

На правах рукопису

Супрун Олександр Дмитрович

УДК 681.324

**СИНТЕЗ ІЕРАРХІЧНИХ МЕРЕЖ ПЕРЕДАЧІ ДАНИХ ЗА УМОВАМИ
НА НАДІЙНІСТЬ ТА ІМОВІРНІСТЬ СВОЄЧАСНОЇ ДОСТАВКИ ІНФОРМАЦІЇ**

Спеціальність 06.13.13 - обчислювальні машини, комплекси,
системи та мережі

А в т о р е ф е р а т
на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Київ - 1993

Робота виконана в НДІ спеціалізованої ради
кафедри математичних методів
Київського політехнічного інституту

ЛНБ України ім. В. Стефаніка



00815630 (N)

Науковий керівник :

доктор технічних наук, професор
ЗАЙЧЕНКО В. П.

Офіційні опоненти :

доктор технічних наук, професор
ДОДОНОВ О. Г.,
доктор технічних наук, доцент
ПЕЧУРІН М. К.

Провідна установа :

Інститут кібернетики АН України

Захист відбудеться " 15 " березня 1993р. в 14³⁰ годині на
засіданні спеціалізованої ради Д 068.14.09 у Київському
політехнічному інституті.

Відзиви на автореферат у двох примірниках, засвідчені
печаткою установи, просимо надсилати за адресою: 252056, Київ-56,
пр. Перемоги, 37, КПІ, вченому секретарю.

Із дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Київського
політехнічного інститута.

Автореферат розісланий " 5 " лютого 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
Д 068.14.09
доктор технічних наук,
професор

Бузовський

О. В. Бузовський

ЛНБ ім. В. Стефаніка
АН України

А Н О Т А Ц І Я

Метов дисертаційної роботи є розробка методики топологічного проектування ієрархічних мереж передачі даних (МПД) за заданими характеристиками на надійність та імовірність своєчасної доставки інформації, аналізу функціонування ієрархічних МПД.

Для досягнення поставленої мети вирішуються такі задачі:

1. Формалізація задачі оптимального з економічного критерію топологічного проектування ієрархічних МПД, враховуючи умови на надійність та імовірність своєчасної доставки інформації.

2. Розробка методики розрахунку імовірності своєчасної доставки інформації в ієрархічних МПД в класі неізотропних структур.

3. Розробка ефективних аналітичних методів розрахунку працездатності структурно-складних систем, включаючи ієрархічні МПД в класі неізотропних структур.

4. Розробка методики та алгоритмів синтезу ієрархічних МПД в класі неізотропних структур, враховуючи умови на надійність та імовірність своєчасної доставки інформації.

5. Експериментальне дослідження базових положень методики аналізу та синтезу мереж передачі даних.

Автор захищає такі базові положення дисертації:

- методику аналізу імовірності зв'язності заданого числа абонентських пунктів із центром в ієрархічних МПД в класі неізотропних структур;

- методику аналізу імовірності своєчасної доставки інформації в ієрархічних МПД;

- нижні оцінки узагальненого біноміального розподілу;

- методику топологічного проектування ієрархічних МПД, що забезпечує оптимальний вибір структур, враховуючи умови на надійність та імовірність своєчасної доставки інформації.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. При всій різноманітності робіт, що стосуються питань топологічного проектування розподільних мереж передачі даних, моделі МПД, які при цьому розглядаються, не завжди враховують чи враховують частково основні вимоги, обумовлені абонентами мережі. Це насамперед - час перебування заявки в системі, імовірність своєчасної доставки інформації, коефіцієнт зв'язності, імовірність зв'язності елементів МПД. Це пояснюється насамперед комбінаторною складністю розрахунку імовірностних показників на таких об'єктах як розподільні МПД та недостатньо розвиненим апаратом аналітичного оцінювання вказаних показників, що не дає змогу вирішувати задачі синтезу мереж великої розмірності. Ця проблема також ускладнюється NP-повнотою задач топологічного проектування як задач нелінійного дискретного програмування.

Методи вишукування ґрунтуються на застосуванні методів дискретного математичного програмування, теорії імовірностей та математичної статистики, теорії надійності, теорії графів та систем масового обслуговування.

