

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МОДЕЛИРОВАНИЯ В ЭНЕРГЕТИКЕ

На правах рукописи

НИКИТИН Юрий Петрович

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ МАЛОСИГНАЛЬНЫХ
ЛИНИЙ ПЕРЕДАЧИ С НЕЛИНЕЙНОЙ РАСПРЕДЕЛЕННОЙ
ЕМКОСТЬЮ

Специальность 05.13.16 – применение вычислительной техники,
математического моделирования и
математических методов в научных
исследованиях в области
технических наук

Диссертация на соискание ученой степени
доктора технических наук в форме научного
доклада

Киев - 1992



Работа выполнена в Херсонском сельскохозяйственном институте им. А.Д.Цюрупы

Официальные оппоненты:

доктор технических наук, профессор, академик
АН Украины Пухов Г.Е.,
доктор технических наук, профессор Борисов Р.И.,
доктор технических наук, профессор Гаврилов Л.П.

Ведущая организация

Институт электродинамики АН Украины

Защита состоится "21" января.. 1993 г. в час.
на заседании специализированного Совета Д 016.61.01 по защите
диссертаций при Институте проблем моделирования в энергетике
АН Украины (252 680, ГСП, Киев-164, ул.Генерала Наумова, 15)

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института
проблем моделирования в энергетике АН Украины

Реферат разослан "17" декабря..... 1992 г.

Ученый секретарь специализированного
совета Д 016.61.01
канд. техн. наук

Сем - Э.П.Семагина



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность проблемы. Для повышения эффективности и быстродействия преобразования электрических сигналов в устройствах автоматики, радиоэлектроники (РЭ), электротехники перспективно применение в них двухпроводных линий передачи с нелинейной распределенной емкостью; в режиме малого сигнала она заменяется линией с распределенной, изменяющейся во времени по заданному детерминированному закону емкостью (параметрическая линия - ПЛ). Интерес к ПЛ возрастает в связи с появлением элементной базы, позволяющей реализовать их технически. Вследствие изменения волнового сопротивления (ВС) ПЛ распространение электромагнитной волны (ЭМВ) в ней вызывает в каждой точке отраженную волну. В результате интерференции падающих и отраженных волн значения величин входного сопротивления ($V_{\text{вх}}$), коэффициента отражения ($K_{\text{О}}$), переходной ($P_{\text{Х}}$) и частотных ($Ч_{\text{Х}}$) характеристик отличаются от значений соответствующих величин для линий других типов, что позволяет иметь во всех областях применения их новые результаты, которые невозможно получить при использовании других технических средств. ПЛ линейна относительно малого входного сигнала, что позволяет использовать теорию линейных цепей для их моделирования; нелинейные ее свойства определяют характер преобразования сигнала. Результирующий процесс в ПЛ определяется нелинейными свойствами, но на малом временном интервале, взятом отдельно, нелинейность не сказывается. Основой для математического моделирования (ММод) ПЛ являются при заданных начальных и граничных условиях телеграфные уравнения (ТУ) с переменными во времени коэффициентами. Поскольку решение этих уравнений связано с определенными трудностями, теория ПЛ разработана недостаточно полно. Поэтому актуально развитие, основанное на аналитических, численно-аналитических и численных способах решения ТУ, методов ММод ПЛ, использующихся в технике.

С учетом особенностей физических процессов в ПЛ, специфики режимов работы, математических трудностей при решении исследуемых задач намечались следующие пути развития аналитических и численно-аналитических методов их ММод. Методам, основанным на решениях дифференциальных уравнений (ДУ), описывающих волновые процессы в ПЛ, посвящено достаточно большое количество работ отечественных и зарубежных авторов, в которых: разработана математическая модель (ММ) ПЛ, представляющая линию, с распространяющимися в ней ЭМВ частот сигнала ω , накачки φ и холостой $\omega - \varphi$, каждому сечению соответствует матрица проводимостей распределенной переменной емкости (РПЕ) (Л.А.Блекуэлл, Э.Скотт, К.В.Филатов); предложена стационарная ММ ПЛ с периодически изменяющейся РПЕ, позволяющая заменить

ее однородной линией (ОЛ); применен метод усреднения для решения нелинейных и квазилинейных гиперболических уравнений, моделирующих волновые системы различной физической природы (Ю.А.Митропольский, Е.А.Гребеников, Дж.Уизем); для моделирования волновых явлений в ПЛ определены семейства характеристик, являющихся траекториями распространения точек профилей волн, зависящих от возмущения на входе и закона изменения РПЕ (Ю.К.Богатырев, И.Г.Катаев); широко использованы метод медленно меняющихся амплитуд и его модификации для разработки численно-аналитических расчетных моделей нелинейных и параметрических линий (С.А.Ахманов, О.Блакьер, А.В.Галонов, Ф.П.Жарков, П.С.Ланда, Л.А.Островский, М.И.Рабинович, Р.В.Хохлов). Несмотря на достоинства разработанных методов ММод ПЛ, они имеют недостатки, ограничивающие возможности их практического применения: трудности в удовлетворении граничных условий, описываемых обыкновенными ДУ, решениям ТУ; получаемые решения не всегда поддаются физической интерпретации и не отображают протекающие физические процессы в исследуемых системах; ограничения, накладываемые на характер изменения РПЕ; трудности при оценке точности полученных приближенных расчетных соотношений.

Методы, основанные на применении рядов и интеграла Фурье (спектральные методы), позволяют разрабатывать алгоритмы анализа, синтеза и идентификации параметрических систем (Л.А.Заде, В.В.Солодовников, А.В.Солодов, В.А.Тафт, У.Люиселл); они представляют обобщение на новой основе частотных методов и позволяют преодолеть трудности при исследовании нестационарных систем; применимы для ПЛ с выраженной частотой среза, при исследовании которых можно ограничиться небольшим числом низших гармоник; при учете влияния высших гармоник применение их усложняется. Следует отметить трудности оценки погрешности при отбрасывании остаточных членов ряда Фурье, что затрудняет применение спектральных методов для разработки ММ ПЛ.

Применяются в теории ПЛ методы ММод, связанные с заменой системы с распределенными параметрами системой с сосредоточенными параметрами. ПЛ заменяется эквивалентной однородной цепной схемой (ОЦС), собранной из идентичных звеньев, состоящих из малосигнальных нелинейных элементов, позволяющей выполнять физическое моделирование (ФМод) рассматриваемых линий. При замене ПЛ ОЦС необходимо знание алгоритма для определения числа звеньев, аппроксимирующих данную линию с контролируемой точностью; в литературе нет данных о способах оценки погрешности эквивалентных преобразований ПЛ в цепные схемы.

Вопросы устойчивости ПЛ разработаны слабо, хотя эта проблема фундаментальная. Моделирование устойчивости ПЛ проводилось для конкретных

приложений этих линий в РЭ устройствах (Р.Дж.Бриггс, Ю.И.Неймарк, Э. Скотт, Стэрроц), при рассмотрении которых нельзя разработать необходимые и достаточные критерии устойчивости, пригодные для моделирования ПЛ во всех режимах работы. Учитывая специфику ПЛ и их физические свойства, ограничимся моделированием локальной устойчивости бесконечно длинных линий, применяя для этого метод возмущений, согласно которого по решениям ТУ и малым приращениям амплитуд входного сигнала и волны накачки исследуются новые решения его.

Важным разделом теории ПЛ является ее синтез по ЧХ и ПХ, который не разработан; в литературе описаны способы синтеза систем автоматического регулирования с распределенными переменными параметрами (А.Г. Бутковский, С.А.Догановский, С.В.Емельянов). Синтез ПЛ связан с решением обратной задачи для ТУ, хотя могут быть реализованы и частные случаи синтеза линий по тем или иным характеристикам.

В работах [1-65] рассматриваются вопросы, связанные с решением поставленных выше задач и учетом полученных и опубликованных научных результатов по данной тематике. Предложенные методы $M_{\text{Мод}}$ и $Q_{\text{Мод}}$ ПЛ и одномерных распределенных $RC(t)$ - структур позволяют получать расчетные соотношения для проведения качественного анализа рассматриваемых систем, численных расчетов, экспериментального исследования и их использование практически не имеет ограничений. С их помощью решены задачи расчета отрезков ПЛ и $RC(t)$ - структур, нагруженных на комплексное сопротивление с постоянными параметрами; применение разработанных методов позволяет построить систему универсальных однотипных ММ для исследуемых линий с большими возможностями их расширения.

Представляемая к защите работа выполнялась в соответствии с планом Херсонского сельскохозяйственного института в рамках темы "Повышение эффективности механизации и электрофикации сельскохозяйственного производства на Юге Украины" (№ гос.регистрации О1840077007).

Цель работы. 1. Разработка методов математического и физического моделирования процессов волновых в ПЛ и электрических в $RC(t)$ - структурах при произвольных начальных и граничных условиях и произвольных законах изменения их РПЕ. 2. Решение практических задач расчетов ПЛ и $RC(t)$ - структур, применяемых в устройствах автоматики, РЭ, электротехники.

Методика исследования. Разработка методов $M_{\text{Мод}}$ ПЛ и $RC(t)$ - структур, основанных на теории волновых процессов и решении операторными методами ТУ с переменными коэффициентами, их экспериментальное исследование методами $Q_{\text{Мод}}$ и применение в технических средствах для преобразования сигналов. При разработке и исследовании моделей использовались ме-

тоды: односторонних интегральных преобразований ТУ по переменным x и t ; асимптотических разложений решений исследуемых ДУ по большим комплексным и малым вещественным параметрам; Чаплыгина для приближенного аналитического интегрирования ДУ; возмущений для оценки интенсивности секулярных членов в разложениях решений ДУ; численного обращения преобразования Лапласа; численного решения уравнений в частных производных; подобия и Φ Мод волновых процессов в системах с РПЕ; Ляпунова для оценки локальной устойчивости; решения обратных многомерных задач. Разработанные методы ММод позволяют решать задачи как аналитически, так и численно с применением ЭВМ. Достоверность результатов обеспечивается сравнением с результатами, имеющимися в научных публикациях; решением одних и тех же задач разными методами; сравнением части результатов с экспериментом; получением точных решений ТУ, описывающих волновые процессы в ПЛ с постоянным ВС; адекватностью ММ и физических моделей (Φ М).

Автор выносит на защиту. 1. Разработанные методы ММод процессов волновых в ПЛ и электрических в $RC(t)$ -структурах бесконечной протяженности и конечной длины при произвольных начальных и граничных условиях и законах изменения РПЕ. 2. Разработанные методы моделирования ПЛ и $RC(t)$ -структур искусственными параметрическими линиями (ИПЛ). 3. ММ локальной устойчивости ПЛ и $RC(t)$ -структур. 4. Алгоритм синтеза ПЛ по ПХ. 5. Разработанные методы Φ Мод процессов волновых в ПЛ и электрических в $RC(t)$ -структурах ИПЛ. 6. Разработанные для автоматизации сельскохозяйственного назначения, РЭ, электротехники схемы, устройства, приборы различного функционального назначения, использующие физические свойства ПЛ и $RC(t)$ -структур.

Научная новизна. 1. Методы математического и физического моделирования ПЛ и $RC(t)$ -структур разработаны впервые (п.п. 1,2,5). 2. ММ локальной устойчивости ПЛ и $RC(t)$ -структур модифицированы (п.3). 3. Разработаны впервые алгоритм синтеза ПЛ (п.4). 4. Впервые предложены схемы, устройства, приборы, в которых используются ПЛ и $RC(t)$ -структуры (п.6).

Практическая ценность и реализация результатов работы. Основные научные результаты доведены до степени пригодной для практического использования в численно-аналитических расчетах РЭ устройств, в которых применяются ПЛ и $RC(t)$ -структуры и их Φ М. В результате исследования выявлено влияние законов изменения РПЕ, начальных и граничных условий на характер распространения ЭМВ и их особенности, возможность использования возникающих эффектов для получения положительных результатов. Разработанные методы ММод, ММ локальной устойчивости, алгоритм синтеза ПЛ и $RC(t)$ -структуры, позволяют с контролируемой точностью выполнять технические расчеты.

на основе этих методов предложены и рассчитаны параметрические устройства: интегратор с переменным шагом интегрирования и неизменной точностью; комплексное сопротивление с управляемой напряжением реактивной составляющей; регулируемая формирующе-трансформирующая линия задержки, используемая как накопитель электрической энергии; ВЧ бесконтактный коммутатор, дискретизатор гармонических колебаний, селектор, амплитудные квантователь и ограничитель; делитель частоты повторения импульсов (ДЧ), их коммутатор и селектор, для контроля уровня напряжения, программного управления объектами, выполнения аналоговых логических операций.

Практическое внедрение результатов работы осуществлено в хозяйствах Херсонской и Николаевской областей, на предприятиях городов Херсон и Н.Каховка. Испытаны и внедрены установки для электротермохимической обработки (ЭТХО) соломы и электродной стерилизации грунта (ЭСГ), электрические рибозаградители (ЭРЗ) и генераторы для электрических изгородей (ИЭ); устройства для автоматического управления электрокалориферными установками типа СЖОЦ, установками локального обогрева молодняка животных ИКУФ-1, устройства для защиты технологического оборудования животноводческих ферм и комплексов.

Методики расчета РЭ оборудования с параметрическими схемами рекомендованы к применению в ПО "Днепр", СЗБ комбалинового завода им. Г.И. Петровского, ЦББ судостроения. Результаты научных исследований работы используются в учебном процессе сельскохозяйственных и педагогических вузов Украины.

Апробация работы. Основные результаты работы докладывались и обсуждались на : Второй республиканской конференции по теории электрических и радиоэлектронных цепей (Львов, 1969 г.); семинарах Научного совета АН Украины по проблеме "Теоретическая электротехника и электронное моделирование" в 1973-1975, 1977, 1983, 1988 гг., проводимых в Институте проблем моделирования в энергетике АН Украины, Львовском государственном университете им.И.Я.Франка; II, III Всесоюзных научно-технических конференциях "Проблемы нелинейной электротехники" (Шацк, Вольнской области, 1984 г.; Черкассы, 1988 г.); Всесоюзной научно-технической конференции "Актуальные проблемы моделирования и управления системами с распределенными параметрами" (Одесса, 1987 г.); Республиканской научно-технической конференции "Проблемы безопасности и надежности электроснабжения сельского хозяйства и промышленных предприятий; экономия энергии" (Севастополь, 1988 г.); Всесоюзных школах-семинарах "Дифференциальные преобразования и численно-аналитические методы решения уравнений" (Киев, 1989 г., 1991 г.); Республиканской научно-технической конференции "Механизация

и электрификация в личных подсобных хозяйствах, арендных и подрядных коллективах" (Главаха, Киевской области, 1990 г.).

Публикации. Основное содержание доклада опубликовано в 77 печатных работах.

Структура и объем научного доклада. Доклад состоит из 8 разделов, заключения, изложен на 36 страницах, содержит 6 рисунков и список литературы из 65 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

I. Моделирование бесконечно протяженных ПЛ

При исследовании ПЛ, выявлении и изучении их физических свойств, определяющих ПК, ЧК, ВхС, КУ, параметры эквивалентных схем замещения и т.д., целесообразно рассматривать линии бесконечной длины. Использование их в качестве ЭМ корректно и содержательно: не учитываются отражения ЭМВ от нагрузки; разработка ММ облегчена, так как упрощаются граничные условия; полученные расчетные соотношения для определения искомых величин просты, поддаются физической интерпретации. Для ММод бесконечно длинных ПЛ эффективно применение лапласовского преобразования по координате x ТУ, что упрощает исследование. Для коротких ВЧ отрезков ПЛ (или при исследовании процессов на малых временных интервалах) потерями пренебрегают, поскольку они незначительно влияют на характер распространения ЭМВ, и рассматривают линии без потерь, являющиеся идеализациями реальных линий, что облегчает решение задачи (принципиальных трудностей при исследовании ПЛ с учетом потерь нет).

