АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ ИНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукописи

СУЯРОВ Умар Суярович

ИССЛЕДОВАНИЕ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ МАТЕМАТИЧЕСКОЙ ФИЗИКИ ФУНКЦИОНАЛЬНО-ОПЕРАТОРНЫМИ МЕТОДАМИ БОГОЛЮБОВА-МИТРОПОЛЬСКОГО

01.01.03 - математическая физика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Киев - 1993

Работа выполнена в Самаркандском государственном университете имени Алишера Навои

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук, член - корреспондент РАН, профессор БОГОЛЮБОВ Н.Н.,
доктор физико-математических наук, профессор ЛЕЗНОВ А.Н.,
доктор физико-математических наук, член - корреспондент АН Украины профессор ФУЩИЧ В.И.

Ведущая организация: Институт прикладных проблем механики и математики Академии наук Украины

Защита состоится 16 марта 1993 г. в 15 час. на заседании специализированного совета Д 016.50.02 при Институте математики АН Украины по адресу: 252601, Киев - 4, ГСП, ул.Терещенковская, 3.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института

Автореферат разослан 16 февраля 1993 г.

Ученый секретарь
специализированного совета Лучка А.Ю.

Общая характеристика работы

Актуальность темы. Современная теория нелинейных динамических систем взаимодействующих частиц основывается на фундаментальных положениях кинетической теории Н.Н.Боголюбова, сформулированных им в классической работе "Проблемы динамической теории в статистической физике" в 1946 году. Главная задача этой теории - дать математически строгое объяснение того физического факта, что широкое множество многочастичных кинетических потоков может быть описано макроскопическими гидродинамическими уравнениями Навье-Стокса, и дать соответствующие аналитические выражения для коэффициентов переноса в этих уравнениях.

В основе кинетической теории систем многих частиц лежит уравнение Боголюбова-Больцмана для одночастичной функции распределения. Н.Н.Боголюбовым был разработан регулярный метод вывода этого уравнения из фундаментального уравнения Лиувилля (как в квантовом, так и в классическом случае). При этом он использовал идею функциональной зависимости и принцип ослабления корреляций частиц и идеи иерархии времен при их кластеризации. В этой же работе Н.Н.Боголюбовым был предложен новый математический метод исследования бесконечной иерархии кинетических уравнений Боголюбова - так называемый метод производящих функционалов.

Как было показано в последующих работах Н.Н.Боголюбова (мл.) и его сотрудников, квантовое обобщение метода производящих функционалов оказалось чрезвычайно эффективным техническим средством исследования многочастичных функций распределения и соответствующих им уравнений как в равновесном, так и в неравновесном случаях. В частности, на основе этого метода и современных представлений из теории групп и алгебр Ли впервые была установлена гамильтоновость бесконечной иерархии кинетических уравнений Боголюбова в классической статистической механике и представлены точные функционально-операторные выражения для их решений.

В этой связи возникло много новых математических проблем, связанных с анализом соответствующих функциональных уравнений типа Боголюбова на функциональных пространствах с редукциями физического типа. А именно, при определенных условиях на исходную многочастичную динамическую систему может оказаться так, что ряд многочастичных корреляционных функций равны тождественно нулю для определенного класса кинетических процессов. При этом главной проблемой является построение правильных кинетических уравнений Боголюбова на указанном редуцированном функциональном подмногообразии, так как исходная система кинетических уравнений становится на нем априори несовместной.

Цель работы. Математически строгое построение кинетических уравнений Боголюбова на основе алгебраического подхода, в частности, редуцированной скобки Ли-Пуассона-Дирака на соответствующем функциональном подмногообразии;

- исследование специального класса динамических систем Больцмана-Власова на оси, а также ассоциированных с ними гидродинамических систем типа Бенни, описывающих двумерный поток несжимаемой жидкости над плоским дном в поле тяжести;

- исследование физических моделей полярона и поляронного газа на основе метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова и функционально-хронологического подхода;

- исследование операторными методами слабовозмущенных интегрируемых по Лаксу нелинейных динамических систем на функциональных многообразиях, в т.ч. анализ интегрируемости слабовозмущенного уравнения Кортевега-де Фриза:

Научная новизна защищаемых результатов.

1. В диссертации впервые предложено построение правильных кинетических уравнений Боголюбова на основе теории скобки Ли - Пуассона - Дирака на редуцированном функциональном подмногообразии, служащих строгой основой для построения кинетического уравнения Боголюбова - Больцмана и его гидродинамического приближения в форме Навье-Стокса.

2. Установлено, что все кинетические уравнения Больцмана-Власова содержат в себе микроскопически точные решения исходной иерархии уравнений Боголюбова. Это утверждение впервые было сформулировано в частном случае Н.Н.Боголюбовым в 1975 году в работе "Микроскопические решения уравнения Больцмана-Энскога в кинетической теории для упругих шаров //Теорет. и мат. физика.- 1975. - 24, №2. - С.242-246.

А именно, показано, что стандартная одночастичная скобка Ли-Пуассона- Власова является инвариантной редукцией исходной скобки Ли-Пуассона-Дирака на исходное одночастичное функциональное подмногообразие.

3. Предложены общие функционально-операторный и гамильтонов подходы к построению кинетических уравнений Боголюбова- Больцмана и Больцмана-Власова на редуцированных пространствах.

4. Впервые микроскопически точно исследована проблема построения кинетических уравнений Боголюбова-Больцмана для динамических систем многих частиц в конечном объеме с поверхностными особенностями. Изучены граничные условия для одночастичной функции распределения на поверхности сосуда с адсорбционными особенностями, а также получены на основе микроскопического подхода кинетические уравнения адсорбции частиц из объема на поверхностных особенностях. Изучена структура ядер соответствующих поверхностных интегралов столкновений, определяющих кинетические процессы на поверхности.

5. Исследован специальный класс динамических систем Больцмана-Власова на оси, а также ассоциированные с ними гидродинамические системы типа Бенни, описывающие двумерный поток несжимаемой жидкости над плоским дном в поле тяжести. С целью математически строгого описания такого рода динамических систем развит алгебраический подход к построению таких динамических систем как специальных интегрируемых по Лаксу операторных потоков в ассоциативном кольце псевдодифференциальных символов, удовлетворяющих квазиклассическому условию квантования Вейля или Мояла. Доказана теорема о гамильтоновости этих уравнений Больцмана-Власова, а также дан регулярный алгоритм построения бесконечной иерархии функциональных законов сохранения, имеющих важное значение для приложений в задачах математической физики. На основе специально построенного канонического отображения аналогичные результаты получены для так называемой гидродинамической проблемы моментов Бенни и ассоциированной нелинейной гидродинамической системы уравнений типа Навье-Стокса.

6. Установлена полная интегрируемость новой нелинейной динамической системы, ассоциированной с гидродинамическими уравнениями Навье-Стокса течения идеальной жидкости со свободной поверхностью над горизонтальным дном. Показано, что с данной динамической системой естественным образом связано нелинейное кинетическое уравнения Больцмана-Власова для одномерного потока частиц с точечным потенциалом взаимодействия между частицами.

7. Исследованы физические модели полярона и поляронного газа на основе метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова и функционально-хронологического подхода.

8. Предложен операторный метод исследования слабовозмущенных

интегрируемых нелинейных динамических систем. Исследована важная для приложений слабовозмущенная инверсная гамильтонова нелинейная динамическая система Кортевега-де Фриза. На основе операторных методов и метода гамильтонового анализа на квазиинвариантных конечномерных подмногообразиях исследован общий класс гладких по Фреше слабовозмущенных нелинейных интегрируемых динамических систем на функциональных пространствах.

Результаты, полученные в диссертации, являются новыми и могут быть применены для теоретического описания нелинейных физических полей, в задачах механики и гидродинамики, а также других областях современной теоретической и математической физики.

Теоретическая и практическая ценность работы.

В работе используются новые математические достижения для исследования квантового метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова в статистической физике на основе анализа представлений алгебры Ли токов в квантовой механике и соответствующих им функциональных уравнений. Показана эффективность развиваемого метода производящих функционалов Боголюбова для решения важной проблемы вычисления корреляционных функций систем многих частиц, разработаны функционально-операторные, дифференциально-геометрические и алгебраические методы исследования квазиинвариантности конечномерных подмногообразий в функциональных пространствах, приведены их приложения.

Апробация работы. Основные результаты работы неоднократно докладывались на научно-исследовательских конференциях профессорско-преподавательского коллектива Самаркандского госуниверситета; на объединенном научном семинаре физического и математического факультетов; на семинаре "математическая физика и анализ" математического факультета Самаркандского госуниверситета (Самарканд - 1987, 1989 - 1990); на научных семинарах Института прикладных проблем механики и математики АН Украины (Львов - 1989-1992); Математического института им.В.А. Стеклова РАН в отделе статистической механики (Москва - 1992); Института математики АН Украины, отделе математической физики и теории нелинейных колебаний (Киев - 1991, 1992); Лаборатории теоретической физики ОИЯИ (г. Дубна Московской области - 1990, 1991). Доклады по теме диссертации были представлены на Всесоюзной конференции по нелинейным проблемам дифференциальных уравнений и математической физики (Тернополь - 1989); Всесоюзной школе-семинаре по нелинейным задачам математической физики и их приложениям (Нальчик -

1990); Советско-Итальянском международном симпозиуме по некорректным проблемам математической физики и приложениям (Самарканд - 1991); Восьмой конференции СНГ по качественной теории дифференциальных уравнений "КТДУ - 92" (Самарканд - 1992); Школе-семинаре по нелинейным задачам математической физики и их приложениям (Кацивели, Крым - 1992); на семинаре по уравнениям математической физики Ташкентского госуниверситета (Ташкент - 1992); на семинаре отдела прикладной математики Института математики АН Узбекистана.

