

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

ВЕРХОГЛЯДОВА ОЛЬГА ПАВЛІВНА

УДК 523.64-864:523.62-726

533.951:533.951.7

НЕСТІЙКОСТІ ТА ПРОСТОРОВІ СТРУКТУРИ
У ПЛАЗМОВИХ ХВОСТАХ КОМЕТ

01.03.02 - астрофізика, 01.04.02 - теоретична фізика

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ-1992

Робота виконана на кафедрі загальної астрономії Київського університету ім. Тараса Шевченка

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук,
професор М.Я. КОЦАРЕНКО

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук,
професор Т.О. ДАВИДОВА

доктор фізико-математичних наук,
професор А.К. ЮХИМУК

Провідна установа: Інститут земного магнетизму,
іоносфери і розповсюдження
радіохвиль АН Росії, м. Троїцьк

Захист відбудеться "___" _____ 1990 р.
у ___ годин на засіданні спеціалізованої Ради Д068.1822
при Київському університеті ім. Тараса Шевченка (252022, Київ -
22, проспект академіка Глушкова, 6, фізичний факультет)

З дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці
Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Автореферат розісланий "___" _____ 1990 р.

Вчений секретар
спеціалізованої Ради

Верлан Е.М. Верлан

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00814376 (Т)

№ 26.343

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ.

Актуальність дослідження. Явища в кометній плазмі, як відомо, містять інформацію про процеси у кометах та про стан міжпланетного середовища. В результаті польотів космічних апаратів до комет Джакобіні-Ціннера (1985 XIII) та Галлея (1986 III) були отримані численні дані, у тому числі і по плазмовим характеристикам як комет, так і сонячного вітру у їх околі. Процеси у космічній плазмі, і в іоносферах комет зокрема, відмічаються складністю і різноманітністю дівчих у ній фізичних механізмів. Незважаючи на згоду між теоретичними моделями кометних іоносфер і результатами, отриманими космічними апаратами при зустрічах з кометами, багато плазмових процесів в них ще далекі до повного розуміння. У першу чергу це стосується інтерпретації спектрального складу плазмових хвиль в кометних іоносферах і фізичних механізмів, що забезпечують формування спостережимої променевої структури в плазмових хвостах комет, що цікавила людей протягом століть. Оскільки взаємодія комети з сонячним вітром обумовлює багато із спостережуваних явищ у іоносферах комет, доцільно вивчити конкретні нестійкості сонячного вітру у кометній плазмі як можливі причини утворення променевих структур і збудження плазмових хвиль.

Приймаючи до уваги складність процесів у кометній плазмі, вважається доцільним використати метод чисельного моделювання, що, з одного боку, допоможе вивчити нелінійні процеси з врахуванням багатьох факторів та взаємозв'язків між ними в умовах, наближених до конкретних плазмових систем. З іншого боку - представити результати більш наочними і легко порівнюваними з спостережуваними та експериментальними даними.

Інтенсивні нелінійні хвильові процеси мають виключне значення для розуміння механізмів переносу енергії у космічній плазмі. У зв'язку з цим, є цікавим дослідження розповсюдження іоннозвукових солітонів як стійких локалізованих збурень великої амплітуди у плазмі. Їх лінійний аналог - іоннозвукові хвилі - впевнено реєструються у кометних іоносферах.

Розуміння розповсюдження солітонів у неоднорідному середовищі являється необхідним для подальшого його використання як ефективного процесу для пояснення транспорту енергії у плазмі. Ця

АНБ Ін. в. Сіверська
АН УРСР
1

проблема потребує застосування чисельного експерименту з урахуванням багатокомпонентності та неоднорідності системи, наближеної до реальних фізичних умов.

У зв'язку з вищезазначеним *ціллю даної дисертаційної роботи* являється вивчення, аналітично та чисельно, плазмово- потокових нестійкостей сонячного вітру у кометній плазмі і дослідження розповсюдження іоннозвукових солітонів у неоднорідній плазмі з різним іонним складом.

У задачі даної дисертаційної роботи входять, по-перше, інтерпретація хвильового спектру, що реєструється в кометних іоносферах, як результату розвитку плазмово-потокової нестійкості сонячного вітру у плазмі комети, по-друге - дослідження можливості пояснення формування спостерігаємої великомасштабної променевої структури у плазмових хвостах комет внаслідок поступового розвитку іоннозвукової та диссипативної філіментаційної нестійкостей сонячного вітру, по-третє - вивчення розповсюдження іоннозвукових солітонів у одно- та двокомпонентній плазмі з профілем густини, обумовленим дією різних фізичних механізмів.

Наукова новітність роботи заключається у наступному.

- Досліджено спектральний склад плазмових хвиль, зареєстрованих космічними апаратами у плазмі комет. Отримано оціночні вирази для інкрементів, частот та довжин хвиль у рамках лінійної теорії плазмово-потокових нестійкостей сонячного вітру у кометній плазмі.

- Вивчена квазілінійна стабілізація нестійкості іоннозвукових хвиль і отримано вираз для частоти розсіяння електронів на іоннозвукових коливаннях.

- Вперше досліджено виникнення великомасштабної променевої структури у плазмових хвостах комет внаслідок розвитку аперіодичної нестійкості у плазмі при наявності потоків електронів і протонів. Отримано характерні просторові масштаби нестійкості з урахуванням зовнішнього магнітного поля і кінцевої температури плазми.

- Показано, що розвиток філіментаційної нестійкості в умовах іоннозвукової турбулентності призводить до формування променів спостерігаємих розмірів.

- Виконано нелінійне моделювання нелінійного режиму філіментаційної нестійкості потоку сонячного вітру у плазмі

кометного хвоста у широкому діапазоні плазмових параметрів. Вивчені енергетичні характеристики нестійкості та її нелінійна динаміка у дисипативному та недисипативному режимах. Вивчено закономірності об'єднання філаментів на нелінійній стадії і показано, що їх максимальний розмір приблизно відповідає максимально можливій довжині хвилі, отриманій у лінійній теорії з урахуванням розсіяння електронів на іоннозвуккових хвилях.

- Вперше досліджено розповсюдження іоннозвуккових солітонів у рамках отриманих рівнянь у середовищі з неоднорідним профілем густини. Показано, що при русі солітонів крізь неоднорідність, підтримувану сторонніми силами у однокомпонентній плазмі, відбиті хвилі не з'являються. Отримано, що при розповсюдженні іоннозвуккового солітону крізь область різкого підвищення густини плазми, створювану розподілом більш масивних іонів у двохкомпонентному середовищі, утворюються локалізовані відбиті хвилі. При цьому відбивається до половини енергії початкового збурення.

Практична цінність роботи. Отримані при вивченні лінійної стадії розвитку потокових нестійкостей сонячного вітру у плазмі комети результати (часові інкременти, частоти, довжини збуджуваних плазмових хвиль) можуть бути використані при оцінках плазмових параметрів у хвостах комет і для інтерпретації реєструемого хвильового спектру.

