаю глубокую благодарность научному руководителю профессору Кулиничу Григорию Логвиновичу за постановку задачи и постоянное внимание к работе.

469185

№ 26.259
Ав 26.259

Подп. в поч. 03.II.92. Формат 60x84/16. Бумага тип. Офс. печать.
Усл. печ. л. 0,93. Усл. кр.-отт. 0,93. Уч.-изд.л. 0,7. Тираж
100 экз. Сак. 3II. Бесплатно.

Отпечатано в Институте математики АН Украины
252601 Киев 4, ГСП, ул. Решина, 3