Публикации. По результатам диссертации опубликовано 26 работ.

Структура диссертации. Диссертационная работа объемом 193 машинописных страниц состоит из введения, четырех глав и списка цитируемой литературы, включающего 125 наименований.

Во введении дано обоснование актуальности и важности темы диссертационной работы, определена ее цель, изложены краткое содержание работы и ее основные результаты.

В первой главе изучается полное описание нового варианта квантового метода производящих функционалов Боголюбова в неравновесной статистической механике и его квазиклассическое представление Вигнера. Описан формализм представлений алгебры Ли токов, построены оператор Гамильтона и соответствующие функциональные уравнения.

Детально изучено кинетическое уравнение Больцмана в статистической механике систем многих частиц в конечном объеме малой плотности с поверхностными особенностями, описаны соответствующие ядра интегралов столкновений и их структура.

Первый параграф посвящен квантовому методу производящих функционалов Боголюбова в неравновесной статистической механике и его квазиклассическое представление Вигнера.

В разделе 1.1 дано краткое введение этой главы. Раздел 1.2 посвящен математическому формализму представлений алгебры Ли токов, лежащей в основе квантового метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова, и соответствующих функциональных уравнений.

Производящий функционал

$$\mathcal{L}(f) = (\Omega, \exp[i\rho(f)]\Omega) = \int_{\Phi} d\mu(F) \exp\{iF(f)\} \qquad (1.1)$$

имеет широкое применение в случае представления алгебры Ли токов, соответствующего стационарному (равновесному) статистическому состоянию исходной многочастичной динамической системы, и удовлетворяет функциональному уравнению типа Боголюбова:

$$\left[\nabla_x - i\nabla f(x) \right] \frac{1}{i} \frac{\delta \mathfrak{L}(f)}{\delta f(x)} = A(x, \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta f}) \, \mathfrak{L}(f). \qquad (1.2)$$

Здесь $A(x, \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta f})$ - так называемый характеристический оператор в представлении π: $G \to \mathrm{Aut}(\Phi_\mu)$, определяемый операторным соотношением:

$$K(x)\,\Omega = A(x;\rho)\,\Omega, \quad \text{где } x \in \mathbb{R}^3 \text{ и}$$
$$K(x) = \nabla_x \rho(x) + 2iJ(x) = 2\,\psi^+(x)\nabla_x\psi(x)$$

- элементы обертывающей алгебры $\mathcal{A}(\mathcal{G})$.

В случае равновесного статистического состояния системы при обратной температуре $\beta \to 0$ оператор $A(x;\rho)$ впервые был получен Н.Н.Боголюбовым косвенным методом в виде

$$A(x;\rho) = -\beta \int_{\mathbb{R}^3} dy\, \nabla_x V(x-y) : \rho(x)\,\rho(y) :,$$

где : : - стандартное нормальное упорядочение операторов

$$: \rho(x_1)\rho(x_2) \ldots \rho(x_n) : = \prod_{j=1}^{n} \left[\rho(x_j) - \sum_{k=1}^{j-1} \delta(x_j - x_k) \right], \qquad (1.3)$$

$x \in \mathbb{R}^3$, $j = \overline{1,n}$, $n \in \mathbb{Z}_+$ - произвольно, и $V(x-y)$, $x, y \in \mathbb{R}^3$- потенциал двухчастичного взаимодействия в динамической системе.

Учитывая, что

$$f_n(x_1, \ldots, x_n) = : \frac{1}{i} \frac{\delta}{\delta f(x_1)} \ldots \frac{\delta}{\delta f(x_n)} : \mathfrak{L}(f) \Big|_{f=0} \qquad (1.4)$$

- n-частичные функции распределения Боголюбова, из (1.2) можно получить бесконечную иерархию уравнений Боголюбова для функций (1.4), решения которых представляют основной интерес для физических приложений.

Как установил также Н.Н.Боголюбов еще в своей работе "Проблемы динамической теории в статистической физике", функциональное уравнение (1.2) имеет неединственное решение. Поэтому актуальной является задача эффективного выбора физически состоятельного решения. Эта задача эффективно решена А.К.Прикарпатским при помощи операторно- функционального представления уравнения Блоха в виде дополнительного, совместного с (1.1) функционального уравнения для функционала Боголюбова $\mathfrak{L}(f)$.

В случае нестационарных неравновесных состояний многочастичной динамической системы производящий функционал (1.1) не дает достаточной информации. Поэтому введем следующий производящий функционал типа Боголюбова:

$$\mathfrak{L}(f,g) = \left(\Omega,\ \exp[i\rho(f)]\, \exp[iJ(g)]\, \Omega \right) = \mathrm{Tr} \left(\mathcal{P}\, \exp[i\rho(f)]\, \exp[iJ(g)] \right) \qquad (1.5)$$

Здесь $\Omega \in \Phi$ - циклический вектор представления алгебры Ли токов G, удовлетворяющий условиям:

$T\rho(f)T^{-1} = \rho(f)$, $T\Omega = \Omega^*$, $TJ(g)T^{-1} = -J(g)$, $THT^{-1} = H$,
где оператор T: $\mathbb{R} \ni t \to -t \in \mathbb{R}$ - оператор обращения времени,

$f \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$, $g \in \mathcal{S}(\mathbb{R}^3;\mathbb{R}^3)$- произвольны.

В N - частичном представлении алгебры Ли токов $\mathcal{G}$, $N \in \mathbb{Z}_+$, функционал $\mathcal{L}(f,g)$ дается выражением:

$$\mathcal{L}(f,g) = \int_{\mathbb{R}^3} dx_1 \ldots \int_{\mathbb{R}^3} dx_N\, \Omega^*(x_1, \ldots, x_N) \prod_{j=1}^{N} exp[if(x_j)] \times$$

$$\times\, exp[i\xi(x_j,g)]\, \Omega(x_1, \ldots, x_N),$$

где

$$\xi(x,g) = \frac{1}{2i}\left[g(x)\nabla_x + \nabla_x g(x) \right], \quad x \in \mathbb{R}^3, \text{ и } \Omega \in L_2^{(+,-)}(\mathbb{R}^{3N},\mathbb{C})$$

- циклическое состояние.

С целью дальнейшего исследования классических функций распределения многочастичной динамической системы, введем следующий квантованный оператор Вигнера

$$W(x,p) = \frac{1}{(2\pi)^3} \int_{\mathbb{R}^3} d\alpha\, e^{\langle \alpha,p\rangle} \psi^+(x+\hbar\alpha/2)\psi(x-\hbar\alpha/2), \qquad (1.6)$$

где $(x,p) \in \mathbb{R}^3 \times \mathbb{R}^3$, - постоянная Планка.

Выполняя преобразование (1.6) в (1.5), находим:

$$\mathcal{L}(f,g) \to \mathcal{L}(f) = \sum_{n \in \mathbb{Z}_+} \frac{1}{n!} \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dx_1\, dp_1 \ldots \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dx_n\, dp_n \times$$

$$\times \prod_{j=1}^{N} \left\{ exp[if(x_j;p_j)] - 1 \right\} f_n(x_1p_1, \ldots, x_np_n) \qquad (1.7)$$

где, по определению, $f \in \varphi(\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$.Из (1.7) также следует, что

$$\mathcal{L}(f) = \left(\Omega, exp[iW(f)]\Omega \right) = Tr\left(\mathcal{P}\, exp[iW(f)] \right), \qquad (1.8)$$

где $$W(f) = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dx\, dp\, W(x;p)f(x;p),$$

$\mathcal{P}$: $\Phi_\mu \to \Phi_\mu$ - статистический оператор Гиббса.

В разделе 1.3 изучается оператор Гамильтона и функциональные уравнения в неравновесной статистической механике.

Оператор Гамильтона в представлении Вигнера (1.6) дается выражением

$$\mathbb{H}= \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz\, W(z)\, p^2/2m + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz'\, \Phi(x-y) :W(z)W(z'):,$$

где $z=(x,p)\in\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$, $z'=(y,q)\in\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$, $dz=dx\,dp$, $dz'=dy\,dq$ - обычные меры объема в $\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$.

В силу закона Гейзенберга, уравнение эволюции по $t\in\mathbb{R}$ для произвольного оператора $\mathbb{A}$ имеет вид:

$$d\mathbb{A}/dt = \frac{i}{\hbar}\left[\mathbb{H},\ \mathbb{A}\right].$$

Следуя Н.Н.Боголюбову, при $\hbar\to 0$ в слабом смысле устанавливаем справедливость общего утверждения.