Результати, отримані при дослідженні лінійної і нелінійної стадій дисипативної філаментативної нестійкості, можуть бути використані для пояснення спостерігаємої великомасштабної променевої структури у плазмових хвостах комет.

Отримані при вивченні розповсюдження солітонів у неоднорідній плазмі результати можуть бути використані для пояснення переносу енергії у неоднорідних об'єктах космічної плазми.

На захист виносяться наступні положення дисертації:

- Інтерпретація спектру плазмових хвиль, реєструємих у плазмових хвостах комет як результату розвитку плазмво-потокових нестійкостей сонячного вітру у плазмі комети.

- Теорія лінійної стадії розвитку філаментативної нестійкості сонячного вітру у плазмових хвостах комет, що призводить до формування великомасштабної променевої структури.

- Результати чисельного моделювання нелінійної стадії розвитку філаментативної нестійкості при наявності розсіяння електронів на іоннозвуккових хвилях.

- Результати дослідження розповсюдження іоннозвуккових солітонів у одно- та двохкомпонентній плазмі з неоднорідністю, підтримувану за рахунок різних механізмів.

Апробація та публікації. Головні результати дисертаційної роботи доповідались на Всесоюзній конференції молодих вчених "Електромагнітні процеси у землі та космосі" (Звенигород, листопад 1989 р.); Міжнародній конференції по астероидам, кометам, метеорам (Флагстафф, США, червень 1991 р.); Всесоюзній нараді робочої групи "Динаміка і фізика малих планет, комет та супутників" (Київ, серпень 1991 р.); І Міжнародній зимовій школі з космічної фізики (Київ, лютий 1992 р.); 30-му Міжнародному астрофізичному колоквіумі "Спостережувані та фізичні властивості малих тіл Сонячної системи" (Л'єж, Бельгія, червень 1992 р.); ІV Бредіхінських читаннях (Заволжськ, вересень 1992 р.); Четвертій міжнародній конференції з лабораторних досліджень планетних атмосфер (Мюнхен, Німеччина, жовтень 1992 р.); Другій міжнародній конференції Американського Астрономічного Товариства з планетної науки (Мюнхен, Німеччина, жовтень 1992 р.), а також на наукових семінарах кафедри загальної астрономії і Астрономічної обсерваторії Київського університету.

По темі дисертації опубліковано 5 робіт [1-5], 4 роботи [6-9] публікуються.

Структура та об'єм дисертації. Дисертація складається з вступу, чотирьох глав, заключення і списку цитованої літератури (133 найменування), має загальний об'єм 153 стор. машинописного тексту, включає 23 малюнки.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі визначені цілі і задачі дисертаційної роботи і коротко викладені ті оригінальні результати та положення, що визначають наукову новітність роботи і виносяться автором на захист.

У першій главі дано огляд накоплених спостережуваних даних і експериментальних результатів по плазмовим структурам та процесам

в кометних іоносферах, систематизовані головні теоретичні моделі, запропоновані для їх пояснення. Запропонована плазмова модель, що використовується у наступному, та приведені її найголовніші параметри.

Численні плазмові явища у кометних іоносферах, що реєструються як за допомогою наземної апаратури, так і з борту космічних апаратів, являються предметом інтенсивних теоретичних досліджень [1]. Не дивлячись на те, що зібрано великий обсяг теоретичного і експериментального матеріалу, механізми формування великомасштабної променевої структури в кометних хвостах та випромінювання плазмових хвиль у деяких частотних діапазонах ще не до кінця вивчені.

Основою для дослідження різних плазмових явищ у хвостах комет I типу являється уявлення про взаємодію кометної плазми і потоку сонячного вітру, що обтікає її і, частково, проникає в неї. Одним з напрямків досліджень являється пояснення спектру плазмових хвиль, зареєстрованих в кометних іоносферах і в найближчому околі сонячного вітру, як результату розвитку нестійкостей у плазмово-потоківій системі (див., наприклад [1]). Специфіка даних робіт полягає у тому, що в них аналізується нестійкість пучку іонів кометного походження у плазмі сонячного вітру, що має місце у найближчому околі комети, в зовнішніх частинах перехідного шару та ударної хвилі. У численних роботах, аналітично та чисельно, проаналізовано збудження хвиль з частотами нижче іонних гірочастот для H_2O^+ і CO^+ , у деяких роботах, вітки вістлерів. Разом з тим, виникає питання про механізми збудження хвиль усередині кометної іоносфери та у більш широкому частотному діапазоні.

Предметом даної дисертаційної роботи являється дослідження конкретних плазмово-потоківих нестійкостей у якості можливих причин формування спостережимої великомасштабної променевої структури і збудження плазмових хвиль. Вивчається взаємодія плазми кометного хвоста, що складається з важких іонів масою $m_{i2} = 28m_{i1}$ (m_{i1} - маса протона) та електронів з проникаючим в неї у деякій області потоком протонів та електронів сонячного вітру. Згідно до останніх даних, власне у сонячному вітрі [2] і в області його взаємодії з плазмою кометного хвоста [3] існують швидкісні електронні потоки зі швидкостями біля швидкості протонів сонячного

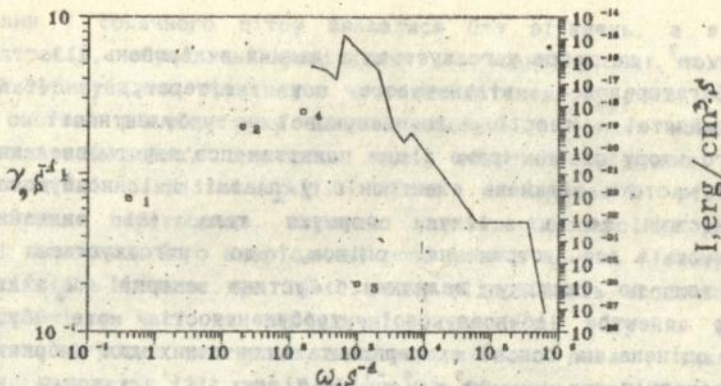
вітру, що являється аргументом на користь запропонованої моделі.

У другій главі у лінійному наближенні досліджені плазмово-потопові нестійкості [4] сонячного вітру у кометній плазмі для пояснення збудження плазмових хвиль у широкому частотному діапазоні, зареєстрованих космічним апаратом ICE у плазмовому хвості комети Джакобіні-Ціннера. Отримані критерії збудження різних типів хвиль і вирази для оцінки їх інкрементів та оптимальних довжин хвиль.

Відзначимо, що швидкість сонячного вітру істотно перевищує швидкості іонів досліджуваних плазм та істотно менше теплових швидкостей електронів. Таким чином, нестійкості протонної компоненти сонячного вітру у плазмі кометного хвоста у відношенні до збудження плазмових хвиль мають гідродинамічну природу, на відміну від кінетичних нестійкостей електронної компоненти, що призводять до збудження хвиль зі значно меншими інкрементами.

