МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ.ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

РАХІМОВ АРЗИКУЛ КУШБАКОВИЧ

УДК 519.21

СТАТИСТИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ОДНОРІДНОГО І ІЗОТРОПНОГО ВИПАДКОВОГО ПОЛЯ

01.01.05 - Теорія ймовірностей та математична статистика

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук

КИЇВ - 1992

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00691447 (V)

Роботу виконано в Самаркандському кооперативному інституті.

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент АН України Ядренко М.Й.

Офіційні опоненти - доктор технічних наук, професор Попов Ю.Д.;

кандидат фізико-математичних наук Качинський А.Б.

Провідна організація - Інститут кібернетики ім.В.М.Глушкова АН України.

Захист відбудеться "21" декабря 1992 р.о 14-00 годині на засіданні спеціалізованої ради К 068.18.11 в Київському університеті імені Тараса Шевченка за адресою: 252127, Київ - 127, проспект академіка Глушкова, 6, механіко-математичний факультет, ауд.№ 42.

Автореферат розіслано "14" ноября 1992 р.

Вчений секретар спеціалізованої ради СУЩАНСЬКИЙ В.І.

АВ 26.279

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. При розв"язанні актуальних задач теорії автоматичного регулювання, статистичної радіофізики, статистичної оптики, теорії розпізнавання образів, при обробці і передачі зображень, при дослідженні шорсткості поверхонь, в геології, метеорології, астрономії виникає проблема статистичного моделювання випадкових полів з даними ймовірностними характеристиками.

Для випадкових процесів /випадкових функцій однієї змінної/ проблема статистичного моделювання достатньо повно розроблена; тут є велика кількість як теоретичних так і практичних результатів, огляд яких можна знайти в монографіях Г.Корна, С.М.Єрмакова, Г.О.Михайлова, Б.Ріплі, І.Дика. Для випадкових полів /випадкових функцій багатьох змінних/ проблема істтно ускладнюється в зв"язку з різким збільшенням об"ємів масивів інформації, викликаним підвищенням розмірності простору аргументів, і залишається до цього часу ще мало дослідженою. Варто підкреслити також не тільки актуальність, але й практичну значимість цієї проблеми; ряд важливих задач науки і техніки, пов"язаних з обробкою і передачею зображень, вимагають пошуку ефективних методів статистичного моделювання різних класів випадкових полів.

Задачі статистичного моделювання випадкових полів розглядались в роботах Г.О.Михайлова, І.О.Малишева, Ю.І.Палагіна, С.М.Єрмакова, Ю.Д.Попова, Ю.В.Козаченко, М.Й.Ядренка, Т.М.Товстик, З.О.Гріх, В.Ф.Сінявського, А.В.Войтишека.

АНБ ім. В. Стефаника
АН УРСР

І-замовлення 791

Мета роботи. Розробка нового методу статистичного моделювання однорідних і ізотропних випадкових полів на площині і в трьохвимірному просторі; оцінювання похибок моделювання в різних метриках.

Методика досліджень. В дисертації систематично використовуються результати спектральної теорії однорідних та ізотропних випадкових полів і деякі факти з теорії бессельових функцій.

Наукова новизна. Основні наукові результати дисертації полягають в тому, що:

- розроблено метод статистичного моделювання однорідного та ізотропного випадкового поля на площині, оснований на використанні спеціального стохастичного ряду;

- вказано оцінки для похибок моделювання з допомогою цього методу в різних метриках (середньоквадратичній, метриці соболівського простору, рівномірній);

- одержано оцінки похибок для методу статистичного моделювання однорідного та ізотропного випадкового поля в трьохвимірному просторі.

Теоретична і практична цінність. Результати дисертаційної роботи носять теоретичний характер і можуть бути використані при розв"язанні прикладних задач в статистичній радіофізиці, геофізиці, сейсмології, статистичній механіці, статистичній гідромеханіці і інших галузях науки та техніки, в яких доводиться мати справу з задачею числового моделювання випадкового поля з даними ймовірностними характеристиками.