Наукова новина. Для рішення задач топологічного синтезу та аналізу функціонування ієрархічних МПД розроблена модель, яка враховує неоднорідність характеристик на надійність елементів МПД та складну, неізотропну, структуру їх підпорядкування. На базі експериментально підтвердженої гіпотези про слабку залежність між собою імовірностних функцій зв'язності виконавчих підсистем в ієрархічних МПД, які мають нерегулярні зв'язки, а також отриманих автором нижніх оцінок узагальненого біноміального розподілу розроблена методика оцінки імовірності зв'язності заданого числа АП із центром в ієрархічних МПД, яка надає змогу значно знизити обчислювальні витрати на розрахунок даного показника; отримані аналітичні вирази щодо оцінки імовірності своєчасної доставки інформації в ієрархічних неізотропних МПД; розроблена методика та алгоритми топологічного проектування і аналізу функціонування ієрархічних МПД в класі неізотропних структур.

Практичне значення. Розроблена методика аналізу та синтезу

ієрархічних МЦД дає змогу розраховувати час перебування заявки в системі, імовірність своєчасної доставки інформації, а також показники надійності МЦД, проектувати оптимальні та субоптимальні структури мереж з урахуванням вказаних показників якості МЦД. Ця методика дозволяє значно знизити обчислювальні витрати на розрахунок показників якості МЦД, що надає змогу вирішувати задачі аналізу та синтезу мереж великого розміру. Розроблені методи та алгоритми можуть бути широко застосовані при проектуванні інформаційно-обчислювальних систем та мереж зв'язку.

Реалізація наукових досліджень. Запропонована в дисертаційній роботі методика топологічного проектування та аналізу функціонування ієрархічних МЦД реалізована як ППП, який був впроваджений в ІНДІМАШ (м. Москва) для розробки проекту модернізації МЦД спеціального призначення, а також в учбовий процес у Київському політехнічному інституті для студентів за спеціальністю "Прикладна математика" з курсу "Математичне модулювання паралельних процесів".

Апробація роботи. Основні положення та результати дисертаційної роботи докладались та обговорювались на 3 Всесоюзній нараді з розподільних автоматизованих систем масового обслуговування (Вінниця, 1990 р.), 4 Всесоюзній нараді з розподільних обчислювальних систем масового обслуговування (Душанбе, 1991 р.), Всесоюзній науково-практичній конференції "Вопросы экономики и организации информационных технологий" (Гомель, 1991 р.).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 6 печатних робіт.

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох глав та висновку, переліку застосованої літератури із 76 назв та додатку. Обсяг роботи - 112 сторінок машинописного тексту, 11 малюнків та 4 таблиці.

У вступі обґрунтована актуальність дисертаційної роботи, визначені мета, задачі досліджень та основні положення, висунуті до захисту.

Перша глава присвячена аналізу стану проблеми топологічного проектування мереж передачі даних: визначена загальна модель ієрархічної МЦД в класі нерегулярних (неізотропних) структур, як враховує також ненадійний характер функціонування елементів МЦД;

визначені основні поняття та характеристики ієрархічних МПД, включаючи показники надійності та імовірності своєчасної доставки інформації; дан аналіз стану проблеми оцінювання імовірностних показників своєчасної доставки інформації та зв'язності в структурно-складних системах.

Друга глава присвячена питанням оцінки імовірності своєчасної доставки інформації та імовірності зв'язності в ієрархічних МПД в класі нерегулярних структур. На базі властивостей перетвіру Лапласа-Стільтьєса, отримані аналітичні вирази щодо оцінки імовірності своєчасної доставки інформації в мережі; на базі логіко-імовірностного метода отримані вирази щодо розрахунку імовірності зв'язності виконавчих підсистем ієрархічної МПД. В цій главі сформульована та обґрунтована гіпотеза про слабку залежність функцій зв'язності виконавчих підсистем ієрархічної МПД з нерегулярною структурою; сформульована та доведена теорема про нижні оцінки узагальненого біноміального розподілу; запропонований аналітичний метод щодо розрахунку імовірності зв'язності МПД.