Показано, що з максимальними інкрементами збуджуються швидка магнітозвукова хвиля, електронно-циклотронні та нижньогібридні коливання. Збудження іонозвукових коливань в результаті розвитку нестійкості електронної компоненти сонячного вітру має пороговий характер. Для існування нестійкості необхідні температури кометної плазми не перевищуючі 10^4 К. Збільшення T_{12} , наприклад, у областях наближених до ядра комети, може призвести до стабілізації нестійкості, і навпаки, при віддаленні від ядра у хвіст комети умови для кінетичної нестійкості іонного звуку стають більш сприятливими. Отримані результати в цілому вірно пояснюють спектральний склад спостережуваного випромінювання, що демонструє мал. 1. Крім того, абсолютні значення інкрементів нестійкостей вістлерів та магнітогідродинамічних хвиль добре узгоджуються з результатами прямого численого рахунку загального дисперсійного рівняння [1]. При цьому у хвильову енергію трансформується біля 0.01% кінетичної енергії сонячного вітру.

Розвиток іонозвукової нестійкості призводить до нагромадження у плазмі енергії іонозвукових коливань і розвитку іонозвукової турбулентності [5]. Взаємодія електронів сонячного вітру з іонозвуковими пульсаціями носить квазіпружний характер і призводить до розсіяння електронів. Розсіяння частинок на плазмових коливаннях у розглянутих вище умовах може бути описано у



Мал.2.1. Залежність густини енергії хвиль (I) у плазмовому хвості комети Джакобіні-Ціннєра [1] від частоти (ω) (суцільна лінія). Показано (σ) найбільші значення інкрементів (γ) нестійких плазмових хвиль, отримані аналітично: 1- магнітогідродинамічні хвилі, 2- нижньогібридні коливання, 3- електронно-циклотронні коливання, 4- іонно-звуківі хвилі.

наближенні лоренцевої плазми, в якій роль розсіюючих центрів виконують іоннозвуківі коливання (див. [6] та приведені там посилання). Далі знаходиться ефективна частота (ν_{eff}), що характеризує цей процес:

$$\nu_{eff} \approx \omega_{pe1} \cdot \frac{W_0}{n_{e1} m_e V_{0e1}^2} \cdot \left(\frac{n_{e1}}{n_{e2}} \right)^{1/2} \cdot \frac{V_{Te2}}{V_{0e1}} \quad (1)$$

у досліджуваній системі присутні слідуочі характерні фізичні частоти: ω_{pe} - електронна ленгмюрівська частота; $\omega_{p\alpha}$ - ленгмюрівські частоти протонів сонячного вітру ($\alpha=1$) і іонів кометної плазми ($\alpha=2$); $\omega_{H\alpha}$ - іонні циклотронні частоти.

Даний процес розсіяння визначає рівень енергії хвиль (величину $\nu_{eff}(W_0)$), при якому стабілізується нестійкість і формується стаціонарний спектр. Рівень насичення нестійкості дається виразом:

$$W_0 \approx (\pi/2)^{1/2} \cdot \frac{V_{0e1}}{V_{Te2}} \cdot \left(\frac{m_e}{m_{i2}} \right)^{1/2} \cdot \frac{V_{0e1} - V_{cr}}{V_{Te2}} \cdot n_{e2} m_e V_{0e1}^2$$

Для вибраних значень плазмових параметрів він складає W_0

$4 \cdot 10^{-14}$ ерг/см³, що добре узгоджується з даними вимірювань [1].

Як багаторазово відзначалось у літературі [5,6] загальноприйнятої теорії іоннозвукової турбулентності і аномального с-тору плазми (саме з цим поняттям пов'язують введення ефективної частоти зіткнень електронів у плазмі з іоннозвуковою турбулентністю) ще не існує. Формули типа (1) звичайно використовують для отримання оцінок, що узгоджуються з експериментом по порядку величини. Густина енергії w_e для усталеного спектру іоннозвукової турбулентності може бути наближено оцінена на основі експериментальних даних для вибраних раніше параметрів при $\omega_{pe} \approx 10^5 + 10^6 \text{ с}^{-1}$ [6,7] як:

$$\nu_{eff} \approx 5 \cdot (10^2 + 10^3) \text{ с}^{-1}, \quad (2)$$

що добре узгоджується з оцінкою по (1). Разом з тим ефекти, що розглядаються далі, слабо залежать від абсолютної величини ефективної частоти і для подальших чисельних оцінок вибрано ν_{eff} у діапазоні від 10^2 до 10^3 с^{-1} .

Виникнення у плазмі зіткнень електронів призводить до підвищення її провідності. У відсутності зіткнень характерний просторовий масштаб проникнення магнітного поля у плазму (скін-слой) визначається простим виразом $\delta = c/\omega_{pe}$ [6]. При цьому будь-яке збурення магнітного поля з частотою $\omega < \omega_{pe}$ буде ефективно екрануватися (скінуватися) плазмою, якщо його просторовий масштаб порядку або більше δ . Введення в систему зіткнень з ефективною частотою ν_{eff} розширює товщину скін-слоя, яка у випадку хвильового процесу з $\omega < \nu_{eff}$ визначається виразом $\delta' = c/(2\pi\sigma\omega)^{1/2}$, де $\sigma = \omega_{pe}^2/4\pi\nu_{eff}$ — провідність плазми і $\delta' > \delta$. Така модифікація плазми може істотно змінити картину електромагнітних явищ у ній. Зокрема, у наступній главі показується, що плазма хвоста комети, пронизувана потоком плазми сонячного вітру, при наявності розвинутої іоннозвукової турбулентності виявляється нестійкою відносно поперечної стратифікації.

У третій главі для пояснення спостережуваних променевих структур вивчені два різні режими електромагнітної філаментальної нестійкості сонячного вітру у плазмі хвоста комети. Іони кометної

плазми і сонячного вітру вважалися без зіткнень, а зіткнення електронів, обумовлені розсіянням на іоннозвуккових коливаннях, характеризувались ефективною частотою зіткнень ν_{eff} (2). Виходячи із системи рівнянь руху для електронних і іонних компонент і рівнянь Максвелла, вивчаючи малі збурення фізичних величин пропорційні $\exp(i(\omega t - k_x x))$, після лінеаризації рівнянь і нескладних перетворень, отримано загальне дисперсійне рівняння. Далі вивчалися його аперіодичні розв'язки з $\text{Re}\omega=0$. Філаментційна нестійкість виникає при $\text{Im}\omega < 0$, чому відповідають експоненціально зростаючі у часі та періодичні у просторі збурення фізичних величин (густин частинок, електромагнітного поля і таке інше) (див. наприклад [7]). На відміну від потенціальної іоннозвуккової нестійкості, філаментційна має електромагнітну природу і фізично пов'язана з притягуванням (пінчуванням) струмів, що течуть у одному напрямку.