Апробація роботи і публікації. Основні результати роботи доповідались на наукових семінарах в Київському та Самаркандському університетах, науково-теоретичних конференціях професорсько-викладацького складу Самаркандського кооперативного інституту і опубліковані в [I] - [3] .

Структура і об"єм роботи. Дисертація складається з вступу, двох розділів, які розбиті на 8 параграфів. Загальний обсяг роботи I07 сторінок машинописного тексту. Бібліографія містить 80 назв.

Зміст роботи.

Перший розділ присвячено статистичному моделюванню однорідних та ізотропних випадкових полів на площині.

Нехай $\xi(x)=\xi(r,\varphi)$ - однорідне та ізотропне випадкове поле на площині $R^2=\{x=(r,\varphi):\ r\geq 0,\ 0\leq\varphi<2\pi\}$.
Це означає, що $M\xi(r,\varphi)=const$ (не обмежуючи загальності надалі припускатимемо $M\xi(r,\varphi)=0$) і $M\xi(x)\xi(y)=B(\rho)$, де ρ - віддаль між точками x і y .

Розглянемо стохастичний ряд

$$\xi(r,\varphi)=\sum_{m=0}^{\infty}\sqrt{\lambda_m}\,J_m(\xi r)\left[\eta_m^1\cos m\varphi+\eta_m^2\sin m\varphi\right], \quad (I)$$

де $\{\eta_m^1\}_{m=0}^{\infty}$ і $\{\eta_m^2\}_{m=0}^{\infty}$ - послідовності незалежних гауссівських випадкових величин і

а) $M\eta_m^1=M\eta_m^2=0,$ для будь-якого $m=0,1,2,\dots$;

б) $M\eta_m^1\eta_s^1=\begin{cases}1, & m=s,\\ 0, & m\neq s,\end{cases}$ $m,s=0,1,2,\dots$;

в) $$M\eta_m^2\eta_s^2 = \begin{cases} 1, & m=s, \\ 0, & m\neq s, \end{cases} \quad m,s=0,1,2,\ldots;$$

г) $$M\eta_m^1\eta_s^2 = 0, \quad m,s=0,1,2,\ldots;$$

д) $$\vartheta_m = \begin{cases} 1, & m=0, \\ 2, & m\neq 0, \end{cases} \quad m=0,1,2,\ldots;$$

е) ζ - незалежна від послідовностей $\{\eta_m^1\}_{m=0}^{\infty}$ і $\{\eta_m^2\}_{m=0}^{\infty}$ випадкова величина з функцією розподілу $\Phi(\lambda)$. $J_m(\cdot)$, $m=0,1,2,\ldots$ - функція Бесселя першого роду.

Встановлюється, що поле $\xi(r,\varphi)$ є однорідним та ізотропним випадковим полем з спектральною функцією $\Phi(\lambda)$. Цей факт і використовується при розв"язанні задачі статистичного моделювання однорідного та ізотропного випадкового поля з даною спектральною функцією.

За модель однорідного та ізотропного поля при статистичному моделюванні ми приймаємо часткову суму ряду (I):

$$\hat{\xi}_N(r,\varphi) = \sum_{m=0}^{N}\sqrt{\vartheta_m}\,J_m(\zeta r)\left[\eta_m^1\cos m\varphi + \eta_m^2\sin m\varphi\right], \quad (2)$$

де $N=1,2,3,\ldots$.

В § I.2 одержано оцінки для похибок виду

$$M\left[\xi(r,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\varphi)\right]^2,$$

$$M\left\|\xi(r,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\varphi)\right\|^2_{L_2(K_R)}=$$

$$=M\left\{\int_{K_R}\left[\xi(r,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\varphi)\right]^2dx\right\},$$

де $K_R=\{x=(r,\varphi):\ 0\le r\le R,\ 0\le\varphi<2\pi\}$ і $dx=r\,dr\,d\varphi$, R - const

Сформулюємо деякі результати.