ПЛ моделируется ОЦС, в качестве нелинейных элементов в них применяются нелинейные емкости, обладающие положительными качествами с точки зрения решаемых инженерных задач. Используется система уравнений для описания волновых процессов в двухпроводных линиях передачи с нелинейной распределенной емкостью

$$-u_x(x, t) = Li_t(x, t) \quad -i_x(x, t) = [C(\bar{u}(x, t))u(x, t)]_t, \quad (1)$$

где $u(x, t)$ и $i(x, t)$ — соответственно значения напряжения и тока, действующие в данном сечении; $L, C(\bar{u}(x, t))$ — погонные параметры; t — время. Нелинейная емкость находится под воздействием напряжения $\bar{u}(x, t) = u(x, t) + u_0 + u_n(t)u(x, t)$ — волна напряжения, возбуждаемая источником ЭДС $E(t)$; u_0 — напряжение смещения; $u_n(t)$ — напряжение накачки. Если в линии обеспечивается режим работы, при котором $1 \gg 0,5 |C''(u_0)u_n(t)/C'(u_0)|$, $|E(t)| \ll |u_0 + u_n(t)|$, $|u_n(t)| \gg |u(x, t)|$, то $C(\bar{u}(x, t)) \approx C(u_0) + C'(u_0)u_n(t) = C(t) (C^{(n)}(\bar{u}(x, t)) = d^n C(\bar{u}(x, t))/dt^n$ при $\bar{u}(x, t) = u_0, n=1, 2, \dots$), его считают малосигнальным, нелинейная линия передачи заменяется ПЛ. ПЛ — элек-

трическая система, параметры которой распределены по координате и изменяются во времени по заданному произвольному закону независимо от распространения в линии сигнала (рис. 1). Вид и форма распространяющихся в ПЛ ЭМВ зависит от закона изменения РПЕ, конструкции линии и ее структуры. Волновые процессы в ПЛ описываются системой уравнений

$$-u_x(x, t) = L i_t(x, t) \quad -i_x(x, t) = [C(t)u(x, t)]_t \quad (2)$$

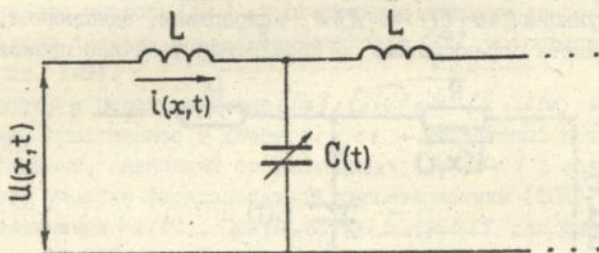


Рис. 1. Эквивалентная схема элементарного сечения ПЛ

Система (2) справедлива при заданных начальных и граничных условиях, если в ПЛ распространяется плоская волна типа ТЕМ. Практический интерес представляет ПЛ, структура элементарного сечения которой представлена на рис. 2. Волновые процессы в этой линии описываются уравнениями

$$\left. \begin{aligned} -u_x(x, t) &= L i_t(x, t) & u_x(x, t) &= Q_{xx}(x, t)/C(t) + R Q_t(x, t) \\ -i_{xx}(x, t) &= Q_{xx}(x, t) - [RC(t)Q_t(x, t)]_t \end{aligned} \right\}, \quad (3)$$

где $Q(x, t) = C(t)u(x, t)$; R - погонный параметр.

Специфическими свойствами обладают $RC(t)$ - структуры (рис. 3), образованные резистивным слоем и барьерной емкостью p - n перехода, смещен-

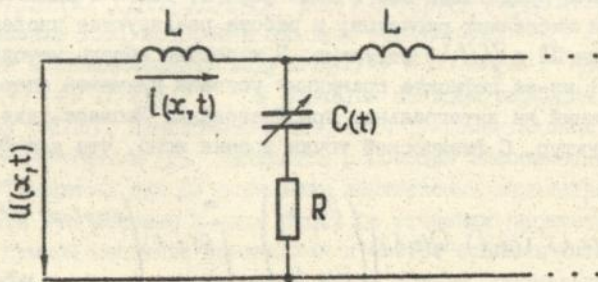


Рис. 2. Эквивалентная схема элементарного сечения ПЛ

ного в обратном направлении; в ней возникают параметрические эффекты, связанные с распространением электрических колебаний, накоплением и диссипацией энергии; электрические процессы описываются уравнениями

$$-u_x(x,t) = Ri(x,t) \quad -i_x(x,t) = [C(t)u(x,t)]_t \quad (4)$$

Из физических соображений на коэффициенты систем (2)-(4) при $x \in [0, \infty]$, $t \in [0, t_0]$ (временной интервал конечной длительности) наложим ограничения: функции $L \geq 0$, $C(t) \geq 0$, $R \geq 0$, непрерывны, однозначны, определены и могут иметь ограниченные по абсолютной величине производные

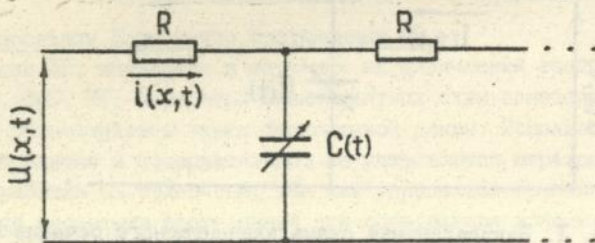


Рис. 3. Эквивалентная схема элементарного сечения $RC(t)$ - структуры

любого порядка. Поставленная задача сводится к решению и исследованию решений систем (2)-(4) при заданных начальных и граничных условиях. Под решением понимаем соотношения, по которым с заданной точностью можно вычислять значения искомого величин в ПЛ с произвольным законом изменения РПЕ. Возможность записать общие решения систем (2)-(4) в замкнутом виде имеет неоспоримые преимущества, поскольку они являются дополнением к ЭВМ, вместе дают численно-аналитический результат, позволяющий провести количественный и качественный анализ ПЛ. Поэтому решение поставленной задачи представим как в виде формул, так и в виде алгоритмов для проведения численных расчетов; в работе реализуются численно-аналитические модели ПЛ и $RC(t)$ - структур. В качестве общего метода решения систем (2)-(4) из-за дефицита граничных условий применен операторный метод, основанный на интегральном преобразовании Лапласа, для ММод ПЛ и $RC(t)$ - структур. С физической точки зрения ясно, что для функций

$$P(x,t) = \{u(x,t), i(x,t), Q(x,t)\} \begin{pmatrix} P(x,p) \\ P(q,t) \end{pmatrix} = \int_0^{\infty} P(x,t) \begin{pmatrix} \exp(-pt) dt \\ \exp(-qx) dx \end{pmatrix}$$

(p, q - комплексные переменные) [6-8, 10, 12, 14, 36, 57, 59, 62, 64].

III и $RC(t)$ - структуры реализуются как ИПЛ, собранные из элементов с сосредоточенными параметрами; в качестве управляемых емкостей используются емкости p - n переходов диодов, работающих в режиме малого сигнала, или обыкновенные конденсаторы, емкости которых изменяются механическим или коммутационным способами. Эквивалентные схемы замещения p - n переходов диодов - нелинейная емкость $C(u)$ или последовательно соединенные нелинейная емкость $C(u)$ и постоянное сопротивление R , которые в режиме малого сигнала заменяются емкостью $C(t)$ и постоянным сопротивлением R (рис. I-3).

Емкость p - n перехода диода $C(u) = C_0 \sqrt{1 + \bar{u}}$ ($\bar{u} = u/\varphi_k$; $u \geq 0$ - обратное напряжение, приложенное к диоду; $0 < \varphi_k < 1$ - контактный потенциал; $n = 2 \dots 3$ - коэффициент, зависящий от типа диода; $C_0 = C(u_0)$); закон ее изменения на линейном участке фарадавольтовой характеристики ($\Omega B X$) определяется законом изменения $u_n(t)$. При $|u_n(t)/(1 + \bar{u}_0)| \leq 0,65$ для диодов с $n = 2$ и точностью до 8,92%, $n = 3$ и точностью до 5,84% можно принять $C(t) = C(0) \times (1 - \frac{u_n(t)}{n(u_0 + \varphi_k)})$; для $u_n(t) = u_{nm} \sin(\varrho t + \varphi)$ $C(t) = C(0)/(1 + \mu \sin(\varrho t + \varphi))$ ($\mu = u_{nm}/n\varphi_k(1 + \bar{u}_0)$ - глубина модуляции РПЕ; φ - начальная фаза; $\bar{u}_0 = u_0/\varphi_k$; $\bar{u}_n(t) = u_n(t)/\varphi_k$; $C(0) = C_0 \sqrt{1 + \bar{u}_0}$).

III с непрерывно изменяющейся РПЕ

При заданных начальных $u(x, 0) = 0$, $i(x, 0) = 0$ и граничном условии $u(0, t) = E(t)$ система (2) преобразуется по Лапласу по переменной x и приводится к уравнениям, разрешенным относительно изображений искомых функций и их производных, одно из которых

$$\ddot{u}(q, t) + 2 \frac{C(t)}{C(t)} \dot{u}(q, t) + \left(\frac{C(t)}{C(t)} - q^2 v^2(t) \right) u(q, t) = \frac{\beta(t)}{C(t)} - q v^2(t) E(t), \quad (5)$$

где $v(t) = 1/\sqrt{L C(t)}$; $p(t) = \sqrt{L/C(t)}$; $\beta(t) = E(t)/p(t)$; $p(q, t) = dp(q, t)/dt$. Исследуется уравнение (5), которое с помощью подстановки $w(q, t) = C(t)w(q, t)/C(t)$ приводится к каноническому виду $\dot{w}(q, t) - q^2 v^2(t) w(q, t) = F(q, t)$ ($F(q, t) = \beta(t)/C(t) - q v^2(t) E(t)$) и решается методом вариации произвольных постоянных (МВП). Приближенные значения фундаментальных решений $\dot{w}(q, t) - q^2 v^2(t) w(q, t) = 0$ (6) находятся с помощью классической асимптотики Биркгофа-Тамаркина для ДУ с большим комплексным параметром, позволяющей представить эти решения в виде рядов по степеням параметра. Решение ДУ является суммой медленно меняющихся и быстро осциллирующих его составляющих, что удобно с практической точки зрения, поскольку имеется возможность оценить влияние обеих составляющих решения и ограничиться рассмотрением одного из них, так как обычно другая составляющая асимптотически стремится к нулю; решения поддаются физической интерпретации, что

позволяет проводить качественный анализ исследуемых процессов; с помощью стандартных процедур, например, интегрального уравнения (ИУ) сравнения возможна оценка их точности; реализуются численно и поэтому асимптотический метод решения ТУ является основой численно-аналитического моделирования ПЛ. При решении (6) оно заменяется системой ДУ, записанных в матричной форме; проводится диагонализация матрицы коэффициентов этой системы и при $q \rightarrow \infty$ асимптотические приближения решения (над буквами, обозначающими приближенные значения величин, ставим горизонтальные

прямые) $\bar{w}_{1,2}(q, t) = \sqrt{\frac{v(t)}{v(\xi)}} \exp(\pm \int_0^t v(\xi) d\xi)$; решение (5)

$$\bar{u}(q, t) = N(t) \int_0^t \frac{F(q, \xi) v(\xi)}{2q v^2 N(\xi)} (\exp(q \bar{\psi}(t-\xi)) - \exp(-q \bar{\psi}(t-\xi))) d\xi \quad (7)$$

($v = v(t)$; $N(t) = \sqrt{(p(t)/p(t_0))^3}$; $\bar{\psi}(t, \xi) = \int_0^t v(\xi) d\xi - \int_0^\xi v(\delta) d\delta$; ξ, δ - независимые

переменные), которое физически интерпретируется как две независимые характеристические волны напряжения, распространяющиеся в ПЛ в противоположных направлениях, они трансформируются и изменяют свой спектральный состав; пригодны, если пренебречь повторными отражениями, могут использоваться при расчетах на малых временных интервалах или при слабом изменении РПЕ [57].

Соотношение (7) является мероморфной функцией комплексного переменного q , для ее обращения используются теоремы разложения Хевисайда

$$\bar{u}(x, t) = N(t) \int_0^t \beta(\xi) \frac{p(\xi)}{N(\xi)} (1(x + \bar{\psi}(t, \xi)) - 1(x - \bar{\psi}(t, \xi))) d\xi - N(t) \int_0^t \frac{E(\xi) v(\xi)}{2N(\xi)} \times \\ \times (\delta(x + \bar{\psi}(t, \xi)) - \delta(x - \bar{\psi}(t, \xi))) d\xi, \quad (8)$$

где $1(x + \bar{\psi}(t, \xi))$, $\delta(x + \bar{\psi}(t, \xi))$ - соответственно единичные и импульсные функции. Для оценки точности (8) соотношения $\bar{w}_{1,2}(q, t)$ подставляют в (5) и получают ДУ $\bar{w}(q, t) - (q^2 v^2(t) + h^2(t)) w(q, t) = F(q, t) (h^2(q, t) - z^2(t) - \dot{z}(t), z(t) = \dot{v}(t)/2v(t)$, для которого асимптотические приближения являются точными решениями. Представив (5) в виде $\bar{w}(q, t) - (q^2 v^2(t) + h^2(t)) w(q, t) = F(q, t) - h^2(t) w(q, t)$ и решая его МВПП, находят ИУ сравнения, записанное в

оригиналах $u(x, t) = \bar{u}(x, t) - \int_0^t \int_0^x h^2(\xi) \frac{(1(\delta + \bar{\psi}(t, \xi)) - 1(\delta - \bar{\psi}(t, \xi))) u(x - \delta, \xi) d\delta d\xi}{2v(\xi) N(\xi)}$, реше-

ние которого методом последовательных приближений (МПП), позволяет оценить точность решения (2) $1 - \exp(-M_1 t) \leq \Delta \leq 1 - \exp(-M_2 t)$, $\Delta = |(u(x, t) - \bar{u}(x, t)) / u(x, t)|$, $M_1 = |N(t) h^2(\xi) x / 2v(\xi) N(\xi)| \leq M_2$, $0 \leq x < \infty$, $0 \leq \xi \leq t_0$. Для ПЛ с

постоянными потерями R , G уравнение (5) принимает вид $\ddot{u}(q, t) + \left(\frac{2C(t) + G}{C(t)} + \frac{R}{L} \right) \dot{u}(q, t) + \left(\frac{C(t)}{C(t)} \cdot v^2(t) R(\beta + C(t)) - p^2 v^2(t) \right) u(q, t) = \frac{\beta(t)}{C(t)} + v^2(t) R \rho(t) - q v^2(t) \varepsilon(t)$;

его решение аналогично изложенному.

