АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ ПРИКЛАДНОЙ МАТЕМАТИКИ И МЕХАНИКИ АН УКРАИНЫ

На правах рукописи

БОРЧУК СВЕТЛАНА МИХАЙЛОВНА

ЕМКОСТИ КОНДЕНСАТОРОВ И ОТОБРАЖЕНИЯ С ИСКАЖЕНИЕМ, ОГРАНИЧЕННЫМ В СРЕДНЕМ

01.01.01 - математический анализ

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико - математических наук

Донецк - 1992

Работа выполнена на секции прикладного анализа Донецкого государственного университета

Научный руководитель: кандидат физ.-мат. наук, доцент Кругликов В.И.

Официальные оппоненты: доктор физ.-мат. наук, проф. Гаврилов В.И.
кандидат физ.-мат. наук, с.н.с. Маймескул В.В.

Ведущая организация: Институт математики СО АН России

Защита состоится "16" июня 1993 г. в 16 часов на заседании специализированного Совета К 016.46.01 в Институте прикладной математики и механики АН Украины по адресу: 340114, г.Донецк-114, ул.Розы Люксембург, дом 74

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ИПММ АН Украины.

Автореферат разослан "5" мая 1993 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета
кандидат физ.-мат. наук А. Марков — Марковский А.И.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Понятие пространственного гомеоморфного квазиконформного отображения было введено М.А.Лаврентьевым в 1938 г. Интенсивное развитие теории таких отображений приходится на конец 50-х и начало 60-х годов. В это время в работах Ю.Вяйсяля, Ф.Геринга, Б.В.Шабата и др. создается один из основных методов исследования свойств квазиконформных отображений , суть которого заключается в характеристическом свойстве квазиинвариантности конформной емкости конденсатора и модуля семейства кривых или поверхностей при квазиконформных преобразованиях пространственных областей. Систематическому применению этого геометрического метода при построении теории пространственных квазиконформных отображений и некоторых ее приложений посвящены монографии Ю.Вяйсяля, Ф.Геринга, В.М.Гольдштейна и Ю.Г.Решетняка, А.В.Сычева .

В 60-е годы, наряду с продолжающимся развитием теории квазиконформных отображений, начинается и систематическое изучение негомеоморфных квазиконформных отображений в пространстве R^n, $n \geq 3$ (называемых также отображениями с ограниченным искажением). Аналитические методы исследований свойств таких отображений были разработаны Ю.Г.Решетняком, а геометрические (выражающие собой, как и в случае квазиконформных отображений, свойство квазиинвариантности конформных инвариантов) были предложены Ю.Вяйсяля, О.Мартио, С.Рикманом, Е.Полецким .

Естественным обобщением квазиконформных отображений являются гомеоморфные отображения, квазиконформные в среднем. При аналитическом определении таких отображений, ослабляя требование квазиконформности, предполагается ограниченность каких-либо интегральных средних от аналитических отклонений отображения . Различные классы отображений, квазиконформных в среднем, рассматривались в работах Л.Альфорса, П.П.Белинского, В.И.Гаврилова, В.А.Зорича, С.Л.Крушкаля, В.С.Кудьявина, В.М.Миклюкова, И.Н.Песина, Ю.Г.Решетняка, Ю.Ф.Стругова, Г.Д.Суворова и других авторов .

Общие геометрические методы исследования свойств гомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем, были разработаны и систематически применялись, начиная с 1976 года, в ряде статей В.И.Кругликова. Эти методы отражают законы искажения емкостей конденсаторов при таких отображениях и по своей значимости они подобны соответствующим геометрическим методам в теории квазиконформных отображений .

В настоящее время теория гомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем, опираясь на геометрические методы, продолжает свое достаточно интенсивное развитие .

Для негомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем, первые попытки систематического исследования их свойств при помощи геометрических методов были предприняты в работах В.И.Кругликова и В.И.Пайкова, А.Н.Малютиной и А.В.Сычева. В то же время следует отметить, что до сих пор не было получено завершающих результатов как при описании геометрического метода, так и в вопросах его применений к изучению свойств таких отображений .

Сказанное диктует необходимость развития общей теории негомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем (называемых еще отображениями с искажением, ограниченным в среднем) и разработки общих геометрических методов исследования свойств таких отображений .

<u>Цель работы.</u> Главная цель диссертации заключается в разработке общего геометрического метода исследования свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем, с последующей иллюстрацией возможности его систематического применения для получения разнообразных конкретных свойств таких отображений.