Теорема І.2.І. Якщо $\mu_2=\int_0^{+\infty}\lambda^2 d\Phi(\lambda)<+\infty$, то

$$M\left[\xi(r,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\varphi)\right]^2\le$$

$$\le\frac{r^2\mu_2\left[6(N+1)^2+3(N+1)+1\right]}{3(N+1)^3}<\frac{10}{3}r^2\mu_2\frac{1}{N+1}$$

Теорема І.2.2. Нехай $\mu_3=\int_0^{+\infty}\lambda^3 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

$$M\left\|\xi(r,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\varphi)\right\|^2_{L_2(K_R)}\le$$

$$\le\frac{\pi^2R^2}{2}\left(4R^3\mu_3+6R^2\mu_2+R\mu_1\right)\frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{4(N+2)^4}<$$

$$<\frac{5}{8}\pi^2R^2\left(4R^3\mu_3+6R^2\mu_2+R\mu_1\right)\frac{1}{(N+2)^2}.$$

Теорема І.2.3. Нехай $\mu_3=\int_0^{+\infty}\lambda^3 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

2-замовлення 781

$$M\left[\xi(r,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\varphi)\right]^2 \leq$$

$$\leq \frac{\pi}{2}\left(4r^3\mathcal{M}_3+6r^2\mathcal{M}_2+r\mathcal{M}_1\right)\frac{2(N+1)^2+2(N+1)+1}{4(N+1)^4} <$$

$$< \frac{5}{8}\left(4r^3\mathcal{M}_3+6r^2\mathcal{M}_2+r\mathcal{M}_1\right)\frac{1}{(N+1)^2}.$$

При статистичному моделюванні однорідних та ізотропних випадкових полів з заданою спектральною функцією в ряді практичних задач дуже важливо досягти не лише близькості $\hat{\xi}_N(x)$ до модельованого поля $\xi(x)=\xi(r,\varphi)$, але й бути впевненим у близькості часткових похідних $\hat{\xi}_N(x)=\hat{\xi}_N(r,\varphi)$ до часткових похідних $\xi(x)=\xi(r,\varphi)$ до певного порядку. Тому в § I.3 розглядається питання оцінки середньоквадратичних похибок виду:

$$M\left[\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial r}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r}\right]^2, \tag{3}$$

$$M\left[\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi}\right]^2, \tag{4}$$

$$M\left\|\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial r}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r}\right\|^2_{L_2(K_R)}=$$

$$=M\left\{\int\limits_{K_R=\{x:\,|x|\le R\}}\left[\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial r}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r}\right]^2dx\right\},\qquad(5)$$

$$M\left\|\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi}\right\|^2_{L_2(K_R)}=$$

$$=M\left\{\int\limits_{K_R=\{x:\,|x|\le R\}}\left[\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi}\right]^2dx\right\},\qquad(6)$$

$$M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r^2}\right\|^2_{L_2(K_R)}=$$

$$=M\left\{\int\limits_{K_R=\{x:\,|x|\le R\}}\left[\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r^2}\right]^2dx\right\},\qquad(7)$$

$$M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}\right\|^2_{L_2(K_R)}=$$

$$=M\left\{\int\limits_{K_R=\{x:|x|\le R\}}\left[\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}\right]^2dx\right\},\tag{8}$$

$$M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r\,\partial\varphi}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r\,\partial\varphi}\right\|^2_{L_2(K_R)}=$$

$$=M\left\{\int\limits_{K_R=\{x:|x|\le R\}}\left[\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r\,\partial\varphi}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r\,\partial\varphi}\right]^2dx\right\}\tag{9}$$

Одержано оцінки похибок (3)-(9). Наведемо деякі з них.

