Інститут кібернетики ім. В. М. Глушкова АН України

На правах рукопису

Кратко Мирослав Іванович

Студії
з теорії автоматів, теорії інформаційних мереж та вибраних проблем дискретної математики

Спеціальність — 01.01.09 математична кібернетика

Дисертація у вигляді наукової доповіді
на здобуття наукового ступеня доктора фізико-математичних наук

Київ — 1992 р.

Робота виконанана в Інституті математики АН України

Офіційні опоненти :

доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент Російської АН
О.Б.Лупанов

доктор фізико-математичних наук, професор, член-кореспондент АН України
В.Н.Редько

доктор фізико-математичних наук,
А.О.Левитська

Провідна організація Київський політехнічний інститут

Захист відбудеться «22» I 1993 р.
на засіданні спеціалізованої вченої ради Д. 016 45.01
в Інституті кібернетики ім. В.М.Глушкова АН України
Київ, вул. Академіка Глушкова, 40

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту кібернетики ім. В.М.Глушкова АН України
Київ, вул. Академіка Глушкова, 40

Дисертацію розіслано «15» 12 1992 р.

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради, к. ф.-м. н. В.Ф.Синявський

І. Загальна характеристика роботи

Актуальність теми. Багато наукових проблем, що виникли з потреб конструювання пристроїв сучасної техніки, зокрема пристроїв автоматики, обчислювальної техніки, систем зв'язку, як також багато проблем, що постають у біології, економіці, соціології тощо, мають чітко виражений дискретний характер. Тому при теоретичних дослідженнях таких проблем застосовуються засоби та методи сучасної дискретної математики, яка, у порівнянні з дискретною математикою початку нашого століття, значно розширила свою область. Нині, крім традиційних розділів комбінаторики (до речі, також суттєво розширених), до дискретної математики долучилися такі нові дисципліни як теорія графів, теорія скінченних і нескінченних автоматів, теорія планування експериментів, теорія розкладів і багато інших. Актуальність та важливість досліджень в ділянці дискретної математики загально визнана. Студії, що складають предмет дисертації, стосуються двох напрямків — теорії автоматів і теорії інформаційних мереж, а також споріднених з ними (або таких, що близькі до них) проблем дискретної математики.

Автомати увійшли у сучасну математику як математичні моделі автоматичних і обчислювальних пристроїв. Перші публікації з теорії автоматів з'явилися у 30-х роках нашого століття (роботи А. Тюрінга та Е. Поста). З 50-х років розпочався бурхливий розвиток теорії скінченних автоматів, зумовлений потребами розвитку техніки релейно-контактних, автоматичних та обчислювальних пристроїв. Дещо пізніше, потреби програмування та необхідність враховувати складність обчислень привели до розширення модельної області і активного вивчення класів нескінченних автоматів, таких як автомати з магазинною пам'яттю, багатострічкові та багатоголовкові автомати, тощо. У дисертації розглянуті проблеми теорії автоматів, що належать до основоположних у цій ділянці. Це проблема мови задавання скінченного (абстрактного) автомата і проблема реалізації такого автомата у вигляді схеми (композиції автоматів), а також проблема побудови моделей самовідтворного автомата.

Теорія інформаційних мереж бере свій початок від задач, що виникли у телефонній та обчислювальній техніці, зокрема при проектуванні багатопроцесорних комп'ютерних систем та комп'ютерних мереж, а також від задач розпаралелювання обчислень, програмування тощо. У теоретико-графових термінах їх можна формулювати як задачі виділення систем маршрутів у графах даного роду, що мають ті чи інші бажані властивості, або як задачі побудови графів у яких такі системи маршрутів існують. Наші студії в основному зосереджувалися на задачі оптимальної системи комунікацій у багатопроцесорних обчислювальних системах. Як відомо, основні труднощі проектування таких обчислювальних систем з багатьма паралельно діючими процесорами зводяться до проблеми побудови каналів зв'язку між ними. Подальші дослідження у цій ділянці, які стосуються елементів загальної теорії інформаційних мереж, продиктовані як внутрішніми мотивами теорії, так і більш загальними задачами комунікаційного характеру.

До дисертації долучено також роботи дискертного напрямку, що мають безпосереднє відношення до викладених вище двох розділів: теорії автоматів та теорії інформаційних мереж. Це теоретичні роботи, що стосуються теорії графів, абстрактної теорії складності обчислень та теорії ймовірностей, а також роботи застосовного характеру в області дискретних перетворювачів, структури каналів зв'язку, розподілу пам'яті у комп'ютерах тощо. Причини включення цих робіт у дисертацію, їхня актуальність та важливість визначаються тим, що:

а) у них розв'язуються проблеми, сформульовані відомими вченими як важливі нерозв'язані задачі, від розв'язку яких залежить подальший успіх досліджень у даній галузі;

б) або вони стосуються проблем, що виникли безпосередньо при вирішенні практичних задач та вимагали теоретичного осмислення.

Мета роботи. Дослідження у ділянці теорії автоматів мали метою:

— вивчення багатопосилкових регулярних рахунків Поста, зв'ясування класів, породжуваних такими рахунками множин слів та можливостей використання їх для задавання скінченних автоматів [1, 2, 36];

— вивчення співвідношення між стабільними та регулярними ітеративними системами [3] та між стабільними ітеративними системами і машинами Тюрінга, що працюють на площині [4];

— з'ясування функціональних можливостей автоматів Беркса [5];

— вивчення предиката $R(\alpha,\beta)$: «скінченний автомат α реалізується у вигляді композиції елементів базису β » [6, 7, 8, 37, 38];

— вивчення аналогічного предиката для автоматів Реддінга [58];

— з'ясування можливості декомпозиції регулярних [9] і групових [39] ітеративних автоматів;

— формалізація кінематичної моделі самовідтворних автоматів [10, 43, 46] на основі поняття породжувального автомата.

Дослідження у ділянці теорії інформаційних мереж мали метою:

— вивчення різних варіантів сполучення процесорів у багатомашинних комп'ютерних системах [11, 12, 13, 14, 15, 16, 40, 45, 47], зокрема, розв'язання задачі Ю.Г.Решетняка про оптимальний метод сполучення при обмеженій ємності комутатора;

— вивчення проблем трикаскадних схем [17, 18, 20, 21, 41, 42] на основі моделей дводольних графів;

— вивчення проблем загальної теорії комунікаційних мереж та їхнє застосування для побудови паралельних обчислювальних систем [27].

В роботах, що близькі по своєму характеру до викладених вище двох напрямків і які включені в дисертацію ставилася мета:

— розв'язати поставлену В.М.Глушковим задачу про міру інформаційної надлишковості симетричної півгрупи [29];

— з'ясувати можливості узагальнення введеної М.Блюмом абстрактної міри складності обчислень та дослідити властивості цієї міри [29, 44, 51, 53, 54, 55];

— вивчити клас графів з даними щільністю та числом всесуміжності [32] та дати спосіб конструкції класу графів охоплення 5 та 6 [32];

— вивести теорему Б.С.Севастьянова, що стосується випадкових відображень та розбиттів скінченних множин з теореми де Брейна [33];

— розв'язати поставлену Є.Лосем проблему щодо характеристичних множин систем відношень еквівалентностей [34, 35, 56].

Методи досліджень. У дисертації використовуються методи математичної логіки та теорії автоматів, теорії графів і комбінаторики, теорії ймовірностей та загальної алгебри.