Теорема 1.1. *Пусть $\mathfrak{U}$ - алгебра самосопряженных операторов из $\mathcal{A}(\mathfrak{G})$ в представлении Вигнера. Тогда операторная скобка*

$$[.,.]_0 = \lim_{\hbar\to 0} [.,.]i/\hbar$$

на алгебре $\mathfrak{U}$ в слабом смысле эквивалентна следующему выражению:

$$\left[a_j,\ a_n\right]_0 = \sum_{l=1}^{\min(j,n)} \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1 \ldots \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_l :W(z_1)\ldots W(z_l): \times$$
$$\times \left\{ \frac{\delta^l a_j}{\delta W(z_1)\ldots\delta W(z_l)},\ \frac{\delta^l a_n}{\delta W(z_1)\ldots\delta W(z_l)} \right\}^{(l)}, \qquad (1.9)$$

где $\{\ldots\}^{(l)}$ - стандартная каноническая скобка Пуассона на фазовом пространстве $l-1\in\mathbb{Z}_+$ частицы.

Соотношение (1.9) доказывается на основании общего в квазиклассическом приближении принципа соответствия Бора - Дирака

$$\lim_{\hbar\to 0} [a,b]\ i/\hbar = \left\{a,b\right\}^{(N)},$$

где N - максимальное число частиц в системе, операторы $a,b\in\mathcal{A}(\mathfrak{G})$ заданы в N - частичном представлении гильбертового пространства:

$$\Phi_\mu \cong L_2^{(+,-)}(\mathbb{R}^{3N};\mathbb{C}),\quad F = \sum_{j=1}^{N} \delta(x-x_j),\quad x\in\mathbb{R}^3.$$

Определение. *Говорят, что отображение алгебр Ли $\alpha:\mathfrak{U}\to\mathcal{A}(\mathfrak{G})$ является каноническим или пуассоновским, если для всех $b(F)$ и $c(F)$ выполнено равенство:*

$$\alpha^* \left\{ b(F),\ c(F) \right\}_0 = \left\{\left\{\alpha^* b(F), \alpha^* c(F)\right\}\right\}, \quad F = \alpha^* F \in \mathcal{U}^*.$$

Утверждение 1. *Пусть A и $\mathcal{U}$ - две произвольные алгебры Ли и $\alpha: \mathcal{U} \to A$ - линейное отображение.*

Тогда дуальное отображение $\alpha^*: D(A^*) \to D(\mathcal{U}^*)$ является каноническим тогда и только тогда, когда $\alpha: \mathcal{U} \to A$ - голоморфизм алгебры Ли.

Согласно этому утверждению установлена следующая теорема.

Теорема 1.2. *Дуальное отображение $\alpha^*: D(A^*) \to D(\mathcal{U}^*)$, построенное по иерархической алгебре Ли операторов $\mathfrak{G}$, является каноническим.*

Рассмотрим теперь производящий функционал $\mathfrak{L}(f)$ в представлении Вигнера и применим изложенную выше алгебраическую технику для вычисления величины:

$$d\mathfrak{L}(f)/dt = Tr\left[\mathcal{P}[H,\ exp[iW(f)]\right] i/\hbar \quad \text{при} \ \hbar \to 0, \ \ t \in \mathbb{R}.$$

Согласно формулам (1.5) и (1.8) находим:

$$d\mathfrak{L}(f)(\mathcal{F})/dt = Tr\left[\mathcal{P}[H,\ :exp[iW(e^{if}-1)]:]_0\right] = \alpha^* \left\{H(F),\ \mathfrak{L}(f)(\mathcal{F})\right\}_0 \tag{1.10}$$

где для всех $\mathcal{F} \in A^*(\mathfrak{G})$ функционал $H \in D(A^*(\mathfrak{G}))$ дается выражением

$$H(\mathcal{F}) = Tr(\mathcal{F}H) = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz\, T(p) f_1(z) + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dx_1 \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_2 \times$$

$$\times \Phi(x_1 - x_2)\, f(z_1, z_2). \tag{1.11}$$

Из (1.11) согласно теореме 1.2 получаем

$$d\mathfrak{L}(f)(\mathcal{F})/dt = \left\{\left\{\mathfrak{L}(f)(\mathcal{F}),\ H(\mathcal{F})\right\}\right\}, \tag{1.12}$$

где $\mathfrak{L}(f)(\mathcal{F}) = \alpha^* \mathfrak{L}(f)(\mathcal{F})$, $H(\mathcal{F}) = \alpha^* H(\mathcal{F})$, $\mathcal{F} \in \mathcal{U}^*$.

Тем самым установлена теорема.

Теорема 1.3. *Производящий функционал функций распределения Боголюбова $\mathfrak{L}(f)(\mathcal{F})$ (1.8) удовлетворяет на фазовом пространстве $D(\mathcal{U}^*)$ гамильтоновой системе вида (1.12) со скобкой Ли-Пуассона вида*

$$\left\{\left\{b(\mathcal{F}),\ c(\mathcal{F})\right\}\right\} = \mathcal{F}\left[\left[b,\ c\right]\right],$$

где по определению $\mathcal{F}(b) = b(\mathcal{F})$, $\mathcal{F}(c) = c(\mathcal{F})$, $\mathcal{F} \in \mathcal{U}^*$, как функционал на $\mathcal{U}^*$.

Тогда, используя уравнение (1.10) и выражение $\left\{\left\{a(\mathcal{F}),\ b(\mathcal{F})\right\}\right\}$, получаем неравновесное функциональное уравнение Боголюбова

$$d\mathfrak{L}(f)(\mathcal{F})/dt = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz \left\{\frac{1}{i}\ \frac{\delta\mathfrak{L}(f)}{\delta f(z)},\ T(p)\right\}^{(1)} +$$

$$+\int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1 \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_2 \left\{ :\frac{1}{i}\frac{\delta\mathfrak{L}(f)}{\delta f(z_1)}\ \frac{1}{i}\ \frac{\delta\mathfrak{L}(f)}{\delta f(z_2)}:,\ \Phi(x_1-x_2)\right\}^{(2)}\mathfrak{L}(f), \tag{1.13}$$

где для любого $n\in\mathbb{Z}_+$ согласно (1.3):

$$:\frac{1}{i}\frac{\delta\mathfrak{L}(f)}{\delta f(z_1)}\ \ldots\ \frac{1}{i}\ \frac{\delta\mathfrak{L}(f)}{\delta f(z_n)}: = \prod_{j=1}^{N}\left[\frac{1}{i}\,\frac{\delta}{\delta f(z_j)} - \sum_{k=1}^{j}\delta(z_j-z_k)\right]$$

и, по определению, $\left\{.,\ f(z_j)\right\}^{(j)}=0$ для всех $j\in\mathbb{Z}_+$.

Учитывая, что для функционала $\mathfrak{L}(f)$ существует бесконечное разложение (1.8), т.е.

$$\mathfrak{L}(f) = \sum_{n\in\mathbb{Z}_+}\frac{1}{n!}\int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1\ \ldots \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_n \prod_{j=1}^{N}\left\{ \exp[if(x_j)] - 1\right\}\times$$

$$\times f_n(z_1\ \ \ldots, z_n)$$

из (1.13) можно получить кинетические уравнения для иерархии функций распределения Боголюбова

$$df_n(z_1,\ \ldots, z_n)/dt = \left\{ f_n(z_1,\ \ldots, z_n),\ H_n(z_1,\ \ldots, z_n)\right\}^{(1)} +$$

$$+\int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1\ldots \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_{n+1}\left\{f_{n+1}(z_1,\ldots,z_{n+1}),\ \sum_{j=1}^{n}\Phi(z_j-z_{n+1})\right\}^{(n+1)}, \tag{1.14}$$

где $z_j\in\mathbb{R}^3$, $j=\overline{1,n}$, - координаты n-частичного кластера частиц в $\mathbb{R}^3$, $H_n(z_1,\ldots,z_n)$ - соответствующая его энергия

$$H_n(z_1,\ \ldots, z_n) = \sum_{j=1}^{n} p^2/2m + \frac{1}{2}\sum_{j=1}^{n}\Phi(x_j-x_{n+1}).$$

Таким образом, проблема построения кинетической теории по Боголюбову сведена к нахождению специальных решений бесконечной иерархии уравнений (1.14), в основе выбора которой лежит фундаментальный принцип ослабления корреляций Боголюбова:

$$|f_{n+m}(z_1,\ldots,z_{n+m})-f_n(z_1,\ldots,z_n)f_m(z_{n+1},\ldots,z_{n+m})| \underset{\|(n)-(m)\|\to\infty}{\longrightarrow} 0.$$

Здесь $\|(n)-(m)\|\to\infty = dist(\{z_i:\ i=\overline{1,n}\},\ \{z_{i+n}:\ i=\overline{1,m}\})$ - расстояние между двумя кластерами из n и $m\in\mathbb{Z}_+$ частиц, соответственно.