<u>Методика исследования.</u> Широко используются общие свойства емкостей конденсаторов, методы современной теории функций действительного переменного и теории непрерывных отображений, приемы и методы теории квазиконформных отображений и отображений, квазиконформных в среднем, а также метод, основанный на предлагаемых в работе законах преобразования емкостей при отображениях с искажением, ограниченным в среднем.

<u>Научная новизна.</u> В работе описаны характеристические законы преобразования емкостей конденсаторов при отображениях с искажением, ограниченным в среднем, представляющие собой здесь основной метод исследований свойств таких отображений. При помощи этого метода установлено свойство инвариантности множеств нулевой лебеговой меры; указана оценка искажения расстояний; получено свойство полунепрерывности интегральных средних отклонений отображений; исследован ряд условий возможности непрерывного продолжения отображений на границу и др.

Практическая ценность. Результаты и методы, изложенные в работе, могут быть использованы при исследовании аналитических, метрико-геометрических и топологических свойств отображений с обобщенными производными первого порядка, а также в различных теоретических и прикладных задачах, где находит приложение теория квазиконформных отображений и их обобщений.

Апробация работы. Отдельные результаты диссертации докладывались на Республиканском совещании-семинаре по комплексному анализу и прикладным задачам управления (Алушта, 1989 г.), на Республиканской научно-методической конференции по математике, посвященной 200-летию со дня рождения Н.И.Лобачевского (Одесса, 1992 г.), а также на научных семинарах в Институте математики СО АН России (Новосибирск, 1991 г.), в Институте математики АН Украины (Киев, 1991 г.), Институте прикладной математики и механики АН Украины (Донецк, 1988-1990 гг.), Московском государственном университете (1990 г.). Полностью результаты диссертации излагались в 1988-92 гг. на семинаре по отображениям с обобщенными производными в Донецком государственном университете.

Публикации. Основные результаты диссертации содержатся в 5 работах, списком которых завершается автореферат. Две из этих работ опубликованы совместно с научным руководителем .

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, двух глав и списка литературы. Каждая глава имеет свою нумерацию параграфов, некоторые из которых разбиты на пункты . Для утверждений типа лемма, теорема, замечание и т.п. в работе принята тройная нумерация (глава, параграф, порядковый номер) . Так, например, утверждение типа теорема I.4.2 является второй теоремой в § 4 главы I. В список литературы включены лишь те публикации, на которые имеется ссылка в тексте . Общий объем диссертации - 121 страница, библиография - 70 наименований .

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Все рассуждения в работе проводятся в n -мерном евклидовом пространстве R^n при $n \geqslant 3$. Они применимы также и в случае размерности пространства $n = 2$, при этом многие доказательства могут быть значительно упрощены .

В работе рассматриваются только ограниченные отображения $f: D \to R^n$ ограниченных областей $D \subset R^n$. Относительно последовательностей $(f_j)_{j=1}^{\infty}$ отображений $f_j: D_j \to R^n$ и последовательностей областей $(D_j)_{j=1}^{\infty}$ всегда предполагается их равномерная ограниченность (даже если это не оговаривается порою специально).

Переходя к краткому обсуждению содержания диссертации, будем использоват: общепринятые в теории квазиконформных отображений обозначения и терминологию.

В первой главе, исходя из понятия α-емкости конденсатора, нами описывается геометрический метод исследования свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем, который выражает собой законы преобразования емкостей конденсаторов при таких отображениях.

Изложение главы I ведется, опираясь на содержание работ [2], [4].

Под конденсатором здесь мы понимаем пару (E, G), где E - компактное, а G - открытое множество в R^n и $E \subset G$. Его α-емкостью (при $1 < \alpha < n$) называют величину

$$cap_{\alpha}(E, G) = \inf \int_G |\nabla \varphi(x)|^{\alpha} dx,$$

где точная нижняя грань берется по всем непрерывным ACL - функциям $\varphi: G \to [0,1]$, равным единице на E и имеющим компактный носитель, расположенный в G.

Предваряя изучение отображений с искажением, ограниченным в среднем, в § 2 первой главы рассматриваются два вспомогательных класса отображений, каждый из которых определяется соответствующим специальным законом изменения емкостей конденсаторов. Для формулировки определений этих классов напомним в нужной нам форме понятие квазиаддитивной функции множества.