Третя глава присвячена питанням розробки методики топологічного проектування ієрархічних МПД за умовами на надійність та імовірність своєчасної доставки. Відзначена формальна модель задачі синтезу ієрархічних МПД за вказаними умовами; проведена декомпозиція вихідної задачі до ряду взаємопов'язаних підзадач синтезу зменшеного розміру. Для вирішення вилучених підзадач розроблені відповідні алгоритми та оцінена їх складність.

Четверта глава присвячена результатам експериментальних досліджень методики топологічного проектування ієрархічних МПД. Запропоновані результати експериментальних досліджень розміру відносної похибки оцінок імовірності зв'язності, що виникає з переходом до схеми незалежних випробувань Бернуллі для опису працездатності ієрархічних нерегулярних МПД, нижніх оцінок узагальненого біноміального розподілу, часових характеристик роботи алгоритмів синтезу ієрархічних МПД; наведено приклад синтезу працездатної ієрархічної МПД в класі неізотропних структур.

У висновку наведені основні результати роботи.

ЗМІСТ РОБОТИ

Нехай визначена множина вузлів $v = x_0 \cup x \cup y$, де x_0 - центральний вузол, x - множина вузлів МПД, $y = \{j\}$, $j = \overline{1, n}$ - множина вузлів виконавчого рівня (ВР). Усі вузли характеризуються власним географічним розташуванням. Інтенсивність інформаційного обміну між центром та вузлами ВР визначена масивом $\Lambda = \{\lambda_j\}$, $j \in y$.

В мережі використовуються рівноманітні типи каналів зв'язку (КЗ) $\{d_1, d_2, \dots, d_k\}$, а також визначені залежно від довжини l_{ij} та пропускної спроможності (ПС) d_{ij} функції вартості ліній зв'язку (ЛЗ): $c_{ij}^{\text{пер}}(l_{ij}, d_{ij})$, $i, j \in v$. Задані коефіцієнти готовності як функції довжини ЛЗ $k_{r_{ij}}(l_{ij})$. При розгляданні МПД як неповнозв'язаної системи використовується показник імовірності безвідмовної роботи (ІБР) $p^{\text{БР}}$ за заданий час.

Надійність вузлів мережі враховувати не будемо, так як їх значення на кілька порядків перевершують відповідні характеристики для КЗ або будемо розуміти перенесеними їх на відповідні характеристики КЗ. При цьому надійність функціонування центрального вузла x_0 будемо рахувати абсолютною.

Визначення 1. Підграфом \mathcal{G}_j графа \mathcal{G} назвемо сукупність (V_j, E_j) , де $V_j \subset v$ та $E_j \subset E$, $j \in y$ - множини вершин (вузлів) та дуг (ліній зв'язку) МПД, що утворюють усі можливі в \mathcal{G} шляхи щодо зв'язку вузла ВР $j \in y$ із центром x_0 .

Визначення 2. Виконавчою підсистемою (ВП) $S_j \subset S$, $j \in y$ назвемо систему ПД, що визначена на множинах $\mathcal{G}_j = (V_j, E_j)$, Λ, K , $j \in y$ та виконує функції по забезпеченню інформаційного обміну між вузлом ВР $j \in y$ та центром x_0 .

Нехай визначені випадкові величини $\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_n$, $n = |y|$, які мають розподіл Бернуллі з параметрами $p_1^{\text{ЗВ}}, p_2^{\text{ЗВ}}, \dots, p_n^{\text{ЗВ}}$ відповідно. Нехай випадковій величині ξ_j за значенням 1 відповідає присутність маршрута, що зв'язує вузол ВР $j \in y$ із центром x_0 . Тоді $p_j^{\text{ЗВ}}$ є імовірність зв'язності двополюсника (x_0, j) виконавчої підсистеми S_j , $j \in y$. Помітимо, що випадкова величина $\xi = \sum_{j=1}^n \xi_j$ фіксує кількість ВП із зв'язаними двополюсниками.