Если существует специальное решение бесконечной иерархии (1.14) вида

$$f_n(z_1, \ldots, z_n; t) = f_n(z_1, \ldots, z_n; f_1(z_1;t))$$

для всех $n \in \mathbb{Z}_+$ и $t \in \mathbb{R}$, то тогда соответствующее уравнение для одночастичной функции распределения во внешнем поле $\Phi_0(x)$ имеет вид

$$df_1(z;t)/dt + \langle \frac{p}{m}, \nabla_x f_1(z;t) \rangle + \langle \nabla \Phi_0(x), \nabla_p f_1(z;t) \rangle = J(f_1)(z;t),$$

где $J(f_1)$ - так называемый интеграл столкновений. Последнее уравнение называется кинетическим уравнением Больцмана.

Именно анализу таких специальных решений иерархии уравнений Боголюбова (1.13) посвящен §2, где исследуются кинетические уравнения Больцмана в неравновесной статистической механике систем многих частиц в рамках приближения Боголюбова. В разделе 2.1 рассмотрено функциональное уравнение Боголюбова и анализ его решений. Использование выражения

$$\mathcal{L}(f)(t;t_0) = exp\Big[\frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1 \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_2 \Big\{ : \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(z_1)}\ \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(z_2)} :, \Phi(x_1-x_2)\Big\}^{(2)}(t;t_0)\Big]\ \mathcal{L}_0(f)(t;t_0) \qquad (1.15)$$

дает возможность, пользуясь выбором начального состояния и учитывая условия Боголюбова ослабления корреляций, предъявить для функционального уравнения

$$d\mathcal{L}(f)/dt = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz \Big\{\frac{1}{i}\ \frac{\delta\mathcal{L}(f)}{\delta f(z)}, T(p)\Big\}^{(1)} +$$

$$+\frac{1}{2}\int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1 \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_2 \Big\{ : \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(z_1)}\ \frac{1}{i}\frac{\delta}{\delta f(z_2)} : \mathcal{L}(f), \Phi(x_1-x_2)\Big\}^{(2)}$$

многочисленные типы решений на основе метода последовательного приближения, используя (1.15) и функциональную гипотезу Боголюбова.

В §3 рассматривается кинетическая теория динамических многочастичных систем в конечном объеме малой плотности с поверхностными особенностями. Здесь впервые микроскопически точно исследована проблема построения кинетических уравнений Боголюбова-Больцмана для динамических систем многих частиц в конечном объеме с поверхностными особенностями. Изучены граничные условия для одночастичной функции распределения на поверхности сосуда с адсорбционными особенностями. Здесь также впервые выведены на основе микроскопического подхода кинетические уравнения адсорбции частиц из объема на поверхностных особенностях. Изучена структура ядер соответствующих поверхностных интегралов столкновений, определяющих кинетические процессы на поверхности.

Вторая глава диссертации посвящена исследованию специального класса динамических систем Больцмана-Власова на оси, а также ассоциированных с ними гидродинамических систем типа Бенни, описывающих двумерный поток несжимаемой жидкости над плоским дном в поле тяжести. С целью математически строгого описания гидродинамических систем развит алгебраический подход к их построению как специальных интегрируемых по Лаксу операторных потоков в ассоциативном кольце псевдодифференциальных символов, удовлетворяющих квазиклассическому условию квантования Вейля или Мояла. Доказана теорема о гамильтоновости уравнений Больцмана-Власова, а также предложен регулярный алгоритм построения бесконечной иерархии функционально-независимых законов сохранения.

В первом параграфе исследуется кинетическое уравнение Власова и его алгебраическая структура. В разделе 1.1 излагается краткое введение в состояние проблемы. Классическое уравнение Боголюбова в отсутствии многочастичных корреляций между частицами динамической системы, т.е. при слабом взаимодействии, описывает длинные волны в плотном газе частиц с короткодействующим потенциалом. Это же уравнение, называемое уравнением Власова, как показал Н.Н.Боголюбов, описывает точные микроскопические решения соответствующей цепочки Боголюбова для функции распределения, рассмотренных нами на основе метода производящих функционалов Боголюбова.

А.А.Власов предложил свое кинетическое уравнение для электронно-ионной плазмы, исходя из общефизических соображений о том, что в отличие от короткодействующих сил взаимодействия между атомами нейтрального газа, силы взаимодействия между заряженными частицами медленно спадают с расстоянием и поэтому движение каждой такой частицы определяется не только ее парным взаимодействием со всем коллективом заряженных частиц. При этом в уравнении Боголюбова для функции распределения частиц в объеме $\Lambda \in \mathbb{R}^3$ вида

$$df_1(z;t)/dt + \langle \frac{p}{m}, \nabla_x f_1(z;t)\rangle = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz' \left\{ f_2(z,z';t), \phi(x-x') \right\}^{(2)}, \quad (2.1)$$

где $z, z' \in \mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$; $\phi(x-x')$, $x, x' \in \mathbb{R}^3$, - потенциал взаимодействия между частицами, достаточно положить

$$f_2(z,z';t) = f_1(z;t) f_1(z';t), \quad (2.2)$$

т.е. считать корреляционную функцию между двумя частицами тождественно равной нулю.

Из (2.1) находим кинетическое уравнение Больцмана - Власова

$$df_1(z;t)/dt + \langle \frac{p}{m}, \nabla_x f_1(z;t)\rangle = \langle \frac{\delta f_1(z;t)}{\partial p}, \frac{\partial}{\partial x} \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz' \, \phi(x-x') \times$$

$$\times f(z';t)\rangle. \quad (2.3)$$

Это уравнение гамильтоново относительно специальной скобки Ли - Пуассона - Власова

$$\left\{\left\{ a(f), b(f) \right\}\right\} = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz\, f(z) \left\{ grad\, a(f), grad\, b(f) \right\}^{(1)},$$

где $grad\,(\cdot) = \delta(\cdot)/\delta f$, $f \in \mathcal{D}(M)$, $a, b \in \mathcal{D}(M_f)$ - гладкие функционалы на $\in M_f \subset C^{(\infty)}(\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$.

Справедлива следующая теорема.

Теорема 2.1. *Относительно скобки Ли-Пуассона* $\left\{\left\{ a(f), b(f) \right\}\right\}$ *на множестве функционалов* $\mathcal{D}(\mathfrak{U}^*)$ *функциональное многообразие* $\mathcal{D}(\mathfrak{U}^*_1) \subset \mathcal{D}(\mathfrak{U}^*)$ *является инвариантным.*

В разделе 1.2 изучена скобка Ли-Пуассона-Власова на основе применения алгебро-геометрического подхода.

Теорема 2.2. *Динамическая система (2.3) - кинетическое уравнение Больцмана-Власова, является гамильтоновым потоком относительно канонической Ли-алгебраической структуры - скобки Ли-Пуассона*

$$\left\{\left\{ \gamma, \mu \right\}\right\} = \left(f, \left\{ \nabla\gamma(f), \nabla\mu(f) \right\} \right),$$

где $\gamma, \mu \in \mathcal{D}(\mathfrak{U}^*)$, *а гамильтониан* $H \in \mathcal{D}(\mathfrak{U}^*)$ *имеет вид*

$$H = \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz\, f(z) p^2/2m + \frac{1}{2} \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_1 \int_{\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3} dz_2\, \phi(x_1-x_2) f_1(z_1) f_1(z_2).$$

Как следствие получаем утверждение о том, что кинетическое уравнение Власова (2.3) допускает гамильтонову инверсию времени $\mathbb{R} \ni t \rightleftarrows -t \in \mathbb{R}$.

В разделе 1.3 параграфа 2 показано, что если в системе частиц имеется потенциал двухчастичных взаимодействий $\Phi(x_1-x_2)$, то утверждение теоремы 2.2 сохраняется, т.е. кинетическое уравнение Больцмана-Власова

$$df(z;t)/dt + \langle \frac{p}{m},\nabla_x f(z;t)\rangle = J_{B-\varepsilon}(f),\ \int_{\mathbb{R}^3} dp' \left\{ f(z;t) \times \right.$$

$$\left. \times f(z';t),\Phi(x-x') \right\}^{(2)} \qquad (2.4)$$

для всех $z\in\mathbb{R}^3$ гамильтоново на $D(M_f)$ и, в частности, допускает микроскопически точное сингулярное решение

$$f(z;t) = \sum_{j=1}^{N} \delta(z-z_j(t)),$$

где $z_j\in\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$, $j=\overline{1,N}$, - координаты взаимодействующих частиц.

Описанная выше проблема гамильтоновости и существования микроскопически точных решений уравнения (2.4) имеет глубокую связь с проблемой описания корреляционных функций (2.2), обрывающих цепочку уравнений Боголюбова (1.14). А именно, если ввести корреляционные функции многочастичных функций распределения

$$g_1(z)=0,\quad g_2(z_1,z_2) = f_2(z_1,z_2) - f_1(z_1)f_1(z_2),$$

$$g_3(z_1,z_2,z_3) = f_3(z_1,z_2,z_3) - f_1(z_1)f_1(z_2)f_1(z_3) -$$

$$- f_1(z_1)g_2(z_2,z_3) - f_1(z_2)g_2(z_1,z_3) - f_1(z_3)g_2(z_1,z_2),\ \ldots,$$

то уравнение Власова (2.4) получается из иерархии уравнений Боголюбова при $n=1$ и $g_2(z_1,z_2)=0$, $z_1,z_2\in\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$.

