

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ
КИЕВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им. ТАРАСА ШЕВЧЕНКО

На правах рукописи

САМИР ВАЛИО

УДК 512.552.1

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ ГРАФОВ В СТРУКТУРНОЙ ТЕОРИИ
ПОЛУСОВЕРШЕННЫХ КОЛЕЦ

01.01.06- математическая логика, алгебра и
теория чисел

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Киев - 1993

№ 26. 40

Работа выполнена на кафедре алгебры и математической логики Киевского университета имени Тараса Шевченко

Научный руководитель – доктор физико-математических наук, профессор Кириченко В.В.

Официальные оппоненты – доктор физико-математических наук, профессор Борович З.И., кандидат физико-математических наук, доцент Шкабара А.С.

Ведущая организация – Львовский университет им.И.Я.Франко

Защита диссертации состоится "15" ..~~февраля~~.. 1993г. в 14⁰⁰ час. на заседании специализированного совета К 068.18.11 по присуждению ученой степени кандидата физико-математических наук в Киевском университете имени Тараса Шевченко по адресу: 252127, Киев, проспект акад.Глушкова 6, корпус механико-математического факультета.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке университета.

Автореферат разослан "___" _____ 1993г.

Ученый секретарь
специализированного совета

Суцанский В.И.

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00825701 (N)

ЛННБ ім. В. Стефаника
АН УРСР

Актуальность темы. В 1971 г. в связи с изучением представлений конечномерных алгебр Габриель ввел понятие колчана конечномерной алгебры и охарактеризовал на языке колчанов конечномерные алгебры над алгебраически замкнутым полем конечного типа, квадрат радикала, которых равен нулю.

В терминологии Габриеля колчан – это конечный ориентированный граф, т.е. граф с конечным числом вершин и конечным числом дуг.

Как оказалось, понятие колчана Габриеля играет важную роль не только в теории представлений, но и в структурной теории неполоупростых конечномерных алгебр. Важные результаты в этом направлении изложены в книге Ю.А.Дрозда и В.В.Кириченко "Конечномерные алгебры", Киев, 1980 г. В.В.Кириченко перенес понятие колчана Габриеля на случай нетеровых с одной стороны полусовершенных колец и с его помощью получил конструктивное описание нетеровых с одной стороны полуцепных колец.

Отметим, что рассматривались и другие понятия колчана. Так свое определение колчана дает Р.Пирс в монографии "Ассоциативные алгебры", Москва, Мир, 1986 г. и с его помощью доказывает теоремы об однозначном разложении артиновых справа алгебр.

В.В.Кириченко, П.П.Костюкевич, Ю.В.Яременко понятие первичного колчана полусовершенного кольца, введенного В.В.Кириченко, применяют для описания различных типов бирядных полусовершенных колец без всяких условий конечностей.

Диссертация посвящена изучению свойств колчанов различных классов полусовершенных колец.

Цель работы. Рассмотрение различных типов колчанов полусовершенных колец и их применение в структурной теории полусовершенных колец /кусочных областей, полупервичных колец, колец дистрибутивно модульного типа/.

Научная новизна и практическая ценность. Все результаты, выносимые на защиту, являются новыми. Работа носит теорети-

ческий характер, ее результаты могут быть применены при развитии структурной теории полусовершенных колец, а также могут быть использованы при чтении спецкурсов по алгебре.

Апробация работы. Результаты работы докладывались на международной алгебраической конференции памяти А.И.Ширшова /Барнаул, 1991/ и на Киевской алгебраическом семинаре /1992/,

Публикации. Результаты диссертации опубликованы в работах [1] - [5], список которых приведен конце автореферата.

Объем и структура диссертации. Диссертация изложена на 83 страницах машинописного текста, состоит из введения, трех глав, приложения и списка литературы. Библиография включает 29 наименований.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В автореферате сохраняется нумерация утверждений диссертации.

Во введении приведены краткий обзор исследований по тематике диссертации и краткое описание содержания работы.

Первая глава состоит из трех параграфов. В первом параграфе излагаются необходимые сведения о полусовершенных кольцах. Второй параграф посвящен изложению метода вычисления конечно представимых моделей над произвольным полусовершенным кольцом. В третьем параграфе приводятся основные сведения о полудистрибутивных модулях и кольцах. Доказывается, что полусовершенное кольцо дистрибутивно модульного типа является полудистрибутивным кольцом.

Вторая глава посвящена изучению колчанов полусовершенных колец дистрибутивно модульного типа.

Пусть A - полусовершенное кольцо, для которого определен колчан $Q(A)$. Определяется производный колчан /граф/ $RQ(A)$ кольца A , который связан со строением конечно представимых модулей над ним.

Пусть число точек в колчане $Q(A)$ равно n и это точки $1, \dots, n$, причем из точки i в точку j

идет t_{ij} стрелок. Тогда новый колчан $RQ(A)$ состоит из точек $1, \dots, n$ и $\tilde{\tau}(1), \dots, \tilde{\tau}(n)$, где точки $\tilde{\tau}(1), \dots, \tilde{\tau}(n)$ попарно различны. Колчан $RQ(A)$ является двудольным графом, стрелки идут только из точек, лежащих в множестве $\{1, \dots, n\}$ в точки, лежащие в множестве $\{\tilde{\tau}(1), \dots, \tilde{\tau}(n)\}$, причем, если в $Q(A)$ из точки i в точку j идет t_{ij} стрелок, то в $RQ(A)$ из точки i в точку $\tilde{\tau}(j)$ ведут t_{ij} стрелок.

