ЛЬВОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

им. И. ФРАНКО

На правах рукописи

МОХАМАД АЛЬ-ТУНДЖИ

# РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЮ ДУГЛИСА-НИРЕНБЕРГА

01.01.01 - математический анализ

**Автореферат**

диссертации на соискание ученой степени

кандидата физико-математических наук

Львов - 1992 г.

Работа выполнена на кафедре математического и функционального анализа Львовского государственного университета им. И. Франко.



аучный руководитель: кандидат физико-математических наук, доцент Микитюк Я.В.

фициальные оппоненты: доктор физико-математических наук, профессор Горбачук М.Л.

кандидат физико-математических наук, доцент Черемных Е.В.

дущая организация: Институт прикладных проблем механики и математики, г. Львов

Защита диссертации состоится "10" декабря 1992 г. в $15^{30}$ час. на заседании специализированного совета К 068.12.13 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук во Львовском государственном университете им. И.Франко / 290000, г. Львов, ул. Университетская, 1/.

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Львовского госуниверситета /г. Львов, ул. Драгоманова, 5/.

Автореферат разослан "7" ноября 1992 г.

Ученый секретарь
специализированного совета Я.В.Микитюк

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Работа посвящена изучению спектральных свойств несамосопряженного дифференциального оператора $T$ с матричными коэффициентами, действующего в пространстве $L_2(\mathbb{R},\mathbb{C}^n)$. При этом $T$ удовлетворяет условию Дуглиса-Ниренберга, а коэффициенты при младших производных достаточно быстро убывают на бесконечности.

Работа выполнена в русле исследований, инициированных мемуаром М.А.Наймарка о разложении по собственным функциям несамосопряженного сингулярного оператора Штурма-Лиувилля, а затем продолженных в работах В.Э.Лянце, Дж.Шварца, Х.Х.Муртазина, Я.В.Микитюка и ряда других авторов.

Цель работы.

1. Изучения строения спектра и множества спектральных особенностей оператора $T$.
2. Построение разложения единицы оператора $T$.
3. Нахождение достаточных условий конечности множества собственных значений и спектральных особенностей.

Методика исследований. В работе используются методы спектральной теории операторов и теории возмущений. Изучаются операторы, в определенном смысле мало отличающиеся от самосопряженных, где малость возмущения понимается не как малость по норме, а как малость по размерности (относительная компактность и определенная "гладкость").

Научная новизна и теоретическая ценность. Полученные результаты являются новыми. В диссертации построено разложение единицы для достаточно широкого класса несамосопряженных дифференциальных операторов, удовлетворяющих условию Дуглиса-

Нуренберга. Описано структуру множества спектральных особенностей оператора $T$, в частности, получены достаточные условия конечности множества собственных значений и спектральных особенностей оператора $T$.

Апробация работы. Результаты диссертации докладывались и обсуждались на межвузовском семинаре по функциональному анализу во Львовском госуниверситете (руководитель - проф. В.Э.Лянце), на международной конференции, посвященной 100-летию со дня рождения С.Банаха (г.Львов, май 1992 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано 4 статьи.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, трех глав и списка литературы. Общий объем работы - 93 страницы.

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Работа начинается небольшим введением, в котором изложены основные результаты работы.

Пусть $H$, $G$ - гильбертовы пространства, $\mathcal{C}(H)$ - множество всех линейных, замкнутых, плотно определенных операторов $T: H \to H$. Через $D(T)$, $R(T)$ мы обозначаем соответственно область определения, область значений и через $\sigma(T)$, $\sigma_p(T)$, $\sigma_c(T)$, $\rho(T)$ соответственно спектр, точечный спектр, непрерывный спектр, резольвентное множество оператора $T$. Через $\mathcal{B}(H,G)$ ($\mathcal{B}(H)$) мы обозначаем пространство всех линейных непрерывных операторов, действующих из $H$ в $G$ ($H$). Если $\Delta$ - борелевское множество в комплексной плоскости, то $B(\Delta)$ обозначает совокупность всех борелевских множеств комплексной плоскости, содержащихся в $\Delta$ .