Как указывалось выше, последнее ограничение на иерархию уравнений Боголюбова (1.14) является согласованным с его гамильтоновостью. В случае же часто проводимой на практике процедуры *замыкания* иерархии кинетических уравнений Боголюбова при помощи условий

$g_j(z_1,\ldots,z_j)=0$ для всех $z_j\in\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$, $j=\overline{1,n}$, где $n\in\mathbb{Z}_+$ - фиксировано и больше двух, т.е. $n\geq3$, возникает серьезная проблема динамической корректности этой процедуры. А именно, если при помощи этих ограничений мы *замкнули* иерархию уравнений Боголюбова (1.14) и нашли все решения, то, подставляя их в оставшуюся часть уравнений Боголюбова, мы получаем несовместную систему уравнений, что, естественно, свидетельствует о внутренней некорректности получаемых результатов без их априорной физической адаптации.

Чтобы разрешить эту проблему корректности, заметим, что условия

$$g_j(z_1, \ldots, z_n)=0, \quad j=\overline{1,n},$$

должны рассматриваться как локальные функциональные связи на исходное функциональное многообразие $D(\mathcal{U}^*)$ в гамильтоновом подходе. В этом случае мы должны редуцировать исходную скобку Ли-Пуассона $\{\{\cdot,\cdot\}\}$ из $D(\mathcal{U}^*)$ на многообразие $D(\mathcal{U}^*(\mathcal{G}))$, т.е. необходимо выполнить редукцию Дирака исходной скобки Ли-Пуассона.

В результате получим взамен уравнения (1.12) новое функциональное гамильтоново уравнение вида

$$d\mathcal{R}(f)/dt = \left\{\left\{ \mathcal{R}(f),\ H(\mathcal{F}) \right\}\right\}^{(*)}. \tag{2.5}$$

Здесь $\mathcal{R}(f)\in D(\mathcal{U}^*/(\mathcal{G})) \subset D(\mathcal{U}^*)$ -гладко вложенный производящий функционал Боголюбова (1.8) для функций распределения исходной многочастичной динамической системы, $H(\mathcal{F})$ - гамильтониан системы, а скобка Пуассона $\{\{\cdot,\cdot\}\}^{(*)}$ на $D(\mathcal{U}^*/(\mathcal{G}))$ дается следующим явным выражением:

$$\left\{\left\{ \gamma, \mu \right\}\right\}^{(*)} = \left\{\left\{ \gamma, \mu \right\}\right\} - \sum_{k,j=1}^{n} \left\{\left\{ \gamma, g_j \right\}\right\} |^{-1}_{j,k} \left\{\left\{ \mu, g_k \right\}\right\},$$

где γ, μ - произвольные гладкие функционалы из $D(\mathcal{U}^*/(\mathcal{G}))$, гладко вложенные в $D(\mathcal{U}^*)$.

Вычисляя из функционального уравнения (2.5) соответствующие кинетические уравнения иерархии Боголюбова (1.14), заметим, что эти уравнения соответственно отличаются от канонических, но остаются при этом в существенном гамильтоновыми.

Анализируя вышеуказанные кинетические уравнения при условиях $g_n(z_1, \ldots, z_n)=0$, $n\geq 2$, находим, что уравнение для одночастичной функции распределения $f_1(z)$, $z\in\mathbb{R}^3$, полностью совпадает с уравнением Боголюбова-Власова (2.4), что является следствием исходной инвариантности многообразия $D(\mathcal{U}^*_1) \subset D(\mathcal{U}^*)$. В противном же случае, когда $g_2(z_1, z_2)\neq 0$, получающиеся редукционные кинетические уравнения типа Боголюбова существенно отличаются от уравнений (1.14), полученных после подстановки в них ограничений $g_n(z_1, \ldots, z_n)=0$, $z_j\in\mathbb{R}^3\times\mathbb{R}^3$, $j=\overline{1,n}$, $n\geq 3$.

Это обстоятельство, обнаруженное нами в теории кинетических уравнений Боголюбова- Больцмана, отмечено здесь впервые и, несомненно, заслуживает дальнейшего глубокого изучения как с теоретической точки зрения, так и со стороны их приложений в физической кинетике.

В §2 главы 2 исследованы кинетические уравнения Больцмана-Власова на оси и их гамильтонова структура. Здесь развит алгебраический подход к построению динамических систем как специальных интегрируемых по Лаксу операторных потоков в ассоциативном кольце псевдодифференциальных операторных символов, удовлетворяющих квазиклассическому условию квантования Вейля или Мояла.

Этот подход дал возможность доказать теорему о гамильтоновости уравнений Больцмана-Власова, а также предъявить регулярный алгоритм построения бесконечной иерархии функционально независимых законов сохранения, имеющих важное значение для приложений. Затем на основе специально построенного канонического отображения аналогичные результаты установлены для так называемой гидродинамической проблемы моментов Бенни, ассоциированной с кинетическим уравнением Больцмана-Власова на оси. Исследована также полная интегрируемость одной специальной нелинейной динамической системы, ассоциированной с гидродинамическими уравнениями Навье-Стокса течения двумерной несжимаемой идеальной жидкости со свободной поверхностью над горизонтальным дном.

В третьем параграфе предложена схема построения алгебраически слабовозмущенных деформаций интегрируемых по Лаксу нелинейных динамических систем, обладающих свойством сохранения полноты системы инвариантов.

Третья глава диссертации посвящена исследованию моделей полярона и поляронного газа на основе метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова и функционально-хронологического подхода для исследования моделей полярона и поляронного газа. В первом параграфе формулируется математическая модель полярона и описывается функционально-хронологический подход.

В разделе 1.1 дается описание модели полярона. Получены аналитические выражения статистической суммы для свободной энергии полярона.

§2 посвящен поляронному газу и методу производящих функционалов Н.Н.Боголюбова и коллективным переменным. В разделе 2.1 изучена модель поляронного газа в представлении вторичного квантования. В разделе 2.2 вычисляется статистическая сумма поляронного газа. Для потенциала взаимодействия найдено выражение

$$V_{eff}(q) \sim \tilde{\gamma}^{2} \, |q|^{-1} \, exp\{-\alpha|q|\}.$$

которое называют дебаевским потенциалом, параметр α^{-1} - радиусом Дебая, $q\in\Lambda$ - координаты электронов и $\tilde{\gamma}$- некоторый параметр.
В разделе 2.3 вычисляется статистическая сумма поляронного газа в рамках функционально-хронологического метода. Согласно развитому в §1 функционально-хронологическому методу исследования поляронной системы в кристалле, представим статистическую сумму Q через Т-операцию хронологического упорядочения

$$Q = Q_{ph}\, tr \left\{ exp(-\beta\, \tilde{H}_o)\ T\ exp[\hat{\Phi}]\right\}.$$

В координатном представлении получены операторы $\tilde{H}_o$ и Φ. В частности, для $\hat{\Phi}$ в представлении вторичного квантования найдено выражение:

$$\hat{\Phi} = - 2\pi \int_0^\beta dx \int_0^\beta dy \int_0^\beta d\tau f(\tau,x) \int_\Lambda d^3 q \int_\Lambda d^3 r\ |q-r|^{-1}\rho(q,x)\rho(r,y).$$

Для соответствующих функций распределения $F_1(q_1)$ и $F_2(q_1,q_2)$, $q_1,q_2\in\Lambda$, получены точные выражения в *гауссовом* приближении

$$F_1(q_1) = \bar{\rho} \simeq exp\Big[\ \frac{\beta}{2}\int_{\mathbb{R}^3} d^3k\ \frac{\beta v^2(k)\ (2\pi)^3\ z}{1+\beta v(k)(2\pi)^3 z}\ \Big],$$

$$F_2(q_1,q_2) \simeq \bar{\rho}^{\ 2}\ exp\ \Big[\ -\ \beta\ V_{eff}(q_1-q_2)\Big],$$

где $\bar{\rho}\in\mathbb{R}^1_+$ -средняя плотность поляронного газа.

В четвертой главе развиваются операторные методы исследования слабовозмущенных нелинейных интегрируемых динамических систем. Здесь дан новый эффективный подход к анализу редукций преобразования типа Бэклунда, зависящих асимптотически от малого параметра. Сформулирован критерий редукции преобразования Бэклунда, когда исходная нелинейная динамическая система $O(\varepsilon^n)$ - асимптотически интегрируема. В качестве примера подробно исследована слабовозмущенная инверсная нелинейная динамическая система Кортевега-де Фриза.

На основе операторных методов и метода симплектического анализа на квазиинвариантных конечномерных подмногообразиях исследован общий класс гладких по Фреше слабовозмущенных нелинейных интегрируемых динамических систем. Получено характеристическое (линейное) функциональное уравнение, описывающие квазиинвариантную ε-деформацию инвариантного подмногообразия и найден явный вид проекции на него исходной слабовозмущенной нелинейной динамической системы.

В первом параграфе дается операторный метод редукции в теории интегрируемых по Лаксу нелинейных динамических систем.