Наукова новизна. Результати, викладені у включених в дисертацію роботах є новими. Вони дають відповіді на низку проблем, сформульованих відомими вченими як важливі нерозв'язані проблеми, від вирішення яких залежить подальший прогрес досліджень у даних галузях. Закладені нові напрямки досліджень : у теорії скінчених автоматів — алгоритмічно нерозв'язні проблеми як у структурній так і в абстрактній теорії, та розвиток теорії самовідтворення на базі породжуючих автоматів; у теорії інформаційних мереж — дослідження трикаскадних схем на основі дводольних графів; у теорії складності обчислень — дослідження розширеного поняття абстрактної міри складності обчислень.

Автор уперше:

— доказав існування алгоритмічно нерозв'язних проблем у теорії скінченних автоматів та довів, що центральна проблема структурної теорії скінченних автоматів — проблема повноти — є алгоритмічно нерозв'язною;

— остаточно з'ясував прородживальні властивості регулярних рахунків Поста;

— розв'язав проблему Ф.Гені про співвідношення між регулярними та стабільними ітеративними системами;

— запропонував строгу математичну формалізацію кінематичної моделі самовідтворювального автомата фон Неймана на основі породжувального автомата;

— розв'язав проблему Ю.Г.Решетняка про степінь інформаційних графів;

— запропонував як модель трикаскадних схем використовувати дводольні графи з фарбованими ребрами, що дало можливість на цій основі розв'язати низку відкритих проблем та значно спростити доведення ряду відомих теорем цієї теорії;

— заклав основи загальної теорії інформаційних мереж;

— дав оцінки міри інформаційної надлишковості симетричної півгрупи степені N нижчі за N^3 (задача В.М.Глушкова);

— запропонував узагальнення блюмівської міри складності обчислень та довів низку загальних теорем для такої міри;

— запропонував нове просте доведення теореми Б.С.Севастянова про випадкові відображення і розбиття скінченних множин оперте на теорему де Брейна;

— довів, що гіпотеза Є. Лося щодо характеристичних множин систем відношення еквівалентностей не справджується, і що, взагалі, властивість бути характеристичною множиною таких систем відношень не може бути перевірена локальними засобами.

Впровадження результатів. Результати дисертанта увійшли в учбові програми курсу з дискретної математики для механіко-математичних факультетів університетів, вони викладаються у ряді монографій, підручників, навчальних посібників, збірників задач, книг з математики для інженерів. На їхній основі читалися спецкурси для студентів університетів та політехнічних інститутів.

На основі розроблених у дисертації теоретичних методів на Луцькому заводі синтетичних шкір та на Іванівському камвольному комбінаті у 1976—1984 роках були створені мережі зв'язку для передачі ініціативних сигналів систем АСУТП. Загальний економічний ефект — 523 тис. крб. на рік. Здійснена також розробка структури каналу зв'язку для АСУТП потужних установок кондиціонування повітря, що дала економію контрольного кабелю в 5—7 разів порівняно з первісно запланованою.

Методи, розроблені дисертантом, використовувались також при проектуванні систем контролю мікроклімату, виборі оптимальних способів підключення електродів у термоелектролітичних гігрометрах тощо.

Апробація. Результати, що увійшли до дисертації, доповідалися на 12 міжнародних конференціях, зокрема, на Міжнародному математичному конгресі у Москві, на 5 та на 8 Міжнародних конгресах з логіки, методології та філософії науки в Канаді, 1975 р., та Москві, 1987 р., Міжнародній зимовій школі з архітектури мікропроцесорних систем у Будапешті, 1978 р., Четвертому міжнародному симпозіумі «Форматор» у Празі, 1983 р., Міжнородній конференції «Основи теорії телетрафіку» у Москві, 1984 р., Міжнародній конференції «Основи теорії обчислень» у Казані, 1987 р., Другому міжнародному семінарі з теорії телетрафіка та комп'ютерного моделювання у Москві, 1989 р., Міжнародній конференції «Логіка у ботику» в Переславлі-Заліському, 1989 р., тричі у Міжнародному математичному центрі ім. С. Банаха у Варшаві та ін.

Результати доповідалися також більш як на двадцяти Всесоюзних та республіканських конференціях, а також на наукових семінарах в Інституті математики АН України, Інституті прикладних проблем механіки і математики АН України, Інституті кібернетики АН України, Інституті проблем моделювання в енергетиці АН України, Київському інституті автоматики, Київському та Львівському університетах, Київському та Львівському політехнічних інститутах, Московському, Новосибірському та Красноярському університетах, Красноярському політехнічному інституті, Обчислювальному центрі АН СРСР, Інституті математики Сибірського відділення АН СРСР, в Інституті математики та в Інституті інформатики Польської Академії наук, та ін.

Ряд результатів вперше отриманих дисертантом викладалися іншими авторами у їхніх підручниках, монографіях та навчальних посібниках. Розв'язки проблем, сформульованих іншими вченими доведені до відома авторів цих проблем і признані ними як правильні.

Цикл робіт з теорії інформаційних мереж та їх застосувань відзначений у 1985 р. Академією наук України премією ім.С.О.Лебедєва.

Публікації. Матеріали дисертації опубліковані у 58 роботах, поданих у вигляді двох списків. Перший список містить назви 35 робіт, в яких викладено всі основні, принципово важливі результати дисертації. Роботи з другого списку це або перші пріорітетні публікації отриманих результатів (як правило, у вигляді тез), що мають метою встановлення пріорітету та наукового форуму, на якому відбувалася апробація результатів, або роботи, у яких розвиваються та доповнюються основні результати, як правило в напрямі їхнього практичного застосування.

Всього дисертантом опубліковано понад 140 наукових робіт.

Особистий внесок дисертанта. Всі основні результати, методи розв'язань та формулювання основних понять та проблем, якщо це спеціально не застерігається, належать дисертанту, що підтверджується пріорітетними публікаціями за одним його авторством.

Із 30 робіт, написаних з співавторами, 19 — це роботи, написані з аспірантами дисертанта і 4 роботи написані з інженерами, у яких математична частина належить дисертанту, а технічна — його співавторам. У цих 23 роботах частина особистого внеску дисертанта оцінюється приблизно 70 %. У решті 8 спільних публікаціях частина особистого внеску дисертанта не менше 50 %.

II. Теоретичні узагальнення й аналіз результатів

1. Теорія автоматів.

Теорія автоматів умовно поділяется на два розділи: абстрактну теорію та структурну теорію. Перша з них вивчає функціонування автоматів, тобто відображення послідовностей вхідних символів автомата у послідовності його вихідних символів, коли автомат розглядається як абстрактна математична модель — п'ятірка , $<X\ Y, Q, \lambda, \delta>$, друга — способи побудови складних автоматів як композицій (схем) більш простих автоматів. Роботи, які увійшли в дисертацію, стосуються як першого так і другого розділів.

Абстрактна теорія. Однією з основних проблем абстрактної теорії автоматів є проблема, що стосується мови, якою здійснюється опис функціонування скінченних автоматів та алогоритму синтезу автомата по заданому опису. Відомо декілька таких мов, найбільш вживаною з яких є мова регулярних виразів, запропронованя С.К.Кліні. У роботах [1, 2] досліджуються можливості застосування рахунків Поста для опису функціонування скінченних автоматів.

Як відомо, Е.Пост для формалізації інтуїтивного поняття алгоритму ввів спеціальні рахунки, правила перетворення яких назвав продукціями. Він довів, що рахунки з продукціями найбільш загального вигляду можна звести до так званих нормальних рахунків, у яких продукції мають двобічний вигляд (P і Q стоять з різних боків відносно X) :

$$PX \to XQ$$

і що за допомогою таких нормальних рахунків можна генерувати всі рекурсивно перелічні множини.