Пусть $T \in \mathcal{B}(H)$ , причем множество $\sigma(T)\setminus\mathbb{R}$ состоит из изолированных собственных значений оператора $T$ и $\sigma_c(T)\neq\phi$.

Определение I [I]. Обозначим через $\sum(T)$ совокупность всех $\Delta \in B(\mathbb{R})$ , таких, что :

а) для любого $\Delta_1 \in B(\Delta)$ и любых $f, g \in H$ существует и конечен предел

$$\mathcal{P}(f, g, \Delta_1) = \lim_{\eta \to +0} \int_{\Delta_1} ((T_{\xi+i\eta} - T_{\xi-i\eta})f, g)_H \, d\xi ,$$

б) $\sup\limits_{\Delta_1 \in B(\Delta)} \ \sup\limits_{\|f\|=\|g\|=1} |\mathcal{P}(f, g, \Delta_1)| < \infty ,$

где $T_\xi \stackrel{def}{=} (T - \xi I)^{-1}$ . Точку $\sigma \in \overline{\sigma_c(T)}$ мы назовем спектральной особенностью оператора $T$ , если ни одна из ее окрестностей в $\mathbb{R}$ не принадлежит $\sum(T)$ . Множество спектральных особенностей оператора $T$ мы обозначаем через $\sigma_s(T)$ .

Определение 2 [I]. Точку $\sigma \in \sigma_c(T)$ мы назовем правильной точкой непрерывного спектра, если для некоторой ее окрестности $\Delta$ (в $\mathbb{C}$ ) существует проектор $P_\Delta \in \mathcal{B}(H)$ , который коммутирует с оператором $T$ и такой, что а) оператор $T|P_\Delta H$ ( $T|P_\Delta H$ - сужение оператора $T$ на $P_\Delta H$ ) подобен самосопряженному оператору с абсолютно непрерывным спектром; б) спектр оператора $T|(I-P_\Delta)H$ содержится в замыкании $\sigma(T)\setminus\Delta$ . Множество всех правильных точек непрерывного спектра оператора $T$ мы обозначаем через $\sigma_a(T)$ и полагаем $\sigma_i(T) \stackrel{def}{=} \sigma_c(T)\setminus\sigma_a(T)$.

Из определений вытекает, что множества $\sigma_s(T)$, $\sigma_i(T)$ замкнуты и $\sigma_s(T) \subset \sigma_i(T)$.

---

[I]. Микитюк Я.В. Операторы со спектральными особенностями. Кандидатская диссертация, Львов, 198I.

Определение 3. Пусть $t$ - полуторалинейная форма с областью определения $D(t) = \mathcal{X}_1 \times \mathcal{X}_2$, где $\mathcal{X}_1, \mathcal{X}_2$ - всюду плотные в $H$ линейные многообразия. Мы будем говорить, что оператор $T: H \to H$ ассоциирован с формой $t$, если $D(T)$ состоит из всех тех $f \in \mathcal{X}_1$, для которых непрерывен функционал $\mathcal{X}_2 \ni g \to t(f,g)$, и для всех $f \in D(T)$, $g \in \mathcal{X}_2$ справедливо равенство $(Tf,g)_H = t(f,g)$.

Очевидно, что оператор, ассоциированный с формой $t$ всегда существует (возможен случай $D(T) = \{0\}$) и единственен.

<u>Невозмущенный оператор</u> $L(\mathcal{D})$.