Пусть элемент l, принадлежащий алгебре Ли $\mathfrak{G}_\varepsilon$, $\varepsilon\in\mathbb{R}^3$, представим в виде

$$l(p) = l[a](p) = p + \beta/2\alpha + \sum_{j\in\mathbb{Z}_+} a_j(x)\, p^{-(j+1)},$$

где $\mathfrak{G}_\varepsilon = \bigcup_{n\in\mathbb{Z}_+} \Big\{ a(x,p) = \sum_{j=-\infty}^{n} a_j(x) p^j \colon a_j \in C^{(\infty)}(\mathbb{R};\mathbb{R}),\ j \in \mathbb{Z}_+$ - произвольные функции $\Big\}$ - $\mathbb{C}$-расширение кольца псевдодифференциальных символов на оси $\mathbb{R}$ по переменной $p\in\hat{\mathbb{R}}$ с операцией умножения Вейля или Мояла, $\alpha\neq 0$, функционал $\gamma \to \gamma_n = \frac{1}{n(n+1)} Tr(l_0)^{n+1}$, $n \in \mathbb{Z}_+$.

Тогда все операторные динамические системы Сато вида

$$dl/dt_n = -[l, \tfrac{1}{n}(l_0)^{n+1}],\ t_n\in\mathbb{C},\ n\in\mathbb{Z}_+,$$

коммутативны и интегрируемы по Лаксу.

При $n=2,3$, в частности, имеем при квантовании Мояла

$$\frac{1}{2}\frac{da_0}{dt_2} = \varepsilon\, a_{1,x},\quad \frac{1}{2}\frac{da_1}{dt_2} = \varepsilon\big(a_{2,x} + a_0 a_{0,x}\big),$$

$$\frac{1}{2}\frac{da_0}{dt_3} = \varepsilon\, a_{2,x} + \frac{\varepsilon^3}{3} a_{0,3x}\ ,$$

откуда получаем известное нелинейное гидродинамическое уравнение Кадомцева-Петвиашвили для функции $a_0\in C^{(\infty)}(\mathbb{R}\times\mathbb{R};\mathbb{R})$ вида:

$$\frac{1}{2}\frac{da_0}{dt_3} = \frac{1}{4\varepsilon}\partial_x^{-1}\frac{d^2a_0}{dt_2^2} - \varepsilon a_0 a_{0,x} + \frac{\varepsilon^3}{3} a_{0,3x}\ , \qquad (4.1)$$

Как следствие имеем, что нелинейная динамическая система (4.1) гамильтонова и интегрируема по Лаксу.

В разделе 1.2 и 1.3 §1 изучается операторный метод редукции, а также модифицированные иерархии динамических систем Сато. В разделе 2.1 §2 исследуется преобразование типа Беклунда симплектических структур на бесконечномерных функциональных многообразиях. На

$M \subset C^{(\infty)}(\mathbb{R};\mathbb{R}^n)$, $n \in \mathbb{N}$, рассматривается симплектическая структура $\{\ldots\}_{\mathcal{L}}$, где $\mathcal{L}$ - имплектический оператор, и отображение $B(\varepsilon): M \to M$ вида

$$B(\varepsilon): v \to u = v + \sum_{j=1}^{\infty} b_j[v]\, \varepsilon^j, \qquad (4.2)$$

где элементы u, $v \in M$, $b_j \in T(M)$, $j=\overline{1,\infty}$, - некоторые локальные функционалы на M, ε - малый параметр.

При отображении (4.2) симплектическая структура $\{\ldots\}_{\mathcal{L}}$ на M изменяется согласно правилу

$$\mathcal{L}[u;\varepsilon] = R\, \mathcal{L}[v]\, R^*, \; R = B_u'^{-1}(\varepsilon)\, B_v'(\varepsilon). \qquad (4.3)$$

Тогда для имплектического оператора $\mathcal{L}[u;\varepsilon]: T^*(M) \to T(M)$ при $\varepsilon \to 0$ имеем следующее разложение:

$$\mathcal{L}[u;\varepsilon] = \mathcal{L}[u] + \sum_{j=1}^{\infty} \mathcal{L}_j[u]\, \varepsilon^j,$$

где операторы $\mathcal{L}_j[u]: T^*(M) \to T(M)$ кососимметричны и определяются из (4.3) согласно отображению (4.2), которое при малых ε является обратимым.

Раздел 2.2 посвящен слабовозмущенным интегрируемым динамическим системам и редукциям преобразований Бэклунда. Предположим, что на многообразии M задана гамильтонова динамическая система

$$dv/dt = \tilde{K}[v;\varepsilon], \qquad (4.4)$$

где $v \in M$, $\tilde{K}: M \to T(M)$ - гладкое по Фреше гамильтоново векторное поле на M, $t \in \mathbb{R}$ и ε - малый числовой параметр.

Так как динамическая система (4.4) гамильтонова, то существует имплектический оператор $\tilde{\mathcal{L}}$ на M, удовлетворяющий условию Картана-Нетер $L_{\tilde{K}}\tilde{\mathcal{L}} = 0$, где $L_{\tilde{K}}$ -производная Ли вдоль векторного поля (4.4). Если задана ε -деформация типа Бэклунда (4.2), то динамическая (4.4) переходит в динамическую систему вида

$$du/dt = K[u;\varepsilon], \quad u \in M, \qquad (4.5)$$

где $K: M \to T(M)$ - преобразованное векторное поле на M, являющееся гамильтоновым относительно имплектической структуры (4.2), т.е. для всех $\varepsilon \to 0$ на многообразии M выполняется $L_K \mathcal{L} = 0$.

Предположим теперь, что исходная динамическая система (4.4) при $\varepsilon=0$ интегрируема на многообразии M и рассмотрим вопрос о построении преобразования типа Бэклунда вида

$$B(\varepsilon):\ v \to u = v + \sum_{j=1}^{n} b_j[v]\,\varepsilon^{n/q} + O(\varepsilon^{(n+1)/q}),$$

где q -некоторое натуральное число, $u,v \in M$, $\varepsilon \to 0$, $n\in\mathbb{N}$ - фиксировано, такого, что преобразованная динамическая система (4.5) при $\varepsilon \to 0$ асимптотически (с точностью $O(\varepsilon^{(n+1)/q})$) интегрируема на M.

Теорема 4.1. Пусть динамическая система (4.4) при $\varepsilon \to 0$ асимптотически (с точностью $O(\varepsilon^{(n+1)/q})$) гамильтонова на M и уравнение типа Лакса

$$d\tilde{\varphi}/dt + \tilde{K}'^{*}[u;\varepsilon]\cdot\tilde{\varphi} = O(\varepsilon^{(n+1)/q}) \qquad (4.6)$$

обладает при $|\lambda| \to \infty$ решением вида

$$\tilde{\varphi}(x;\lambda) \cong \left[1,\ \tilde{b}(x;\lambda)\right]^{\tau} exp\left[\tilde{w}(x,t;\lambda)+\partial_x^{-1}\tilde{\sigma}(x;\lambda)\right] + O(\varepsilon^{(n+1)/q}),$$

где

$$\tilde{b}(x;\lambda) \cong \sum_{j\in\mathbb{Z}_+} \tilde{b}_j[u;\varepsilon]\,\lambda^{-j+[\tilde{b}]},\quad \tilde{\sigma}(x;\lambda) \cong \sum_{j\in\mathbb{Z}_+} \tilde{\sigma}_j[u;\varepsilon]\,\lambda^{-j+[\tilde{\sigma}]},$$

вектор $\left[1,\ \tilde{b}(x;\lambda)\right]^{\tau} \in T^{*}(M)$, числа $[\tilde{b}]$, $[\tilde{\sigma}] \in \mathbb{Z}_+$ фиксированы видом разложения (4.5), $\tilde{w}(x,t;\lambda)$, $\lambda\in\mathbb{C}$, - дисперсионная функция линеаризованной в регулярной точке $v=0 \in M$ линейной системы (4.6).

$$\partial_x^{-1}(\cdot) = \frac{1}{2}\left[\int_{-\infty}^{x}(\cdot)dx - \int_{x}^{\infty}(\cdot)dx\right].$$

Тогда функционалы

$$\gamma_j = \int_{\mathbb{R}} \tilde{\sigma}_j[u;\varepsilon]\,dx + O(\varepsilon^{(n+1)/q})$$

образуют бесконечную инволютивную (с точностью $O(\varepsilon^{(n+1)/q})$) систему квазиинвариантов (инвариантов с точностью $O(\varepsilon^{(n+1)/q})$) для исходной динамической системы (4.4). Как следствие получаем утверждение.

Утверждение. *Если динамическая система* (4.4) *удовлетворяет условиям теоремы* 4.1, *то данная динамическая система является квазибигамильтоновой и согласно градиентно-голономному алгоритму обладает (асимптотически) при* $\varepsilon \to 0$ *квазипредставлением типа Лакса.*

Тем самым динамическая система (4.4) при $\varepsilon \to 0$ асимптотически (с точностью $O(\varepsilon^{(n+1)/q})$) интегрируема по Лаксу и обладает представлением типа Лакса (4.2) этой же точности по ε.