Неотрицательную функцию Φ, заданную на открытых множествах G из некоторой области D, конечную, если $\overline{G} \subset D$ называют квазиаддитивной, если для каждого открытого множества $G \subset D$ и для любого конечного набора $\{G_i\}_{i=1}^{k}$, $k = 1, 2, \ldots,$ непересекающихся открытых множеств $G_i \subset G$, $i = 1, \ldots, k$, выполняется неравенство $\sum_{i=1}^{k} \Phi(G_i) \le \Phi(G)$.

Определение I.2.I. Скажем, что отображение $f: D \to R^n$ принадлежит классу $QI_\alpha(D)$, где $1/(n-1) \le \alpha < +\infty$, если f - ограниченное непрерывное сохраняющее ориентацию открытое изолированное отображение такое, что существует конечная квазиаддитивная функция Φ_α, заданная на открытых множествах из D так, что для всякого конденсатора (E, G), лежащего в D, выполняется неравенство

$$\mathrm{cap}^{\alpha+1}_{\alpha n/(\alpha+1)}(f(E), f(G)) \le \Phi_\alpha(G)\, \mathrm{cap}^{\alpha}_n(E, G).$$

Определение I.2.2. Будем говорить, что отображение $f: D \to R^n$ принадлежит классу $QO_\beta(D)$, где $1/(n-1) \le \beta < +\infty$, если f - ограниченное непрерывное сохраняющее ориентацию открытое изолированное отображение такое, что существует конечная квазиаддитивная функция Ψ_β, заданная на открытых множествах из D так, что для всякого нормального конденсатора (E, G) из D выполняется неравенство

$$\mathrm{cap}^{\beta+1}_{\beta n/(\beta+1)}(E, G) \le N^{\beta}(f, G)\, \Psi_\beta(G)\, \mathrm{cap}^{\beta}_n(f(E), f(G)).$$

Из общих свойств отображений выделенных классов изучаются, например, дифференциальные свойства и свойства, характеризующие инвариантность множеств нулевой лебеговой меры при таких отображениях. Классы $QI_\alpha(D)$ и $QO_\beta(D)$ играют существенную роль при исследовании свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем .

Аналитическое описание класса отображений с искажением , ограниченным в среднем таково .

Определение I.3.I. Для произвольно заданных параметров $p, q > n-1$ отображение $f: D \to R^n$ будем называть отображением с искажением, ограниченным в (p,q) - среднем, если f является ограниченным непрерывным сохраняющим ориентацию открытым изолированным отображением класса $ACL^n(D)$ и таким, что конечны интегралы

$$\int\limits_D H_I^p(x,f)J(x,f)\,dx \quad \text{и} \quad \int\limits_D H_0^q(x,f)\,dx ,$$

где величины $H_I(x,f), H_0(x,f)$ и $J(x,f)$ означают, соответственно, внутреннее и внешнее аналитические отклонения и якобиан отображения f, определенные для п.в. точек $x \in D$.

В качестве первых свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем, вытекающих непосредственно из определения I.3.I, отметим, что такие отображения дифференцируемы п.в., абсолютно непрерывны в смысле Банаха и для них справедлива классическая формула замены переменных в интеграле.

Желая получить описание геометрической природы отображений с искажением, ограниченным в среднем, нами в § 4 устанавливаются следующие законы изменения емкостей конденсаторов при таких отображениях.

Теорема I.4.I. Если $f: D \to R^n$ - отображение с искажением, ограниченным в (p,q) - среднем, то для любого нормального конденсатора (E,G) из D, справедливо неравенство

$$cap^{q+1}_{qn/(q+1)}(E,G) \le N^q(f,G) \int\limits_{G\setminus(E\cup B_f)} H_0^q(x,f)\,dx\, cap_n^q(f(E),f(G)),$$

где, как обычно, через B_f обозначается множество точек ветвления f.

Теорема I.4.2. Если $f: D \to R^n$ - отображение с искажением, ограниченным в (p,q) - среднем, то для всякого конденсатора (E,G), лежащего в D, выполняется неравенство

$$cap^{p+1}_{pn/(p+1)}(f(E),f(G)) \le \int\limits_{G\setminus(E\cup B_f)} H_I^p(x,f)J(x,f)\,dx\; cap_n^p(E,G).$$

Главным результатом первой главы является доказательство факта обратимости этих законов, который выражает приводимая в заключительном § 5 первой главы основная

Теорема I.5.I. Пусть $f: D \to R^n$ - ограниченное непрерывное сохраняющее ориентацию открытое изолированное отображение и $p, q > n-1$ - параметры. Следующие условия эквивалентны

(I) $f \in ACL^n(D)$ и конечны интегралы

$$\int\limits_D H_I^p(x,f)J(x,f)\,dx \quad \text{и} \quad \int\limits_D H_o^q(x,f)\,dx\ ;$$

(2) $f \in QI_p(D)$ и $f \in QO_q(D)$.