ПЛ с периодически изменяющейся РПЕ

В ПЛ данного типа $C(t) = C(t + 2m\pi/\Omega)$ ($m=1, 2, \dots$) и уравнение (6) записывается в матричной форме $W(q, \tau, \varepsilon) = \varepsilon W(q, \tau, \varepsilon) S(q, \tau, \varepsilon) (W(q, \tau, \varepsilon) - \text{матрица фундаментальной системы решений (8)}; S(q, \tau, \varepsilon) - \text{транспонированная матрица коэффициентов; } t = \varepsilon \tau, \Omega = \varepsilon \rho, 0 \leq \varepsilon < 1 - \text{вещественный параметр}), \text{ которому формально удовлетворяет ряд}$

$$W(q, \tau, \varepsilon) = W(q, 0, \varepsilon) \left(J + \sum_{k=1}^{\infty} \alpha_k(q, \tau, \varepsilon) \varepsilon^k \right) = W(q, 0, \varepsilon) W_1(q, \tau, \varepsilon) \quad (9)$$

где $\alpha_k(q, \tau, \varepsilon) = \int_0^{\tau} \alpha_{k-1}(q, \xi, \varepsilon) S(q, \xi, \varepsilon) d\xi$; J - единичная матрица. С учетом те-

оремы Флоке для ДУ решение (6) представляется как $W(q, \tau, \varepsilon) = \exp(\varepsilon B(q, \varepsilon)\tau) \times$

$\times \mathcal{D}(q, \tau, \varepsilon)$ (10); после подстановки (10) в (9) имеем для нахождения матриц

$B(q, \varepsilon) = \sum_{k=1}^{\infty} B_k(q, \varepsilon) \varepsilon^k$, $\mathcal{D}(q, \tau, \varepsilon) = J + \sum_{k=1}^{\infty} \mathcal{D}_k(q, \tau, \varepsilon) \varepsilon^k$ уравнение $B(q, \varepsilon) = \mathcal{D}(q, \tau, \varepsilon) \times$

$\times S(q, \varepsilon) \varepsilon - B(q, \varepsilon) \mathcal{D}(q, \tau, \varepsilon)$, в котором $B(q, \varepsilon)$ - квадратная матрица, $\mathcal{D}(q, \tau, \varepsilon)$ - периодическая квадратная матрица.

При решении практических задач принимаем $\varepsilon = \mu \leq 0,25$ для емкостей p - n переходов диодов. Определяя количество членов B_k , \mathcal{D}_k , полагают $C(t) = C(0)(1 + \mu f(t))(f(t) - \text{периодическая функция, } |f(t)| \leq 1)$ и из (2) получают систему уравнений $u_k''(x, p) - \frac{p^2}{v^2} u_k'(x, p) = \frac{\mu p}{v^2} f_k(x, p) (f_k(x, p) = \int_0^{\infty} (f(t) u_{k-1}(x, t)) e^{-pt} \times \exp(-pt) dt, k=0, 1, \dots)$; его решение методом возмущений дает систему ДУ

$u_k''(x, p) - \frac{p^2}{v^2} u_k'(x, p) = \frac{p f_{k-1}(x, p)}{v^2}$; применяя МВПШ, имеем $u_k(x, t) = \frac{1}{2v} \int_0^t (f(t) u_{k-1}(t + \frac{t}{v}) - u_{k-1}(t - \frac{t}{v})) dt$, $\eta = x - \xi$. На $0 < \xi \leq x$ $|u_k(x, t)| \leq \omega^k x |u_{k-1}(x, t)| / 2v$, при

$\omega^k x / 2v \ll 1$ $|u_k(x, t)| \approx |u_{k-1}(x, t)|$ и секулярные члены в решении (2) отсутствуют ($\omega^2 = \{ \omega, \varphi \}$). С точностью до 5% принимают за решения (2) соотношения $u(x, t) = u_0(x, t) + \mu u_1(x, t)$, $i(x, t) = i_0(x, t) + \mu i_1(x, t)$. Решение уравнения (5) $u(x, t) =$

$$= \int_0^t \frac{F(q, \xi)}{2q\sqrt{C(t)|f(\xi)}} (\Lambda_1 \exp(q\theta(t-\xi)) - \Lambda_2 \exp(-q\theta(t-\xi))) d\xi; \text{ его оригинал } \bar{u}(x, t) = \int_0^t \frac{p^2(\xi)\beta(\xi)}{2f(\xi)} \times$$

$$\times (1(x+\theta(t-\xi)) - 1(x-\theta(t-\xi)) + 2\Lambda \exp(-a\theta(t-\xi)) \operatorname{sh} ax) d\xi - \frac{1}{C(t)} \int_0^t \beta(\xi) (\delta(x+\theta(t-\xi)) - \delta(x-$$

$$-\theta(t-\xi)) - 2\Lambda \exp(-a\theta(t-\xi)) \operatorname{ch} ax) d\xi \quad (\text{II}), \text{ где } a = 2\theta/\bar{\beta}(\xi); \theta = \sqrt{\beta(T)/T}; \bar{\beta}(t) = \int_0^t v^2(\xi) d\xi -$$

$$-\frac{t}{T} \bar{\beta}(T); \bar{\beta}(T) = \int_0^T v^2(t) dt; T = 2\pi/\varrho; \Lambda_{1,2} = \frac{2\theta \pm \varrho \bar{\beta}(t)}{2\theta \pm \varrho \bar{\beta}(\xi)}; \Lambda = 1 - \bar{\beta}(T)/\bar{\beta}(\xi).$$

При оценке точности (II) ряд (9) представляется как $W(q, \tau, \varepsilon) = \sum_{k=0}^{\infty} W_k(q, \tau, \varepsilon) \varepsilon^k$;

коэффициенты его являются решением ИУ $W_k(q, \tau, \varepsilon) = \int_0^{\tau} W_{k-1}(q, \xi, \varepsilon) S(q, \xi, \varepsilon) d\xi$,

$$W_k(q, \tau, \varepsilon) = M_{1,2}^k(q) \tau^k \varepsilon^k / k! \quad (M_{1,2}(q) = \begin{pmatrix} 0 & q^2 v^2(t) \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, v_1 = v = v_2). \text{ Так как}$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} \frac{M_{1,2}^k(q) \tau^k \varepsilon^k}{k!} \rightarrow \exp(M_{1,2}(q)t), \text{ одно из решений (2) } u_{1,2}(x, t) = \int_0^t \frac{\beta(\xi)}{2C(t)u_{1,2}}$$

$$\times (1(x+u_{1,2}(t-\xi)) - 1(x-u_{1,2}(t-\xi))) d\xi - \int_0^t \frac{v^2(\xi)E(\xi)}{2u_{1,2}} (\delta(x+u_{1,2}(t-\xi)) - \delta(x-u_{1,2}(t-\xi))) d\xi;$$

точность решения (2) оценивается неравенством $u_1(x, t) \leq u(x, t) \leq u_2(x, t)$ [58, 64].

ПЛ с полиномиально изменяющейся РПЕ

Функции, определяющие закон изменения РПЕ ПЛ, могут быть аппроксимированы степенными полиномами. Поэтому представляет интерес разработка ММ

$$\text{ПЛ с полиномиально изменяющейся РПЕ } C(t) = C(0) \left(1 + \sum_{k=1}^n \alpha_k t^k \right) = C(0) + C_1(t) \quad (\alpha_k -$$

любое действительное число), для которой из системы (2) получают урав-

нение в изображениях $u''(x, \rho) - \frac{\rho^2}{\nu^2} u(x, \rho) = \frac{\rho^2}{\nu^2} F(u(x, \rho)) (F(u(x, \rho))) = \sum_{k=1}^n (-1)^k a_k x \frac{d^k u(x, \rho)}{d\rho^k}$; его решение МВШ позволяет перейти к ИУ, записанному в ори-

гиналах $u(x, t) = F(t - \frac{x}{\nu}) + \frac{\rho}{2} \int_0^t (Q_1(t - \frac{\eta}{\nu}) - Q_1(t + \frac{\eta}{\nu}))_t d\eta$; его решение мажориру-

ется решением ИУ $\bar{u}(x, t) = F(t - \frac{x}{\nu}) + \frac{\rho}{2} \int_0^t \frac{\partial Q_1(t - \eta/\nu)}{\partial t} d\eta$, (12)

где $Q_1(x, t) = C_1(t) u(x, t)$; $\rho = \rho(0)$. Решение (12) МШ дает $\bar{u}_s(x, t) = F(t - \frac{x}{\nu}) + \frac{\rho}{2} \int_0^t (C_s(t - \frac{\eta}{\nu}) u_{s-1}(t - \frac{\eta}{\nu}))_t d\eta$ ($s=1, 2, \dots$); полагая $|E(t)| \leq E_1$, $|\dot{E}(t)| \leq E_2$, $|C_1(t)| \leq \dot{C}_1$, $|\dot{C}_1(t)| \leq \dot{C}_2$, имеют $|\bar{u}_s(x, t)| \leq E_1 \sum_{s=0}^s \vartheta^s \frac{x^s}{s!} - \frac{\dot{C}_1 E_2}{\dot{C}_2} (\sum_{s=0}^s \vartheta^s \frac{x^s}{s!} - 1) (\vartheta = \frac{\rho \dot{C}_2}{2})$;

при $s \rightarrow \infty$ $|\bar{u}(x, t)| \leq (E_1 + \frac{\dot{C}_1 E_2}{\dot{C}_2}) \exp(\vartheta x) - \frac{\dot{C}_1 E_2}{\dot{C}_2}$, этот ряд сходится при всех

x и (12) имеет сходящееся решение. Используя формулу Лагранжа для определения остаточного члена степенного ряда, определяют относительную ошибку Δ вычисления решения ИУ (12) при заданном числе S последователь-

ных приближений $\Delta = \left| \frac{\bar{u}(x, t) - u_S(x, t)}{\bar{u}(x, t)} \right| \leq \frac{\vartheta^{S+1} x}{(S+1)! \exp(\vartheta x) - \vartheta^S}$, (13)

где $\vartheta = E_2 \dot{C}_1 / (E_1 \dot{C}_2 + E_2 \dot{C}_1)$ [62].

2. Моделирование отрезков ШЛ

В технических устройствах применяются отрезки ШЛ и $RC(t)$ - структур длиной l , нагруженные на комплексное постоянное сопротивление $Z_u(\rho)$. При рассмотрении процессов в ШЛ необходимо учитывать интерференцию распространяющихся ЭМВ в результате чего возникают эффекты, позволяющие получить качественно новые результаты; поэтому актуальна разработка методов их ММод. Наличие у отрезков ШЛ нагрузки усложнит граничные условия, которые невозможно алгебраизировать с помощью лапласовских преобразований

по координате; ее можно проводить с помощью лапласовских преобразований ТУ по переменной t , что усложняет решаемую задачу в связи с необходимостью перехода к оригиналам численно-аналитическим или численным способом в результате чего получают расчетные соотношения, не поддающиеся физической интерпретации. Предлагаемая методика ММод ПЛ пригодна для численно-аналитического решения инженерных задач.

Волновые процессы в отрезках ПЛ

Представим $E(t) = \int_0^t E(\tau) \delta(t-\tau) d\tau$ ($t \geq \tau$) и рассмотрим при действии на вход

ПЛ напряжения $\delta(t-\tau)$ распространение со скоростью $v(t)$ сигнала, который через промежуток времени t_x приходит к сечению $x = f(t_x, \tau) = \int_{\tau}^{t_x} v(\xi) d\xi$. Это

тождество определяет функциональную зависимость между величинами x, t, τ и может быть заменено зависимостью $t_x = \Phi(x, \tau)$. При подаче на вход ПЛ в момент времени τ напряжения $\delta(t-\tau)$ в сечении x напряжение $u_1(x, t)$ и ток $i_1(x, t)$ зависят от моментов наблюдения t , приложения τ входного сигнала и времени его распространения t_x до рассматриваемого сечения и определя-

ются как $u_1(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_x + \tau \\ u_1(t - t_x - \tau) & \text{при } t \geq t_x + \tau \end{cases}$, $i_1(x, t) = \begin{cases} 0 & \text{при } t < t_x + \tau \\ i_1(t - t_x - \tau) & \text{при } t \geq t_x + \tau \end{cases}$.

Учитывая эти соотношения и независимость распространения сигнала в ПЛ от изменения РПЕ, систему (2) представляют как

$$\left. \begin{aligned} -u_{1,x}(t - t_x - \tau) &= L i_{1,t}(t - t_x - \tau) \\ -i_{1,x}(t - t_x - \tau) &= C(t) u_{1,t}(t - t_x - \tau) + G_1(t) u_1(t - t_x - \tau) \end{aligned} \right\}, \quad (14)$$

где $G_1(t) = \dot{C}(t) + G(t)$; эта система справедлива для всех $t \in [0, \infty]$ и с учетом свойств дельта-функции преобразуется по Лапласу

$$u_1''(x, p, \tau) - z(p) u_1(x, p, \tau) = 0, \quad (15)$$

$$i_1''(x, p, \tau) - (G y(x, p, \tau)) i_1(x, p, \tau) - z(p) y(x, p, \tau) i_1(x, p, \tau) = 0, \quad (16)$$

где $z(p) = pL + R$; $y(x, p, \tau) = pC(x, \tau) + G_1(x, \tau)$, $C(x, \tau) = C(t_x + \tau)$, $G_1(x, \tau) = G + dC(x, \tau)/d\Phi(x, \tau)$. С помощью проведенных преобразований переходят к ДУ с переменными по координате коэффициентами: ПЛ заменяется неоднородной линией (НЛ) с распределенной, изменяющейся по координате емкостью, зависящей также от τ ; ММод линии проводится изложенными выше методами при замене оператора q на оператор p .

Для отрезков ПЛ с непрерывно изменяющейся РПЕ решение (14) в форме

$$\bar{u}_\tau \text{ имеет вид } \bar{u}_\tau(x, \rho, \tau) = \exp(-\rho\tau) N(x, \rho, \tau) \frac{\operatorname{sh}[x, \ell, \rho, \tau] + \alpha_1(\rho, \tau) \operatorname{ch}[x, \ell, \rho, \tau]}{\operatorname{sh}[0, \ell, \rho, \tau] + \alpha_1(\rho, \tau) \operatorname{ch}[0, \ell, \rho, \tau]}$$

$$\begin{aligned} \ell \\ (x, \ell, \rho, \tau) = \int_x^{\ell} \nu(\xi, \rho, \tau) d\xi; \quad N(x, \rho, \tau) = \sqrt{\frac{y(\rho, \rho, \tau)}{y(x, \rho, \tau)}}; \quad \nu(x, \rho, \tau) = Z(\rho) y(x, \rho, \tau); \quad \alpha_1(\rho, \tau) = \\ = y'(x, \rho, \tau) / (y(x, \rho, \tau) Z(\rho) + 1/2Z(\rho)); \quad \gamma(x, \rho, \tau) = y'(x, \rho, \tau) / y(x, \rho, \tau). \end{aligned}$$

Для однозначности принимаем $\operatorname{Re}(\nu(x, \rho, \tau)) \geq 0$, $-\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{arg} \nu(x, \rho, \tau) \leq \frac{\pi}{2}$, $\operatorname{Re}(N(x, \rho, \tau)) \geq 0$, $-\frac{\pi}{2} \leq \operatorname{arg} N(x, \rho, \tau) \leq \frac{\pi}{2}$. Система (2) линейна, поэтому представляя $E(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{\infty} E(k\Delta t) \times$

$\delta(t - k\Delta t) \Delta t$ (E(k\Delta t)\Delta t - весовой множитель дельта-функции), решение (15) $\bar{u}_\tau(x, \rho, k\Delta t) = E(k\Delta t) \bar{u}_\tau(x, \rho, k\Delta t) \Delta t$; тогда одно из решений (2) в изображениях

$$\bar{u}(x, \rho, t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \sum_{k=0}^{\infty} E(k\Delta t) \bar{u}_\tau(x, \rho, k\Delta t) \Delta t = \int_0^t E(\tau) \bar{u}_\tau(x, \rho, \tau) d\tau; \quad (17)$$

$$\text{ПХ ПЛ } \bar{h}(\rho, t) = \int_0^t \frac{E(\tau) \alpha_1(\rho, \tau) \exp(-\rho\tau) d\tau}{\operatorname{sh}[0, \ell, \rho, \tau] + \alpha_1(\rho, \tau) \operatorname{ch}[0, \ell, \rho, \tau]}. \text{ Соотношение (17) пригодно для}$$

ММод волновых процессов в ПЛ на малых временных интервалах, при медленном изменении РПЕ, при исследовании распространения фронта ЭМВ [6,8,59].