<u>Теорема I.3.I.</u> Нехай $\mu_5=\int\limits_0^{+\infty}\lambda^5 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

$$M\left[\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial r}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r}\right]^2\le$$

$$\le\frac{\pi}{4}\left(4r^3\mu_5+6r^2\mu_4+r\mu_1\right)\times$$

$$\times\left[\frac{2N^2+2N+1}{4N^4}+\frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{4(N+2)^4}\right]$$

Теорема I.3.2. Нехай $\mu_5=\int\limits_0^{+\infty}\lambda^5 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

$$M\left[\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi}\right]^2\leqslant$$

$$\leqslant\frac{\pi}{4}(4r^5\mu_5+6r^4\mu_4+r^3\mu_3)\left[\frac{2N^2+2N+1}{4N^4}+\frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{4(N+2)^4}\right]$$

Теорема I.3.4. Нехай $\mu_5=\int\limits_0^{+\infty}\lambda^5 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

$$M\left\|\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial r}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r}\right\|^2_{L_2(K_R)}\leqslant\frac{\pi^2}{4}(4R^5\mu_5+6R^4\mu_4+$$

$$+R^3\mu_3)\left[\frac{2(N+1)^2+2(N+1)+1}{4(N+1)^4}+\frac{2(N+3)^2+2(N+3)+1}{4(N+3)^4}\right]$$

Теорема I.3.5. Нехай $\mu_5=\int\limits_0^{+\infty}\lambda^5 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді має місце нерівність

$$M\left\|\frac{\partial\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi}-\frac{\partial\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi}\right\|^2_{L_2(K_R)}\leqslant$$

$$\leq \frac{\pi^2 R^2}{4}\left(4R^5\mu_5+6R^4\mu_4+R^3\mu_3\right)\left[\frac{2(N+1)^2+2(N+1)+1}{4(N+1)^4}+\right.$$

$$\left.+\frac{2(N+3)^2+2(N+3)+1}{4(N+3)^4}\right]+\frac{\pi^2R^2}{2}\left(4R^3\mu_3+6R^2\mu_2+R\mu_1\right)\cdot$$

$$\times\left[\frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{4(N+2)^4}\right].$$

Вказано оцінку для $MW_2^1(K_R)$, де $W_2^1(K_R)$ метрика простору С.Л.Соболева.

Теорема I.3.7. Нехай $\mu_7=\int\limits_0^{+\infty}\lambda^7 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

$$M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r^2}\right\|^2_{L_2(K_R)}\leq$$

$$\leq\frac{\pi^2}{2}\left(4R^5\mu_7+6R^4\mu_6+R^3\mu_5\right)\left[\frac{2N^2+2N+1}{16N^4}+\right.$$

$$\left.+\frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{8(N+2)^4}+\frac{2(N+4)^2+2(N+4)+1}{16(N+4)^4}\right].$$

Теорема I.3.8. Нехай $\mu_7=\int\limits_0^{+\infty}\lambda^3 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді

$$M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}\right\|^2_{L_2(K_R)}\leq$$

$$\leq \frac{\pi}{8}\left(4R^7\mu_7 + 6R^6\mu_6 + R^5\mu_5\right)\left[\frac{2N^2+2N+1}{4N^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{2(N+2)^4} + \frac{2(N+4)^2+2(N+4)+1}{4(N+4)^4}\right] +$$

$$+ \frac{\pi}{4}\left(4R^5\mu_5 + 6R^4\mu_4 + R^3\mu_3\right)\left[\frac{2(N+1)^2+2(N+1)+1}{4(N+1)^4} + \right.$$

$$\left. + \frac{2(N+3)^2+2(N+3)+1}{4(N+3)^4}\right] + \frac{3}{4}\pi\left(4R^5\mu_5 + 6R^4\mu_4 + \right.$$

$$\left. + R^3\mu_3\right)\left[\frac{2(N+1)^2+2(N+1)+1}{4(N+1)^4} + \frac{2(N+3)^2+2(N+3)+1}{4(N+3)^4}\right] +$$

$$+ \frac{\pi}{4}\left(4R^3\mu_3 + 6R^2\mu_2 + R\mu_1\right)\left[\frac{2(N+2)^2+2(N+2)+1}{4(N+2)^4}\right].$$