Визначення 3. Систему S (або МПД), що визначена на множинах $\mathcal{G} = (V, E)$, Λ, K назвемо працевдатною, якщо в ній імовірність пере-

випення за $\xi_{\text{зад}}$ кількості ВП із зв'язними двополюсниками більш ніж $R_{\text{зад}}^{\text{ЗВ}}$ та імовірність доставки інформації за строк $T_{\text{CP}} \leq t_{\text{зад}}$ перевищує $R_{\text{зад}}^{\text{СД}}$, тобто

$$P^{\text{СД}} = P (T_{\text{CP}} \leq t_{\text{зад}}) \geq R_{\text{зад}}^{\text{СД}} \quad (1)$$

$$P^{\text{ЗВ}} = P (\xi \geq \xi_{\text{зад}}) \geq R_{\text{зад}}^{\text{ЗВ}} \quad (2)$$

Потрібно запроєктувати працездатну МПД із мінімальною вартістю в класі ієрархічних структур, що відображається орієнтованим графом $G=(V,E)$ без петель, де E - множина віток МПД. Таким чином, потрібно забезпечити :

$$\sum_{(i,j) \in E} C_{ij}^{\text{пер}} (l_{ij}, d_{ij}) \rightarrow \min \quad (3)$$

при умові виконання обмежень (1), (2).

Задача (1)-(3) надходить до класу задач нелінійного дискретного програмування та є NP-повною. До цього складність вирішення даної задачі визначається обчислювальною складністю виразів (1) та, особливо, (2).

Для ієрархічних МПД розрахунок середнього часу перебування заявки в системі T_{CP} необхідно ґрунтувати на оцінках часів перебування заявок у кожній ВП T_j , $j \in Y$. Якщо МПД є складна розгалужена мережа, в якій підграф G_j , $j \in Y$ матиме множину маршрутів M_j , що зв'язують вузол ВР $j \in Y$ із центром x_0 , час перебування заявки в підсистемі S_j , $j \in Y$ може бути оцінений таким чином :

$$T_j = \max_{M_{jm} \in M_j} (T_{jm}), \quad j \in Y, \quad (4)$$

$$T_{jm} = \sum_{(r,s) \in M_{jm}} t_{rs}, \quad M_{jm} \in M_j,$$

де t_{rs} - випадкові величини часу перебування заявки у ЛЗ $(r,s) \in M_{jm}$, M_{jm} - m -й маршрут підграфа G_j , що зв'язує вузол ВР $j \in Y$ із центром x_0 .

Якщо до входу підсистеми надходить пуассонівська течія, а часи обслуговування заявок у КЗ є незалежні показниково розподілені випадкові величини (гіпотеза "про незалежність" Л.Клейнрока) із параметрами $\alpha_{r,s}$, тоді $t_{r,s}$ - незалежні показниково розподілені випадкові величини, для яких $t_{r,s} = 1/(\alpha_{r,s} - \lambda_{r,s})$, де $\alpha_{r,s}$ - пропускна спроможність КЗ, до входу якого надходить течія з інтенсивністю $\lambda_{r,s}$, $(r,s) \in E$.

Середній час перебування заявки для всієї МЦД в цілому можна оцінити таким чином:

$$T_{\text{ср}} = (1/\lambda) \sum_{j \in Y} \lambda_j T_j, \quad \lambda = \sum_{j \in Y} \lambda_j,$$

де λ_j - інтенсивність течії на вході ВР S_j , T_j - максимальний час перебування заявки у підсистемі S_j , $j \in Y$.

Для оцінки імовірності $P(T_{\text{ср}} \leq t_{\text{зад}})$ припустимо $t_{\text{зад}}$ - показниково розподільною випадковою величиною із параметром ν , який характеризує інтенсивність старіння інформації. Це дозволяє, виходячи із визначення перетвору Лапласа-Стільтьєса, його мультиплікативної властивості щодо незалежних випадкових величин, отримати такий вираз для оцінки ІСД:

$$P(T_{\text{ср}} \leq t_{\text{зад}}) = \prod_{j \in Y} \prod_{(r,s) \in M_j} P(t_{r,s} \leq \lambda t_{\text{зад}} / \lambda_j),$$