Перший режим нестійкості може реалізуватися в області параметрів, при яких відсутнє збудження іоннозвуккових коливань. Загальне дисперсійне рівняння зводиться до:

$$\epsilon_{zz} = \frac{k_{\perp}^2 c^2}{\omega^2}$$

де ϵ_{zz} після очевидних наближень $\omega \ll \omega_{pe}$, ω_{p11} , $\omega_{p12} \ll \omega_{pe}$ приймає вигляд:

$$\epsilon_{zz} = -\frac{\omega_{pe}^2}{\omega^2} - \frac{\omega_{p11}^2 k_{\perp}^2 v_{011}^2}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{H11}^2)} - \frac{\omega_{pe}^2 k_{\perp}^2 v_{0e1}^2}{\omega^2 (\omega^2 - \omega_{He}^2)} \quad (3)$$

Показується, що тепловий розкид разом із зовнішнім магнітним полем сприяє стабілізації нестійкості. Для типових параметрів $\omega_{H11} \approx 0.1 + i \text{с}^{-1}$, $\omega_{p11} \approx 3 \cdot 10^3 \text{с}^{-1}$, $v_{011}/\text{с} = 10^{-3}$ аперіодична нестійкість має місце, причому електрони сонячного вітру виявляються замагніченими і стійкими, у той час як іони нестійкі. За умов існування нестійкості отримуємо оцінку для максимальної довжини хвилі нестійкості:

$$\lambda_{max} = \frac{2\pi v_{011} \omega_{p11}}{\omega_{H11} \omega_{pe}} \approx 20 + 200 \text{ км.} \quad (4)$$

Розглянутий випадок філаментациї сонячного вітру при відсутності у системі іоннозвукової турбулентності має добру згоду з просторовими масштабами найбільш мілких променів - 100 км, що спостерігається експериментально [1]. Знайдені критерії існування цього типу нестійкості і показано, що вона може призводити до максимальних поперечних розмірів променів не перевищуючих 500 км.

Другий режим філаментациї нестійкості може реалізуватися в умовах, сприятливих для збудження іоннозвукової нестійкості з наступним формуванням квазістационарного спектру іоннозвукової турбулентності. Електрони плазми сонячного вітру і комети, рухаючись зі швидкостями на порядки перевищуючими фазову швидкість іоннозвукових хвиль, випробовують квазіпружне розсіяння на іоннозвукових пульсаціях, аналогічне розсіянню електронів на нескінченно важких іонах у лоренцівському газі [6]. Динаміка електронів у цьому випадку може бути охарактеризована ефективною частотою зіткнень ν_{eff} . Слідче чекати продовження нестійкості в область більших довжин хвиль (малих k_{\perp}). Цікавлячись саме цією областю і вважаючи $\omega \ll \nu_{eff}$, $\omega \ll \omega_{H1}$ і $\nu_{eff} \ll \omega_{H0}$ для ϵ_{zz} маємо:

$$\epsilon_{zz} = -\frac{\omega_{p12}^2}{\omega^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{i\nu_{eff}\omega} + \frac{k_{\perp}^2 V_{0e1}^2 \omega_{p11}^2}{\omega^2 \omega_{H1}^2} - \frac{k_{\perp}^2 V_{0e1}^2 \omega_{pe1}^2}{\omega^2 \omega_{H0}^2} \cdot i \frac{\nu_{eff}}{\omega}. \quad (5)$$

Розв'язок (5) має вигляд:

$$\omega = -i\nu_{eff} \cdot \frac{2k_{\perp}^2 V_{0e1}^2 \omega_{pe1}^2}{\omega_{H0}^2 \omega_{p12}^2 (k_{\perp}^2 c^2 / \omega_{p12}^2 + 1 - k_{\perp}^2 / k_0^2)}$$

$$\left(1 \pm \left[1 + \frac{4\omega_{pe}^2 k_{\perp}^2 V_{0e1}^2 \omega_{pe1}^2}{\omega_{H0}^2 \omega_{p12}^4 (k_{\perp}^2 c^2 / \omega_{p12}^2 + 1 - k_{\perp}^2 / k_0^2)^2} \right]^{1/2} \right)^{-1} \quad (6)$$

Звернемо увагу на існування певного хвильового числа

$$k_0 = \frac{\omega_{p12} \omega_{H11}}{V_{011} \omega_{p11}} \quad (7)$$

вище і нижче якого характер розв'язку якісно відмінний. Зокрема, при $k \gg k_0$, вибираючи знак "-" перед квадратним коренем в (6) (при протилежному знаку нестійкість відсутня) маємо:

$$\omega = -i v_{eff} / \omega_{pe}^2 \cdot \omega_{pi}^2 (k_{\perp}^2 / k_0^2 - 1),$$

І нестійкість обумовлена у цьому випадку лише іонним потоком.

При $k_{\perp} \ll k_0$, $k_{\perp} \rightarrow 0$, вибираючи в (6) знак "+", отримуємо інкремент нестійкості, яка обумовлена лише потоком електронів сонячного вітру:

$$\omega = -i \frac{v_{eff}}{\omega^2} \cdot \frac{k_{\perp}^2 V_{0e1}^2 \omega_{pe}^2}{\omega^2}.$$

Таким чином можна зробити висновок, що при $V_{0e1} \neq 0$ нестійкість існує при будь-яких малих k_{\perp} . Інкремент, проте, швидко зменшується зворотньо пропорціонально квадрату довжини хвилі.

В обох випадках оцінкою мінімального хвильового числа може служити k_0 і максимально можливу довжину хвилі нестійкості, обумовлену іонним потоком, оцінимо як $\lambda_{max} = 2\pi / k_0 \approx 3 \cdot (10^3 + 10^4) \text{ км}$ (для $\omega_{pi} = 1 + 0.1 \text{ с}^{-1}$), що більш ніж на два порядки перевищує аналогічне значення, отримане у відсутності іоннозвукової турбулентності.

Теллової розкид може бути врахований формальною заміною в отриманому розв'язку (6): $\omega_{ne}^2 \rightarrow \omega_{ne}^2 + k_{\perp}^2 V_{Te1}^2$; $\omega_{ni1}^2 \rightarrow \omega_{ni1}^2 + k_{\perp}^2 V_{Ti1}^2$. Аналіз отриманого виразу показує, що максимальна довжина хвилі визначається (7). Результати аналітичного розгляду добре узгоджуються з чисельним розв'язком загального дисперсійного рівняння. Нестійкість якісно не залежить від абсолютного значення v_{eff} . Максимальний інкремент нестійкості лежить у діапазоні від 1 до 10 с^{-1} .

Таким чином, при наявності у плазмі хвоста комети розвинутої іоннозвукової турбулентності умови для розвитку великомасштабної стратифікації сонячного вітру покращуються. Зокрема, нестійкість істотно розповсюджується в область довгих хвиль (наприклад: $\lambda \approx 10^4 \text{ км}$ при інкременті $\gamma \approx 0.1 \text{ с}^{-1}$).