Як показав Р.Б'юхі, рахунки з однобічними продукціями

$$PX \to QX \quad (1)$$

генерують тільки регулярні множини слів, тобто множини слів, що розпізнаються (або породжуються) скінченними автоматами. Отже рахунки Поста з продукціями виду (1) можуть бути мовою для опису скінченних (абстрактних) автоматів, оскільки для довільної регулярної множини існує рахунок Поста з продукціями виду (1), який генерує цю регулярну множину. Р.Б'юхі сформулював проблему, яку йому не вдалося розв'язати, але яка має вирішальне значення для вияснення генеруючих можливостей рахунків Поста: які множини генерують рахунки Поста з продукціями виду

$$P_1X;\ P_2X;\ \ldots,\ P_nX \to QX \quad (2)$$

Із результатів наших робіт випливає, що такі рахунки також генерують тільки регулярні множини. Але насправді у вказаних роботах доведено значно сильніший результат.

Теорема 1. *Довільний рахунок Поста* $\Pi = <\Sigma, \Pi>$, *де* Σ *— довільна регулярна множина слів, а* Π *— скінченна система продукцій, до якої крім продукцій виду (2) можуть входити однобічні продукції виду*

$$XR \to XS \quad (3)$$

генерує регулярну множину слів.

Природньо вважати (однобічні) рахунки Поста з продукціями виду (1) більш простими, ніж рахунки з продукціями виду (2), а останні більш простими, ніж рахунки з продукціями виду (2) і (3). Наступним кроком на цьому шляху класифікації однобічних рахунків Поста є рахунки, у яких продукції мають вигляд

$$P_1X;\ P_2X \to QX \quad \text{та} \quad XR_1;\ XR_2 \to XS \quad (4)$$

Теорема 2. *Для довільного нормального рахунку Поста можна збудувати однобічний рахунок Поста з продукціями виду (4), який генерує точно ту ж множину слів, що даний нормальний рахунок.*

Таким чином в [1, 2] отримано остаточний результат, що стосується класифікації однобічних рахунків Поста: *такі рахунки поділяються на два класи, перший з яких породжує тільки регулярні множини і, отже, може служити мовою опису скінченних автоматів, другий — всі рекурсивно перелічні множини.*

Роботи [3, 4] стосуються певних спеціальним чином задаваних нескінченних класів скінченних автоматів, що дістали назву ітеративних систем. Вони визначаються як множина всіх сіток, складених з одного і того самого елемента (скінченного автомата), екземпляри якого розміщені у вигляді паралелепіпеда в точках n-вимірного цілочислового простору та з'єднані з сусідніми елементами певним регулярним способом. Ітеративним системам присвячена велика кількість робіт. Важливими класами ітеративних систем є клас регулярних і клас стабільних ітеративних систем. Співвідношення між регулярними та стабільними системами вивчав Ф.Гені і, зокрема, довів, що якщо ітеративна система є комбінаційною (елемент не має пам'яті), то з того, що вона є стабільною випливає, що вона є і регулярною. Він поставив питання, чи існує для кожної регулярної ітеративної системи еквівалентна їй стабільна регулярна ітеративна система і якщо існує, то чи існує алгоритм знаходження по заданій регулярній системі еквівалентної їй стабільної регулярної системи. До речі зазначимо, що, як довів той же Ф.Гені, проблеми розпізнавання як регулярності так і стабільності є алгоритмічно нерозв'язними. У роботі [3] доводиться:

Теорема 3. *Існує ефективний спосіб, що дозволяє по кожній регулярній ітеративній системі збудувати еквівалентну їй стабільну регулярну ітеративну систему.*

За аналогією з розпізнаванням слів скінченними автоматами, у теорії ітеративних систем вводиться розпізнавання матриць двовимірними ітеративними системами. У роботі [4] вивчаються співвідношення між двовимірними ітеративними системами і машинами Тюрінга, що оперують не з одновимірною стрічкою, а з площиною. Має місце

Теорема 4. *За довільною площинною машиною Тюрінга можна ефективно збудувати стабільну ітеративну систему, яка умовно розпізнає той же клас матриць, що і задана машина Тюрінга.*

Нарешті у роботі [5] наводиться приклад алгоритмічно нерозв'язної проблеми в абстрактній теорії скінченних автоматів. Стосується він так званих автоматів Беркса, які відрізняються від звичайних скінченних автоматів тільки тим, що перебуваючи у певних станах вони видають на вихід «пусту» букву (не видають нічого).

Теорема 5. *Не існує алгоритму, який для довільних двох автоматів Беркса визначає, чи існує вхідне слово, яке переводить ці автомати в заключні стани і породжує на виході однакові непусті вихідні слова.*

Цей приклад, простий на перший погляд, є першим в літературі прикладом нерозв'язних проблем у абстрактній теорії скінченних автоматів і свідчить про те, що навіть для таких простих об'єктів, як скінченні автомати границя між розв'язними і нерозв'язними проблемами може бути досить нечіткою.

Структурна теорія. Основна проблема структурної теорії автоматів полягає у тому, що для заданного абстрактного автомата і наявного набору автоматів (бази елементів) потрібно визначити, чи можна даний автомат збудувати у вигляді композиції елементів бази, належним чином з'єднаних між собою. На сьогодні ця проблема достатньо досліджена тільки для класу автоматів без пам'яті. Дисертант розглядав цю проблему для класу скінченних автоматів Мілі та для класу ініціальних автоматів Редінга.

У роботах [6, 7, 8], які свого часу (1964 р.) лягли в основу кандидатської дисертації автора, вивчаються властивості предиката $R(\alpha, \beta)$: «автомат α можна реалізувати на базі β », де автомат α і всі автомати, що складають базу β є автоматами Мілі. Доведено такі теореми:

Теорема 6. *Яким би не був автомат $\bar{\alpha}$, предикат $R(\bar{\alpha}, \beta)$ є нерекурсивним.*

Теорема 7. *Існують такі бази β, що предикат $R(\alpha, \bar{\beta})$ є нерекурсивним.*

У доведенні теореми 7 наводиться конкретний приклад такої бази.

У роботі [58] аналогічні теореми сформульовані для класу ініціальних автоматів Редінга. Цей клас автоматів наближається за своїми властивостями до сіток Петрі і вивчався Д.Редінгом та його учнями як приклад мереж, у яких не виникає «проблеми гонок». Більше ніж 15 років тому вони сформулювали проблему розпізнавання повноти для класу таких автоматів, яка залишалася відкритою, хоч роботи [6, 7, 8] були відомі Д.Редінгу та його учням. Справа у тому, що способи моделювання нерозв'язних проблем, які забезпечують успіх у випадку скінченних автоматів, не можна застосувати для автоматів Редінга з причини специфіки їх функціонування та специфіки побудови мереж із них. Запропоновані у [58] нові методи дали можливість встановити нерозв'язність більш загальної проблеми, з якої нерозв'язність розпізнавання повноти випливає як наслідок.

Важливою проблемою структурної теорії автоматів є також проблема декомпозиції, яка полягає у представленні даного автомата у вигляді композиції автоматів у повному сенсі простіших за первісний. Ця проблема розглядалася нами у роботі [9] для класу ітеративних автоматів. Встановлено такі результати:

Теорема 8. *За всякою двовимірною одновихідною регулянрою системою Σ з трьома напрямами з'єднань можна збудувати еквівалентну двовимірну одновихідну регулярну і стабільну комбінаційну систему $\bar{\Sigma}$, яка має ті ж напрями з'єднань, що і система Σ.*

Теорема 9. *Можна ефективно збудувати двовимірну регуляну автономну систему Σ з чотирма напрямами з'єднань, яка не може бути представлена у вигляді композиції двох систем з трьома напрямами з'єднань.*

Нарешті до важливих задач структурної теорії автоматів належить задача побудови так званого самовідтворного автомата, яка притягала увагу багатьох видатних вчених своєю принциповою важливістю. Задача формулюється так:

чи існує такий скінченний автомат, який маючи можливість будувати схеми із інших автоматів (елементів) та маючи достатню кількість таких елементів, збудує свою власну схему (свою копію).