Нехай

$$W_2^2(K_R) = \left\| \xi(r,\varphi) - \hat{\xi}_N(r,\varphi) \right\|^2_{L_2(K_R)} +$$

$$M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r^2}\right\|^2_{L_2(K_R)}+$$

$$+2M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial r\partial\varphi}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial r\partial\varphi}\right\|^2_{L_2(K_R)}+$$

$$+M\left\|\frac{\partial^2\xi(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}-\frac{\partial^2\hat{\xi}_N(r,\varphi)}{\partial\varphi^2}\right\|^2_{L_2(K_R)}.$$

Теорема I.3.I0. Нехай $\mathcal{N}_7=\int_0^{+\infty}\lambda^7 d\Phi(\lambda)<+\infty$. Тоді для будь-якого $\delta>0$ існує таке $N_0(\delta)$, що при всіх $N>N_0(\delta)$ справедлива нерівність $MW_2^2(K_R)<\delta$.

В роботі одержано оцінки для $MW_2^2(K_R)$.

З теорем укладення С.Л.Соболева випливає таке твердження.

Наслідок. Має місце нерівність

$$M\left\{\sup_{(r,\varphi)\in K_R}\left|\xi(r,\varphi)-\xi_N(r,\varphi)\right|\right\}\leq C\cdot MW_2^2(K_R),$$

де C - деяка константа.

Другий розділ присвячено статистичному моделюванню однорідних та ізотропних випадкових полів в трьохвимірному просторі R^3 .

В роботі Ю.Д.Попова і Ю.О.Винокурова (Исследование операций и АСУ, вып.34, I989, с.3-7) було запропоновано моделювати однорідне та ізотропне випадкове поле в R^3 з спектральною функцією $\Phi(\lambda)$ за допомогою стохастичного ряду

$$\xi(r,\theta,\varphi)=\sqrt{2\pi}\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{l=-m}^{m}S_m^l(\theta,\varphi)\frac{J_{m+\frac{1}{2}}(\lambda r)}{(\lambda r)^{1/2}}\varepsilon_m^l, \quad (10)$$

де (r, θ, φ) - сферичні координати точки x , ε_m^l - комплекснозначний "білий шум" (послідовність взаємно незалежних комплекснозначних величин таких, що $M\varepsilon_m^l = 0$, $M\varepsilon_m^l \bar{\varepsilon}_n^k = \delta_m^n \cdot \delta_l^k$), ξ - випадкова величина з функцією розподілу $\Phi(\lambda)$, $S_m^l(\theta, \varphi)$ - ортонормовані сферичні гармоніки степеня m .

За модель приймається часткова сума ряду (10)

$$\hat{\xi}_N(r,\theta,\varphi) = \sqrt{2}\pi \sum_{m=0}^{N} \sum_{l=-m}^{m} S_m^l(\theta,\varphi) \frac{J_{m+\frac{1}{2}}(\xi r)}{(\xi r)^{1/2}} \varepsilon_m^l . \qquad (11)$$

В § 2.1 розглянуто середньоквадратичну похибку

$$M\left[\xi(r,\theta,\varphi) - \hat{\xi}_N(r,\theta,\varphi)\right]^2, \; N=1,2,\dots .$$

Теорема 2.1.1. Нехай

$$L_i = \int_0^{+\infty} e^{2\lambda r} \lambda^i \, d\Phi(\lambda) < +\infty, \; i=\overline{1,6}.$$

Тоді має місце нерівність

$$M\left[\xi(r,\theta,\varphi) - \hat{\xi}_N(r,\theta,\varphi)\right]^2 \leq$$

$$\leq \frac{\pi^4}{2}\left(r^6 L_6 + 6r^5 L_5 + 11r^4 L_4 + 6r^3 L_3 + r^2 L_2\right)\times$$

$$\times\left[\frac{3(N+1)^2 + 6(N+1) + 5}{12(N+1)^6} + \frac{2(N+1)^2 + 5(N+1) + 5}{20(N+1)^7}\right]$$