Восстановление функции $u(x, t)$ по изображению $u(x, \rho, t)$ выполняется с помощью полиномов Лежандра I-ого рода ортогональных на отрезке [0,1]

$$\text{и имеет вид } u(x, t) = \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) a_k(x, t) P_k(\exp(-t)) \quad (P_k - \text{полином Лежандра, кото-} \\ \text{рому соответствует разложение } u(x, \rho, t) = \sum_{k=0}^{\infty} (2k+1) \frac{P(P-1)(P-2)\dots(P-k+1)}{(p+1)(p+2)\dots(p+k+1)} a_k(x, t)).$$

Принимают $b_k = u(x, k+1, t)$ и вычисляют коэффициенты $a_k(x, t)$ из системы

$$\begin{aligned} \binom{2n}{n} b_n = \sum_{k=0}^{\infty} \frac{2k+1}{2n+1} \binom{2n+1}{n-k} a_k(x, t) \text{ или } \binom{2n}{n} b_n = \frac{1}{2n+1} \binom{2n+1}{n} a_0 + \frac{3}{2n+1} \binom{2n+1}{n-1} a_1 + \\ + \frac{5}{2n+1} \binom{2n+1}{n-2} a_2 + \dots; \text{ полагая } n=0, 1, 2, \dots, \text{ строят бесконечную треугольную сис-} \end{aligned}$$

тему уравнений $\delta_0 = a_0$, $2\delta_1 = a_0 + a_1$, $6\delta_2 = 2a_0 + 3a_1 + a_2$ и т.д. Искомая функция $u(x, t)$ восстанавливается рядом $u(x, t) = a_0(x, t)P_0^p(\exp(-t)) + 3a_1(x, t)P_1^p(\exp(-t)) + 5a_2(x, t)P_2^p(\exp(-t)) + \dots$ Для оценки точности (17) используется IV сравнения, записанное при заданных граничных условиях; по оригиналу его решения определяется точность решения системы (2).

Разработанная методика пригодна для ММод отрезков ПЛ при ненулевых начальных условиях $u(x, 0) = u_0(x)$, $i(x, 0) = i_0(x)$; система (14) в изображениях имеет вид $-i_z(x, p, \tau) = Z(p)i_z(x, p, \tau) - i_z(x)$, $-i_z(x, p, \tau) = y(x, p, \tau)u_z(x, p, \tau) - C(x, \tau)u_0(x)$; решение ее МЭП определяет изображения искомых величин.

Для отрезков ПЛ с периодически изменяющейся РПЕ решение (15) $\tilde{u}_z(x, p, \tau) =$

$$= \frac{2 \exp(-p\tau)}{1 - \psi(p, \tau) \exp(2\theta(p, \tau)\ell)} \left(\text{sh} \theta(p, \tau) x + \frac{B(x, \ell_0, p, \tau) \text{ch} \theta(p, \tau) x}{2\theta(p, \tau)} \right) \left(\ell_0 = \int_0^{2\pi/\Omega} v(t) dt; \right.$$

$$\tilde{\beta}(x, p, \tau) = \int_0^x \psi(\xi, p, \tau) d\xi; \theta(p, \tau) = \sqrt{\frac{1}{\ell_0} \tilde{\beta}(\ell_0, p, \tau)}; B(x, \ell_0, p, \tau) = \tilde{\beta}(x, p, \tau) - \frac{x}{\ell_0} \tilde{\beta}(\ell_0, p, \tau);$$

$$\psi(p, \tau) = \frac{Z(p, \tau) + Z_u(p)\theta(p, \tau)}{Z(p, \tau) - Z_u(p)\theta(p, \tau)}; \text{ решение системы (2) лежит между ее решениями,}$$

полученными при значениях $C_1 \leq C(t) \leq C_2$.

Для ММод ПЛ с полиномиально изменяющейся РПЕ используется IV

$$u(x, p) = u_0(x, p) + \frac{p}{v} \int_0^x F_1(\xi, p) \text{sh} \frac{p}{v} (x - \xi) d\xi - \frac{p}{v} \text{sh} \frac{p}{v} x \int_0^x F_1(\xi, p) u_0(\xi, p) d\xi, \quad (18)$$

где $u_0(x, p) = F(p) \frac{\text{sh} \frac{p}{v} (\ell - x) + (Z_u(p) \text{ch} \frac{p}{v} (\ell - x)) / \rho}{\text{sh} \frac{p}{v} \ell + (Z_u(p) \text{ch} \frac{p}{v} \ell) / \rho}$; $F_1(x, p) = F(u(x, p))$. Принимая

$u(x, p) = u_n(x, p)$ и решая (18) МЭП, находят $u_n(x, t)$, $u_{n+1}(x, p) \rightarrow u_{n+2}(x, t)$; погрешность решения определяется как $\delta = |(u_{n+1}(x, t) - u_n(x, t)) / u_{n+1}(x, t)|$.

Система (2) для ПЛ с РПЕ $C(t) = C(0) + \sum_{k=1}^{\infty} \Delta C_k \cdot 1(t - t_k)$ (ΔC_k - приращение

РПЕ в моменты времени t_k дискретного ее изменения) имеет вид $-u_x(x, t) =$

$$= i_z(x, t) - i_z(x, t) = C(0)u_z(x, t) + \sum_{k=1}^{\infty} \Delta C_k (u_z(x, t) 1(t - t_k) + u(x, t) \delta(t - t_k)); \text{ из этой}$$

системы получают уравнение $u''(x, \rho) = \frac{\rho^2}{v^2} u(x, \rho) + \frac{\rho^2}{v^2} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{\Delta C_k}{C(0)} f(x, \rho, t_k) \chi(x, \rho, t_k) =$
 $= \sum_{k=0}^N u_k^{(n)}(x, t_k) \frac{\exp(-\rho t_k)}{\rho^{n+1}}$, решение которого

$$u(x, \rho) = u_0(x, \rho) - \bar{a}_1(x, 0, \rho) - \frac{\bar{a}_1(\xi, 0, \rho) + \bar{a}_2(\xi, 0, \rho)}{\operatorname{sh} v(\rho) \ell + \bar{a}(\rho) \operatorname{ch} v(\rho) \ell}, \quad (19)$$

где $v(\rho) = \rho/v$; $\bar{a}(\rho) = Z_{in}(\rho)/\rho$; $\bar{a}_1(x, 0, \rho) = \rho \int_0^x \Delta C_k f(\xi, \rho, t_k) \operatorname{sh} v(\rho)(x-\xi) d\xi$; $\bar{a}_2(x, 0, \rho) =$
 $= \rho Z_{in}(\rho) \int_0^x \Delta C_k f(\xi, \rho, t_k) \operatorname{ch} v(\rho)(x-\xi) d\xi$. Для $RC(t)$ - структуры в формуле (19)

$v(\rho) = \sqrt{\rho RC(0)}$; $\bar{a}(\rho) = Z_{in}(\rho)/\sqrt{\rho RC(0)}$. В ММ для данного типа ПЛ в моменты времени t_k соблюдаются условия коммутации $Q(x, t_k-0) = Q(x, t_k+0)$, $Li(x, t_k-0) = Li(x, t_k+0)$ и учитывается возникновение отраженных волн. Модели, описанные в литературе, усложнены, поскольку на каждом временном интервале $t_k \leq t < t_{k+1}$ необходимо находить начальные условия на основе законов коммутации и вычислять КО [18].

Для построения численно-аналитической модели ПЛ на интервале $0 \leq t \leq t_0$

представляют $C(t) = \int_0^t C(\xi) d\xi \approx C(0) + \sum_{k=1}^m \Delta C_k \cdot 1(t - \kappa \Delta t)$ (20) ($\Delta t = t_0/m$; m - число ша-

гов аппроксимации; $\Delta C_k = C((k+1)\Delta t) - C(\kappa \Delta t)$, $\Delta C_0 = 0$); ошибка вычисления ее $\Delta_k \leq M t_0^3 / 24 m^2$ ($M \geq |\dot{C}(t)/C(t)|$). С учетом (20) система (2) трансформируется в систему, описывающую волновые процессы в ПЛ с дискретно изменяющейся РПЕ. Поэтому для построения ММ ПЛ с непрерывно изменяющейся РПЕ, кроме решения (19) необходимо иметь оценку его точности. При аппроксимации $C(t) - \kappa \Delta t \leq \Delta C_k / C(0) \leq \kappa \Delta t$; соотношение $f(x, \rho, \kappa \Delta t)$ заменяется с высокой точностью функцией $u(x, \rho)$ на интервале $\kappa \Delta t \leq t < (\kappa+1)\Delta t$. Поэтому

ДУ для этой линии представляют $u_k''(x, \rho) - \frac{\rho^2}{v^2} u_k(x, \rho) = \pm \frac{\rho^2 \Delta_1}{v^2} \sum_{k=1}^m (\kappa-1) u_{\kappa-1}(x, \rho)$

($u_0(x, \rho) = 0$), решение которого МВПП в оригиналах $u(x, t) = u_1(x, t) \pm \frac{\Delta_1}{2v} x$

$$x \int_0^m \sum_{k=1}^m (k-1) \frac{\partial}{\partial t} \left\{ u_{k-1} \left(t + \frac{v}{V} \right) - u_{k-1} \left(t - \frac{k}{V} \right) \right\} d\xi \quad (k=1, 2, \dots, m-1; u(x, t) \neq 0)$$

$$\approx \sum_{k=1}^m u_k(x, t) (1 - (k+1)\delta t) - (1 - k\delta t) u_0(x, \rho) - \text{решение ДУ } u''(x, \rho) - \frac{\rho^2}{V^2} u(x, \rho) = 0.$$

На заданном интервале $\frac{V(k\delta t)}{\sqrt{1+\delta_1}} \leq V(t) \leq \frac{V(k\delta t)}{\sqrt{1-\delta_1}}$ погрешность вычисления

$u_1(x, t), u_2(x, t), \dots, u_m(x, t)$ соответственно $\Delta_1/2, \Delta_1, \dots, m\Delta_1/2$; следовательно, для вычисления с точностью Δ закона распределения напряжения в ПЛ необходимо разбить заданный временной интервал на количество участков $m \leq M t_0^3 / 24 \Delta$ (21). Для численно-аналитического моделирования ПЛ необходимо: задать погрешность Δ вычислений; по формуле (21) вычислить m ; по формуле (19) вычислить изображение закона распределения напряжения; выполнить численный переход от изображений к их оригиналам [22].

ПЛ с постоянным волновым сопротивлением

Волновые процессы в ПЛ с постоянными ВС, у которой распределенные параметры изменяются одновременно по координате и времени, описываются системой уравнений

$$-u_x(x, t) = [L(x, t)i(x, t)]_x, \quad -i_x(x, t) = [C(x, t)u(x, t)]_t, \quad (22)$$

где $\rho = \sqrt{L(x, t)/C(x, t)} = \text{const}$. При действии на входе ПЛ напряжения $\delta(t - \tau)$ в ней со скоростью $V(x, t)$ распространяется ЭМВ, которая приходит через промежуток времени t_x к сечению с координатой x , определяемой решением ДУ $\dot{x}(t) = V(x, t)$ ($x=0$ $t=\tau$, $x=x$ $t=t_x + \tau$); его решение $x = f(t_x, \tau)$ на $t \in [\tau, \tau + t_x]$. Вводятся в рассмотрение функции $\phi_{1,2}(x, t) = u_{1,2}(x, t) \pm \rho i_{1,2}(x, t)$, значения которых $\phi_{1,2}(x, t) = \phi_{1,2}(t \pm t_x, \tau)$; с учетом введенных обозначений система (22)

преобразуется в систему $-\frac{d\phi_{1,2}}{dt} = (\phi_{1,2} / V(x, t))_{t_1}$; так как $\phi_{1,2} \neq \phi_{1,2} = 0$, точное решение (22) в изображениях $u(x, \rho, t) = \int E(\tau) u_1(x, \rho, \tau) d\tau$,

$$u_1(x, \rho, \tau) = \exp(-\rho x) \frac{\text{sh} \rho(t_1 - t_x) + \bar{a}(\rho) \text{ch} \rho(t_1 - t_x)}{\text{sh} \rho t_1 + \bar{a}(\rho) \text{ch} \rho t_1}, \quad t_1 = t_2(\tau), \bar{a}(\rho) = Z_0(\rho) / \rho \quad [14].$$

Для ПЛ, у которой распределенные параметры изменяются только во времени, $-u_x(x, t) = [L(t)i(x, t)]_x, \quad -i_x(x, t) = [C(t)u(x, t)]_t$, (23) где $\rho = \sqrt{L(t)/C(t)} = \text{const}$. При воздействии на вход ПЛ единичного импульса система (23) преобразуется к виду $u(x, t) = \phi_{1,2}(x, t) = \bar{\phi}_{1,2}(x, t)$, $\bar{\phi}_{1,2}(x, t) =$

$= (u_{1,2}(x,t) \pm p i_{1,2}(x,t)) / v(t)$, $\bar{\varphi}_{1,2}(x,t) = \bar{\varphi}_{1,2}(t \pm t_x \pm z)$; так как $\bar{\varphi}_{1,2x} + \bar{\varphi}_{1,2t} = 0$, точное решение для системы (23) совпадает с решением системы (22) [12].

Одномерная распределенная RC(t) - структура

Для отрезков RC(t) - структур наиболее приемлемо численно-аналитическое моделирование, основанное на кусочно-ступенчатой аппроксимации по формуле (20) функции C(t). В результате этого система (4) заменяется сис-

темой $-u_x(x,t) = Ri(x,t) - i_x(x,t) = C(0)u_x(x,t) + \sum_{k=0}^{\infty} (u_x(x,t)(t-kat) + u(x,t)\delta(t-kat)) \times \Delta C_k$, из которой получают уравнение в изображениях $u_x(x,p) - pRCu_x(x,p) = \pm \Delta_1 pRC \sum_{k=1}^{\infty} (k-1)u_{k-1}(x,p)$; его решение в оригиналах $u_x(x,t) = u_x(x,t) \pm \frac{\Delta_1 \sqrt{RC}}{2} \times$

$\times \int_0^x \int_0^t \sum_{k=1}^{\infty} \frac{k-1}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} \frac{\partial u_{k-1}(\xi, \tau)}{\partial \tau} (\exp(\frac{RC\xi^2}{4(t-\tau)}) - \exp(-\frac{RC\xi^2}{4(t-\tau)})) d\tau d\xi$, $u_x(x,p) =$

- решение уравнения $u''(x,p) - pRCu(x,p) = 0$. На интервале $kat \leq t < (k+1)at$ $\sqrt{RC(kat)(1-\delta_1)} \leq \sqrt{RC(kat)} \leq \sqrt{RC(kat)(1+\delta_1)}$ и погрешность вычислений $u_1(x,t)$, $u_2(x,t)$, ..., $u_m(x,t)$ составляет соответственно $\delta_1/2$, δ_1 , ..., $\delta_1 m/2$. Для численно-аналитического моделирования RC(t) - структур используется алгоритм, разработанный для ММод ПЛ.