Коректна постановка задачі вимагає, щоб самовідтворний автомат був достатньо складним у порівнянні з елементами, з яких будується його копія, інакше задача вироджується у тривіальну.

Перша постановка цієї задачі, як і перше її рішення у формі так званої кінематичної моделі, належать Дж.фон Нейману. Спроба формалізувати цю модель не була успішною і тому фон Нейман запропонував іншу, вже математичну модель, яку він назвав клітинною, яка, по суті, є ітеративною системою. Ця модель, яка дала початок новому важливому напрямку у теорії автоматів — теорії ітеративних (в іншій термінології, однорідних чи фон-Нейманівських) систем — все ж відносно первісної задачі має ряд недоліків. Так, наприклад, «вкладення» схеми автомата в однорідну структуру створює технічні труднощі, які не мають безпосереднього зв'язку з проблемою самовідтворення.

У роботі [10] кінематична модель формалізується на основі поняття породжувального автомата. Показано, що при цьому долається ряд перешкод, які виникають у клітинних моделях і що нова формалізація позволяє збудувати універсальний самовідтворювальний автомат. Таким чином зазначена вище вимога, щоб автомат, який будує свою схему був складним порівняно з елементами, з яких ця схема будується, перестає бути актуальною, тому що при наявності універсального автомата самовідтворним може бути як завгодно складний автомат.

2. Теорія інформаційних мереж.

Інформаційні графи. Основним об'єктом досліджень математичної теорії інформаційних мереж є скінченні орієнтовані графи з двома виділеними множинами вершин, які називаються відповідно вхідними та вихідними полюсами. Множини вхідних і вихідних полюсів можуть, взагалі кажучи, перетинатися.

Нехай скінченний орієнтований граф $G(V)$ має множиною вхідних полюсів $X=\{x_1, ..., x_n\}$ і множиною вихідних полюсів $Y=\{y_1, ..., y_m\}$. Кажуть, що він реалізує відображення

$$\varphi = \begin{pmatrix} x_{i_1}, \dots x_{i_k} \\ y_{j_1}, \dots y_{j_k} \end{pmatrix}$$

підмножини $\{x_{i_1}, \dots x_{i_k}\} \subseteq X$ на рівнопотужну їй підмножину $\{y_{j_1}, \dots, y_{j_k}\} \subseteq Y$, якщо у $G(V)$ можна встановити таку систему шляхів $T_1, \dots, T_k$, що для кожного $s = 1, 2, \dots, k$ шлях T_s починається з вхідного полюса x_{i_s} і закінчується вихідним полюсом y_{j_s} і ніякі два шляхи з цієї множини шляхів не мають жодної спільної дуги. Граф $G(V)$ називается інформаційним, якщо множина його вхідних полюсів співпадає з множиною вихідних полюсів і співпадає з множиною всіх його вершин. Інформаційний граф називається повним (або універсальним) якщо він реалізує всі відображення множини своїх вершин на себе.

Однією з найважливіших характеристик інформаційних графів є його ступінь — максимальний ступінь його вершин. Проблема знаходження оцінки мінімального ступіню $S(n)$ для класу n-вершинних інформаційних графів вперше була сформульована у 1962 р. Ю.Г.Решетняком, який вважав, що вона дорівнює $\log_2 n$. У роботах [13, 14] показано, що ця гіпотеза не справджується.

Теорема 10.

$$C_1 \frac{\log n}{\log\log n} \le S(n) \le C_2 \frac{\log n}{\log\log n}$$

Повний інформаційний граф називається *k*-стійким, якщо кожний, отриманий із нього видаленням *k* вершин і інцидентних цим вершинам дут, підграф є повним інформаційним графом. Для *k*-стійких графів виникає та ж проблема оцінки ступіню $S(n, k)$. Має місце теорема:

Теорема 11.

$$S(n, k) \le S(n) + ck$$

Як для інфомаційних так і для *k*-стійких графів наводяться ефективні методи синтезу, які дозволяють отримати відповідний граф мінімального ступіню.

Комутаційні схеми. Абстрактний комутатор $K(n, m, Q)$ це пристрій з n вхідними полюсами, m вихідними полюсами і множиною внутрішніх станів Q, який у кожному із станів $q \in Q$ здійснює якесь одно-однозначне відображення $\varphi : X \to Y$ якоїсь підмножини множини вхідних полюсів на рівнопотужну їй підмножину множини вихідних полюсів. Кажуть, що перебуваючи у стані q комутатор $K(n, m, Q)$ реалізовує відображення φ_q, а множину $\Phi(Q) = \bigcup_{q \in Q} \varphi_q$ називають множиною всіх реалізованих комутатором відображень.

Нехай $\Omega = \{ K_1, \dots, K_p \}$-скінченна множина абстрактних комутаторів (база). Клас комутаційних схем над базою Ω визначається так:

1. Кожний комутатор $K_i \in \Omega$ є комутаційною схемою над Ω. Її вхідними та вихідними полюсами є відповідно вхідні та вихідні полюси комутатора K_i.

2. Довільна пара (S_1, S_2) комутаційних схем над Ω є комутаційною схемою над Ω . Її вхідними полюсами є всі вхідні полюси схем S_1 і S_2, а вихідними — всі вихідні полюси схем S_1 і S_2.

3. Якщо S — комутаційна схема над Ω, α — її вхідний полюс і β — її вихідний полюс, то результат ототожнювання (склеювання) полюсів α і β у схемі S також є комутаційною схемою над Ω. Її вхідними полюсами є всі вхідні полюси схеми S крім полюса α і вихідними — всі вихідні полюси схеми S крім полюса β.

4. Немає ніяких інших комутаційнийх схем над Ω крім тих, що можуть бути отримані як результат скінченного числа застосувань правил побудови, викладених у пунктах 1—3.

Схема S реалізує множину відображень Ω, якщо для кожного $\varphi \in \Phi$ знайдеться такий стан схеми S, у якому вона реалізує φ і ні в якому своєму стані S не реалізує жодного відображення, яке б не належало Φ.

Основною задачею теорії комутатційних схем є задача реалізовності множин відображень:

задано базу Ω і множину відображень Φ, треба встановити, чи існує схема над Ω, яка реалізує Φ.

У цій задачі виступають два незалежні параметри — Ω і Φ — і тому вона може бути сформульована у виді двох більш вузьких задач: а) зафіксована база Ω і змінюється Φ та б) зафіксовано Φ і змінюється Ω. Коли встановлено, що для певної бази Ω_0 і кожного Φ з заданого класу відображень Φ існує схема, яка реалізує Φ, виникає проблема знаходження ефективного методу синтезу схем, що реалізують Φ.

У зв'язку з труднощами, що виникають при визначенні класу множин відображень, які реалізуються класом всіх схем над Ω, розглядаються підкласи цього класу: паралельно-послідовні схеми ($\Pi(n)$-схеми), k-циклічні схеми тощо.

Наведемо деякі результати із робіт [25—27], у яких вивчаються ці питання.

Теорема 12. *Нехай $\alpha(n)$ — клас всіх множин відображень, що реалізуються $\Pi(n)$-схемами. Справедливі такі твердження:*

1. Якщо $\Phi_1 \in \alpha(n)$ і $\Phi_2 \in \alpha(n)$ то

$\Phi_1 \cdot \Phi_2 = \{\varphi \cdot \psi : \varphi \in \Phi_1, \psi \in \Phi_2\} \in \alpha(n)$

2. Клас $\alpha(n)$ замкнений щодо операції обернення.

3. Клас $\alpha(n)$ не замкнений щодо операцій об'єднання, перетину та віднімання.