Используя эту теорему, нами предлагается следующее геометрическое описание отображений с искажением, ограниченным в среднем.

Определение I.5.I. Ограниченное непрерывное сохраняющее ориентацию открытое изолированное отображение $f: D \to R^n$ называется отображением с искажением, ограниченным в (p,q) - среднем (где $p, q > n-1$), если существует пара конечных квазиаддитивных функций Φ_p и Ψ_q открытого множества $G \subset D$ таких, что выполнены два емкостных неравенства

$$cap^{p+1}_{pn/(p+1)}(f(E),f(G)) \leq \Phi_p(G)\,cap^p_n(E,G)$$

и

$$cap^{q+1}_{qn/(q+1)}(E,G) \leq N^q(f,G)\Psi_q(G)cap^q_n(f(E),f(G))\ ,$$

в первом из которых допускаются произвольные конденсаторы, а во втором - только нормальные конденсаторы (E,G) из D .

Заканчивая обсуждение результатов главы I, следует отметить, что законы преобразования емкостей конденсаторов при отображениях с искажением, ограниченным в среднем, описываемые теоремами I.4.I и I.4.2, а также определением I.5.I, представляют собой основной инструмент в дальнейших наших исследованиях различных свойств отображений. Они играют здесь такую же роль, какую в теории квазиконформных отображений и отображений с ограниченным искажением играет свойство квазиинвариантности конформной емкости конденсатора. В случае отображений, квазиконформных в среднем, (гомеоморфных отображений с искажением, ограниченным в среднем) такие законы были получены В.И.Кругликовым .

Иллюстрации применения этого геометрического метода и посвящена вторая глава работы. В этой главе изучается ряд свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем. В частности, доказывается справедливость свойства инвариантности множеств нулевой (лебеговой) меры, указывается оценка искажения евклидовых расстояний, устанавливается свойство полунепрерывности интегральных средних от аналитических отклонений отображений, рассматриваются некоторые граничные свойства и др.

Основные результаты этой главы содержатся в работах [1], [2], [3], [5].

В § 1 данной главы исследуется вопрос об инвариантности множеств нулевой (лебеговой) меры и показывается (теорема 2.1.1), что для всякого отображения $f : D \to R^n$ с искажением, ограниченным в среднем, множество $A \subset D$ имеет меру нуль тогда и только тогда, когда таковым является множество $f(A)$. С использованием этой теоремы выводится, что для изучаемых отображений как само множество точек ветвления B_f, так и его образ $f(B_f)$ имеют нулевую лебегову меру (теорема 2.1.2).

Характеризуя методику доказательства результатов этого параграфа, следует отметить, что если наличие N-свойства у отображений с искажением, ограниченным в среднем, является следствием известной аналитической теоремы Ю.Г.Решетняка, то уже доказательство N^{-1}-свойства таких отображений проводится, опираясь только на разработанный в главе I геометрический метод, и нам неизвестно другого (в частности, аналитического) способа доказательства этого факта.

В § 2 приводится еще одно эквивалентное геометрическое описание класса отображений с искажением, ограниченным в среднем (определение 2.2.1), заключающееся в уточнении свойств квазиаддитивных функций, участвующих в цитированном выше определении 1.5.1, а именно, показывается, что эти функции можно выбирать абсолютно непрерывными так, что функция Φ_p абсолютно непрерывна относительно открытого множества $G \subset D$, а Ψ_q - относительно его образа при отображении f.

Еще одним следствием применения законов преобразования емкостей служит приводимая в § 3 оценка искажения евклидовых расстояний.

Теорема 2.3.1. Пусть $f : D \to R^n$ - отображение с искажением, ограниченным в (p, q) - среднем, и $F \subset D$ - произвольный компакт. Тогда для любой пары точек $a, b \in F$, удовлетворяющих условию $|a-b|<\delta$, где $\delta \leq \min\{1, |F, \partial D|^4\}$, справедлива оценка

$$|f(b)-f(a)| \leq A\left[\Phi_p(D)\right]^{1/n} \ln^{p(1-n)/n}(1/|a-b|),$$

в которой $\Phi_p(D)=\int\limits_D H_I^p(x,f)J(x,f)\,dx$, а постоянная A зависит только от n и p.