В разделе 2.3 этого параграфа проводится анализ интегрируемости слабо возмущенных нелинейных динамических систем, имеющих значения для приложений. При исследовании ряда задач гидродинамики, физики плазмы и других проблем современной физики значительную роль играют специальные нелинейные модели физических процесов типа инверсного уравнения Кортевега-де Фриза его нелинейных возмущений вида

$$\left.\begin{aligned} du/dt = v, \quad dv/dt = p \\ dp/dt = u_x + uv + \varepsilon u^2 v \end{aligned}\right\} = K[u,p,v;\varepsilon], \tag{4.7}$$

где $(u,p,v)^\tau \in M \subset C^{(\infty)}(\mathbb{R}^3;\mathbb{R})$, $t\in\mathbb{R}$ - эволюционный параметр, $\varepsilon \to 0$.

Чтобы установить асимптотическую интегрируемость динамической системы (4.7), предварительно исследуется ее интегрируемость по Лаксу при $\varepsilon=0$. Основываясь на градиентно-голономном алгоритме, установлено, что инверсная к уравнению Кортевега-де Фриза динамическая система (4.7) на многообразии M обладает стандартным представлением типа Лакса и является вполне интегрируемым гамильтоновом потоком. Используя это представление Лакса, можно получить в явном виде конечнозонные, быстро убывающие на бесконечности, солитонные, а также другие типы решений системы уравнений (4.7). В частности, L - оператор Лакса для (4.7) имеет вид

$$L = \frac{d}{dx} - \frac{1}{6}\begin{vmatrix} -3\lambda^3 + \lambda u - v & -\lambda^2 u - p + \lambda u + u^2/3 \\ 2u - 6\lambda^2 & 3\lambda^2 - \lambda u + v \end{vmatrix} \tag{4.8}$$

С L-оператором Лакса (4.8) связана бесконечная иерархия инволютивных вполне интегрируемых гамильтоновых потоков $\alpha_j \in \mathcal{F}(M)$, $j\in\mathbb{Z}_+$, где

$$\alpha_j = \Lambda^{*j}\,\alpha_0, \qquad \alpha_0 \equiv (\,u_x,\ p_x,\ v_x\,)^\tau, \tag{4.9}$$

которые именуются высшими инверсными уравнениями Кортевега-де Фриза. В частности, из (4.9) имеем:

$$\alpha_{-1}[u,p,v] = K[u,p,v] = (\,v,\ u_x + uv,\ p\,)^\tau =$$

$$= \frac{1}{6}\Big[6p_x - 4uu_x - 2vp + u^2 v,\ u^2 u_x - 4pu_{xx} + 2up_x + 6v_{xx} + u^3 p -$$

$$- 2upv + 2vv_x,\ 6u_{xx} + 2uu_x - 2p^2 + u^2 p\Big]^\tau.$$

Следует отметить, что нелинейная инверсная динамическая система

$$d(u,p,v)/dt = \alpha_{-1}[u,p,v]$$

является новым вполне интегрируемым гамильтоновым потоком, который представляет интерес для приложений в гидродинамике, физике плазмы и других областях современной математической физики.

В случае же $\varepsilon \neq 0$, $\varepsilon \to 0$ для динамической системы (4.7) при помощи непосредственных вычислений установлено, что динамическая система (4.7) (в рамках критериев теоремы 4.1) квазибигамильтонова на М, а имплектический $\tilde{\mathcal{L}}[\tilde{u};\varepsilon]$, $\tilde{u} \in M$, оператор имеет вид

$$\tilde{\mathcal{L}}[u;\varepsilon] = \begin{Vmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & \partial & -(\tilde{u} + \varepsilon\tilde{u}^2) \\ 1 & \tilde{u} + \varepsilon\tilde{u}^2 & 0 \end{Vmatrix}$$

и удовлетворяет уравнению Картана-Нетер с точностью $O(\varepsilon^2)$, т.е.

$$L_{\tilde{K}} \tilde{\mathcal{L}} = O(\varepsilon^2), \quad \varepsilon \to 0.$$

Соответствующий $\tilde{M}$ оператор также существует, который в силу громоздкости здесь не выписывается.

Таким образом, существует $O(\varepsilon^2)$ - асимптотическое преобразование типа Баклунда (4.2), сводящее исходную динамическую систему (4.7) к вполне интегрируемой по Лаксу.

В третьем параграфе рассмотрена задача о малых деформациях инвариантных подмногообразий интегрируемых нелинейных динамических систем. Пусть интегрируемая по Лаксу нелинейная динамическая система

$$du/dt = K[u], \quad u \in M \subset C^{(\infty)}(\mathbb{R}^n;\mathbb{R}),\ n \in \mathbb{N}, \qquad (4.10)$$

имеет бесконечную иерархию законов сохранения $\gamma_j \in \mathcal{D}(M)$, $j \in \mathbb{Z}_+$, коммутирующих относительно скобки Пуассона $\{.,.\}_{\mathcal{L}} = [grad(.), \mathcal{L}grad(.)]$, где $\mathcal{L}: T^*(M) \to T(M)$ - соответствующий имплектический оператор на М и инвариантные многообразия вида $M^{2n} = \{u \in M: \ grad\,\alpha_n = 0\}$, где

$$\alpha_n = -\gamma_{n+1} + \sum_{j=0}^{n} c_j^{(n)}\gamma_j, \quad c_j^{(n)} \in \mathbb{R},\ j = \overline{0,n},\ n \in \mathbb{Z}_+,$$

которые при каждом $n \in \mathbb{Z}_+$ канонически симплектические.

Если система (4.10) подвержена возмущению вида

$$du/dt = K[u] + \varepsilon F[u], \quad u \in M, \qquad (4.11)$$

где $F: M \to T(M)$, ε -малый параметр, то система (4.11), вообще говоря, не является уже интегрируемой, а инвариантные подмногообразия M_ε^{2n} регулярных решений (4.11) по параметру $\varepsilon \to 0$, для которых выполнено условие

$$M_\varepsilon^{2n} = \left\{ u \in M: \ grad\, \alpha_n[u] + \varepsilon\, g_n[u] = O(\varepsilon^2)[u], \right. \quad (4.12)$$

где $g_n[u] \in T^*(M)$ подлежит определению. Спроектировав (4.11) на априори квазиинвариантное подмногообразие M_ε^{2n}, получаем конечномерное векторное поле вида

$$d(u,p)^\tau/dt = K_{(\varphi)}(u,p) + \varepsilon F_{(g_n)}(u,p), \quad (4.13)$$

где $K_{(\varphi)}(u,p) \in T(M_\varepsilon^{2n})$ - соответствующая проекция векторного поля $K:M \to T(M)$ на многообразие M_ε^{2n}; $F_{(g_n)}(u,p) \in T(M_\varepsilon^{2n})$ - деформированная в силу (4.12) проекция векторного поля $F:M \to T(M)$ на M_ε^{2n}. Так как подмногообразие (4.12) квазиинвариантно относительно (4.13), то для соответствующей производной Ли для всех $u \in M_\varepsilon^{2n}$ при $\varepsilon \to 0$ справедливо соотношение

$$L_{(K_{(\varphi)}+\varepsilon F_{(g_n)})}\left[grad\, \alpha_n[u] + \varepsilon\, g_n[u] \right] = O(\varepsilon^2).$$

Принимая во внимание условие $L_{K_{(\varphi)}}\, grad\, \alpha_n[u] = 0$ для всех $u \in M_\varepsilon^{2n}$ при $\varepsilon \to 0$ и расписывая операторы производных Ли в явном виде, получаем следующее соотношение:

$$\partial g_n/dt + g_n' K_{(\varphi)} + \left[grad\, \alpha_n[u]\right]' \cdot F_{(g_n)} + K_{(\varphi)}'^{*} \cdot g_n = O(\varepsilon). \quad (4.14)$$

Рассматривая (4.14) как линейное уравнение для элемента $g_n \in T^*(M)$, с помощью функционально-операторных и асимптотических методов находим $g_n[u]$ в явном виде.

Утверждение. *Пусть $g_n \in T^*(M)$ - произвольное решение уравнения (4.14). Тогда все многообразия $M_\varepsilon^{2n} \subset M$ вида (4.12) являются $O(\varepsilon^2)$-квазиинвариантными конечномерными подмногообразиями слабовозмущенной нелинейной динамической системы (4.11).*

Основные результаты

В диссертации получены следующие основные научные результаты:

- исследовано впервые на основе редуцированной скобки Ли-Пуассона-Дирака построение правильных гамильтоновых кинетических уравнений Боголюбова на функциональном многообразии с редукциями корреляционных функций;

- построены новые кинетические уравнения, служащие основой для построения кинетического уравнения Боголюбова-Больцмана и его гидродинамического приближения в форме Навье-Стокса;

- установлено, что все кинетические уравнения Больцмана-Власова содержат в себе микроскопически точные решения исходной иерархии уравнений Боголюбова;

- показано, что стандартная одночастичная скобка Ли - Пуассона - Власова является инвариантной редукцией исходной скобки Ли-Пуассона-Дирака на исходное одночастичное функциональное подмногообразие;

- предложены общие функционально-операторный и гамильтонов подходы к построению кинетических уравнений Боголюбова-Больцмана и Больцмана- Власова;

- впервые микроскопически точно исследована проблема построения кинетических уравнений Больцмана для динамических систем многих частиц в конечном объеме с поверхностными особенностями;

- изучены граничные условия для одночастичной функции распределения на поверхности сосуда с адсорбционными особенностями, а также на основе микроскопического подхода получены кинетические уравнения адсорбции частиц из объема на поверхностных особенностях;