Теорема 13. *Нехай $\pi_1, \ldots, \pi_k$ — всі транспозиції симетричної групи S_n, H_i — група $\{e, \pi_i\}$ і F — клас всіх таких груп.*

Множина відображень Φ реалізується $\Pi(n)$-схемою тоді і тільки тоді, коли вона представна у вигляді добутку груп із F помноженого зліва або зправа на якусь підстановку з S_n.

Теорема 14. *Нехай $\alpha(n, k)$ множина відображень, що реалізуються k-циклічними схемами, які мають n вхідних і n вихідних полюсів. Для довільного k існує таке $n_0(k)$, що клас $\alpha(n_0, k)$ є власним підкласом класу $\alpha(n_0, k+1)$*

Теорема 15 . *Якою б не була повна база Ω існує така множина відображень Φ яка не реалізується жодною схемою над Ω .*

Трикаскадні схеми. Одним з найбільш популярних методів синтезу комутаційних схем є метод, що веде свій початок ще від Ч.Клоза і пізніше вдосконалювався різними авторами. Схеми, що побудовані за цим методом, називаються трикаскадними схемами. Дослідженню трикаскадних схем присвячені роботи [18—22]. Основним досягненням, що дозволило встановити цілу низку результатів стосовно аналізу трикаскадних схем є встановлена у [18, 19] :

Теорема 16. *Існує взаємно-однозначна відповідність між станами трикаскадної схеми і правильним розфарбуванням ребер дводольних графів.*

Завдяки цій теоремі, використовуючи техніку теорії графів, встановлюється ряд результатів, що стосуються явища блокування у трикаскадних схемах. Зокрема нехай $S(n, m)$ — трикаскадна схема, у якій елементи першого каскаду мають n вхідних і m вихідних полюсів. Справедлива така:

Теорема 17. *Якщо у схемі $S(n, m)$ параметр $m < 2n-1$, то яким би не був алгоритм встановлення з'єднань, він не гарантує уникнення блокуючих станів. При $m \geq 2n-1$ схема $S(n,, m)$ є неблокуючою, тобто жодним алгоритмом не вдається досягнути блокуючого стану.*

Оцінку середього значення складності розблокування дає

Теорема 18. $g(n,r) < 4\sqrt{r}$
де r — число комутаторів першого (третього) каскаду, а n — їхня ємність.

3. Вибрані проблеми дискретної математики.

У цьому розділі зібрані роботи дистертанта дискретного характеру, які безпосердньо не відносяться до проблематики розділів 1 та 2, але споріднені з ними тим чи іншим способом. Наприклад, задачі, які розглядалися для автоматів чи інформаційних мереж, модифікуються на іншу предметну область, досліджуються їхні частинні випадкі, цікаві з практичної інженерної точки зору, тощо.

Робота [28] пов'язана з запропонованою В.М.Глушковим проблематикою вивчення повноти систем операцій в обчислювальним машинах. Як зазначив В.М.Глушков, поняття повноти системи операцій визначалося в абстрактно-алгоритмічному плані; іншими словами, вважалося, що система операцій повна, якщо за її допомогою можна моделювати всякий алгоритм перетворення інформації *при належному кодуванні цієї інформації*. Але у багатьох випадках цей підхід виявляється незадовільним і більш придатним є інший, так званий абстрактно-автоматний підхід, що грунтується на схемі перетворювача інформацій як системи взаємодії двох автоматів.

Математичний аналіз цієї системи привів В.М.Глушкова до формулювання такої алгебраїчної задачі:

Нехай в симетричній півгрупі P_n степеню N вибрана якась система твірних $S = (g_1, \ldots, g_m)$. Для кожного елемента p з P_n позначимо через $l(p)$ довжину одного з найкоротших виразів елемента p через твірні елементи. Нехай l — максимальна з довжин $l(p)$, коли p пробігає всі елементи з P_n. Мірою інформаційної надлишковості системи твірних S називається добуток l на число елементів m у цій системі. Алгебраїчна задача, про яку йдеться, полягає у знаходженні систем твірних симетричної півгрупи з мінімальною інформаційною надлишковістю.

В.М.Глушков запропонував систему твірних з мірою інформаційної надлишковості $40\,N^3$.

У роботі [28] запропоновано дві системи твірних симетричної півгрупи степеню n з мірою інформаційної надлишковості відповідно $\leq 11\,N^2$ та $\leq\ 40\,N^2 \log N$. Зауважимо, що хоч у другому випадку міра інформаційної надлишковості більша, ніж у першому, зате система твірних у другому випадку має менше елементів. У першому випадку кількість елементів у системі твірних дорівнює N, тоді як у другому ця кількість $\leq\ 2\sqrt{N}$.

Міру інформаційної надлишковості можна, у певному розумінні, розглядати як міру складності обчислення, коли це обчислення обмежується скінченною множиною перетоворень, які виражаються елементами симетричної півгрупи P_n.

Інший підхід до оцінки міри складності обчислень запропонував М.Блюм. Цей підхід дає можливість ввести міру складності для множини всіх частково рекурсивних функцій в найбільш загальному вигляді, але ця міра не стосується окремих підкласів класу частково рекурсивних функцій. Нами визначається міра складності для довільних обчислювальних сімейств рекурсивних фукцій.

Означення. Нехай $F(i,x)$ — довільна частково рекурсивна функція. Мірою складності для $F(i,x)$ називається така частково рекурсивна функція $\Psi(i,x)$, що: 1) область визначення функцій $F(i,x)$ та $\Psi(i,x)$ співпадають і 2) графік функції $\Psi(i,x)$ є рекурсивним.

Зауважимо, що якщо на $F(i,x)$ накласти обмеження, щоб вона була універсальною для класу всіх одноаргументних частково-рекурсивних функцій і щоб для неї була справедливою теорема Кліні про ітерацію, то отримаємо блюмівську міру складності. В роботах [29, 55] вивчаються основні властивості введеної міри складності Показано, що певні властивості встановлені спершу для блюмівської міри складності насправді справедливі для більш охоплюючого поняття міри. Зокрема справедливими є теореми:

Теорема 19. *Для довільної частково рекурсивної функції $F(i,x)$ існує частково рекурсивна функція $\Psi(i,x)$, яка є для неї мірою складності.*

Теорема 20. *Для довільної частково рекурсивної функції $F(i,x)$ та її міри складності $\Psi(i,x)$ можливе ефективне мажорування*

а) $F(i,x)$ відносно $\Psi(i,x)$.

б) $\Psi(i,x)$ відносно $F(i,x)$, якщо графік $F(i,x)$ є рекурсивним.

Теорема 21. Нехай $F(i,x)$ — *частково рекурсивна функція і $\Psi(i,x)$ її міра складності така, що для довільної загально рекурсивної функції $f(x)$*

$$\exists n \in \ \forall x \ \Psi(n,x) > f(x)$$

і $\Psi(n,x)$ визначена майже всюди. Тоді для довільної загально рекурсивної функції $w(x)$ існує така загально рекурсивна функція $b(x)$, *що складність обчислення всякої функції із сімейства $F(b(i),x)$ для всіх x більша $w(x)$.*

Теорема 22. *Нехай $F(i,x)$ функція універсальна для класу всіх частково рекурсивних функцій, $\Psi(i,x)$ — її міра складності. Для довільної загально рекурсивної функції $r(x,y)$ існує така загально рекурсивна функція $\varphi(x)$, що існує натуральне число n таке, що $\varphi(x) = F(n,x)$, і для всіх x, більших за n, справедлива нерівність*

$$\Psi(n,x) > r(x,\Psi(n,x)).$$

Перечислені вище, та ряд інших теорем, встановлених дисертантом, дають загальну характеристику впровадженого поняття міри складності. При накладенні на нього додаткових обмежень, які перетворюють його на блюмівську міру складностю, з теорем випливають як наслідок такі відомі теореми як теорема М.Рабіна про існування як завгодно складно обчислюваних функцій, теорема М.Блюма про прискорення та ін.