Эта оценка точна по порядку степени у логарифма и устанавливается по методике, разработанной В.И.Кругликовым. В частном случае плоскости и без использования емкостной техники оценка искажения расстояний для некоторых классов гомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем, была получена В.И.Гавриловым, Г.Д.Суворовым, Ж.Лелон-Ферран.

Непосредственно из теоремы 2.3.I легко выводятся свойства равностепенной равномерной непрерывности и нормальности семейства рассматриваемых нами отображений (следствия 2.3.I и 2.3.2).

Исходя из геометрического определения I.5.I, нами вводятся новые геометрические понятия средних отклонений отображений.

Пусть $f: D \to R^n$ - ограниченное непрерывное сохраняющее ориентацию открытое изолированное отображение. Фиксируя произвольно параметры $p, q > n-1$, свяжем с этим отображением его внутреннее p-среднее и внешнее q-среднее отклонения, понимая под ними, соответственно, функции $\Phi_p(f,G)$ и $\Psi_q(f,G)$ открытого множества $G \subset D$, определяемые равенствами

$$\Phi_p(f,G)=\inf\{\Phi_p(G)\} \quad \text{и} \quad \Psi_q(f,G)=\inf\{\Psi_q(G)\},$$

где точная нижняя грань берется соответственно по всем квазиаддитивным функциям Φ_p и Ψ_q, для которых выполняются неравенства

$$\operatorname{cap}^{p+1}_{pn/(p+1)}(f(E),f(B)) \leq \Phi_p(B)\operatorname{cap}^p_n(E,B)$$

и

$$\operatorname{cap}^{q+1}_{qn/(q+1)}(E,B) \leq N^q(f,B)\Psi_q(B)\operatorname{cap}^q_n(f(E),f(B)),$$

в первом из которых допускаются произвольные конденсаторы, а во втором - только нормальные конденсаторы (E, G) из D.

Аналитическую характеристику средних отклонений $\Phi_p(f,G)$ и $\Psi_q(f,G)$, являющихся квазиаддитивными функциями, выражает

Теорема 2.4.I. В случае конечности функций $\Phi_p(f,G)$ и $\Psi_q(f,G)$ на любом открытом множестве $G \subset D$ справедливы равенства

$$\Phi_p(f,G)=\int_G H_I^p(x,f)J(x,f)dx \quad \text{и} \quad \Psi_q(f,G)=\int_G H_0^q(x,f)dx .$$

Отметим здесь, что для гомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем, В.И.Кругликовым были даны другие понятия средних отклонений, отличающиеся от приводимых нами, однако их аналитические характеристики одинаковы в идейном смысле с теоремой 2.4.I.

Более подробно остановимся на связи интегральных средних отклонений равномерно сходящейся последовательности отображений с искажением, ограниченным в среднем, $(f_j)_{j=1}^{\infty}$ и ее предельного отображения f. Эта связь выражается в § 5 при помощи четырех теорем, одну из которых мы приводим ниже.

Теорема 2.5.2. Пусть последовательность областей $(D_j)_{j=1}^{\infty}$ сходится к области D как к ядру, а последовательность $(f_j)_{j=1}^{\infty}$ отображений $f_j : D_j \to R^n$ с искажением, ограниченным в (p,q)-среднем, равномерно сходится внутри области D к открытому изолированному отображению $f: D \to R^n$, невырожденно дифференцируемого п.в. в D. Тогда справедливы неравенства

$$\int_D H_I^p(x,f)J(x,f)dx \leq \varliminf_{j\to\infty} \int_{D_j} H_I^p(x,f_j)J(x,f_j)dx$$

и

$$\int_D H_0^q(x,f)dx \leq \varliminf_{j\to\infty} \int_{D_j} H_0^q(x,f_j)dx .$$

Одним из следствий этой теоремы является изучение вопроса о замкнутости класса отображений с искажением, ограниченным в среднем (теорема 2.5.5).

Доказательства всех утверждений из § 5 опираются на геометрический метод исследования свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем. Полученные здесь результаты (в частности, теоремы 2.5.2 и 2.5.5) содержат в себе в качестве частного случая соответствующие результаты Ю.Ф.Стругова, Г.Д.Суворова, Ж.Лелон-Ферран и др., доказанные аналитически для некоторых видов интегральных средних отклонений гомеоморфных отображений, квазиконформных в среднем .