З ростом густини протонів сонячного вітру у стискуваних філаментах та з їх нагрівом, нестійкість переходить у нелінійну стадію. При цьому, виникаючи на лінійному етапі нестійкості окремі

філаменти потоку сонячного вітру проявляють тенденцію до об'єднання. З ціллю вияснити до яких масштабів можливе це об'єднання і який буде мати вигляд нелінійний спектр довжин хвиль нестійкості у роботі розроблено алгоритми і проведено чисельне моделювання вивчаємої системи методом крупних частинок. Розроблений в [8] індуктивний (або безвипромінювальний) метод чисельного моделювання нестійкості Вейбеля був знятий за основу для дослідження філаментації іонного потоку в замагніченій плазмі з електронами, що описується гідродинамічними рівняннями.

Розглядалась одновимірна область довжиною L , з якою суміщається вісь x декартової системи координат. Іони пучка і плазми зображались "крупними частинками", що мали вигляд плоских листів, перпендикулярних до вісі x . Кожна частинка переносить однакову частину заряду пучка і плазми, відповідно, і характеризується координатою на вісі x і трьома компонентами швидкості $\{v_{x\alpha}, v_{y\alpha}, v_{z\alpha}\}$ (тут $\alpha=i_1, i_2$ для пучка і для плазми) вважалося, що електронна компонента утворює однорідний незбурений фон. Вдovж вісі x вводилась рівномірна ейлерова сітка. Товщина кожної крупної частинки вибиралася рівною шагу просторової сітки. Вивчалась аперіодична нестійкість з хвильовим вектором k , направленим вдовж вісі x .

Загальна схема моделювання зображається слідуєчими етапами [9,10]. Часовий інтервал розбивається на кілька шарів. На кожному шарі заряди і токи крупних частинок роздаються на ейлерову сітку. Потім на цій же сітці визначаються електричні та магнітні поля. Сили, що діють на конкретні частинки, знаходяться за допомогою лінійної інтерполяції полів у точки розміщення частинок. Знаючи сили, діючі на частинки, можна розв'язати рівняння руху, тобто перейти до нового часового шару з визначенням координат і швидкостей частинок. Далі процедура повторюється стільки разів, скільки потрібно для вивчення того чи іншого фізичного процесу.

Оскільки реальній ситуації відповідає дуже великий розкид масштабів параметрів, то стає зрозумілим, що пряме моделювання систем з такими параметрами практично неможливе. Для чисельних експериментів звичайно вибирають параметри тільки якісно

відображувчі відношення реальних, а отримані результати потім узагальнюють.

При написанні конкретних чисельних схем використовувались наступні масштабні одиниці для обезрозмірювання фізичних величин: довжина - c/ω_{p1} , час - $1/\omega_{p1}$, швидкість - c , електричні і магнітні поля - $(4\pi n_p^2 c n_p)^{1/2}$, вектор потенціал - $m_1 c^2/e$, тут n_p - густина незбуреної плазми, $\omega_{p1} = (4\pi e^2 n_p / m_1)^{1/2} = (\omega_{p11}^2 + \omega_{p12}^2)^{1/2}$. Далі, при представленні результатів чисельних експериментів усі фізичні величини представлені у цих одиницях.

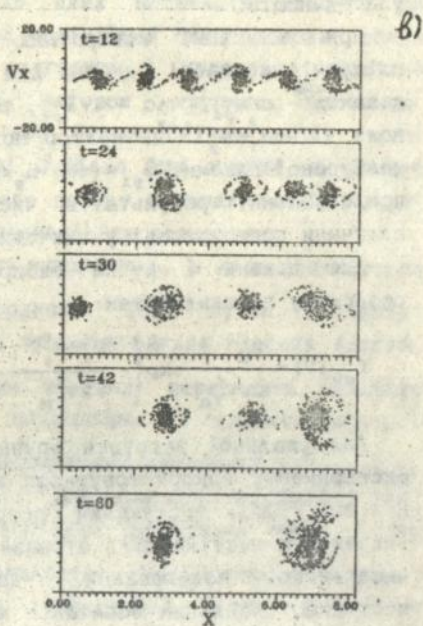
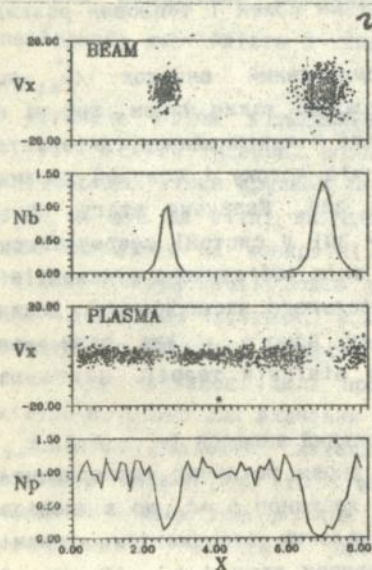
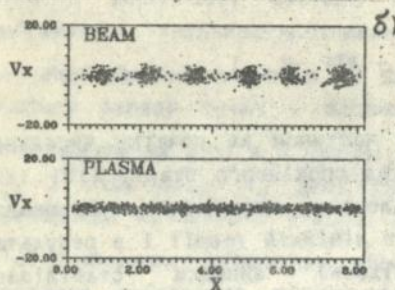
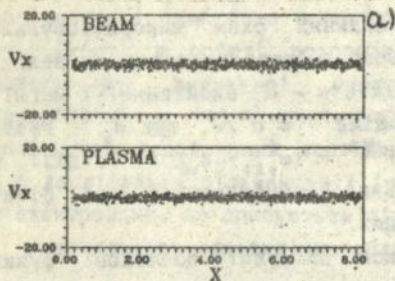
Для плазми і пучка вибирались наступні початкові функції розподілу по швидкостям:

$$f_{\alpha 0}(V) = \frac{n_{\alpha}}{2\pi V_{T\alpha}^2} \exp\left\{-\frac{V_x^2 + V_y^2}{2V_{T\alpha}^2}\right\} \cdot \delta(V_z - V_{z0\alpha}).$$

Для реальної загрузки крупних частинок на початку чисельного експерименту використовувався метод спокійного старту [10] (див. мал.2а). Для тестування розробленого алгоритму порівнювались інкременти нестійкості, отримані в лінійній теорії і в результаті чисельного моделювання. Досліджені випадки стабілізації нестійкості сильним зовнішнім магнітним полем і тепловим розкидом у плазмі.