Если в колчане $RQ(A)$ опустить направления всех стрелок и соединить точку i с точкой $\tilde{\tau}(j)$, t_{ij} ребрами, тогда и только тогда, когда из точки i в точку $\tilde{\tau}(j)$, идет t_{ij} стрелок. В результате получим неориентированный граф, который мы обозначим через $RQ(A)$.

Неориентированный граф вида $1 \text{---} ? \text{---} \dots \text{---} m \text{---} ?$ будем называть неориентированный цепью. В частности, одна точка - это тоже неориентированная цепь.

Теорема 5.1. Следующие условия равносильны для полусовершенного кольца A с $R^2 = 0$ / R -радикал Джекобсона кольца A /:

а/ A - д.м. т. кольцо;

б/ A - полудистрибутивно и $RQ(A)$ является несвязным об"единением неориентированных цепей.

В шестом параграфе решается задача нахождения связанных колчанов Q , для которых RQ является несвязным об"единением неориентированных цепей для колчанов с числом точек 2, 3, 4.

Для решения этой задачи была составлена программа на языке *TURBO - PASCAL*. Программа производит подсчет общего количества графов, отсортировывает изоморфные графы и выводит их на печать.

С точностью до изоморфизма таких графов при $n = 2-6$, при $n = 3-32$, при $n = 4 - 181$.

В третьей главе рассматриваются различные определения

колчана полусовершенного кольца A .

Ненулевое полусовершенное кольцо A назовем блоком /первичным блоком/, если колчан $Q(A)$ /первичный колчан $RQ(A)$ // связан.

Следствие 1. Пусть A - нетерново справа полусовершенное кольцо. Тогда справедливы следующие утверждения:

а/ A единственным образом разлагается в конечное прямое произведение первичных блоков;

б/ каждый первичный блок является неразложимым кольцом.

Следствие 2. Пусть A - артиново справа кольцо. Тогда справедливы следующие утверждения:

а/ A единственным образом разлагается в конечное прямое произведение блоков;

б/ каждый блок является неразложимым кольцом.

§9 диссертации посвящен изучению первичных колчанов кусочных полусовершенных областей. Отметим, что всякое наследственное и полунаследственное полусовершенное кольцо является кусочной областью.

Определение. Полусовершенное кольцо A называется кусочной областью, если любой ненулевой гомоморфизм неразложимых проективных A -модулей является мономорфизмом.

Следствие 3. Пусть A - кусочная область. Тогда справедливы следующие утверждения:

а/ A единственным образом разлагается в конечное прямое произведение первичных блоков;

б/ каждый первичный блок является неразложимым кольцом.

Теорема 9.3. Первичный колчан $PQ(A)$ кусочной области A не содержит ориентированных циклов и из каждой точки в другую идет не более одной стрелки. Наоборот, если есть конечный ориентированный граф, удовлетворяющий указанным условиям, то существует кусочная полусовершенная область A такая, что $PQ(A) = \Gamma$.

Обозначим через I первичный радикал кусочной области A , $\tilde{A} = A/I$. Из теоремы 9.3 получаем такое следствие

Следствие 9.6. Кусочная область A , как абелева группа, разлагается в прямую сумму кольца A_0 , изоморфного \bar{A} и первичного радикала I : $A = A_0 \oplus I$.

Заключительный десятый параграф посвящен изучению колчанов полусовершенных полупервичных нетеровых колец.

Конечный ориентированный граф /колчан в терминологии Габриеля/ называется сильно связным, если из любой его точки в другую ведет путь.

Теорема Ю.И. Колчан (Q/A) нетерова с двух сторон неразложимого полусовершенного полупервичного кольца A сильно связан.

В приложении приводится программа вычисления колчанов, рассмотренных в § 5 и дается список, с точностью до изоморфизма, таких колчанов при $n = 2, 3, 4$.

Л и т е р а т у р а

1. Самир Валио. Об одном классе двудольных графов. Международная конференция по алгебре памяти А.И.Ширшова. Барнаул, 1991 г.
2. Кириченко В.В., Самир Валио, Яременко Ю.В. Колчаны полусовершенных колец. Международная конференция, посвященная 100-летию со дня рождения М.Ф.Кравчука. Киев, 1992.
3. Кириченко В.В., Самир Валио, Яременко Ю.В. Колчаны полусовершенных колец, ДАН Украины /в печати/.
4. Кириченко В.В., Самир Валио, Яременко Ю.В. Полусовершенные кольца и их колчаны. // Труды Института математики, т.1, 1993г.
5. Самир Валио, Сергеев О.П. Про властивості сагайдаків напівдосконалих кілець дистрибутивно-модульного типу // Вісник КУ /в друці/.

Подл. к печ. 21.01.93 . Формат 60×84¹/₁₆. Бумага тип. №3
Печать офсетная. Усл. печ. л. 0,46. Усл. кр.-отт. 469 .
Уч.-изд. л. 1,0 . Тираж 100 .
Зак. № 4-9 . Бесплатно.

Фирма «Виполь» .

252151, г. Киев, ул. Воынская, 60.

568697

Бесплатно

Av 26.426