де M_j - маршрут підграфу G_j , що зв'язує вузол ВР $j \in Y$ і центр із максимальним часом перебування заявки у підсистемі. Імовірності $P(t_{r,s} \leq \lambda t_{\text{зад}} / \lambda_j)$ для окремих ліній зв'язу МЦД оцінюються за допомогою виразів, отриманих Захаровим Г.П. для режимів із комутацією пакетів та комутацією повідомлень. Так, при розгляданні КЗ, працюючого за режимом із комутацією повідомлень, як СМО ММІІ імовірність своєчасної доставки повідомлень визначається таким чином:

$$P^{\text{сд}} = \frac{\mu k_{\Gamma} - \lambda}{\mu k_{\Gamma} - \lambda + \nu(1 + \mu k_{\Gamma}(1 - k_{\Gamma}) / (1 - k_{\Gamma} + \eta))}$$

де λ - інтенсивність течії на вході КЗ, μ - інтенсивність

обслуговування заявок, яка визначається пропускнуою спроможністю даного КЗ, κ_T - коефіцієнт готовності КЗ, ν - інтенсивність старіння інформації (у нашому випадку $\nu = \nu_{\text{зад}}^{-1}$), η - інтенсивність відновлювання КЗ.

Найбільш складними з точки зору обчислювальних витрат є показники імовірності зв'язності двополюсника ВП $P(\xi_j=1)$, $j \in Y$ та зв'язності МЦД в цілому $P(\xi \geq \xi_{\text{зад}})$. Задача розрахунку імовірності зв'язності мережі за власною природою є комбінаторною та зв'язана з необхідністю перебирання варіантів, кількість яких швидко збагачується при підвищенні розміру мережі. Для розрахунку імовірностей $P(\xi_j=1)$, $j \in Y$ був використаний модифікований логіко-імовірнісний метод (ЛІМ), суть якого ґрунтується на використанні мішаної форми функцій імовірностей, яка отримується на базі часткового заміщення в функції алгебри логіки логічних змінних імовірностями. Цей метод є ефективним при вирішуванні задач відносно невеликого розміру мережі (кількість елементів 20+30). До цього, якщо припускається наближений розрахунок імовірності зв'язності, вдається значно знизити трудомісткість перетворень та спростити розрахункову формулу без помітної втрати точності.

Складність розрахунку імовірності $P(\xi \geq \xi_{\text{зад}})$ визначається насамперед залежністю між собою функцій зв'язності ВП ξ_j , $j \in Y$. Це пов'язано з тим, що деякі елементи маршрутів, що зв'язують вузли ВР із центром, виступають загальними для маршрутів різних ВП. Відомі аналітичні методи розрахунку даної характеристики ґрунтуються на припущенні про однорідність (усі елементи МЦД мають однакові характеристики) та ізотропність структури МЦД (коефіцієнти галуження на кожному рівні ієрархії збігаються), що не дозволяє їх практично використовувати для аналізу і, тим більш, для синтезу реальних розподільних МЦД. Застосування універсальних ЛІМ навіть при помірних розмірах мережі (кількість вузлів 10^2) уявляється надто проблематичним.

В роботі пропонується інший спосіб оцінки імовірності зв'язності МЦД $P(\xi \geq \xi_{\text{зад}})$. Аналіз МЦД свідчить про те, що з'явлення нерегулярних зв'язків у мережі (горизонтальні зв'язки, зв'язки між несуміжними рівнями), а тим самим, і альтернативних маршрутів для окремих виконавчих підсистем, значно зменшує залежність функцій зв'язності ВП. Це пояснюється тим, що

маршрути, які зв'язують вузли виконавчого рівня із центром, матимуть при передачі даних загальні елементи із значно зменшеною імовірністю. Одним із показників, що характеризують кількість маршрутів для кожної ВП, може виступати усереднений коефіцієнт галузнення МЦД :

$$k_B = (1 / |Y|) \sum_{j \in Y} k_{Bj} .$$

$$k_{Bj} = (1 / |V_j|) \sum_{i \in V_j} v_{ij}^* , j \in Y ,$$

де v_{ij}^* - напівстепень вихода вузла $i \in V_j$ для передачі течії з інтенсивністю λ_j , $j \in Y$. Експериментальні дані свідчать про те, що при $k_B > 1$ залежність ВП значно зменшується. Так, при $k_B \approx 1.1$ та ІЕР каналів зв'язку МЦД в межах (0.9, 0.99) відносна похибка не перевершує 6-8%. Враховуючи те, що на стадії проектування точність інформації на вході інколи значно перевищує цю похибку (досягає 100%), перехід до схеми з незалежними ВП при визначених $k_B > 1$ можливо вважати цілком припустимим.