Пусть $H = L_2(\mathbb{R}, \mathbb{C}^n)$, $n \in \mathbb{N}$. В качестве невозмущенного оператора мы будем рассматривать самосопряженный дифференциальный оператор $L(\mathcal{D})$ с постоянными матричными коэффициентами, действующий в пространстве $H$, т.е.

$$L(\mathcal{D})f \overset{\text{def}}{=} \begin{pmatrix} L_{11}(\mathcal{D}) & \dots & L_{1n}(\mathcal{D}) \\ \vdots & & \vdots \\ L_{n1}(\mathcal{D}) & \dots & L_{nn}(\mathcal{D}) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} f_1 \\ \vdots \\ f_n \end{pmatrix}, \; f = (f_1, \dots, f_n) \in H, \quad (1)$$

$$D(L(\mathcal{D})) \overset{\text{def}}{=} \{ f \in H : L(\mathcal{D})f \in H \}, \quad (2)$$

где $\mathcal{D} = \frac{1}{i}\frac{d}{dx}$, $L_{jk}(\mathcal{D})$ - дифференциальные операторы с комплексными коэффициентами. Формулу (2) при этом следует понимать в смысле теории распределений. Мы будем также считать, что выполнено условие

($DN$) существуют числа $l_1, \dots, l_n \in \mathbb{N}$ такие, что

$$L_{jq}(\mathcal{D}) = a_{jq}\, \mathcal{D}^{l_j+l_q} + \sum_{r<l_j+l_q} a_{rjq}\, \mathcal{D}^{r}, \tag{3}$$

причем матрица $|a_{jq}|_{j,q=1}^{n}$ является положительно определенной.

Условие ( DN ) является условием Дуглиса-Ниренберга, записанным для систем обыкновенных дифференциальных уравнений.

Нетрудно убедиться, что если выполнено условие ( DN ), то оператор $L(\mathcal{D})$ ограничен снизу, а его спектр чисто абсолютно непрерывный и совпадает с некоторой полупрямой $[c, +\infty[$. Кроме того,

$$D(|L(\mathcal{D})|^{1/2}) = H_2^{l} = H_2^{l_1}(\mathbb{R}) \times \ldots \times H_2^{l_n}(\mathbb{R}),$$

где $l = (l_1, \ldots, l_n)$, $H_2^{s}(\mathbb{R})$ - пространство Соболева порядка $s \in \mathbb{R}$.

Возмущенный оператор.

Обозначим через $T$ несамосопряженный дифференциальный оператор, ассоциированный с полуторалинейной формой

$$t(f,g) \overset{\mathrm{def}}{=} (f, L(\mathcal{D})g)_H + \sum_{j,q=1}^{n} \sum_{\substack{\beta<l_j \\ \alpha<l_q}} (P_{jq\alpha\beta}\, \mathcal{D}^{\beta} f_j, \mathcal{D}^{\alpha} g_q)_{L_2} \tag{4}$$

$$D(t) \overset{\mathrm{def}}{=} H_2^{l} \times D(L(\mathcal{D})),$$

где $l = (l_1, \ldots, l_n)$ ( $l_1, \ldots, l_n$ - те же, что и в (3)), $f = (f_1, \ldots, f_n) \in H_2^{l}$, $g = (g_1, \ldots, g_n) \in D(L(\mathcal{D}))$. Относительно коэффициентов $\mathbb{R} \ni x \longrightarrow P_{jq\alpha\beta}(x) \in \mathbb{C}$ предполагаем, что они являются измеримыми функциями и при некотором $\varepsilon > 0$ удовлетворяют одному из условий :

$$\sup_{x\in\mathbb{R}} (1+|x|)^{1+\varepsilon} |P_{j\gamma\alpha\beta}(x)| < \infty , \tag{5}$$

$$\sup_{x\in\mathbb{R}} e^{\varepsilon|x|} |P_{j\gamma\alpha\beta}(x)| < \infty . \tag{6}$$

Чисто формально оператор $T$ можно определить формулой

$$T = L(\mathcal{D}) + \left| \sum_{\substack{\beta<\ell_j \\ \alpha<\ell_\gamma}} \mathcal{D}^\alpha P_{j\gamma\alpha\beta} \mathcal{D}^\beta \right|_{j,\gamma=1}^{n} .$$

Определение 4. Обозначим через $\mathcal{M}$ ( $\mathcal{N}$ ) множество операторов $T: H \to H$, ассоциированных с полуторалинейными формами вида (4), в которых коэффициенты $P_{j\gamma\alpha\beta}$ удовлетворяют условию (5) (условию (6)).