Роботи [30, 31, 32] примикають до проблематики теорії інформаційнийх мереж. Це роботи теоретико-графового характеру.

Робота [30] виникла з практичних потреб автоматизації контролю параметрів виробничих процесів. При цьому виникає потреба побудови складних інформаційних мереж, які з'єднують територіально рознесені давачі, пристрої комутації та комп'ютер. Із числених конфігурацій мереж практичне застосування знаходять тільки магістральні та деревовидні структури. Математична задача, яка виникає для таких структур, це відома задача комівояжера, розв'язок якої фактично вимагає перебору всіх варіантів маршрутів і, отже, є дуже громіздким. Разом з тим, практичне здійснення мережі потребує не абсолютного мінімуму довжини кабелю, а тільки такого варіанту, який відрізняється від мінімального не більше, ніж на задану величину. Пропонується метод, який позволяє, не вдаючись до повного перебору, знаходити варіанти сполучень, для яких можна встановити наскільки вони відрізняються від мінімального. Цей метод успішно застосовувався при практичній побудові мереж збору ініціативних сигналів для АСУТП і дав добрі результати.

Скінченні графи, як комбінаторні об'єкти, характеризуються набором параметрів таких як: кількість вершин, кількість ребер, степінь вершин (графа); хроматичнне число, цикломатичне число, і т.п. Ці параметри, що є важливими для внутрішньої проблематики теорії графів як математичної дисципліни, дуже часто використовують в застосовних аспектах теорій графів, зокрема, при побудові інформаційних мереж. Роботи [31, 32] присвічені дослідженню таких параметрів скінченних графів як щільність (число внутрішньої стійкості), всесуміжність (число зовнішньої стійкості) та охоплення.

Щільністю графа G називається число вершин максимального повного підграфа графа G, всесуміжністю — таке мінімальне число вершин графа G, що кожна вершина графа G суміжна хоча б з однією із цих вершин.

Позначимо через $L(n, \varphi)$ $P(n, \beta)$ та $Z(n, \varphi, b_i)$ підножини звичайних (неорієнтованих, без петель і крайніх ребер) n-вершинних графів з даними щільністю φ, всесуміжністю β та щільністю й всесуміжністю φ і β відповідно. Через $e(L)$, $e(P)$ та $e(Z)$ позначатимемо число ребер графа з $L(n,\varphi)$, $P(n, \beta)$ та $P(n, \varphi, \beta)$ відповідно.

В роботі встановлюются верхня і нижня оцінки числа ребер графа з даними щільністю та всескміністю.

Мають місце такі результати:

Теорема 23.

$$\frac{1}{2}(2n + \varphi^2 - 3\varphi) \le e(L) \le \frac{1}{2}[n(n-1) - k\varphi(k-1) - 2kr)$$

де $\frac{n}{\varphi} = k + \frac{r}{\varphi}$ і $r < \varphi$

Теорема 24.

$$n - 1 \le e(P) \le \begin{cases} \frac{n(n-1)}{2} & \text{якщо } \beta = 1 \\ \left]\frac{n(n-2)}{2}\right[& \text{якщо } \beta = 2 \\ \frac{(n-\beta+1)(n-\beta)}{2} & \text{якщо } \beta \le 3 \end{cases}$$

Теорема 25.

$$\frac{1}{2}(2n+\varphi^2-3\varphi) \le e(Z) \le \begin{cases} \frac{1}{2}[n(n-1)-k_1(k_1-1)(\varphi-1)-2k_1r_1] & \text{якщо } \beta=1 \\ \frac{1}{2}[n(n-1)-k(k-1)\varphi-2kr], & \text{якщо } \beta=2 \\ \frac{1}{2}[(n-\beta)(n-\beta+1)+k_2(k_2-1)\varphi-2k_2r_2 & \text{якщо } \beta\ge 3 \end{cases}$$

де значення n, φ, β, k, r, k_1, r_1, k_2, r_2 зв'язані співвідношенням

$$\frac{n}{\varphi}=k+\frac{r}{\varphi} \text{ і } r<\varphi; \ \frac{n-1}{\varphi-1}=k_1+\frac{r_1}{\varphi-1} \text{ і } r_1<\varphi-1\,;$$

$$\frac{n-\beta}{\varphi}=k_2+\frac{r_2}{\varphi} \text{ і } r_2<\varphi\,.$$

Наведені нижні й верхні оцінки не можуть бути покращеними, тому що для кожного розглянутого випадку збудовані приклади т.з. екстремальниъх графів, тобто таких графів, додавання або віднімання у яких хоча б одного ребра виводить їх із заданого класу, і показано, що саме для цих екстремальних графів у теоремах 23—25 справджуються рівності.

Робота [32] присвячена вивченню одного з важливих параметрів графів — охоплення. Скінченний орієнтований граф без петель і кратних ребер називається графом охоплення m якщо у ньому існує хоч би один простий цикл довжини m і не існує циклів меншої довжини. В роботі пропонується певний конструктивний метод породження класів графів охоплення 5 та 6. Цей метод названий розширенням циклами, полягає, грубо кажучи, у тому, що кожну вершину графа G замінюють простим циклом C_n і вершин n цих циклів пов'язують між собою дугами у відповідності з тим, як були пов'язані між собою вершини графа G. З'ясовано, коли розширення графів, що мають охоплення 5 та 6 циклами відповідно довжини 5 та 6 знову дає графи, що мають охоплення 5 та 6. Очевидно, що не кожний граф G, що має охоплення 5 та 6, в результаті розширення відповідними циклами знову дає граф цього ж охоплення, для цього G повинен задовольнити певні вимоги. Наша операція розширення є такою, що коли граф G задовольняє вказані вимоги, то і граф, отриманий як результат розширення, також задовольняє ці ж вимоги, тобто ітеруючи операцію розширення отримуємо нескінченну множину графів, що мають дане охоплення (5 чи 6). Отримана множина графів, що мають охоплення 6 може, певним чином, бути цікавою для тих, хто займається проблемою К.Заранкевича: *яку максимальну кількість ребер можуть мати дводольні графи, у яких не існує циклів довжини 4*. Отриманий в результаті розширення 3-контура C_6-циклами дводольний 3-регулярний граф з числом вершин 18 і числом ребер 27 мабуть наближається до графа Заранкевича.

У роботі [33] встановлюється закон розподілу та факторіальні моменти випадкової матриці, індукованої випадковим відображенням та випадковим розбиттям скінченої множини.

Нехай A — скінчена n-множина, Φ — випадкове $T(z_1, \ldots, z_m)$ відображення, яке рівноймовірно вибирається з класу $T(z_1, \ldots, z_n)$ взаємо однозначних відображень множини A на себе, що мають цикли довжини $z_1 \le z_2 \le \ldots \le z_n$; S — випадкове $R_1(s_1, \ldots, s_r)$ — розбиття, яке рівноймовірно вибирається з класу $R(s_1, \ldots, s_r)$ всіх розбиттів множини $A(S_1 \cup S_2 \cup \ldots \cup S_r = A$; $S_i \cap S_j = \varnothing$ для всіх $i \neq j, |S_i| = s_i, i = 1, 2, \ldots$ $\ldots r)$. Нехай $\Theta = \Theta(\Phi, S) = |\xi_{ij}|$ випадкова $(T(z_1 \ldots z_n), R(s_1, \ldots, s_r))$ матриця, у якої $= \xi_{ij}$ $|\Phi S_i \cap S_j|$ випадкова величина, що дорівнює кількості числа елементів множини S_i, які при відображенні Φ попадають у множину S_j [$i, j = 1, 2, \ldots, r$; $\Phi \in T(z_1, \ldots, z_n)$; $S \in R(s_1, \ldots, s_r)$] Задача полягає у знаходженні закону розподілу і фактріальних моментів матриці Θ.