3. Некоторые вопросы устойчивости и синтеза ПЛ

При моделировании ПЛ важным является вопрос об их устойчивости для оценки качества процессов, возможных приложений, поскольку эти линии способны самовозбуждаться при изменении амплитуд входного сигнала и волны накачки. В силу специфики процессов в ПЛ, единого достаточного и необходимого критерия оценки устойчивости ПЛ пригодной для практических расчетов. В теории ПЛ также актуально разработка алгоритма их синтеза по тем или иным характеристикам; практическую ценность имеет синтез ПЛ в комплексной области, поскольку изображения законов изменения РПЕ при корректном их вычислении преобразуются в оригиналы. Таким образом, решение поставленных задач, наряду с уже решенными, позволяет создать инженерную теорию ПЛ, основанную на ММод волновых процессов в ней.

Локальная устойчивость ПЛ

ММ локальной устойчивости ПЛ составляется на основе известных решений ТУ и их анализе при малых возмущениях входного сигнала и волны накачки: линия устойчива, если при этих возмущениях исследуемые решения неограниченно не возрастают. Этот критерий может использоваться для оценки достаточности устойчивости режимов работы ПЛ на любых интервалах $t_1 \leq t \leq t_2$.

Решение ТУ мажорируется соотношением (I2) и при возмущениях $\Delta E \cdot f(t-\tau)$, $\Delta C \cdot f(t-\tau)$ ($t_1 \leq t \leq t_2$) его решение $\bar{u}^*(x, t) = \bar{u}(x, t) + \Delta u(x, t)$, $\Delta u(x, t) = \Delta E \cdot f(t-\tau - x/v) +$
 $+ \frac{\rho \cdot \Delta C}{2} \int_0^x \left(\frac{\partial u(t-\tau - x/v)}{\partial t} \right) dy + \frac{\Delta C}{2C(0)} (\Delta E + E(\tau, x/v))$. При ограниченных значе-

ниях $E(t)$, ΔE , ΔC $|\Delta u(x, t)| \leq (1 + \frac{\Delta C}{C(0)}) \Delta E + \frac{\Delta C}{2C(0)} (E_1 + \frac{x}{v} E_2)$ неограниченно не воз-
 растает, следовательно, $|\bar{u}^*(x, t)| \leq (E_1 + \frac{C_1^* E_2}{C_2^*}) \exp(\gamma x) - \frac{C_1^*}{C_2^*} E_2 + (1 + \frac{\Delta C}{2C(0)}) \Delta E +$
 $+ \frac{\Delta C}{2C(0)} (E_1 + \frac{x}{v} E_2)$. С увеличением времени это соотношение не возрастает,

ПЛ локально устойчива. Незатухающие возмущения - это сдвиг волны напря-
 жения вдоль ПЛ, она устойчива по отношению к любым возмущениям за иск-
 лючением сдвига по x , которое нарастает экспоненциально. При исследова-
 нии на устойчивость ПЛ с периодически изменяющейся РПЕ рассматривают
 две ММ: нерезонансную и резонансную. Первая соответствует ПЛ, собствен-
 ные частоты которой не совпадают с частотой входного сигнала и порожда-
 емыми им и волной накачки ЭМВ комбинационных частот. Устойчивость нерезо-
 нансных ПЛ рассматривается на ММ (9), решение которой не имеет секу-
 лярных членов; поэтому при $t \rightarrow \infty$ согласно лемме Гронуолла-Беллмана расс-
 матриваемая линия локально устойчива. Вторая модель соответствует ПЛ,
 собственные частоты которой совпадают с частотами распространяющихся в
 ней ЭМВ; в этом случае в линии генерируются зоны неустойчивости, свя-
 занные с возникновением резонансов на определенных частотах.

Об одном частном случае синтеза ПЛ

Задача синтеза ПЛ состоит в восстановлении ДУ по его решениям при за-
 данных начальных и граничных условиях; она упрощается при определении
 коэффициентов ТУ для линий известной структуры. Подставив известные ре-
 шения ТУ в эти уравнения, находят значения искомой функции $C(t)$, являю-
 щейся решением ДУ или ИУ. В теории ПЛ существенный интерес представля-
 ет ПХ, нахождение которой является основной задачей анализа; по ней ве-
 дут синтез исследуемых линий. Частную задачу синтеза ПЛ по ПХ формули-
 руют так: по заданной ПХ (задается или определяется экспериментально)
 в сечении x бесконечно длинной линии определяют закон изменения $C(t)$.
 Процедура синтеза ПЛ включает в себя следующие операции: по заданной
 ПХ $h(x, t)$ определяют $h(x, \rho)$; определяют $h(x, t) = h_1(x, t) - h_2(x, \rho)$; с уче-
 том того, что $t_x = \Phi(x, \tau)$, находят $v(x, t) = dx/dt_x = v(t_x + \tau)$; вычисляют
 $dC(x, \tau)/d\Phi(x, \tau) = v(x, \tau) C'(x, \tau)$; подставляют в уравнение (I5) величину $h_1(x, \rho, \tau)$,

$h_1''(x, \rho, \tau) - \rho L(0)(\rho C(x, \tau) + v(x, \tau)C'(x, \tau))h_1(x, \rho, \tau) = 0$ и преобразуют его
 $h_2''(x, \rho, \tau)/h_2(x, \rho, \tau) - \rho^2 L(0)C(x, \tau) - \rho L(0)v(x, \tau)C'(x, \tau) = 0$ (24); представляют
 дробь $h_2''(x, \rho, \tau)/h_2(x, \rho, \tau) = \rho^2 \alpha_0(x, \tau) + \rho \alpha_1(x, \tau)(\alpha_0(x, \tau), \alpha_1(x, \tau) - \text{искомые функции});$
 произвольно задают величину $L(0)$; приравнивают коэффициенты уравнения
 (24) при одинаковых степенях ρ $\rho^2 \alpha_0(x, \tau) + \rho \alpha_1(x, \tau) - \rho^2 L(0)C(x, \tau) - \rho L(0)v(x, \tau) \times$
 $\times C'(x, \tau) = 0$ в результате чего получают $C(x, \tau) = \alpha_0(x, \tau)/L(0)$, $v(x, \tau)C'(x, \tau) =$
 $= \alpha_1(x, \tau)/L(0)$ (25); решение уравнения (25) при подстановке $\eta(x, \tau) = \sqrt{C(x, \tau)}$,
 $C'(x, \tau)/\sqrt{L(0)C(x, \tau)} = \alpha_1(x, \tau)/L(0)$, $\eta'(x, \tau) = \alpha_1(x, \tau)\sqrt{L(0)}/2$, $\sqrt{C(x, \tau)} = \frac{\sqrt{L(0)}}{2} \int_0^x \alpha_1(\xi, \tau) d\xi =$
 $= C(x, \tau)$ (26); сравнивают результаты, полученные по формулам (25),

(26); с учетом того, что $v(t) = v(t_x + \tau)$, записывают $C(t) = C(x, \tau) = C(t_x + \tau)$.

4. Моделирование отрезков ПЛ цепными схемами

Реализация двухпроводных линий передачи с РПЕ ИПЛ, явления в которых мо-
 моделируют процессы, происходящие в ПЛ и $R C(t)$ - структурах, и состоящих
 из последовательно соединенных Г-образных звеньев, собранных из идентич-
 ных элементов: индуктивностей, емкостей p - n переходов диодов, резисторов.
 ИПЛ удобные объекты рассмотрения с теоретико-волновой точки зрения: хо-
 рошо исследованы в теории электрических цепей; допускают реализацию раз-
 нообразных дисперсионных и нелинейных характеристик ПЛ путем простого
 подбора самих элементов, их номиналов и взаимного расположения; позволя-
 ют преодолеть конструктивные трудности (приемлемые габариты, малые по-
 тери, большие времена задержки). Разработка вопросов моделирования от-
 резков ПЛ ИПЛ актуально. Наиболее важно при решении поставленной задачи
 - определение числа звеньев n ИПЛ, моделирующих линии с контролируемой
 точностью.

Цепочечный эквивалент отрезка ПЛ

ПЛ разбивается на n участков длиной $\Delta l = \ell/n$ и в любом сечении с коорди-
 натой $k\Delta l \leq x < (k+1)\Delta l$ принимают

$$-u_x(x, t)\Delta l = L\Delta l i_x(x, t) \quad -i_x(x, t)\Delta l = [C(t)\Delta l u(x, t)]_t \quad (27)$$

При малых значениях $\Delta x \leq \Delta l$ $u(x + \Delta x, t) = u(x, t) + u_x(x, t)\Delta x(1 + \Delta_1)$, $i(x + \Delta x, t) =$
 $= i(x, t) + i_x(x, t)\Delta x(1 + \Delta_2)$, $[C(t)\Delta l u(x + \Delta x, t)]_t = [C(t)\Delta l u(x, t)]_t(1 + \Delta_3)$, $\Delta_1 \leq$
 $\leq |u_{xx}(x, t)/2u_x(x, t)|\Delta l$, $\Delta_2 \leq |i_{xx}(x, t)/2i_x(x, t)|\Delta l$, $\Delta_3 \leq |(1 + \Delta_1)[C(t)\Delta l u(x, t)]_{x,t}/$
 $/ [C(t)\Delta l u(x, t)]_t|$; при вычислении рядов для функций $u(x, t)$, $i(x, t)$
 ограничиваются тремя их членами и систему (27) преобразуют к виду

$$u(k\Delta l, t) - u((k+1)\Delta l, t) = L\Delta l i_x(k\Delta l, t)(1 + \Delta_1) \quad i(k\Delta l, t) - i((k+1)\Delta l, t) =$$

$$= [C(t)\Delta l u((k-1)\Delta l, t)]_t(1 + \Delta_2)(1 + \Delta_3). \quad (28)$$

При заданной точности $\delta \ll 1$, $\delta = \{\delta_1, \delta_2, \delta_3\}$ моделирования $\delta l_1 \leq 2\delta / |u_{xx}(x,t) / u_x(x,t)|$, $\delta l_2 \leq 2\delta / (|i_{xx}(x,t) / i_x(x,t)| + 2 |U_{x2}(x,t) / U_2(x,t)|)$, $\delta l \in \{\delta l_1, \delta l_2\}$.

Рассматривается ОЦС, состоящая из n последовательно соединенных Г-образных звеньев (рис. 4), для k -го звена которой

$$u_k(t) - u_{k+1}(t) = L \frac{di_k(t)}{dt} \quad i_k(t) - i_{k+1}(t) = \frac{d}{dt} [C_1(t) u_{k+1}(t)] \quad (29)$$

Системы (27) и (29) по форме аналогичны, поэтому ИПЛ может моделировать ПЛ. Для оценки значений функций $u(x,t)$, $i(x,t)$ определяют границы решений системы (2), записанной в матричной форме $-F_2(x,t) = A(t)F_2(x,t)$ ($\psi(x,t) = Li(x,t)$,

$$F(x,t) = \begin{pmatrix} U(x,t) \\ \psi(x,t) \end{pmatrix}, \quad A(t) = \begin{pmatrix} 0 & C(t) \\ L & 0 \end{pmatrix}; \quad \text{эти значения } u_{y2}(x,t), i_{y2}(x,t)$$

определяются решениями системы $-F_2(x,t) = A_{y2} F_2(x,t)$ ($A_{y2} = \begin{pmatrix} 0 & C_{y2} \\ L & 0 \end{pmatrix}$). На значения величин их оказывают влияние отражение ЭМВ от нагрузки, которые максимальны в режимах работы ПЛ холостого хода для волн напряжения и короткого замыкания для волн тока. При вычислении величин δl с точностью δ достаточно принять законы распределения напряжения и тока в ПЛ

$$u_{y2}(x,t) = \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left\{ E\left(t - \frac{2k(\ell+x)}{v_{y2}}\right) + E\left(t - \frac{2(k+\ell-x)}{v_{y2}}\right) \right\}, \quad i_{y2}(x,t) = \frac{1}{L} \sum_{k=0}^{\infty} E\left(t - \frac{2k\ell+x}{v_{y2}}\right) + E\left(t - \frac{2(k+\ell)-x}{v_{y2}}\right) \left(\rho_{y2} = \sqrt{L/C_{y2}} \right) \quad (61).$$

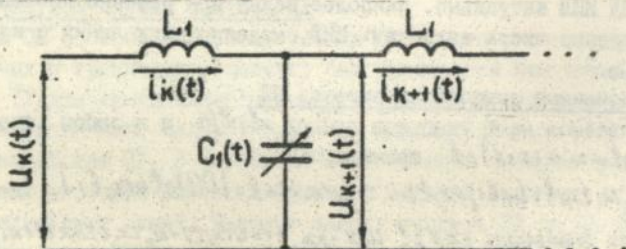


Рис. 4. Эквивалентная схема звена ИПЛ

Для отрезков $RC(t)$ -структур $\delta l_1 \leq 2\delta / |u_{xx}(x,t) / u_x(x,t)|$, $\delta l_2 \leq 2/3 \times$

$$\times |i_{xx}(x,t) / i_x(x,t)|, \quad \delta l \in \{\delta l_1, \delta l_2\}; \quad \text{в которых } u_{y2}(x,t) = \int_0^t \text{Erfi}(f_{y2}(x,t-\tau)) dE(\tau) + \int_0^t \sum_{k=0}^{\infty} (-1)^k \left\{ \text{Erfi}(f_{y2}(x,t-\tau)) - \text{Erfi}(f_{y2}(x,t-\tau)) \right\} dE(\tau), \quad i_{y2}(x,t) = \int_0^t \frac{\exp(-f_{y2}(x,t-\tau))^2}{\sqrt{x(t-\tau)}} dE(\tau).$$

$$\int_0^t \sum_{k=1}^{\infty} \frac{\exp(-\psi_{k2}(x, t-\tau)) + \exp(-\psi_{k2}(x, t-\tau))^2}{\sqrt{\pi(t-\tau)}} d\tau, f_{k2}(x, t) = \frac{x\sqrt{\alpha}}{2\sqrt{t}} \cdot \psi_{k2}(x, t) =$$

$$= f_{k2}(x, t) \frac{2\kappa l + x}{x}, \psi_{k2}(x, t) = f_{k2}(x, t) \frac{2\kappa l - x}{x}, \operatorname{Erf}(f_{k2}(x, t)) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{f_{k2}(x, t)} \bar{\Gamma}(\xi) d\xi,$$

$$\operatorname{Erf}(\psi_{k2}(x, t)) = 1 - \frac{2}{\sqrt{\pi}} \int_0^{\psi_{k2}(x, t)} \bar{\Gamma}(\xi) d\xi, \bar{\Gamma} = \sqrt{RC_{k2}}, \bar{\Gamma}(x) \cdot \exp(-x^2) [52].$$

Физическое моделирование волновых процессов в ПИ

Условия подобия ПИ и ее модели $\bar{Q}(\bar{x}, \bar{t}) = \alpha Q(x, t)$, $\bar{\Psi}(\bar{x}, \bar{t}) = \beta \Psi(x, t)$, $\bar{x} = fx$, $\bar{t} = ht$ ($\bar{Q}(\bar{x}, \bar{t})$, $\bar{\Psi}(\bar{x}, \bar{t})$ – законы распределения электрического заряда и магнитного потока в модели; α, β, f, h – численные масштабы), из которых определяют $\bar{i}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{Q}'_x(\bar{x}, \bar{t}) = \alpha i(x, t)/h$, $\bar{u}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{\Psi}'_x(\bar{x}, \bar{t}) = \beta u(x, t)/h$.