Основными результатами работы являются теоремы I - 3, которые формулируются ниже.

Теорема I. Пусть $T \in \mathcal{M}$ . Тогда $T \in \mathcal{B}(H)$ и :

а) $\sigma(L(\mathcal{D})) \subset \sigma(T)$ ;

б) множество $\sigma(T) \setminus \sigma(L(\mathcal{D}))$ ограничено и состоит из изолированных собственных значений конечной алгебраической кратности, причем его предельные точки принадлежат $\sigma_i(T)$ ;

в) множества $\sigma_i(T)$ , $\sigma_s(T)$ ограничены и имеют линейную меру равную нулю.

Теорема 2. Пусть $T \in \mathcal{M}$ . Тогда оператор $T$ имеет однозначно определенное разложение единицы $\Delta \to P(\Delta)$ , заданное на алгебре

$$\Sigma_T \overset{\text{def}}{=} \{\Delta \in B(\mathbb{C}) : \mathrm{Fr}\,\Delta \cap \sigma_s(T) = \emptyset\} .$$

Здесь $\mathrm{Fr}\,\Delta$ - граница множества $\Delta$ . При этом, если $\Delta \in \Sigma_T$

и $\bar{\Delta} \cap \sigma_s(T) = \phi$ , то оператор $T_\Delta = T|P(\Delta)H$ является спектральным.

Теорема 3. Пусть $T \in \mathcal{N}$ . Тогда :

а) множества $\sigma_p(T)$ , $\sigma_i(T)$ , $\sigma_s(T)$ конечны ;

б) справедливо включение $\sigma_i(T) \setminus \sigma_s(T) \subset \sigma_p(T)$ ;

в) число $\lambda \in \sigma_p(T) \setminus \sigma_s(T)$ является собственным значением конечной алгебраической кратности.

Первая глава диссертации имеет вспомогательный характер. В ней приведены определения и утверждения, которые используются в последующих главах. Здесь мы ограничимся тем, что дадим определение пространств $\Phi_\varepsilon$ , которые будут фигурировать в дальнейшем.

Определение 5. Пусть $H = L_2(\mathbb{R}, \mathbb{C}^n)$. Обозначим через $\Phi_\varepsilon$, $\varepsilon > 0$, линейное пространство, состоящее из всех тех $f \in H$ , для которых

$$\|f\|_{\Phi_\varepsilon} \overset{def}{=} \left( \int_{\mathbb{R}} \|\hat{f}(x)\|^2_{\mathbb{C}^n} e^{2\varepsilon|x|} dx \right)^{1/2} < \infty , \quad (7)$$

где $\hat{f}$ - преобразование Фурье функции $f$ . Пространство $\Phi_\varepsilon$ , наделенное нормой (7), является гильбертовым пространством.

Вторая глава диссертации посвящена изучению спектральных свойств операторов, являющихся результатом возмущения оператора умножения на независимую переменную в пространстве $L_2(\mathbb{R}, E)$ где $E$ - сепарабельное гильбертово пространство. Результаты этой главы играют важную роль при доказательстве теорем I - 3 и являются обобщением результатов, полученных ранее В.Э.Лянце. Изложим суть этих результатов.

Пусть $E$ , $G$ - сепарабельные гильбертовы пространства,

$S$ - оператор умножения на независимую переменную в пространстве $H=L_2(\mathbb{R},E)$.