Цю задачу разглядав Б.А.Севастьянов і встановив вказані закони, використовуючи складну комбінаторну техніку. У роботі [33] ця задача розв'язується на основі простої теоретико-графової моделі з використанням теореми де Брейна для підрахунку числа ейлерових циклів графа. Основні результати роботи [33] аналогічні результатам Б.А.Севастьянова з певними уточненнями останніх.

Нарешті, роботи [34, 35] присвячені одній гіпотезі, сформульованій Є.Лосем, яка бере свій початок від проблем розподілу пам'яті в ЕОМ, що вивчалися З.Павляком. Нами доведено, що ця гіпотеза не справджується (побудовано контрприклад) і, більш того, що всякі її ослаблення не справджуються, якщо вимагати щоб мала місце умова локальності.

Більш точно: характеристичною множиною (E-множина) n-ки відношень еквівалентності $R_1, \ldots, R_n$ на множині A називається множина 0-1 послідовностей.

$$\mathrm{h}(R_1, \ldots, R_n) = \{ < \chi_{R_1}(a,b), \ldots, \chi_{R_n}(a,b) > : (a,b) \in A^2 \} \subset \{0,1\}^n$$

де χ_{R_i} означає зарактеристичну функцію R_i на A^2. Гіпотеза Лося полягала у тому, що множина $C \subset \{0,1\}^n$ є Е — множиною, якщо кожну пару її елементів можна розширити, додавши до неї не більше 4 елементів так, що отримана множина буде Е-множиною. Насправді, має місце:

Теорема 26. *Для довільного натурального k існує $C \subset \{0,1\}^n$ така, що С не є Е-множиної, але кожна її k-підмножина може бути розширена (елементами з С) до Е-множини.*

Встановлено ряд інших факторів, що стосуються Е-множин, наприаклад:

Теорема 27. *Довільна множина $C \subset \{0,1\}^n$ що містить одничний елемент і один мінімальний елемент є Е-множиною.*

Ця теорема є узагальненням теореми Лося, яка стверджувала, що довільна множина з одиничним і нульовим елементом є Е-множиною. Очевидно, що якщо нульовий елемент належит до С, то він є у ній єдиним мінімальним елементом.

Теорема 28. *Жодна множина $C \subset \{0,1\}^n$ що містить рівно два мінімальних елементи не є Е-множиною.*

Теорема 29. *Якщо Е-множина містить k елементів, то вона є характеристичною множиною реляційної системи потужності не більше $2k$.*

Теорема 30. *Кожна ортогональна множина $C \subset \{0,1\}^n$, що має більше двох елементів, є Е-множиною.*

Заключення.

Роботи, включені у цю доповідь, стосуються, в основному, двох важливих напрямків дискретної математики — теорії автоматів та теорії інформаційних мереж і мають завершений характер. Із інших робіт автора у ділянці дискретної математики в доповідь включені тільки ті, що пов'язані з названими вище двома напрямками або за проблематикою, або за методами розв'язування.

Кількість сторінок, виділених у доповіді для викладу результатів не завжди відповідає їх важливості. Результати, що стали широко відомими як розв'язки принципових задач завдяки їх публікації у багатьох виданнях — підручниках, посібниках, монографіях — викладаються більш конспективно, натомість результати, що стотуються більш вузьких проблем не тільки формулюються більш детально, але іноді, для свого розуміння, вимагають наведення й відповідних означень. Об'єм доповіді не дозволяє викласти більш детально всіх результатів, що містяться у роботах, включених в дисертацію, тому хочемо звернути увагу тих, хто цікавиться застосуванням наших результатів, що можуть дати нові напрямки, на роботи [27, 39, 43, 46, 47, 48, 50, 52].

Література

І. Основні наукові роботи включені у дисертацію

1. Теория автоматів

1. *Кратко М.И.* Об одном классе исчислений Поста. — Доклады АН СССР, 165, 5, 1965, 994—995.

2. *Кратко М.И.* Формальные исчисления Поста и конечные автоматы. — Проблемы кибернетики, 17, 1966, 41—65.

3. *Кратко М.И.* Регулярные и стабильные итеративные системы. — Проблемы кибернетики, 19, 1967, 95—106.

4. *Кратко М.И.*, *Ревин О.М.* Машины Тьюринга работающие на плоскости и стабильные итеративныые системы. — Кибернетика, 5, 1977.

5. *Кратко М.И.* О сводимости комбинаторной проблемы Поста к некоторым массовым проблемам в теории автоматов. — Вычислительные системы. № 9 — Новосибирск, 1963, 71—73.

6. *Кратко М.И.* Алгоритмическая неразрешимость одной задачи из теории конечных автоматов. — Дискретный анализ, 2, Новосибирск, 1964, 37—41.

7. *Кратко М.И.* Алгоритмическая неразрешимость проблемы распознавания полноты для конечных автоматов. — Доклады АН СССР, 155, 1, 1964.

8. *Кратко М.И.* О существовании нерекурсивных базисов конечных автоматов. — Алгебра и логика, 3, 2, 1964, 33—44.

9. *Кратко М.И.*, *Ревин О.М.* Проблема декомпозиції регулярних ітеративних автоматів. — Доповіді АН УРСР, серія А, 9, 1974.

10. *Кратко М.И.* Автоматные модели самовоспроизведения, — В кн.: Математические методы в биологии, К., 1977.

2. Теорія інформаційних мереж

11. *Кратко М.И.* О степени информационного графа. — Вычислительные системы, 34, Новосибирск, 1969, 64—70.

12. *Кратко М.И.* Информационные графы. — Сибирский математический журнал, 11, 5, 1970, 1093—1097.

13. *Кратко М.И.* Замечание о верхней оценке степени информационных графов. — Сибирский математический журнал, 18, 5, 1977, 1192—1193.
14. *Кратко М.И., Притула М.Г.* Информационные сети. — Препринт 81.38, Ин-т математики АН УССР, К., 1981, 36 с.
15. *Kratko M.I., Pritula M.G.* Universal networks for informational exchanges. — Four Formator Symposium, Prague, Academia, 1983, 303—314.
16. *Кратко М.И., Притула М.Г.* О системах маршрутов на графах. — В кн.: Архитектура ЭВМ и численные методы, М., 1988, 77—89.
17. *Кратко М.И.* Простое доказательство теорем Слепяна-Дьюгида и Пола. — В кн.: Теория телетрафика и информационные сети, М., 1977.
18. *Кратко М.И.* О числе переключений, необходимых для разблокировки трехкаскадного коммутатора. — Доклады АН СССР, 277, 1, 1976, 54—56.
19. *Kratko M.I., Pavlenko V.A.* Combinatorial aspects of the mathematical theory of commutational circuits. — Fundamentals of teletraffic theory, Moscow, 1984, 265-273.
20. *Кратко М.И., Павленко В.А.* Трехкаскадные схемы. — Препринт 84.8, Ин-т математики АН УССР, К., 1984, 36 с.
21. *Кратко М.И., Павленко В.А.* О случайных раскрасках ребер двудольных графов. — В кн.: Применение аналитических методов в вероятностных задачах, К., 1986, с. 80—87.
22. *Кратко М.И., Притула М.Г.* Тестирование сетей коммутации. — Методы и системы технической диагностики, 3, Саратов, 1984, 24—31.
23. *Кратко М.И., Притула М.Г.* О принципе нулей и единиц для сетей сортировки. — Методы и системы технической диагностики, 4, Саратов, 1985, 51—56.
24. *Кратко М.И., Павленко В.А.* Анализ коммутационных схем. — Препринт 83.48, Ин-т математики АН УССР, К., 1983, 44 с.
25. *Кратко М.И., Павленко В.А.* О множествах подстановок, порождаемых коммутационными сетями. — Комбинаторные исследования графов и сетей. Препринт 81.15, Ин-т математики АН УССР, К., 1981, 21—33.
26. *Кратко М.И., Павленко В.А.* О системах маршрутов в орграфах. —

В кн.: Труды 2 Международного семинара по теории телетрафика и компьютерному моделированию, часть 1, М., 1989, 25—28.
27. *Башлаков Е.П., Кратко М.И.* Синтез структур микропроцессоров и микропроцессорных систем. — В кн.: Tanulmanyok MTA Szamitastechnikai es Automatizalasi Kutato Intezet, Budapest, 91/1978, с. 39—60.