Для соблюдения условий подобия модель выполняют из элементов, подобных элементам каждого сечения линии и соединяют их в той же последовательности; имеют $\bar{R} = \bar{u}(\bar{x}, \bar{t}) / \bar{i}(\bar{x}, \bar{t}) = \alpha R$, $\bar{L} = \bar{\Psi}(\bar{x}, \bar{t}) / \bar{i}(\bar{x}, \bar{t}) = \beta L$, $\bar{C}(t) = \bar{Q}'_x(\bar{x}, \bar{t}) / \bar{u}(\bar{x}, \bar{t}) = \bar{f} C(t)$ ($\bar{\alpha} = \alpha/\beta$, $\bar{t} = \beta h/\alpha$, $\bar{f} = \alpha h/\beta$).

Для ФМод волновых процессов в ПИ необходимо: вычислить длину отрезка Δl ПИ эквивалентного одному звену ИПИ; вычислить число звеньев $n = l/\Delta l$ ИПИ эквивалентной исследуемой ПИ; вычислить параметры элементов звеньев ИПИ $L_n = L_0 \Delta l$, $C_n(t) = C(t) \Delta l$, $R_n = R \Delta l$; составить для ПИ модель и вычислить ее параметры \bar{L} , $\bar{C}(t)$, \bar{R} ; определить параметры модели для эквивалентной ИПИ $\bar{L}_n = \bar{L} \Delta l$, $\bar{C}_n(t) = \bar{C}(t) \Delta l$, $\bar{R}_n = R \Delta l$.

Условия подобия RC(t) – структуры и ее модели $\bar{Q}(\bar{x}, \bar{t}) = \alpha Q(x, t)$, $\bar{u}(\bar{x}, \bar{t}) = \beta u(x, t)$, $\bar{x} = fx$, $\bar{t} = ht$ ($\bar{u}(\bar{x}, \bar{t})$ – закон распределения напряжения в модели).

Параметры модели для исследуемой RC(t) – структуры $\bar{R} = \bar{\alpha} R$, $\bar{C}(t) = \bar{f} C(t)$ ($\bar{\alpha} = \beta h/\alpha$, $\bar{f} = \alpha/\beta$); для ФМод электрических процессов в них необходимо выполнить те же операции, что и при ФМод отрезков ПИ.

5. Радиоэлектронные устройства на отрезках ПИ

Перспективно для улучшения характеристик РЭ устройств применять в них четверть и полуволновые отрезки ПИ с дискретно изменяющейся РПЕ, линии с регулируемой величиной времени задержки [19, 21, 35, 47, 51, 53, 63, 65].

Короткозамкнутые и разомкнутые отрезки ПИ как элементы РЭ устройств
Короткозамкнутый отрезок. Рассматривается последовательно соединенные резистор R и короткозамкнутый отрезок двухпроводной линии без потерь с распределенной емкостью $C(u)$ (рис. 5). На входе устройства действует

напряжении $E(t) = E \sin \omega t$, $u(t) = E(t) + u_0 + u_n(t)$; при $E \ll |u_0 + u_n(t)|$ ВхС линии $Z_0 = j\rho(u_0) \operatorname{tg} \omega(\ell/v(u_0))$, $j = \sqrt{-1}$. ВхС устройства $Z = Z_0 + R$, выбирает $L, C(u_0)$, ℓ такими, чтобы $\omega \ell/v(u_0) = \kappa \pi$ ($\kappa = 1, 2, \dots$); тогда на частотах $\omega_1 = \kappa \pi v(u_0)/\ell$, $l=0$, $Z=R$, на резисторе R падение напряжения $E(t)$.

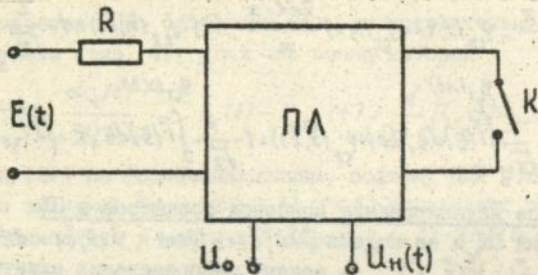


Рис. 5. Электрическая схема устройства

Если РПЕ ПЛ находится под напряжением $u = u_0 + u_n(t)$, при котором $(1 - 1/2\kappa) \times C(u_0) = C(u_0 + u_n(t))$, $\omega_1 \ell/v(u_0 + u_n(t)) = (2\kappa + 1)\pi/2$, $l=0$ и устройство подавляет входной сигнал. Устройство при изменении напряжения накачки от 0 до $u_n(t)$, обеспечивающего изменение РПЕ в $1/(1 - 1/2\kappa)^2$, пропускает или подавляет сигнал $E(t)$. Выходное напряжение устройства при изменении напряжения на РПЕ $u(t) = \begin{cases} u_0 & \text{при } t < t_1, \quad t > t_2 \quad (t_1 < t_2) \\ u_0 + u_n(t) & \text{при } t_1 \leq t \leq t_2 \end{cases}$ определяется соотношениями:

$$0 < t \leq t_1, \quad u_R(t) = \frac{\Gamma_1}{1 + \Gamma_1} \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t - \tau_1) + E(t - \tau_2)\}; \quad t_1 \leq t \leq t_2, \quad u_R(t) = E(t) - \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \times$$

$$\times \{E(t - \tau_1) - E(t - \tau_2)\} - \Gamma_1 \Gamma_2 E(t_1) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{1(u - t_1 - \tau_2)\} - \Gamma_2 E(t_1) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{1(u - t_1 - \tau_1) - 1(u - t_1 - \tau_2)\};$$

$$t_2 < t < \infty, \quad u_R(t) = E(t) - \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t - \tau_1) - E(t - \tau_2)\} - \Gamma_1 \Gamma_2 \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t_2) (1(u - t_1 - \tau_2) - E(t_2) (1(u - t_1 - \tau_1) - 1(u - t_1 - \tau_2))) - \Gamma_2 \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t_2) (1(u - t_1 - \tau_1) - 1(u - t_1 - \tau_2)) - E(t_2) (1(u - t_1 - \tau_1) - 1(u - t_1 - \tau_2))\},$$

$$\text{где } \Gamma = \frac{R - \rho(u_0)}{R + \rho(u_0)}; \quad \Gamma_1 = \frac{R}{\rho(u_0)}; \quad \Gamma_2 = \frac{\Delta C}{C(u_0)}; \quad \tau_1 = \frac{2\kappa \ell}{v(u_0)}; \quad \tau_2 = \frac{2(\kappa + 0,5)\ell}{v(u_0)}; \quad \tau_3 = \frac{2(\kappa + 1)\ell}{v(u_0)}$$

при $\rho(u_0) = R$ время установления $u_R(t)$ близко к нулю.

Разомкнутый отрезок. Для описанного устройства с разомкнутой линией ВхС

$Z_1 = -j\rho(u)ctg\omega l/v(u)$. На частотах входного сигнала $\omega_1 = \kappa\pi v(u_0)/l$ $|Z_1| \rightarrow \infty$, $Z_1 \rightarrow \infty$; при $C(u_0 + u_n(t)) = C(u_0)(1 - 1/2\kappa)^2$, $\omega_1 l/v(u_0 + u_n(t)) = (2\kappa - 1)\pi/2$, $|Z_1| \rightarrow 0$, $Z_1 \rightarrow R$. Таким образом, устройство при изменении напряжения накачки от 0 до $u_n(t)$, обеспечивающего изменение РПЕ в $1/(1 - 1/2\kappa)^2$, подавляет или пропускает сигнал $E(t)$. Выходное напряжение устройства определяется соотношениями

$$0 < t \leq t_1, \quad u_n(t) = \frac{\Gamma_1}{1 + \Gamma_1} \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t - \tau_1) - E(t - \tau_2)\}; \quad t_1 < t \leq t_2, \quad u_n(t) = E(t) - \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t - \tau_1) + E(t - \tau_2)\} - \Gamma_1 \Gamma_2 E(t) \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{1(t - t_1 - \tau_2) + 1(t - t_1 - \tau_3)\}; \quad t_2 < t < \infty, \quad u_n(t) = E(t) - \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t - \tau_1) + E(t - \tau_2)\} - \Gamma_1 \Gamma_2 \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t_1)1(t - t_1 - \tau_2) + E(t_2)1(t - t_2 - \tau_2)\} - \Gamma_2 \sum_{\kappa=0}^{\infty} \Gamma^{\kappa} \{E(t_1)1(t - t_1 - \tau_1) + 1(t - t_1 - \tau_2)\} - E(t_2)1(t - t_2 - \tau_1) + 1(t - t_2 - \tau_2)\} \quad ; \quad \text{при } R = \rho(u_0) \text{ время установления } u_n(t) \text{ близко к нулю.}$$

Такие отрезки ПЛ применяются в РЭ устройствах. 1. Бесконтактный коммутатор. Обеспечивает коммутацию ВЧ сигналов, моделирует колебательную систему с запаздывающей обратной связью [47]. 2. Дискретизатор гармонических колебаний. Превращает электромагнитные колебания в последовательность импульсов, моделирует решетчатую функцию для гармонических сигналов. 3. ВЧ селектор. Выделяет из полигармонического сигнала гармонику данной амплитуды и частоты [53]. 4. Параметрические аналоговые логические элементы. Выполняют операции логического сложения, умножения и отрицания аналоговых гармонических сигналов [19]. 5. ВЧ амплитудный квантователь. Кодировывает дискретные сигналы уровнями амплитуд гармонических колебаний, несущих информацию. 6. ВЧ ограничитель амплитуды. Ограничивает рост амплитуд гармонических сигналов.

Анализ однородной ИПЛ

Использование в качестве элементов РЭ устройств короткозамкнутых и разомкнутых многозвенных отрезков ИПЛ, работающих в режиме дискретного изменения ее параметров, вызывает необходимость разработки алгоритма для определения резонансных частот ОЦС без решения алгебраических уравнений высоких степеней относительно ω . Звенья образованы индуктивностью L_1 в продольной и дискретно изменяющейся емкостью $C_1(t)$ в поперечной ветвях и пронумерованы по порядку от I до n слева направо. Рассматривается

одиночное звено n - I (рис. 6), импеданс которого $Z_1 = \frac{\alpha + 1}{\rho C_1} = \frac{Z_1(\alpha)}{\rho C_1 \varphi_1(\alpha)}$

$(\alpha = \rho^2 L_1 C_1, \rho = j\omega)$; для двухзвенной схемы $Z_2 = \rho L_1 + \frac{Z_1}{1 + \rho C_1 Z_1} = \frac{\alpha^2 + 3\alpha + 1}{\rho C_1 (\alpha + 2)} = \frac{f_2(\alpha)}{\rho C_1 \varphi_2(\alpha)}$

При переходе к ОЦС с большим числом звеньев операции по определению по-

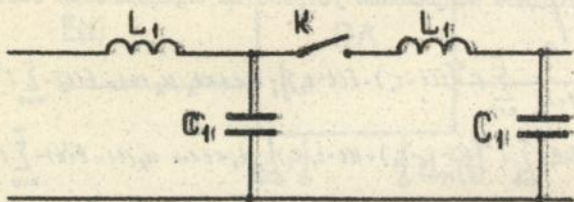


Рис. 6. Одиночное звено ОЦС

линомов f_n и φ_n упрощаются наличием рекуррентных связей между этими полиномами с соседними индексами, вытекающими из самой их структуры. Пос-

кольку $Z_n = \rho L_1 + \frac{Z_{n-1}}{1 + \rho C_1 Z_{n-1}} = \frac{(\alpha+1)f_{n-1} + \alpha\varphi_{n-1}}{\rho C_1 (f_{n-1} + \varphi_{n-1})}$, $f_n = (\alpha+1)f_{n-1} + \alpha\varphi_{n-1}$, $\varphi_n = f_{n-1} + \varphi_{n-1}$,

после преобразований имеют

$$f_n = (\alpha+2)f_{n-1} - f_{n-2}, \quad \varphi_n = (\alpha+2)\varphi_{n-1} - \varphi_{n-2} \quad (30)$$

Задача считается решенной, если установлен алгоритм нахождения корней полиномов, определяющих импеданс ОЦС и позволяющий проводить их факторизацию; его можно установить, если найти последовательности f_n, φ_n , являющиеся решениями однородных линейных конечно-разностных уравнений (30) и имеющих вид $f_n = A_1 \lambda_1^n + A_2 \lambda_2^n$, $\varphi_n = A'_1 \lambda_1^n + A'_2 \lambda_2^n$ ($\lambda_{1,2}$ — корни характеристического уравнения $\lambda^2 - (\alpha+2)\lambda + 1 = 0$, $A_{1,2}, A'_{1,2}$ — постоянные, определяемые на граничных условиях $f_1, \varphi_1, f_2, \varphi_2$). Отсюда, $\lambda = (\alpha+2)/2 \pm \sqrt{(\alpha+4)/4}$ и для ОЦС разомкнутой $f_n = (\lambda^{2n+1} + 1)/\lambda^n(\lambda+1)$, $\varphi_n = (\lambda^{2n} - 1)/\lambda^{n-1}(\lambda^2 - 1)$, $Z_n = (\lambda - 1)(\lambda^{2n+1} - 1)/j\omega C_1 \lambda^n \times (\lambda^{2n} - 1)$, короткозамкнутой $f_n = (\lambda - 1)(\lambda^{2n} - 1)/\lambda^n$, $\varphi_n = (\lambda^{2n+1} - 1)/\lambda^{n-1}(\lambda + 1)$, $Z_n = (\lambda^{2+1}) \times (\lambda^{2n} - 1)/j\omega C_1 \lambda (\lambda^{2n-1} + 1)$; полученные соотношения для вычисления импедансов ОЦС позволяют решить поставленную задачу, так как корни числителей и

знаменателей дробей $\lambda_1 = 1$, $\lambda_2 = \sqrt{-1}$, $\lambda_3 = \sqrt{1}$, $\lambda_4 = \sqrt{-1}$. После соответствующих упрощений и вычислений $Z_n(j\omega) = j\omega L_1 \prod_{k=0}^{n-1} (j\omega - j\omega'_{1k})(j\omega - j\omega'_{2k}) \Phi(j\omega)$,

где $\Phi(j\omega) = 1/(1 - \frac{\omega^2}{2\bar{\omega}^2} + \sqrt{\frac{\omega^2}{\bar{\omega}^2} - \frac{(\omega^2}{4\bar{\omega}^2} - 1)}) \prod_{k=0}^{n-1} (j\omega - j\omega''_{1k})(j\omega - j\omega''_{2k})$; $\bar{\omega} = 1/\sqrt{L_1 C_1}$;

для разомкнутых ОЦС $j\omega'_{1k, 2k} = \pm 2j\bar{\omega} \sin \gamma'_{k, 2k}$, $\gamma'_{k, 2k} = \frac{2k+1}{2n+1} \frac{\pi}{2}$, $j\omega''_{1k, 2k} = \pm 2j\bar{\omega} \sin \gamma''_{k, 2k}$,

$$\gamma_k' = \frac{k\pi}{2n}; \text{ для короткозамкнутой ОЦС } j\omega'_{k,2k} = \pm 2j\bar{\omega} \sin \bar{\gamma}_k', \quad \bar{\gamma}_k' = \frac{k\pi}{2n}, \quad j\omega'_{k,2k} = \\ = \pm 2j\bar{\omega} \sin \bar{\gamma}_k'', \quad \bar{\gamma}_k'' = \frac{2k+1}{2n-1}.$$

Параметрическая линия задержки (ПЛЗ)

ПЛЗ могут найти применение в РЭ технике для преобразования импульсов и управления ими; представляют короткозамкнутую ИЛЛ, предназначенную для формирования импульсов заданной амплитуды A и длительности t_u , содержат n $LC(u)$ -звеньев, к емкостям которых приложено напряжение $u(t) = u_0 + u_n(t)$. Время задержки линии $t_g = n\sqrt{LC(u)}$, в k -ом звене при действии на вход ПЛЗ импульса напряжение $u(k, t) = u_1(k, t) + u_2(k, t) + u_3(k, t)$ — соответственно прямой и отраженный импульсы). При определенных значениях напряжения $u(t)$ импульсы $u_{2,3}(k, t)$ сливаются в начале линии, удвоенный импульс вызывает срабатывание выходного устройства и выполняется преобразование импульса или формируется сигнал для управления им.