Таким чином, враховуючи вказані припущення, функціонування ВП ієрархічної МЦД може бути відображено у вигляді узагальненої (неоднорідної) схеми випробувань Бернуллі ($p_i^{AB} \neq p_j^{AB}$, $i, j \in Y$). Однак, навіть при невеликій кількості ВП (20+30) розрахування $P(\xi \geq \xi_{зад})$ в цьому випадку ще вимагає серйозних обчислювальних витрат.

Теорема. Імовірність $P^H(m, n)$ в узагальненій схемі випробувань Бернуллі з вектором параметрів $\{ p_i, i = \overline{1, n} \}$ обмежена знизу імовірністю $P^O(m+k, n+k)$ для випадкових величин, що мають однорідний біноміальний розподіл з параметром $p = (\prod_{i=1}^n p_i)^{1/(n+k)}$, тобто

$$P^H(m, n) \geq P^O(m+k, n+k), \quad (5)$$

$$1 \leq m \leq n, k = 0, 1, \dots$$

Наслідок. Для будь-якого $k = 0, 1, \dots$ виконується така нерівність

$$P^O(m, n) \geq P^O(m+k, n+k),$$

$$k = 0, 1, \dots, \quad 1 \leq m \leq n,$$

де $P_2 = P_1^{n/(n+k)}$, P_1, P_2 - параметри однорідних біноміальних розподілів розміру n та $n+k$ відповідно.

Таким чином, найкращою від усіх із сім'ї $P^O(m+k, n+k)$ з точки зору оцінки узагальненого біноміального розподілу в оцінці (5) при $k=0$.

Відзначимо деякі особливості застосування отриманих оцінок. Так, при $p_j \rightarrow 0, j \in J_0$ застосовувати оцінку (5) слід до граничного розподілу:

$$\lim_{|J_0| = k_0} P^H(m, n) = P^H(m, n-k_0).$$

При $p_j \rightarrow 1, j \in J_1$ перехід до граничного розподілу

$$\lim_{|J_1| = k_1} P^H(m, n) = P^H(m-k_1, n-k_1)$$

дає змогу значно скоротити об'єм обчислювальних витрат на розрахунок $P^H(m, n)$. При вирішенні практичних задач правила устаткування множин J_0 та J_1 можуть бути визначені на базі особливостей поведінки та фізичної природи елементів досліджуваної системи.

В класі нижніх оцінок запропоновані оцінки мають істотну перевагу у порівнянні з відомими (що ґрунтуються на базі мінімальних шляхів та мінімальних розривів) не тільки з точки зору об'єма обчислювальних витрат, а також розміру похибки. Експериментальні дослідження свідчать, що для дійсних коефіцієнтів готовності ліній зв'язку МПД у межах (0.9, 0.99), значення імовірностей зв'язності ВП МПД не виходять за межі (0.65, 0.95). При цьому максимальна похибка для оцінки (5) при $k=0$ не перевищує 3%. Щодо оцінки Еварі-Прохана, то її відносна похибка у цьому випадку досягає 60%.

Враховуючи твердження гіпотези про слабку залежність функцій зв'язності ВП в ієрархічній МПД з неізотропною структурою, строгість нижніх оцінок (5), умова (2) з істотним скороченням

обчислювальних витрат (та без помітної втрати точності) може бути замінена таким чином :

$$P^0(\xi^0 \geq \xi_{\text{зад}}) \geq P_{\text{зад}}^{\text{ЗВ}} \quad (6)$$

де випадкова величина $\xi^0 = \sum_{j=1}^n \xi_j^0$, $n=|Y|$ має однорідний біноміальний розподіл, а доданки $\xi_j^0 \forall j \in Y$ - розподіл Вернуллі з параметрами

$$p = \left[\prod_{j=1}^n p_j^{\text{ЗВ}} \right]^{1/n} \quad (7)$$

Очевидно, що при задоволенні умови (6) виконується і нерівність (2), в той час коли застосування оцінок, відмінних від нижніх, не забезпечує строгості розгляденого переходу.