В § 2.2 одержано оцінку похибки

$$M\left\| \xi(r,\theta,\varphi) - \hat{\xi}_N(r,\theta,\varphi) \right\|^2_{L_2(K_R)} =$$

$$= M\left\{ \int_{K_R} \left[\xi(r,\theta,\varphi) - \hat{\xi}_N(r,\theta,\varphi)\right]^2 dx \right\},$$

де $K_R = \{ x = (r,\theta,\varphi) : 0 \leq r \leq R,\ R\text{-const},\ 0 < \theta < \pi,\ 0 \leq \varphi < 2\pi \}$

і $dx = r^2 \sin\theta\, dr\, d\theta\, d\varphi$.

Теорема 2.2.1. Нехай

$$L_i = \int_0^{+\infty} e^{2\lambda R} \lambda^i \, d\Phi(\lambda) < +\infty, \quad i = \overline{1,8}.$$

Тоді

$$M\left\|\xi(r,\theta,\varphi)-\hat{\xi}_N(r,\theta,\varphi)\right\|^2_{L_2(K_R)}\leq$$

$$\leq\frac{\pi^5R^5}{2}\left(R^6L_8+6R^5L_7+11R^4L_6+6R^3L_5+R^2L_4\right)\times$$

$$\times\left[\frac{3(N+1)^2+6(N+1)+5}{6(N+1)^6}+\frac{2(N+1)^2+5(N+1)+5}{10(N+1)^7}\right].$$

В § 2.3 розглянуто задачу статистичного моделювання дійснозначного однорідного та ізотропного випадкового поля на R^3 з допомогою стохастичного ряду виду

$$\xi(r,\theta,\varphi)=\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{l=0}^{m}c_{m,l}P_m^l(\cos\theta)\times$$

$$\times\frac{J_{m+\frac{1}{2}}(\varsigma r)}{(\varsigma r)^{1/2}}\left[\eta^1_{m,l}\cos l\varphi+\eta^2_{m,l}\sin l\varphi\right],\qquad(12)$$

де $\{\eta^i_{m,l}\}$, $m=0,1,2,\dots$; $l=\overline{0,m}$, $i=1,2$ – послідовності взаємно незалежних гауссівських випадкових величин таких, що

$$M\eta^1_{m,l}=M\eta^2_{m,l}=0\ ,\ m=0,1,\dots,\ l=\overline{0,m}\ \ і$$

$$M\eta^{i}_{m,l}\,\eta^{j}_{k,s} = \delta^{k}_{m}\,\delta^{s}_{l}\,\delta^{j}_{i},$$

$$\text{де}\quad \delta^{q}_{p} = \begin{cases} 1, & p=q, \\ 0, & p\neq q; \end{cases}$$

ξ - незалежна від $\{\eta^{1}_{m,l}\}$ і $\{\eta^{2}_{m,l}\}$ випадкова величина з функцією розподілу $\Phi(\lambda)$. Встановлюються результати подібні до результатів § 2.I і 2.2.

Основні результати дисертації
опубліковано в таких роботах:

I. Рахимов А.К. Статистическое моделирование однородного и изотропного случайного поля на плоскости. Киевский университет им.Т.Шевченко. К., I992, I6 с. Деп.в УкрІНТЕІ № 1831-Ук-92.

2. Рахимов А.К. Статистическое моделирование однородного и изотропного случайного поля в трехмерном пространстве. Киевский университет им.Т.Шевченко, К.: I992, I4 с., Деп.в УкрІНТЕІ. № 1832-Ук-92.

3. Рахимов А.К., Ядренко М.И. Точные формулы для сумм некоторых рядов, содержащих бесселевы функции. Киевский университет им.Т.Шевченко. К: I992, 5 с., Деп.в УкрІНТЕІ.

АНБ ім. В. Стефаника
АН УРСР

РБЕНТЗ,I992,зам.79I,тир.I00

Ав 26.279
Ав 26.279