1. Делитель частоты повторения импульсов. На входе ДЧ $u_g(t) = \alpha_1 \varepsilon + \alpha_2 u_{ex}(t)$

$$(\varepsilon - \text{напряжение источника питания}; u_{ex}(t) = A \sum_{m=0}^{\infty} \{ \delta(t - mT) - \delta(t - (m+1)T - t_u) \} - \text{последовательность}$$

прямоугольных импульсов; T — период следования импульсов;

α_2 — коэффициент пропорциональности; $s = 1, 2, \dots$), на входе ПЛЗ $u_1(0, t) = \alpha_1 \varepsilon + \alpha_2 u_{ex}(t)$, $u_2(0, t) = \alpha_1 \varepsilon + \alpha_2 u_{ex}(t)$; тогда $u(0, t) = \alpha_1 A \{ \delta(t - mT - 2t_g) + \delta(t - mT - t_u) - \delta(t - mT) - \delta(t - mT - t_u - 2t_g) \}$ и $u(0, t) = \begin{cases} 2\alpha_2 A & \text{при } t_g = t_u/2 \\ \alpha_2 A & \text{при } t_g \neq t_u/2 \end{cases}$. При $t_g = t_u/2$ прямой и отраженный

импульсы сливаются, удвоенный фронт импульса открывает транзисторный ключ, формирующий импульс. При делении частоты в отношении $m : 1$ (m — любое целое число) удвоение фронта импульса происходит при поступлении m -го импульса на вход ДЧ. Импульсы накачки поступают на обкладки конденсатора, суммируются на нем и после действия m -го напряжения, приложенное к РПЕ ПЛЗ, $u = u_0 + \alpha_2 A t$, при котором $t_g = t_u/2 [2I]$.

2. Импульсный коммутатор аналогичен ДЧ. На вход ПЛЗ поступает непериодическая последовательность идентичных импульсов, а в цепь накачки — управляющий импульс u_y длительностью t_{uy} ; если $t_{uy} > t_u$, $t_g = n\sqrt{LC(u_0 + u_y)} = t_u/2$, импульс удвоенного напряжения открывает транзисторный ключ, формирующий коммутируемый импульс [63].

3. Селектор импульсов осуществляет амплитудно-широтную селекцию импульсов при действии на вход ПЛЗ последовательности импульсов с параметрами A_k , t_{uk} , а в цепи накачки импульсов с параметрами A , t_u . Если для k -го импульса $A_k = A$, $t_{uk} = t_u$, $t_g = n\sqrt{LC(u_0 + \alpha_2 A)} = t_{uk}/2$, импульс удвоенного напряжения

открывает транзисторный ключ, формирующий импульс с заданными параметрами.

4. Контроль уровня напряжения можно осуществить, если на вход ДЧ подавать периодическую последовательность идентичных импульсов, в цепь накачки — постоянное напряжение пропорциональное измеряемому. При условиях, сформулированных выше, формируется импульс удвоенного напряжения, включающий индикатор контроля [65].

5. Программатор для управления объектами сельскохозяйственного производства (СХП) имеет электронное реле времени с регулируемой выдержкой от долей секунд до нескольких часов; реле после установки выдержек и пауз отсчитывает заданные интервалы, включая и выключая нагрузку по заданной программе, и имеет мультивибратор, ДЧ, шестиразрядный триггерный счетчик, логические элементы "И", усилители, исполнительные устройства, коммутирующие электромагнитные реле. Формируемое время задержки импульсов, записанное в двоичном коде, при определенной комбинации открытых и закрытых триггерных ячеек счетчика и включенных входов логических элементов, обеспечивает работу нагрузки по программе [35, 51].

Применение параметрических устройств в системах автоматического управления технологическими процессами СХП

Перспективно использование в электронной аппаратуре сельскохозяйственного назначения параметрических устройств, позволяющих расширить функциональные возможности применяемых приборов и устройств, применяемых в системах автоматического управления технологическими процессами и контроля их параметров, управления объектами СХП [29].

1. Установка ИСУФ-1 для ИК обогрева и УФ облучения молодняка животных работает по заданной программе; применение $RC(t)$ интегрирующей ИПП, емкости которой модулируются световым потоком, обеспечивает изменение времени работы установки при колебаниях напряжения в сети [27].

2. Контроль дозы УФ облучения ОПВ (облучатель потолочный бактерицидный), применяемого для обеззараживания молока, аналогичен рассмотренному выше [32, 49].

3. Стабилизатор напряжения электроосветительной нагрузки с вольдобавочным трансформатором, в первичной обмотке которого регулируется среднее значение тока за счет изменения угла включения тиристора. Фазоимпульсное управление тиристором осуществляется $RC(t)$ ИПП, являющейся управляемым комплексным сопротивлением, реактивная составляющая которого модулируется амплитудой напряжения сети [3, 26, 38, 50].

4. Контроль технического состояния вентиляторов установки "Климат-47". При отказах вентиляторов (примерзание лопастей, обрыв крыльчаток, заклинивание валов и т.д.) магнитные пускатели (МП) не срабатывают. Эффектив-

но применение устройства защиты, в котором $LC(t)$ ИПЛ используется в качестве переменного управляемого напряжением сопротивления. При изменении рабочих характеристик вентиляторов датчики формируют импульсы напряжения, вызывающие скачкообразное изменение ВхС ИПЛ и отключение питания МП [16, 28, 55].

5. Установка ЭТХО соломы постоянным током применяется для повышения питательности и поедаемости корма. Через массу корма, смешенного с водой, известью, мочевиной, поваренной солью пропускают электрический ток, нагревающий ее до 100°C ; при этом электропроводность смеси увеличивается в 3...5 раз, что отрицательно влияет на работу электрифицированных объектов СХП. Поэтому необходимо в процессе ЭТХО соломы поддерживать в установке заданный ток, что достигается изменением угла включения тиристора, через который она питается. Применение $LC(t)$ ИПЛ в качестве регулируемой формирующе-трансформирующей ПЛЗ в схеме управления тиристора позволяет осуществить задержку включающего тиристор импульса, вдвое увеличить его амплитуду, пропорциональную разности температур корма заданной и текущей, что уменьшает угол включения и форсирует процесс ЭТХО [25, 30, 33, 45, 56].

6. ЭСГ. Применяется для обеззараживания грунта теплиц и сохранения его плодородия. В процессе стерилизации грунт нагревается в ящиках-стерилизаторах переменным током до $90...95^{\circ}\text{C}$, при этом его электропроводность увеличивается в 3,5...4,5 раза; для поддержания определенной плотности тока в ЭСГ применяется тиристорный регулятор тока, в котором для управления углом включения тиристора используется $RC(t)$ ИПЛ, нагруженная на конденсатор [20, 24, 40, 41].

7. ЭРЗ применяется для отпугивания рыбы от опасной зоны, вырабатывает импульсы с параметрами $A = 1,5...3$ кВ, $I_{\text{н}} = 30...40$ мА, $t_{\text{н}} = 10...15$ мкс и вызывает реакцию возбуждения у рыбы. Заградитель питается от источника постоянного напряжения 12 В, имеет два ряда опущенных на всю глубину ограждения в воду электродов; в качестве накопителя электрической энергии используется нагруженная на конденсатор $LC(t)$ ИПЛ, обладающей трансформирующим свойством и разряжающаяся через трансформатор в воду при появлении рыбы в ограждаемой зоне. Применение в ЭРЗ ИПЛ в качестве накопителя электрической энергии и трансформирующе-формирующей цепи позволяет генерировать импульсы высокого напряжения на активно-индуктивной нагрузке при низковольтном источнике питания [31, 34, 42-44, 46].

8. ЭИ для животных аналогична по конструкции и принципу действия ЭРЗ. В ЭИ разряд накопителя через трансформатор в ее провод происходит при прикосновении животного к нему [9, 11, 13, 48].

7. Исследование ПЛ методами физического моделирования

Исследованы на интервале $0 < t \leq t_c$ ЭМ ПЛ с параметрами $L, C(t) = C(0) \exp(\pm t \ln 2)$, $t_g = 0,4 \mu\text{кс}$, $E(t) = 0,4 \cdot 1(t) \text{ В}$, нагруженных на сопротивления $R_{H1} = \sqrt{L/C(0)}$, $R_{H2} = \sqrt{L/C(1)}$, $R_{H3} = \sqrt{L/C(t)}$. С точностью до 2,8% проведены кусочно-ступенчатая аппроксимация шагом $\Delta t = 0,25 \text{ нс}$ функций $C(t)$, ПЛ заменены с точностью до 4,7% двенадцатизвенными $L, C_i(t)$ ИПЛ, каждое звено которой состоит из индуктивности и дискретно изменяющейся емкости $C_i(t)$; все численные масштабы при ЭМод IO, $t_c = 10 \text{ нс}$, $t_g = 1 \mu\text{кс}$. Расхождение экспериментальных и расчетных данных $u(\ell, t)$ соответственно при R_{H1} 18,6% и 17,9%; R_{H2} 18,2% и 19,1%; R_{H3} 11,1% и 10,9%.

8. Численный эксперимент на ЭВМ

Для проверки ММ ПЛ проведен численный эксперимент на ЭВМ ЕС-1030. Методом сеток решено уравнение $\partial^2 u(x, t) = \partial^2 v(x, t) / v^2(t)$ при $v(t) = v(0) \exp(-0,5 t \ln 2)$, $\ell = 6 \text{ м}$, $t_g = 50 \text{ нс}$, $0 < t \leq t_c$, $E(t) = 0,4 \cdot 1(t) \text{ В}$ и сравнено с результатами расчета, проведенными по разработанным методикам.

1. ПЛ бесконечной длины на интервале $0 < x \leq \ell$ при $Q(x, 0) = 0$, $Q_x(x, 0) = 0$, $Q(0, t) = Q_0(t) = C(0) E(t) \exp(\pm t \ln 2)$; с уменьшением шагов сеток с $\Delta \ell = 0,5 \text{ м}$, $\Delta t = 0,25 \text{ нс}$

до $\Delta \ell = 0,25 \text{ м}$, $\Delta t = 0,125 \text{ нс}$ точность расчетов возрастает на 7,5%, принимаем $\Delta \ell = 0,25 \text{ м}$, $\Delta t = 0,125 \text{ нс}$. Расхождение между расчетами величины $u(\ell, t) = Q(\ell, t) / C(t)$ по формуле (8) и методом сеток не превышает 8,3%.

2. Короткозамкнутая ПЛ при $Q(x, 0) = 0$, $Q_x(x, 0) = 0$, $Q(0, t) = Q_0(t)$, $Q(\ell, t) = 0$, $\Delta \ell = 0,25 \text{ м}$, $\Delta t = 0,125 \text{ нс}$. Расхождения между расчетами величин $u(0,25 \ell, t)$, $u(0,5 \ell, t)$, $u(0,75 \ell, t)$ выполненных по разработанной методике и числе $\bar{n} = 10$ членов рядов, взятых при численном обращении изображений $u(0,25 \ell, p)$, $u(0,5 \ell, p)$, $u(0,75 \ell, p)$ и расчетами, выполненными по методу сеток, не превышают 9,7%.

3. Разомкнутая ПЛ при $Q(x, 0) = 0$, $Q_x(x, 0) = 0$, $Q(0, t) = Q_0(t)$, $Q(\ell, t) = 2Q_0(t - t_g)$, $\Delta \ell = 0,25 \text{ м}$, $\Delta t = 0,125 \text{ нс}$. Расхождения между расчетами величин $u(0,25 \ell, t)$, $u(0,5 \ell, t)$, $u(0,75 \ell, t)$ выполненных по разработанной методике и числе $\bar{n} = 10$ членов рядов, взятых при численном обращении изображений $u(0,25 \ell, p)$, $u(0,5 \ell, p)$, $u(0,75 \ell, p)$ и расчетами, выполненными по методу сеток, не превышают 9,3%.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработанные для задач ПЛ и $RC(t)$ - структур методы решения ТУ с изменяющимися во времени по произвольному закону коэффициентами позволяют создать ММ и ЭМ волновых и электрических процессов в рассматриваемых системах с РПЕ при произвольных начальных и граничных условиях, оценивать их локальную устойчивость, выполнять синтез по ПХ, находить параметры эквивалентных систем с сосредоточенными параметрами. Исследование ПЛ и $RC(t)$ - структур с помощью разработанных ММ и ЭМ позволяет выявить их физические свойства, определить характеристики, найти области технического при-

менения.

Основные результаты работы

1. Обоснован выбор расчетных ММ и способы их физической реализации.
2. Определена связь закона изменения РПЕ с законом изменения напряжения накачки.
3. На основе лапласовского преобразования по переменной x ТУ разработаны ММ ПЛ бесконечной длины при заданных начальных и граничных условиях, позволяющие проводить расчеты с контролируемой точностью волновых процессов в них [57, 62, 64].
4. Показано, что для распространяющегося в ПЛ единичного импульса она может быть заменена ПЛ. Разработаны численно-аналитические ММ отрезков ПЛ, позволяющие проводить расчеты с контролируемой точностью волновых процессов в них [5-8, 18, 36, 54, 58-60].
5. Разработана универсальная численно-аналитическая ММ отрезков ПЛ и $RC(t)$ - структур, включающая кусочно-ступенчатую аппроксимацию функции, описывающей закон изменения РПЕ, определение с заданной точностью лапласовских изображений законов распределения искомым величин, численное обращение их изображений в оригиналы [10, 12, 14, 17, 37].
6. Разработана ММ локальной устойчивости нерезонансных ПЛ бесконечной длины по решениям их ТУ.
7. Предложена процедура синтеза бесконечно длинной ПЛ по ее ПХ, основанная на восстановлении коэффициентов ТУ, описывающих волновые процессы в этих линиях.
8. Разработанные ММ ПЛ и $RC(t)$ - структур применены для исследования приборов, устройств, схем автоматики и РЭ, применяемых в СХП и содержащих рассматриваемые электрические цепи [1-3, 9, 11, 15, 16, 23-30, 32-35, 39-46, 48-51, 55, 56].
9. Разработаны ММ короткозамкнутых и разомкнутых отрезков ПЛ с дискретно изменяющейся РПЕ, рассмотрены вопросы их применения в РЭ технике [19, 47, 53].
10. Найден алгоритм нахождения точных значений величин резонансных частот напряжений и токов для короткозамкнутых и разомкнутых ОЦС, состоящих из произвольного числа последовательно соединенных Г-образных LC- звеньев, без решения алгебраических уравнений высоких степеней [4].
11. На основе использования свойств ПЛ задержки предложены простые и надежные схемные решения импульсных устройств [21, 63, 65].
12. Для апробации разработанных ММ ПЛ и $RC(t)$ - структур проведены их экспериментальные исследования на ЭМ и численный эксперимент на ЭВМ ЕС-1030 [18, 19, 21, 22, 47, 53, 55, 57, 63].