Застосовуючи при великих значеннях n відоме нормальне наближення Муавра-Лапласа до однорідного біноміального розподілу (при умові $P^0(\xi^0 \geq \xi_{\text{зад}}) \geq 0.5$), нерівність (6) набуває вигляд :

$$\Phi_0 \left(\frac{(2np - 2\xi_{\text{зад}} + 1) / \sqrt{4np(1-p)}}{1} \right) \geq P_{\text{зад}}^{\text{ЗВ}} - 1/2 \quad (8)$$

де $\Phi_0(x)$ - інтегральна функція Гаусса, визначена на відрізку $[0, \infty)$. Функція $\Phi_0(x)$ може бути обчислена за допомогою відомих чисельних методів практично для будь-якого степеня точності.

Відзначимо, що при вирішенні задачі топологічного синтезу мережі з n - вузлами кількість варіантів їх сполучень має нижню оцінку $(1-2n)2^{-n/2} 2^{n(n-1)/2}$, а верхню - $2^{n(n-1)/2}$. Тому застосування точних методів математичного програмування не дає змогу за припустимий час отримати оптимальний результат.

При вирішенні задач (1)-(3) був використаний підхід, що ґрунтується на декомпозиції вихідної задачі на сукупність взаємопов'язаних (параметрично, але самостійних в алгоритмічному плані) окремих підзадач меншого розміру, а саме:

1) синтез початкової структури у вигляді мінімального остовного дерева (МОД) при обмеженні на ІСД інформації в окремій лінії зв'язку на рівні $P_{\text{зад}}^{\text{ЗВ}}$;

2) вибір пропускних спроможностей (ВПС) ліній зв'язку МОД при обмеженні на ІСД інформації в мережі (1). В процесі вирішення цієї задачі забезпечується мінімум коштовних витрат;

3) синтез працездатної ієрархічної МПД.

Особливістю цієї декомпозиції є те, що при вирішенні задачі 1 ІСД інформації в ЛЗ доводяться до необхідного мінімального рівня $P_{\text{Зад}}^{\text{ЗВ}}$ (при достатньо економічній структурі МОД), які потім підвищуються шляхом поступової модифікації відповідних ПС (задача 2) з метою забезпечення умови (1). Подальша дооптимізація структури МПД (задача 3) ведеться з метою задоволення умови на надійність (2) при дотриманні умови (1) та забезпеченні мінімуму коштовних витрат. Таким чином, послідовне вирішення задач 1-3 дає змогу запроєктувати працездатну ієрархічну МПД мінімальної вартості.

Для проектування початкової МПД (МОД) був запропонований алгоритм, що ґрунтується на відомому методі Іссау-Вільямса, модифікованого введенням обмеження на ІСД інформації. Алгоритми вирішення задач 2,3 використовують принципи метода послідовних наближень, а також метода оцінювання показників імовірності зв'язності та ІСД інформації в мережі.

Алгоритм вирішення задачі 2 (ВПС) має такий вигляд:

1. Визначається множина номерів непрацездатних ВП:

$$J^{(k)} = \{ j \mid p_j^{\text{ОД}(k-1)} < P_{\text{Зад}}^{\text{ОД}}, j \in Y \}.$$

2. Фіксуємо вітку (r^*, s^*) із максимальним ефектом:

$$(r^*, s^*) = \underset{(r,s) \in E, r \in V, s \in J^{(k)}}{\text{indmax}} \{ \alpha_{r,s} \},$$

де $\alpha_{r,s} = (P^H - P^{\text{ОД}(k-1)}) / \Delta C_{r,s}$; P^H , $\Delta C_{r,s}$ - нове значення ІСД повідомлень МПД та приріст витрат вітки (r,s) відповідно, розраховані після підвищення ПС у вітці (r,s) на величину мінімального крока $h = \text{НСД}(d_1, d_2, \dots, d_k)$.

3. Встановлюємо для ЛЗ (r^*, s^*) із максимальним ефектом α_{max} нову ПС $d_{r^*, s^*}^{(k)} = d_{r^*, s^*}^H$.