Определение 6. Обозначим через $\mathcal{A}(H,G)$ множество, состоящее из всех тех линейных операторов $A:H\to G$, для которых существует оператор-функция $\alpha:\mathbb{R}\to\mathcal{B}(E,G)$ такая, что:

I) функция $\alpha$ непрерывна на $\mathbb{R}$ всюду, за исключением, быть может, конечного числа точек;

2) $\int\limits_{-\infty}^{\infty}\frac{\|\alpha(x)\|^2}{x^2+1}\,dx<\infty$ ;

3) если для некоторого $f\in H$ сходится интеграл
$$\int\limits_{\mathbb{R}}\alpha(x)f(x)\,dx ,$$
то $f\in D(A)$ и
$$Af=\int\limits_{\mathbb{R}}\alpha(x)f(x)\,dx .$$

Очевидно, что если $A\in\mathcal{A}(H,G)$, то существует только одна оператор-функция $\alpha$, удовлетворяющая условиям I) - 3). Условимся, что если $A\in\mathcal{A}(H,G)$, то запись $\alpha\sim A$ будет означать, что функция $\alpha$ удовлетворяет условиям I) - 3).

Определение 7. Обозначим через $\mathcal{W}$ множество операторов $T:H\to H$, ассоциированных с полуторалинейными формами вида
$$t(f,g)\overset{\text{def}}{=}(f,Sg)_H+(Bf,Ag)_G ,$$
$$D(t)\overset{\text{def}}{=}D(B)\times D(S) ,$$
которые удовлетворяют следующим условиям :

I) $A,B\in\mathcal{A}(H,G)$, причем

$$\exists\, \eta>0 \quad \|\alpha(x)\|,\ \|\beta(x)\| = O\left(\frac{1}{|x|^\eta}\right),\ x\to\infty,$$

где $\alpha\sim A$, $\beta\sim B$;

2) при некотором $\xi_0\in\Pi \overset{\mathrm{def}}{=} \{z\in\mathbb{C} : \operatorname{Im} z\neq 0\}$ операторы $B(AS_{\xi_0})^*$, $B(AS_{\bar\xi_0})^*$ компактны;

3) $$\|B(AS_\xi)^*\| = o(1),\ \xi\to\infty,$$

равномерно в $\Pi$;

4) оператор-функция

$$\Pi\ni\xi \to K(\xi) \overset{\mathrm{def}}{=} \left(I + B(AS_{\bar\xi})^*\right)\in\mathcal{B}(G)$$

допускает продолжение из верхней полуплоскости $\Pi^+$ и нижней полуплоскости $\Pi^-$ до оператор-функций

$$\overline{\Pi^+}\ni\xi \to K_+(\xi)\in\mathcal{B}(G),\ \overline{\Pi^-}\ni\xi\to K_-(\xi)\in\mathcal{B}(G)$$

непрерывных всюду в $\overline{\Pi^+}$ и $\overline{\Pi^-}$ соответственно, за исключением, быть может, конечного числа точек действительной оси.

Доказывается, что если $T\in\mathcal{W}$, то оператор $T$ плотно определен и замкнут, а множество

$$\mathcal{S}_T \overset{\mathrm{def}}{=} \{\xi\in\overline{\Pi^+} : K_+(\xi) - \text{необратим}\}\cup\{\xi\in\overline{\Pi^-} : K_-(\xi) - \text{необратим}\}\cup$$
$$\cup\{\xi\in\mathbb{R} : \xi - \text{точка разрыва для одной из функций } K_+, K_-, \alpha, \beta\}$$

ограничено, замкнуто, причем его предельные точки принадлежат $\mathbb{R}$, а множество $\mathcal{S}_T\cap\mathbb{R}$ имеет нулевую линейную меру.