Практические рекомендации

1. В научно-исследовательской работе применять: методы $M_{\text{Мод}}$ и $Q_{\text{Мод}}$ одномерных систем различной физической природы с распределенными переменными параметрами; разработанные $M_{\text{М}}$ для анализа и синтеза ПЛ, $RC(t)$ – структур, оценки их локальной устойчивости, $Q_{\text{Мод}}$ цепными схемами.
2. Для повышения эффективности РЭ техники рекомендуется: использовать ПЛ, $RC(t)$ – структуры и их модели для преобразования электрических сигналов в устройствах контроля параметров и управления технологическими процессами СХП; использовать короткозамкнутые и разомкнутые отрезки ПЛ с дискретно изменяющейся РПЕ для преобразования ВЧ аналоговых гармонических сигналов; применять ПЛ задержки для преобразования импульсных сигналов и управления ими.
3. В учебном процессе по курсам "Теоретические основы электротехники", "Техническая электродинамика", "Теория радиоэлектронных цепей и сигналов" и дисциплинам "Основы электроавтоматики", "Автоматизация и электрификация сельского хозяйства" целесообразно использовать: разработанные методы $M_{\text{Мод}}$, $Q_{\text{Мод}}$ ПЛ и $RC(t)$ – структур; принципиальные положения по применению параметрических цепей с РПЕ в устройствах и приборах электроавтоматики СХП.

Основное содержание доклада опубликовано в следующих работах

1. Арнаут В.И., Никитин Ю.П. Контроль за тваринами // Механізація сільського господарства. -1980. -№ 1. -С. 21-22.
2. Кийко В.Д., Бондарев В.Т., Никитин Ю.П., Сорочан П.П. Буксометр для трактора // Механізація сільського господарства. -1988. -№ 2. -С.12.
3. Коломойцев В.К., Никитин Ю.П., Крендель А.Н. Тиристорный стабилизатор напряжения // Машины и нефтяное оборудование. -1977. -№ 6. -С. 27-28.
4. Мирошниченко Л.С., Никитин Ю.П. Анализ однородных цепных схем // Изв. АН СССР, отд. физико-математических и геолого-минералогических наук. -Душанбе: Дониш. -1967. -№ 4 (26). -С. 48-58.
5. Никитин Ю.П. Переходные процессы в неоднородных линиях // Теоретическая электротехника. -Львов: Вища школа. -1969. -Вып. 6. -С. 66-72.
6. Никитин Ю.П. Применение операционного исчисления для приближенного анализа электрических цепей с распределенными, переменными во времени параметрами // Электроника и моделирование. -К.: Наук. думка. -1976. -Вып. 13. -С. 18-21.
7. Никитин Ю.П. Приближенный анализ параметрической цепи с распределенными параметрами // Радиоэлектронные цепи и передача информации. -К.: Наук. думка. -1977. -С. 36-43.
8. Никитин Ю.П. Импульсная переходная функция линии с распределенными, переменными во времени параметрами // Изв. вузов. Радиоэлектроника. -1977. -Том XX, № 12. -С. 90-92.
9. Никитин Ю.П. Пульсатор оцифровального режима // Механізація сільського господарства. -1983. -№ 11. -С.16-17.
10. Никитин Ю.П. Применение операционного исчисления в теории неоднородно-параметрических линий // Проблемы нелинейной электротехники. -К.: Наук. думка. -1984. -С. 70-72.
11. Никитин Ю.П. Пульсатор электрической изгороди // Техника в сельском хозяйстве. -1984. -№ 6. -С. 29-30.

12. Никитин Ю.П. Параметрическая линия с постоянным волновым сопротивлением // Электронное моделирование. - 1985. - Том УП, № 4. - С. 85-87.
13. Никитин Ю.П. Высоковольтный пульсатор электрической изгороди // Механизация и электрификация сельского хозяйства. - К.: Урожай. - 1985. - Вып. 62. - С. 48-53.
14. Никитин Ю.П. Распространение электромагнитных колебаний в неоднородно-параметрической линии с постоянным волновым сопротивлением // Моделирование сложных процессов и систем. - К.: Наук. думка. - 1985. - С. 113-119.
15. Никитин Ю.П. Регулирование температуры воздуха // Техника в сельском хозяйстве. - 1987. - № 2. - С. 17.
16. Никитин Ю.П. Автоматичний пристрій контролю технічного стану вентиляторів // АПК. Наука, техніка, практика. - 1989. - № 2. - С. 29-30.
17. Никитин Ю.П. Об одном способе преобразования электрических сигналов // Техническая электродинамика. - 1990. - № 1. - С. 102-104.
18. Никитин Ю.П. Линия с дискретно изменяющейся распределенной емкостью // Теоретическая электротехника. - Львов: Вища школа. - 1990. - Вып. 49. - С. 55-61.
19. Никитин Ю.П. Аналоговые логические параметрические элементы // Электронное моделирование. - 1990. - Том XII, № 6. - С. 101-102.
20. Никитин Ю.П. Электронный стерилизатор гинта // Проблемы энергосбережения. - К.: Наук. думка. - 1990. - Вып. 4. - С. 92-97.
21. Никитин Ю.П. Параметрический делитель частоты повторения импульсов // Техническая электродинамика. - 1991. - № 1. - С. 34-37.
22. Никитин Ю.П. Численно-аналитическая расчетная модель линии с распределенной переменной емкостью // Теоретическая электротехника. - Львов: Вища школа. - 1992. - Вып. 51. - С. 79-85.
23. Никитин Ю.П., Арнаутов В.И., Крошаков И.С., Якимчук Г.С. Терморегулятор водонагревателя // Техника в сельском хозяйстве. - 1979. - № 5. - С. 31.
24. Никитин Ю.П., Бабич Л.А., Никитин П.Ю. Тиристорный стабилизатор мощности // АПК. Достижения науки и техники. - 1991. - № 9. - С. 38.
25. Никитин Ю.П., Бабич Л.О., Полщук Л.Г. Обработка соломы постоянным током // Механизация сельского хозяйства. - 1987. - № 10. - С. 18.
26. Никитин Ю.П., Бондарев В.Т., Винокур И.Л., Петров О.Я., Шнайдер Ю.Я. Стабилизатор напруги електроосвітлювального навантаження // Механізація та електрифікація сільського господарства. - К.: Урожай. - 1992. - Вип. 75. - С. 41-46.
27. Никитин Ю.П., Бондарев В.Т., Чумаков Г.А. Для автоматизации установки ИСУЗ-1 // Механизация и электрификация сельского хозяйства. - К.: Урожай. - 1990. - Вып. 71. - С. 50-54.
28. Никитин Ю.П., Бондарев В.Т., Чумаков Г.А., Никитин П.Ю. Автоматический контроль технического состояния вентиляторов // Механизация и электрификация сельского хозяйства. - К.: Урожай. - 1990. - Вып. 72. - С. 47-52.
29. Никитин Ю.П., Бондарев В.Т., Чумаков Г.А., Винокур И.Л. Электронное управление технологическими процессами в животноводстве. - Днепропетровск: ДСХИ. - 1990. - 40 с.
30. Никитин Ю.П., Винокур И.Л., Бабич Л.О. Обработку соломы усовершенствовано // Механизация сельского хозяйства. - 1986. - № 7. - С. 15-16.
31. Никитин Ю.П., Винокур И.Л., Никитин П.Ю., Петров О.Я., Чумаков Г.А. Электрический рибозагруджувальний пристрій // Механізація та електрифікація сільського господарства. - К.: Урожай. - 1991. - Вип. 73. - С. 80-85.
32. Никитин Ю.П., Винокур И.Л., Никитин П.Ю., Шнайдер Ю.Я. Устройство для контроля дозы облучения // Механизация и электрификация сельского хозяйства. - 1989. - № 2. - С. 18.
33. А.с. 1482653 (СССР). Устройство для электротермохимической обработки кормов // Ю.П. Никитин, И.Л. Винокур, Л.Г. Полищук, П.П. Сорочан. - Опублик. в БИ, 1989. № 20.
34. А.с. 1644861 (СССР). Электронный рибозаградитель // Ю.П. Никитин, И.Л. Винокур, И.Л. Пятигорец. - Опублик. в БИ, 1991. № 16.
35. Никитин Ю.П., Гутковський С.В., Никитин П.Ю., Чумаков Г.А. Прости!

- электронный програматор // Механізація та електрифікація сільського господарства.-К.: Урожай.-1991.- Вип. 74.- С. 54-57.
36. Никитин В.П., Камашкин О.В. Асимптотический ряд для анализа параметрической линии с распределенными параметрами // Теоретическая электротехника.- Львов: Вища школа.-1979.- С. 14-20.
37. Никитин В.П., Камашкин О.В. Расчет неоднородной полупроводниковой RC структуры // Электрические цепи, сигналы, системы.- К.: Наук.думка.- 1979.- С. 108-118.
38. Нікітін В.П., Кравченко В.І., Сорочан П.П. Трифазний регулятор напруги // Механізація сільського господарства.-1986.- № 12.- С. 18-19.
39. Никитин В.П., Никитин П.Ю. Регулятор тока электродного водонагревателя // Техника в сельском хозяйстве.-1990.- № 4.- С. 39-40.
40. Никитин В.П., Никитин П.Ю. Тиристорный электродный стерилизатор грунта // Механизация и электрификация сельского хозяйства.- 1990.- № 12.- С. 18-17.
41. Нікітін В.П., Нікітін П.Ю. Тиристорний регулятор струму // АПК.Наука, техніка, практика.- 1990.- № 12.- С. 45-46.
42. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Кийко В.Д., Петров А.Я., Сорочан П.П. Электрический рыбозаградитель // Мелиорация и водное хозяйство. - 1990.- № 1.- С. 25-26.
43. Нікітін В.П., Нікітін П.Ю., Петров О.Я. Рыбозагороджувальний пристрій // АПК. Наука, техніка, практика.- 1990.- № 7.- С. 45-46.
44. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Петров А.Я., Сорочан П.П. Электронный рыбозаградитель // Механизация и электрификация сельского хозяйства.- 1989.- № 11.- С. 62.
45. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Полищук Л.Г., Сорочан П.П. Установка для электротермохимической обработки соломы // Механизация и электрификация сельского хозяйства.-К.: Урожай.- 1989.- Вип. 69.- С. 84-90.
46. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Сорочан П.П. Электрический импульсный заградитель // Рыбное хозяйство.- 1987.- № 6.- С. 49-50.
47. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Сорочан П.П. Высокочастотный бесконтактный параметрический коммутатор // Техническая электродинамика.- 1989.- № 2.- С. 103-104.
48. Нікітін В.П., Нікітін П.Ю., Чумаков Г.А. Электроорожа для худоби // Механізація сільського господарства.- 1988.- № 12.- С. 9-10.
49. Нікітін В.П., Нікітін П.Ю., Чумаков Г.А. Автоматичний контроль дози ультрафioletового випромінювання // АПК. Наука, техніка, практика.- 1989.- № 11.- С. 16-17.
50. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Чумаков Г.А. Стабилизатор напряжения для электроосветительной нагрузки // Техника в сельском хозяйстве.- 1990.- № 1.- С. 59-60.
51. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Чумакова А.В. Электронное реле времени // Техника в сельском хозяйстве.- 1991.- № 2.- С. 60-61.
52. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Чумакова А.В. Моделирование отрезков одномерных распределенных RC(t) - структур цепными схемами // Изв. вузов. Электромеханика.- 1991.- № 11.
53. Никитин В.П., Никитин П.Ю., Якимчук Г.С. Высокочастотный селектор // Радиотехника.- Харьков: Вища школа.- 1990.- Вип. 94.- С. 119-121.
54. Никитин В.П., Онуфрик О.П. Приближенный метод расчета линии с неравномерно распределенными параметрами // Электронная техника. Серия 1. Электроника СВЧ.- 1976.- № 7.- С. 99-101.
55. Никитин В.П., Поддубиенко Н.Г. Автоматический контроль вентиляторов // Механизация и электрификация сельского хозяйства.- 1991.- № 10.- С. 25-26.
56. Никитин В.П., Полищук Л.Г., Сорочан П.П. Установка для обработки соломы // Кормовые культуры.- 1986.- № 1.- С. 40-42.
57. Никитин В.П., Сорочан П.П., Якимчук Г.С. Приближенный анализ линии с распределенной переменной емкостью // Теоретическая электротехника.-Львов: Вища школа.- 1988.- Вип. 44.- С. 75-82.

58. Никитин Ю.П., Торлопов А.А. Переходные процессы в периодически-неоднородных длинных линиях // Теоретическая электротехника.- Львов: Вища школа.- 1975.- Вып. 19.- С. 40-48.
59. Никитин Ю.П., Торлопов А.А. Распространение фронта электромагнитной волны в электрической цепи с распределенными, переменными во времени параметрами // Электричество.- 1976.- № 3.- С. 40-44.
60. Никитин Ю.П., Торлопов А.А., Якимчук Г.С. Неустановившиеся волновые процессы в линиях с неравномерно распределенными погонными параметрами // Электроника и моделирование.- К.: Наук. думка.-1974.-Вып.2.- С. 73-81.
61. Никитин Ю.П., Чумаков Г.А. Цепочечный эквивалент параметрической линии // Электронное моделирование.-1991.-Том XIII, № 3.- С. 52-54.
62. Никитин Ю.П., Чумаков Г.А. Параметрическая линия с полиномиально изменяющейся распределенной емкостью // Электронное моделирование.-1992.-Том XIV, № 1.- С. 106-108.
63. Никитин Ю.П., Чумакова А.А. Параметрический коммутатор импульсов // Электронное моделирование.- 1991.- Том XIII, № 1.- С. 105-107.
64. Никитин Ю.П., Чумакова А.В. Параметрический преобразователь частоты гармонических сигналов // Техническая электродинамика.- 1991.- № 5.- С. 39-44.
65. Никитин Ю.П., Якимчук Г.С. Для контроля уровня напряжения // Изв. вузов. Энергетика.- 1991.- № 6.- С. 35-38.

Личный вклад автора

Работы [5-22] написаны самостоятельно, в [27-29, 31, 35-37, 45, 47, 52-54, 57-65] Никитину Ю.П. принадлежит постановка задачи и методика решения, в [1, 3, 4, 23-26, 30, 32-34, 38-44, 46, 48-51, 55, 56] - методика решения, в [2] - постановка задачи.

Соискатель *Ю.П. Никитин*

Подписано к печати 08.12.1992г, формат 60x84/16
 Бумага офсетная Усл.-печ.лист, 2,0 Уч.-изд.лист 2,0.
 Тираж 100. Заказ 1291. Бесплатно

Полиграф. уч.-к Института электродинамики АН Украины,
 252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

469520

AB 26.587

AB 26.587