На початку розглядався недисипативний випадок ($\omega_{H1} = 0.2$, $v_{off} = 0$). Довжина системи ($L=8$) вибиралась таким чином, щоб на ній уміщувалось 6 довжин хвиль нестійкості з максимальним інкрементом. На мал. показані фазові портрети іонів потоку і фоновой плазми в кінці чисельного експерименту $t = 200$. Звернемо увагу, що на лінійній стадії нестійкості (до $t = 20$) у системі сформувалось 6 філаментів, які потім практично без змін (об'єднання філаментів не має місця) проіснували до кінця чисельного експеримента. Довжина хвилі нестійкості у даному випадку всього у два рази менше максимально допустимої, отриманої у лінійній теорії (див. мал. 2б).

Більш детально досліджено дисипативний випадок ($\omega_{H1} = 0.2$, $v_{off} = 2$), найбільш близько відображаєчій умови реальних експериментів. Як і раніше розглядалась система з довжиною $L = 8$, що відповідало 6 довжинам хвиль для мод с максимальним інкрементом. Динаміка розвитку нестійкості при різних моментах часу ($t = 12, 24, 30$,



Мал.2. Фазові портрети пучка і плазми (V_x, X) в початковий момент часу $t=0$ (а) і на нелінійній стадії філаментативної нестійкості в момент часу $t=200$ ($v_{off}=0$). (б). Показана динаміка розвитку нестійкості у дисипативному випадку ($v_{off}=2$) в моменти часу $t=12, 24, 30, 42, 60$ (в). Представлено результат розвитку нестійкості (г), показані фазові портрети і відповідні профілі густини $n_{b,p}(x)$ пучка і плазми.

42, 60) представлена на мал. 2в де приведені фазові портрети потоку. Спочатку, при $t = 12$ добре видно утворення 6 філаментів і наростання відповідної фур'є моди у спектрі магнітного поля. Зі стискуванням філаментів зростає їх поперечна температура. Між філаментами діють сили притягання, що призводить до їх достатньо швидкого об'єднання і формування уже при $t = 60$ двох філаментів, які зберігаються до кінця численного експерименту ($t = 200$) практично без змін. Їх просторовий розмір дорівнює половині максимально допустимої довжини хвилі, знайденої в лінійній теорії, що складає $5 \cdot 10^3 + 10^4$ км і добре узгоджується з даними спостережень променевої структури в плазмових хвостах комет. Можливо, саме цей режим нестійкості приводить до спостережимої візуально великомасштабної стратифікації.

Слідє відмітити, що оскільки світлою і, відповідно, спостережимою компонентою являється фонові (кометна) плазма, кометні промені, по-перше, можуть мати спостережуваний масштаб декілька перевищуючий квазістаціонарну ширину філаменту потоку (протонів сонячного вітру), а, по-друге, повинні мати вигляд широких смуг з достатньо вузькими проміжками між ними (див. мал. 2г).

Досліджувалась також залежність різних інтегральних енергій від часу. Поперечна кінетична енергія пучка росте з об'єднанням філаментів і росту току в них. Кожний акт об'єднання філаментів супроводжується характерним стрибком енергії магнітного поля і поперечної кінетичної енергії пучка. Повна енергія системи (енергія поля і кінетична енергія частинок) зберігається на протязі всього розрахунку з точністю 8%.

Отримані результати явно засвідчують можливість формування на нелінійній стадії нестійкості стратифікованих структур з максимальною довжиною хвилі тільки у 2 рази меншої граничного значення, знайденого із лінійної теорії (4), (7). Характерний час утворення квазістаціонарних променів з такими масштабами залежить від конкретних фізичних умов, але у першому наближенні може бути оцінений як $2\pi/\gamma_\lambda$, де γ_λ - величина інкременту з лінійної теорії для довжини хвилі λ що нас цікавить. При цьому важливо відмітити, що процес об'єднання філаментів буде продовжуватися до масштабу $\lambda_{max}/2$. У дисипативному випадку (7) λ_{max} виявляється $\geq 30c/\omega_{p1}$ і

максимально можлива довжина хвилі, очевидно, не буде набагато перевищувати 3 000 км.

У заключенні даної глави обговорюється можливий часовий сценарій формування променевих структур у хвостах комет І типу, як результату послідовного розвитку іоннозвукової і дисипативної філаментативної нестійкостей.

Четверта глава присвячена дослідженню розповсюдження іоннозвукових солітонів у неоднорідній плазмі.

Представляє інтерес дослідження ефективного механізму переносу енергії у різноманітних плазмових об'єктах, особливо у космічній плазмі, від внутрішнього джерела назовні. Виходячи з існування інтенсивних плазмових хвиль, у тому числі і іоннозвукових, в цих об'єктах, наприклад в іоносферах комет і в сонячній короні [1,11], можна запропонувати у якості такого механізму розповсюдження нелінійних локалізованих хвиль. Як правило, плазма істотно неоднорідна. У одно- і двокомпонентному середовищі проаналізована динаміка солітона при проходенні крізь профіль густини, створюваний сторонніми силами або підтримуваний відповідним розподілом іонів.

Розглянемо розповсюдження одновимірної нелінійної іоннозвукової хвилі у плазмі [12]. Впливом зовнішнього магнітного поля, якщо воно присутнє у плазмі, на розглядуваний процес можна знехтувати при виконанні наступних умов: $\omega_{pi} \gg \omega_{Hi}$ і $r_L \gg L$, де ω_{pi} , ω_{Hi} - плазмова і циклотронна іонна частоти, r_L - ларморовський радіус іонів і L - характерний просторовий масштаб збурення. Вважаємо, що теплі електрони розподіляються у полі хвилі по закону Больцмана: $n_e = n_0 \cdot \exp(e\phi/T_e)$, де n_0 - густина електронів, ϕ - потенціал збурення.

Введемо безрозмірні змінні: $z' = z/a_0$, $v' = v/c_s$, $t' = t \cdot c_s/a_0$, $n' = n/n_0$, $n_e' = n_e/n_0$, $\phi' = e\phi/T_e$, де $c_s = \sqrt{T_e/M}$ - швидкість іонного звуку у плазмі, а масштаб a_0 - буде вибрано у наступному для зручності чисельного рахунку. Отримана система рівнянь, описуюча розповсюдження хвиль у прямому і обратному напрямках, де введено позначення $\beta = a_e^2/a_0^2$, де a_e - дебаєвський радіус:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{v^2}{2} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} - \beta \frac{\partial^3 \phi}{\partial t \partial z^2} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (v + \phi v) = 0 \end{cases} \quad (8)$$