3. Вибрані проблеми дискретної математики

28. *Кратко М.И., Плесневич* Г.С. Об одной задаче В.М.Глушкова. — Кибернетика, 2, 1967, с. 97.
29. *Kratko M.I.* On the axiomatic definition of the concept of computational complexity. — 5 International Congress of Logiic, Metodology and Philosophy of Science. Contributed Papers, London; Ont., Canada, 1975.
30. *Литвинов А.М., Кратко М.И., Петренко В.А.* Магистральный канал связи для центральных структур. — В кн.: Системы и средства автоматизации производств и управления. Научные труды Института автоматики, т. 6, М., 1977, 218—226.
31. *Винниченко Н.Г., Кратко М.И.* Верхняя и нижняя оценки числа ребер графа с данными плотностью и числом всесмежности. — Техническая кибернетика, Изд. Ин-та кибернетики АН УССР, К., 1971, с. 178—186.
32. *Винниченко Н.Г., Кратко М.И.* О расширении графов циклами. — Комбинаторно-алгебраические методы в прикладной математике, Горький, 1986, 22—39.
33. *Кратко М.И., Строк В.В.* О случайных отображениях и разбиениях конечных множеств. — В кн.: Аналитические методы в теории вероятностей, К., 1979, 80—84.
34. *Кратко М.І.* Характеристичні множини реляційнитх систем. — Доповіді АН УРСР, серія А, 7, 1984, 13—15.
35. *Kratko M.I.* On characteristic sets of a system of equivalence relations, — Colloquium mathematicum, v.55, № 1, 5—9.

II. Інші публікації за темою дисертації

36. *Кратко М.И.* Один класс исчислений Поста. — Резюме сообщений 7 Всесоюзного коллоквиума по общей алгебре, Кишинев, 1965, 58-59.

37. *Барздинь Я.М., Кратко М.И., Трахтенброт Б.А.* Проблема универсальности в теории автоматов. — Тезисы 3 Всесоюзной конференции по автоматическому управлению, 1965.
38. *Кратко М.И.* Вопросы распознавания реализуемости в теории конечных автоматов. — Резюме сообщений Международного конгресса математиков в Москве, секция 13, 1966, с.23.
39. *Плесневич Г.С., Кратко М.И.* О декомпозиции групповых итеративных автоматов. — Резюме сообщений 9 Всесоюзного коллоквиума по общей алгебре, Гомель, 1968.
40. *Кратко М.И.* Об одной задаче Ю.Г.Решетняка. — Тезисы докладов 1 Всесоюзной конференции по теоретической кибернетике, Новосибирск, 1969.
41. *Кратко М.И.* Коммутаторные сети. — Тезисы докладов 2 Всесоюзной конференции по теоретической кибернетике, Новосибирск, 1971.
42. *Кратко М.И.* Анализ коммутаторных схем методами теории графов. — Тезисы докладов 3 Всесоюзной конференции по проблемам теоретической кибернетики, Новосибирск, 1974.
43. *Кратко М.И.* Некоторые методологические вопросы теории автоматов и алгоритмов. — Тезисы сообщений 7 Всесоюзного симпозиума по логике и методологии науки, Киев, 1976.
44. *Кратко М.И.* Обобщение Блюмовской меры сложности вычислений. — Тезисы докладов и сообщений 4 Всесоюзной конференции по математической логике, Кишинев, 1976.
45. *Кратко М.И., Строк В.В.* Об одном оптимальном способе соединения ЭВМ в многомашинных комплексах. — Материалы конференции «Развитие технических наук в республике и использование их оезультатов», секция Вычислительная техника, Вильнюс, 1977.
46. *Кратко М.И.* Проблема самовоспроизведения в теории автоматов. — Тезисы докладов 4 Всесоюзной конференции по теоретической кибернетике, Новосибирск, 1977.
47. *Кратко М.И.* Информационные сети и параллельные вычисления. — Тезисы докладов школы-семинара «Параллельное программирование и высокопроизводительные системы», Киев, 1977.
48. *Кратко М.И., Плесневич Г.С.* О выводимости константных литер из

хорновских формул. — Тезисы докладов 5 Всесоюзной конференции по математической логике, Новосибирск, 1979.
49. *Кратко М.И., Павленко В.А.* Множества отображений порождаемые коммутационными схемами. — Тезисы докладов 5 Всесоюзной конференции по проблемам теоретической кибернетики, Новосибирск, 1980.
50. *Литвинов А.М., Кратко М.И.* Анализ способов подключения электродов в термоэлектролитических гигрометрах. — Тезисы докладов Республиканской научно-технической конференции «Структурные методы повышения точности, быстродействия и чувствительности измерительных устройств и систем», Киев, 1981.
51. *Кратко М.И., Яцишин Ю.В.* Об оценках сложности вычислений. — Тезисы докладов 7 Всесоюзной конференции по математической логике, Новосибирск, 1984.
52. *Кратко М.И., Завьялов Ю.Г.* Оптимизация канала связи при контроле микроклимата. — Материалы 4 Всесоюзной конференции «Автоматизация контроля и прогнозирования загрязнения воздуха», Киев, 1985.
53. *Кратко М.И., Яцишин Ю.В.* Некоторые свойства обобщенной меры сложности вычислений. — Тезисы докладов 8 Всесоюзной конференции по математической логике, Москва, 1986.
54. *Кратко М.И., Яцишин Ю.В.* Некоторые теоремы общей теории сложности вычислений. — Тезисы докладов 9 Всесоюзного совещания по логике, методологии и философии науки, Москва, 1986.
55. *Кратко М.І., Яцишин Ю.В.* Складність обчислення рекурсивних функцій. — Доповіді АН УРСР, серія А, №2, 1987, 17—20.
56. *Кратко М.И.* О характеристических множествах системы отношений эквивалентности (к проблеме Лося). — Материалы Всесоюзного семинара по дискретной математике и ее приложениям, Москва, 1986.
57. *Воєводін В.В., Кратко М.І.* Інформаційні мережі та їх застосування. — Вісник АН УРСР, 9, 1988.
58. *Кратко М.И., Хрузин А.Н.* Неразрешимость проблемы реализуемости и полноты в классе инициальных автоматов Реддинга. В кн.: Проблемы теоретической кибернетики. Тезисы докладов XI Всесоюзной конференции. Волгоград, 1990, часть I(1), с. 63.

Підп. до друку 26.10.92. Формат 60x84/16. Папір друк.
Офс. друк. Ум.друк.арк. 1,86. Ум.фарб.-відб. 1,86.
Обл.-вид. арк. 1,5. Тираж 125 прим. Зам. 328
Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики АН України
252601 Київ 4, МСП, вул. Терещенківська, 3