Основным результатом второй главы является следующая

Теорема 4. Пусть $T\in\mathcal{W}$. Тогда

1) $\sigma_a(T)\supset\mathbb{R}\setminus\mathcal{S}_T$;

2) $\mathbb{R} \subset \sigma(T) \subset \mathbb{R} \cup \delta_T$ ;

3) $\sigma_s(T) \subset \sigma_i(T) \subset \delta_T \cap \mathbb{R}$ ;

причем множества $\sigma_s(T)$, $\sigma_i(T)$, $\delta_T \cap \mathbb{R}$ замкнуты ограничены и имеют нулевую линейную меру;

4) множество $\sigma(T) \setminus \mathbb{R}$ ограничено и состоит из изолированных собственных значений конечной алгебраической кратности, причем его предельные точки принадлежат $\sigma_i(T)$ ;

5) оператор $T$ обладает однозначно определенным счетно аддитивным разложением единицы $\Delta \to E(\Delta)$, заданным на алгебре

$$\Sigma_T \overset{def}{=} \{\Delta \in B(\mathbb{C}) : Fr\,\Delta \cap \sigma_s(T) = \phi\} ;$$

6) для всех $\Delta \in \Sigma_T$ таких, что $\bar{\Delta} \cap \sigma_s(T) = \phi$, оператор $T_\Delta = T|E(\Delta)H$ является спектральным.

Третья глава диссертации посвящена доказательству теорем, сформулированных во введении (теоремы I - 3).

Пусть $H = L_2(\mathbb{R}, \mathbb{C}^n)$, $G$ - сепарабельное гильбертово пространство, $L$ - оператор умножения на матричный многочлен в пространстве $H$.

Определение 8. Мы будем говорить, что оператор $L$ удовлетворяет условию ($DN$), если условию ($DN$) удовлетворяет оператор $L(\mathcal{D})$.

Если оператор $L$ удовлетворяет условию ($DN$), то существует только одна матричная функция $x \to C(x)$ вида

$$C(x) = \begin{pmatrix} x^{l_1} & & \mathbb{O} \\ & \ddots & \\ \mathbb{O} & & x^{l_n} \end{pmatrix}, \quad l_1, \ldots, l_n \in N,$$

для которой предел

$$\lim_{x\to\infty} C(x)^{-1} L(x) C(x)^{-1}$$

существует и является положительно определенной матрицей.

Всюду в дальнейшем мы будем считать, что оператор $L$ является самосопряженным и удовлетворяет условию ($DN$).

Определение 9. Пусть $Q: H \to H$ - оператор умножения на матричный многочлен $\mathbb{R} \ni x \to Q(x) \in \mathcal{B}(\mathbb{C}^n)$, т.е.

$$Qf(x) \stackrel{\text{def}}{=} Q(x) f(x),$$

$$D(Q) \stackrel{\text{def}}{=} \{ f \in H : \int_{\mathbb{R}} \| Q(x) f(x) \|^2_{\mathbb{C}^n} dx < \infty \}. \tag{8}$$

Обозначим через $\mathcal{L}$ множество всех тех операторов $Q$ вида (8), которые удовлетворяют условию

$$\| Q(x) C(x)^{-1} \| = O\left(\frac{1}{x}\right), \quad x \to \infty.$$

Определение 10. Мы будем говорить, что оператор $A \in \mathcal{B}(H, G)$ удовлетворяет условию ($\mathcal{M}$), если при некотором $s > 1/2$ имеет место включение

$$R(A^*) \subset H_2^s(\mathbb{R}, \mathbb{C}^n)$$

и условию ($\mathcal{N}$), если при некотором $\varepsilon > 0$

$$R(A^*) \subset \Phi_\varepsilon .$$

Определение 11. Обозначим через $\mathcal{M}$ (через $\mathcal{N}$) множество операторов $T: H \to H$, ассоциированных с полуторалинейными формами вида

$$t(f, g) \stackrel{\text{def}}{=} (f, Lg)_H + (Bf, Ag)_{G^m},$$

$$D(t) \stackrel{\text{def}}{=} D(B) \times D(L),$$

где :

1) оператор $L$ удовлетворяет условию $(DN)$ и самосопряжен;

2) операторы $A, B : H \longrightarrow G^m$ ( $m \in \mathbb{N}$ ) определены формулами

$$A f \overset{def}{=} (A_1 P_1 f, \ldots, A_m P_m f), \; f \in D(A) \overset{def}{=} \bigcap_{j=1}^{m} D(P_j),$$

$$B g \overset{def}{=} (B_1 Q_1 g, \ldots, B_m Q_m g), \; g \in D(B) \overset{def}{=} \bigcap_{j=1}^{m} D(Q_j),$$

в которых $P_j, Q_j \in \mathcal{L}$ , а операторы $A_j, B_j \in \mathcal{B}(H, G)$ удовлетворяют условию ( $\mathcal{M}$ ) (условию ( $\mathcal{N}$ )).