- изучена структура ядер соответствующих поверхностных интегралов столкновений, определяющих кинетические процессы на поверхности;

- исследован специальный класс динамических систем Больцмана - Власова на оси, а также ассоциированные с ними специальные гидродинамические системы типа Бенни, описывающие двумерный поток несжимаемой жидкости над плоским дном в поле тяжести. С целью математически строгого описания гидродинамических систем развит алгебраический подход к их построению как специальных интегрируемых по Лаксу операторных потоков в ассоциативном кольце псевдодифференциальных символов, удовлетворяющих квазиклассическому условию квантования Мояла. Доказана теорема о гамильтоновости этих уравнений Больцмана-Власова, а также дан регулярный алгоритм построения бесконечной иерархии функциональных законов сохранения. На основе специально построенного канонического отображения изучена гидродинамическая проблема моментных уравнений Бенни и ассоциированные с ней нелинейные гидродинамические системы уравнений типа Навье-Стокса для потока частиц с точечным потенциалом взаимодействия;

- методом Боголюбова-Митропольского рассмотрены некоторые алгебраические слабовозмущенные деформации интегрируемых по Лаксу нелинейных динамических систем, обладающих свойством сохранения полного набора инвариантов;

- исследованы физические модели полярона и поляронного газа на основе метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова и функционально-хронологического подхода; показано, что квантовый вариант метода производящих функционалов Н.Н.Боголюбова тесно связан с теорией представления алгебр Ли токов; получены аналитические выражения для эффективной массы полярона; вычислен дебаевский радиус экранирования поляронного газа с кулоновским и эффективным электрон-фононным взаимодействиям; вычислена статистическая сумма поляронного газа в рамках функционально-хронологического подхода;

- развиты операторные методы Боголюбова-Митропольского исследования слабовозмущенных интегрируемых нелинейных динамических систем на функциональных многообразиях; предложено развитие эффективного подхода Митропольского-Боголюбова к анализу редукций преобразования типа Бэклунда, зависящих асимптотически от малого параметра; сформулирован критерий редукции преобразования Бэклунда, когда исходная нелинейная динамическая система $O(\varepsilon^{(n+1)/q})$ асимптотически интегрируема; детально исследована важная для приложений слабовозмущенная инверсная нелинейная динамическая система Кортевега-де Фриза; на основе операторных методов и метода гамильтонова анализа квазиинвариантных конечномерных подмногообразий исследован общий класс гладких по Фреше слабовозмущенных нелинейных интегрируемых динамических систем на функциональных пространствах; получено характеристическое линейное функциональное уравнение, полностью описывающее квазиинвариантную ε-деформацию инвариантного подмногообразия; найден явный вид проекции на него исходной слабовозмущенной нелинейной динамической системы.

Результаты, полученные в диссертации, являются новыми, апробированы на конкретных задачах и могут быть применены в теории нелинейных физических полей, механике и гидродинамике, а также других областях современной теоретической и математической физики.

Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Суяров У.С., Ходжаев Л.Ш. Свойства суперпропагаторов в неполиномиальной лагранжевой квантовой теории поля. - Дубна, 1972.- С.48-55. - (Препр./ОИЯИ; № 2-6844).

2. Суяров У.С. Свойства функции Вайтмана в неполиномиальной лагранжевой квантовой теории поля - Киев, 1973. - 8 с. - (Препр./АН УССР, Ин-т теорет. физики; № 73-18 р).
3. Суяров У.С., Ходжаев Л.Ш. Свойства функции Вайтмана в неполиномиальной лагранжевой теории поля // Изв. АН УзССР. Сер. физ.-мат. наук. - 1975. - № 3. - С. 66-70.
4. Суяров У.С.Теория возмущений для экспоненциальных взаимодействий //Теоретические исследования по физике ЭЧАЯ. Труды Ин-та ядерной физики АН УзССР. - Ташкент, 1977. - 48 с.
5. Суяров У.С., Ходжаев Л.Ш. Суперпропагаторы для экспоненциальных взаимодействий с минимальной сингулярностью на световом конусе. - Дубна, 1977.- 29 с.. - (Препр./ОИЯИ; № Р2-10537).
6. Суяров У.С. Теорема Нетер для электрона // Докл. АН УзССР. - 1981. - № 7. - С.9-11.
7. Суяров У.С. Полная регуляризация неполиномиальных теорий поля с безмассовыми частицами // Теорет. и мат. физика. - 1982. - 50, №1. - С.88-99.
8. Волков М.К., Надь М, Суяров У.С. Глюоний и скалярные мезоны. - Дубна, 1987. - С. 11-17. - (Сообщения ОИЯИ № 5/25/-87.
9. Самойленко В.Г., Суяров У.С. Исследование полной интегрируемости нелинейной модифицированной системы Шредингера//Симметрия и решения уравнений математической физики. - Киев: Ин-т математики АН УССР, 1989. - С.67-70.
10. Самойленко В.Г., Притула Н.Н., Суяров У.С. Анализ полной интегрируемости инверсного уравнения Кортевега - де Фриза. - Киев, 1989. - 27 с. - (Препр./АН УССР. Ин-т математики; 89.71); Укр.мат.журн. - 1991. - 43, № 9. - С.1239-1248.
11. Суяров У.С. Амплитуда рассеяния экспоненциальных взаимодействий с внешним импульсом // Тр. СамГУ. - Самарканд, 1990. - С.47-50.
12. Суяров У.С. О группах инвариантности уравнений электродинамики и их приложении. - Ташкент: "Фан", 1991. - 97 с.
13. Суяров У.С. Функция Грина для экспоненциальных взаимодействий // Тр. СамГУ. - Самарканд, 1991. - С.60-63.
14. Суяров У.С. Интегрируемость квантовой и классической нелинейной модифицированной системы Шредингера // Асимптотические решения нелинейных уравнений с малым параметром. - Киев: Ин-т математики АН Украины, 1991. - С.114-121.
15. Самойленко В.Г., Суяров У.С. Полная интегрируемость одной гидродинамической модели Навье - Стокса течения двумерной несжимаемой

идеальной жидкости со свободной поверхностью // Укр. мат. журн. - 1993. - 45, N1. - С. 86-91.
16. Самойленко В.Г., Притула Н.Н., Суяров У.С. Гамильтонова структура уравнения типа Больцмана-Власова в пространстве бинарных функций распределения // Вест.Львов.гос.ун-та. Сер. мех. мат. - 1992. - Вып. 37. - С.20-23.
17. Суяров У.С. Квантовый метод производящих функционалов Боголюбова в неравновесной статистической механике и его квазиклассическое представление Вигнера//Кинетические уравнения Боголюбова-Больцмана в рамках метода производящих функционалов Боголюбова. -Киев, 1992. - С.1-20. - (Препр./АН Украины. Ин-т математики; 92.3).
18. Суяров У.С., Самойленко В.Г. Кинетические уравнения Больцмана в неравновесной статистической механике систем многих частиц в рамках приближения Боголюбова // Там же. - С.21-31.
19. Суяров У.С. Кинетическая теория динамических многочастичных систем в конечном объеме малой плотности и с поверхностными особенностями //Там же. - С.32-43.
20. Суяров У.С.Кинетическое уравнения Власова и его алгебраическая структура // Кинетические уравнения Больцмана-Власова на оси, ассоциированные с ними гидродинамические системы и их гамильтонова структура. - Киев, 1992. - С.1-10. - (Препр./АН Украины. Ин-т математики; 92.11).
21. Самойленко В.Г., Суяров У.С. Кинетические уравнения Больцмана-Власова на оси и их гамильтонова структура // Там же. - С.11-33.
22. Антонишин И.О., Вербицкая Л.В., Суяров У.С. О квазиинвариантных подмногообразиях слабовозмущенных нелинейных интегрируемых динамических систем // Операторные методы исследования нелинейных динамических систем. - Киев, 1992.- С.14-18. - (Препр./АН Украины. Ин-т математики; 92.6).
23. Вербицкая Л.В., Дробоцкая И.С., Суяров У.С. Слабовозмущенные интегрируемые динамические системы и преобразования Бэклунда // Там же. - С.19-23.
24. Суяров У.С. Операторный метод редукции в теории интегрируемых по Лаксу нелинейных динамических систем // Там же. - С.24-31.
25. Суяров У.С. О малых деформациях инвариантных подмногообразий нелинейных динамических систем // Тезисы восьмой конференции по качественной теории дифференциальных уравнений "КТДУ-92", Самарканд, 5-12 сент. г.Самарканд,1992.-С.91.

26. Суяров У.С. Операторные методы исследования слабовозмущенных нелинейных динамических систем // Тезисы докладов конференции "Нелинейные проблемы дифференциальных уравнений и математической физики - вторые Боголюбовские чтения". - Киев, 1992. - С.152.

Подп. в печ. 20.01.93. Формат 60х84/16. Бумага тип. Офс. печать. Усл. печ. л. 1,63. Усл. кр.-отт. 1,63. Уч.-изд. л. 1,4. Тираж 120 экз. Зак. 76. Бесплатно.

Отпечатано в Институте математики АН Украины
252601 Киев 4, ГСП, ул. Терещенковская, 3