Наконец, последний § 6 второй главы посвящен выяснению условий граничного расширения для отображений с искажением, ограниченным в среднем .

В этом параграфе нами используется более широкое, чем в главе I, понятие α -емкости конденсатора, понимая далее под конденсатором тройку множеств (F^0, F^1, D) , где D - ограниченная область, а $F^0, F^1 \subset \overline{D}$ - непересекающиеся компактные множества в замыкании $\overline{D}$. Его α -емкость при $1 \leq \alpha \leq n$ определяется равенством

$$cap_\alpha (F^0, F^1, D) = \inf \int_D |\nabla \varphi(x)|^\alpha dx ,$$

в котором точная нижняя грань берется по всем неотрицательным непрерывным ACL-функциям $\varphi : D \to R^1$ таким, что $\varphi(x) \to j$ при $x \to x_j$ для всех $x_j \in F^j$, $j = 0,1$.

Опираясь на это понятие, мы устанавливаем законы преобразования емкостей конденсаторов в замкнутых областях при отображении с искажением, ограниченным в среднем (теоремы 2.6.I и 2.6.2) с последующим применением их к вопросу продолжения отображения на границу области.

Чтобы сформулировать теорему о граничном расширении, нами вводится следующая характеристика граничной точки. Эта характеристика является обобщением условия квазиконформной достижимости области в граничной точке в терминологии работ Р.Някки, В.Сребро.

Определение 2.6.I. Граничная точка $b \in \partial D$ области D обладает свойством α -невырожденности в D (где $n-1 < \alpha \leq n$), если для произвольно заданной окрестности этой точки и всякого континуума $K \subset D \setminus U$ найдутся число $\delta > 0$ и окрестность V точки b, $\bar{V} \subset U$ так, что для любого континуума F из D, пересекающего одновременно границы ∂U и ∂V окрестностей U и V, выполняется неравенство $\mathrm{cap}_{\alpha}(K, F, D) > \delta$.

Следующее утверждение распространяет на отображения с искажением, ограниченным в среднем, соответствующий результат В.Сребро, доказанный для случая отображений с ограниченным искажением.

Теорема 2.6.3. Пусть $f : D \to R^n$ - отображение с искажением, ограниченным в (p, q) -среднем, такое, что $C(f, \partial D) \subset \partial f(D)$. Если область D локально связна в граничной точке $b \in \partial D$ и точка y из предельного множества $C(f, b)$ обладает свойством α -невырожденности в $D' = f(D)$ при любом $n-1 < \alpha \le pn/(p+1)$, то $C(f, b) = \{y\}$.

В § 6 намечены также пути дальнейшего изучения граничных свойств отображений с искажением, ограниченным в среднем.

В заключение автор выражает глубокую благодарность своему научному руководителю Виктору Ивановичу Кругликову за постановку задач и постоянную помощь в работе.

ПУБЛИКАЦИИ ПО ТЕМЕ ДИССЕРТАЦИИ

1. Ворчук С.М. О замкнутости класса отображений с искажением, ограниченным в среднем. - Донецк: Донец. ун-т, 1990. - 28с. (Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 1493 - Ук 90).
2. Ворчук С.М. О полунепрерывности интегральных средних отклонений пространственных отображений. - Донецк: Донец. ун-т, 1991. - 47 с. (Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 43 - Ук91).
3. Ворчук С.М. Преобразование емкостей и граничное продолжение для отображений с искажением, ограниченным в среднем. - Донец. ун-т, 1991. - 27 с. (Рукопись деп. в УкрНИИНТИ, № 715 - Ук91).
4. Ворчук С.М., Кругликов В.И. Отображения с искажением, ограниченным в среднем // Докл. АН УССР. Сер. А. - 1988. - № 11. С.3-5.
5. Ворчук С.М., Кругликов В.И. Сходящиеся последовательности отображений с искажением, ограниченным в среднем // Докл. АН УССР. Сер. А. - 1990. - № 10. - С.6-9.

Подп. в печать 23.04.93
Формат 60х84/16. Бум. типогр. Офс. печать
Усл. печ. л. 0,75 Заказ 1071. 100 экз.
Ротапринт ИЭП АН Украины. 340048, г. Донецк, ул. Университетская,77.