Очевидно, что $\mathcal{N} \subset \mathcal{M}$ .

Предложение I. Пусть $T \in \mathcal{M}$ ( $T \in \mathcal{N}$ ). Тогда оператор $\hat{T} = \mathcal{F} T \mathcal{F}^{-1}$ ( $\mathcal{F}$ - преобразование Фурье в пространстве $H$ ) принадлежит классу $\mathcal{M}$ ( $\mathcal{N}$ ).

Предложение I позволяет свести доказательства теорем I - 3 к доказательствам аналогичных теорем для операторов из классов $\mathcal{M}$ и $\mathcal{N}$ .

В первой половине третьей главы изучаются свойства резольвенты оператора $T \in \mathcal{M}$ ( $T \in \mathcal{N}$ ). В частности, здесь проделана значительная подготовительная работа по доказательствам теорем I и 3.

Вторая половина третьей главы посвящена доказательству того, что оператор $T \in \mathcal{M}$ с точностью до унитарной эквивалентности является частью некоторого оператора $\tilde{T} \in \mathcal{W}$ . Это позволяет в полной мере использовать результаты второй главы (теорему 4) при доказательстве теоремы 2 и завершении доказательств теорем I и 3.

Результаты диссертации опубликованы в следующих статьях

I. Микитюк Я.В., Аль-Тунджи М. Об операторе умножения на матричный многочлен // Укр. мат. журн. - I992. - Т.44, № 9 - С. I288 - I290.

2. Микитюк Я.В., Аль-Тунджи М. Об операторе умножения на матричный многочлен // В сб.: Международная математическая конференция посвященная I00-летию со дня рождения С.Банаха /Львов, 6-8 мая I992 г./ : Тез. докл. - Львов: Львовский госуниверситет. - I992. С. 68.

3. Аль-Тунджи М., Микитюк Я.В. О резольвенте оператора умножения на матричный многочлен.- Львов, I992. - 9 С. - Деп. в УкрНИИНТИ

4. Аль-Тунджи М., Микитюк Я.В. Об операторе умножения на матричный многочлен. - Львов, I992. - 7 С. - Деп. в УкрНИИНТИ

МОХАМАД АЛЬ-ТУНДЖИ

РАЗЛОЖЕНИЕ ПО СОБСТВЕННЫМ ФУНКЦИЯМ СИСТЕМ ОБЫКНОВЕННЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ, УДОВЛЕТВОРЯЮЩИХ УСЛОВИЮ ДУГЛИСА-НИРЕНБЕРГА

0I.0I.0I - математический анализ

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Подписано к печати 5.II.92. Формат 60х84/I6. Бум.тип. №I.
Печ.офсет.Усл.печ.л.0,90. Усл.кр.от.I,I3.Уч.изд.л.0,95.
Тираж I00. Зак. 408.
Машинно-офсетная лаборатория Львовского государственного университета, 290602, Львов, ул.Университетская, I

Список работ, опубликованных по теме диссертации

1. Микитюк Я.В., Аль-Тураки М. [illegible]

2. Микитюк Я.В., Аль-Тураки М. [illegible]

3. Аль-Тураки М., Микитюк Я.В. [illegible]

4. Аль-Тураки М., Микитюк Я.В. [illegible]

**МОХАМАД АЛЬ-ТУРАКИ**

**[illegible] ШТУРМА-ЛИУВИЛЛЯ**

[illegible]

Подписано в печать 3.11.92. [illegible]

[illegible]