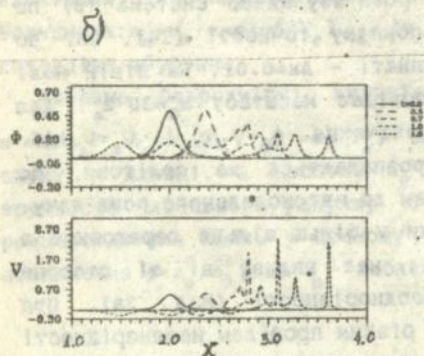
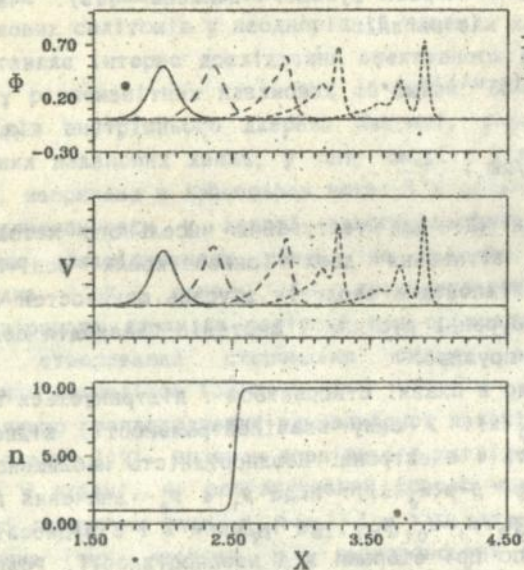
Автомодельний розв'язок (8) для хвиль, розповсюджуючихся у прямому напрямку виражається через функції Пенлеве [13]. Частковий солітонний розв'язок має вигляд:

$$\begin{cases} \phi(z, t) = \phi_0 \cdot \text{ch}^{-2}((z-ut)/W_a), \\ u = (2\phi_0/3+1)^{1/2}, \\ W_a = 2 \cdot (\beta \cdot (2\phi_0+3)/2\phi_0)^{1/2} \end{cases} \quad (9)$$

У рамках системи (8) для тестування чисельного методу було досліджено лобове зіткнення двох іоннозвуккових солітонів в однорідній плазмі, відповідна еволюція збурень швидкостей іонів у хвилі і амплитуди збурення густини у системі. Взаємодія солітонів проходила практично пружньо.

Будемо вважати, що в плазмі створюється і підтримується профіль густини іонів $n_0 = n_0(z)$. У силу квазінейтральності, відповідний профіль густини мають і електрони. Неоднорідність наближено можна врахувати у параметрі $\beta = \beta(a_e(z))$. Якщо β_1 і β_2 - значення поблизу границі системи, то $\beta_2/\beta_1 = n_{01}/n_{0e}$, де індекси 1 і 2 відносяться до параметрів системи по дві сторони від неоднорідності. Розглянемо еволюцію початкового імпульсу (9) при русі у неоднорідному середовищі. З цією ціллю чисельно розв'язувалась система (8) по неявній різностній схемі другого порядку точності [14]. Шаг по часу становив $\Delta t = 0.001$, а по координаті - $\Delta x = 0.01$. На лівій межі системи вибиралось $\beta = 10^{-3}$, що відповідає масштабу $a_0 \approx 30 \cdot a_e$. Для початкового імпульсу приймалися значення $\phi_0 = 0.5$ і $W_a = 0.126$. Відмітимо, що імпульс з $W_a > W_a$ розпадається на солітони, що наближаються по своїм характеристикам до автомодельного розв'язку.

Іоннозвукковий солітон, переходячи у більш щільне середовище з іонами одного сорту, практично не має впливу ні зі сторони плавної, ні зі сторони різкої неоднорідності (Мал. 3а). При переході у менш щільне середовище з різким профілем неоднорідності можлива незначна дисипація і сповільнення імпульсу з утворенням відбитої хвилі розрідження. При цьому імпульс еволюціонує до



Мал.3. Еволюція у часі нелінійного збурення в однокомпонентній плазмі (а) при проходенні неоднорідності (випадок ущільнення). Показані профілі потенціалу, швидкості іонів плазми і незбуреної густини в моменти часу $t = 0, 0.3, 0.7, 1, 1.5$; б - те ж для випадку розповсюдження у двокомпонентній плазмі при проходенні різкої неоднорідності.

автономного солітонного розв'язку, що відповідає однорідному середовищу даної густини.

Розглядалась самоузгоджена задача, а саме, коли початковий профіль неоднорідності створювався збуренням потенціалу з солітонною добавкою. Показано, що відбувається швидка релаксація початкового потенціалу у вигляді сходинки і, відповідно, профіля густини, і постановка задачі про відбиття на неоднорідності не має змісту, оскільки ця неоднорідність швидко розпливається.

Космічна плазма, наприклад у кометних іоносферах, має багатий іонний склад [1]. Цікаво розглянути еволюцію нелінійних хвиль у плазмі з двома сортами позитивних іонів, коли початковий профіль густини створить масивна компонента з густиною n_2 , а у хвильовому русі приймають участь більш легкі іони густини n_1 . Якщо маси іонів двох сортів істотно відмінні, то можливо розглядати задачу про рух більш легких іонів через стаціонарний профіль густини, створений більш масивними іонами, що не приймають участі у хвильовому русі. Система рівнянь (8) модифікується до вигляду:

$$\begin{cases} \frac{\partial v}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial z} \frac{v^2}{2} + \frac{\partial \phi}{\partial z} = 0 \\ \frac{\partial \phi}{\partial t} - \beta \frac{\partial^3 \phi}{\partial t \partial z^2} + \frac{\partial}{\partial t} \left(\frac{\phi^2}{2} \right) + \frac{\partial}{\partial z} (\phi v + f v) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

де $f(x)$ - функція у вигляді сходинки. При цьому сумарна незбурена густина у системі незмінна, таким чином: $\beta = \text{const}$.

Розповсюдження початкового імпульсу вигляду (9) крізь неоднорідність $f(x)$ досліджено чисельно у рамках системи (10). Показана можливість утворення відбитих локалізованих хвиль при проходженні солітоном області різкого підвищення масової густини плазми (мал. 3б).

Оцінимо коефіцієнт відбиття по енергії для солітона, що проходить крізь різку неоднорідність. Виходячи з системи рівнянь руху для легких іонів і електронів та рівнянь Максвелла, використовуючи очевидні наближення для випадку іоннозвуккових коливань: $v_0 \ll M/m \cdot v$, $\omega \approx \omega_{p1} \ll \omega_{pe}$ (де ω_{p1} і ω_{pe} - плазмові частоти іонів і електронів), отримаємо інтеграл енергії, у якому враховуються кінетична енергія руху іонів у полі хвилі, енергія коливань електростатичного поля і тепла енергія плазми. У

зазначених вище безрозмірних змінних він приймає вигляд:

$$\int ((f(z) + \phi) v^2 + \beta \left(\frac{\partial \phi}{\partial z} \right)^2 + (1 + \phi + \phi^2/2)^2) dz = \text{const} \quad (11)$$

При чисельному рахунку рівняння (10) була оцінена енергія, що заключена у проходячому і у відбитому імпульсах, з використанням формули (11). При цьому відбивається не менше половини енергії збурення при значній величині перепаду густини. На відміну від попереднього випадку, при переході у більш розріджене середовище відбиті хвилі (за виключенням осциляторного хвосту) не утворюються.

Можна зробити висновок, що нелінійні локалізовані іоннозвукові хвилі можуть ефективно розповсюджуватися в областях як підвищеної, так і пониженої густини. Розглянуті процеси можуть мати місце при переносі енергії у космічній плазмі.

У *заклученні* викладені головні результати, отримані у дисертаційній роботі.

Висновки. У дисертаційній роботі показана можливість збудження плазмових хвиль при розвитку плазмово- потокових нестійкостей сонячного вітру у кометній плазмі, характерні параметри яких узгоджуються з результатами вимірювань. Підкреслена важливість квазілінійних ефектів нестійкості іонного звуку для теорії філаментативної нестійкості, розвиваємій далі. Запропонований фізичний механізм утворення великомасштабної променевої структури у плазмових хвостах комет. Він полягає у послідовному розвитку іоннозвукової і дисипативної філаментативної нестійкості у кометній плазмі. Поряд з аналітичним розглядом лінійної стадії нестійкостей, проведено чисельне моделювання нелінійного режиму, що підтверджує запропонований механізм. Також досліджено розповсюдження нелінійних іоннозвукових хвиль — солітонів у неоднорідній космічній плазмі. Показана ефективність процесів переносу енергії даними солітонами у слабо- і сильнонеоднорідних об'єктах космічної плазми.

Головні результати дисертації опубліковані в наступних роботах:

1. Верхоглядова О.П., Лизунов Г.В. Плазменные волны в хвостах комет // Тез. докл. Всесоюзной конференции молодых ученых "Электромагнитные процессы в Земле и космосе", Звенигород,

- 27-29 ноября 1989 г. - С.7.
2. Churyumov K.I., Kotsarenko N.Ya., Lizunov G.V., Verkhoglyadova O.P. The development of plasma-beam instabilities in cometary plasma // *Кометный циркуляр*. - 1991. - N424. - P.4-8.
 3. Верхоглядова О.П., Коцаренко Н.Я., Лизунов Г.В., Чурюмов К.И. Плазменно-потокосные неустойчивости в ионосферах комет // *Письма в Астрон. ж.* - 1991. - Т.17, N1.
 4. N.Ya. Kotsarenko, V.P. Pasko, O.P. Verkhoglyadova, K.I. Churyumov A linear theory of large-scale stratification of cometary plasma tails" // In "Bulletin of the American Astronomical Society". - 1992. - V.24, N3. - P.1024.
 5. O.P. Verkhoglyadova, N.Ya. Kotsarenko, V.P. Pasko, K.I. Churyumov " Computer simulation of the nonlinear dynamics of large-scale stratification of cometary plasma tails" // In "Bulletin of the American Astronomical Society". - 1992. - V.24, N3. - P.1024.
 6. Churyumov K.I., Kotsarenko N.Ya., Lizunov G.V., Verkhoglyadova O.P. Plasma-beam instabilities in comet ionospheres // Thesis on "International Conference on Asteroids, Comets, Meteors". June 24-28, 1991, Flagstaff, USA (у друку).
 7. Верхоглядова О.П., Лизунов Г.В., Чурюмов К.И. Возбуждение ионнозвуковых и ленгмювских волн в плазменных хвостах комет // *Письма в Астрон. ж.* - 1992. - Т.17, N10 (у друку).
 8. Верхоглядова О.П., Коцаренко Н.Я., Пасько В.П., Чурюмов К.И. Теория крупномасштабной лучевой структуры в плазменных хвостах комет // *Письма в Астрон. ж.* - 1992 (у друку).
 9. Верхоглядова О.П., Гримальский В.В. Распространение ионнозвуковых солитонов в неоднородной плазме // *Український фіз. ж.* - 1992 (у друку).

ЛІТЕРАТУРА

1. Tsurutani B.T. Cometary plasma waves and instabilities // *Comets in the Post - Halley Era* / ed. by Newburn R.L., Neugebauer M. and Rahe J. - 1991. - V.2. - P.1171-1210. - Kluwer Academic publishers.
2. Muschietti L. Electron beam formation and stability // *Solar*

- Phys. -1990. -130, N 1-2. -p.201-228.
3. Bame S.J., Anderson R.C., Asbridge J.R. et al. Comet Giacobini-Zinner: A plasma description // Science.- 1986, N232.- P.356-361.
 4. Электродинамика плазмы /под ред. А.И.Ахиезера. -М.: Наука, 1974.- 720с.
 5. Цытович В.Н. Нелинейные эффекты в плазме.- М.: Наука, 1967.- 287 с.
 6. Кадомцев Б.Б. Коллективные явления в плазме. -М.: Наука; 1988, 304 с.
 7. Миллер Р. Введение в физику сильноточных пучков заряженных частиц: Пер. с англ.- М.: Мир, 1984.- 432 с.
 8. Morse R.l., Nielson C.W. Numerical simulation of the Weibel instability in one and two dimensions // Phys. Fluids.- 1971.- V.14, N4.- P.830-840.
 9. Хокни Р., Иствуд Дж. Численное моделирование методом частиц: Пер. с англ.- М.: Мир, 1987.- 640 с.
 10. Бедсел Ч., Ленгдон А. Физика плазмы и численное моделирование: Пер. с англ.-М.: Энергоатомиздат, 1989.- 452 с.
 11. Железняков В.В. Электромагнитные волны в космической плазме.- М.: Наука, 1977.- 432 с.
 12. Додд Р., Эйлбек Дж., Гиббон Дж., Моррис Х. Солитоны и нелинейные волновые уравнения.- М.:Мир,1988.- 694 с.
 13. Голубев В.В. Лекции по аналитической теории дифференциальных уравнений.-М.:Физматгиз,1950.
 14. Березин Д.А. Численное исследование нелинейных волн в разреженной плазме.- Новосибирск: Наука, 1977.

1. Такев С.А., Андреев В.П., Завригина Т.В. et al. Nonlinear stability of a plasma description of a tokamak. - 1988. - 110. - С. 156-161.
2. Электронно-ионная плазма. (Изд. 2-е). А.С.Коротаев. - М.: Наука, 1979. - 120 с.
3. Митович В.В. Коллективные эффекты в плазме. - М.: Наука, 1967. - 247 с.
4. Колосов В.В. Коллективные эффекты в плазме. - М.: Наука, 1978. - 204 с.
5. Шапиро П. Взаимодействие в плазме коллективных эффектов. - М.: Наука, 1984. - 104 с.
6. Митович В.В., Митович С.М. Numerical simulation of the nonlinear instability in the tokamak plasma. // Phys. Fluids. - 1978. - V. 14. №. - С. 246-248.
7. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.
8. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.
9. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.
10. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.
11. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.
12. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.
13. Шапиро П., Митович С.М. Численное моделирование нелинейной плазмы. - М.: Наука, 1987. - 640 с.

Handwritten text at the top of the page, possibly a title or header, which is mostly illegible due to fading and bleed-through.

469007

AB 26.343

AB 26.343