4. Розраховуємо ІСД повідомлень в окремих ВП $p_j^{CD(k)}$, $j \in Y$ та МЦД в цілому $p^{CD(k)}$.
5. Якщо нерівність $p^{CD(k)} \geq p^{Зад}$ виконується, тоді кінець алгоритма. В протилежному випадку $k = k + 1$ і перехід на крок 1.

Алгоритм синтезу працездатної МЦД (задача 3) має таку структуру :

1. Визначається множина номерів непрацездатних ВП:

$$J^{(k)} = \{ j \mid p_j^{CB(k-1)} \leq p^*, j \in Y \},$$

де p^* - достатнє значення імовірності зв'язності у ВП, що отримуються відповідно (8).

2. Фіксуємо вітку (r^*, s^*) із максимальним ефектом :

$$(r^*, s^*) = \underset{(r, s) \in E^{(k)}}{\text{indmax}} \{ \alpha_{rs} \},$$

де $E^{(k)} = E_1^{(k)} \cup E_2^{(k)} \cup E_3^{(k)}$;

$E_1^{(k)} = \{ (r, s) \in E_j^{(k-1)}, r \in V_j^{(k-1)}, j \in J^{(k)}, r \neq s \}$ - множина віток, КЗ яких мають бути зарезервовані;

$E_2^{(k)} = \{ (r, s) \in E^{(k-1)}, (r, s) \in E_j^{(k-1)}, r \in V_j^{(k-1)}, j \in J^{(k)}, r \neq s, 1_{rs} \leq 1_{r_0} \}$ - множина існуючих ЛЗ, що мають бути введеними до структури ВП $j \in J^{(k)}$;

$E_3^{(k)} = \{ (r, s) \in E^{(k-1)}, r \in V_j^{(k-1)}, j \in J^{(k)}, 1_{rs} \leq 1_{r_0} \}$ - множина нових віток, що аналізуються при введенні до структури МЦД;

$\alpha_{rs} = (p^H - p^{CB(k-1)}) / \Delta c_{rs}$, де p^H , Δc_{rs} - нове значення імовірності зв'язності МЦД та приріст витрат вітки (r, s) відповідно, отримувані при введенні до експлуатації додаткових КЗ між вузлами r та s .

3. Встановлюємо ЛЗ (r^*, s^*) із максимальним ефектом :

$$E_j^{(k)} = E_j^{(k-1)} \cup (r^*, s^*), \quad r^* \in V_j, \quad j \in J^{(k)}.$$

4. Розраховуємо нові значення імовірності зв'язності ВП $P_j^{ЗВ(k)}$, $j \in Y$ та МПД в цілому $P^{ЗВ(k)}$.
5. Якщо умови (7)-(8) виконуються, тоді кінець алгоритма. В протилежному випадку $k = k + 1$ і перехід на крок 1.

При вирішенні кожної із трьох розглянутих підзадач вирішується задача вибору ПС для окремих ЛЗ МПД, а при вирішенні задачі синтезу працевдатної МПД - також задача вибору маршрута.

ЗАГАЛЬНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. На базі проведеного аналізу стану проблеми топологічного проектування мереж передачі даних інформаційно-обчислювальних мереж з'ясовано, що відомі методи практично не дають змоги щодо вибору структури та складу розподільних МПД з урахуванням базових вимог користувачів мережі до експлуатаційно-технічних характеристик, характеристик на надійність та імовірність своєчасної доставки. Аналіз методів розрахунку показників надійності структурно-складних систем свідчить про великі обчислювальні витрати точних, а також і наближених методів, що обмежує їх використання в ітераційних процедурах аналізу та синтезу розподільних МПД.

2. Запропонована методика оцінки імовірності зв'язності заданої кількості АП із центром, а також імовірність своєчасної доставки повідомлень (пакетів) в ієрархічних МПД в класі неізотропних структур. Сформульована та обґрунтована гіпотеза про слабку залежність між собою функцій зв'язності виконавчих підсистем ієрархічних МПД в класі неізотропних структур. Отримані аналітичні вирази для оцінки ІСД інформації в ієрархічних МПД, а також імовірності зв'язності ВП та МПД в цілому.

3. Сформульована та доведена теорема про нижні оцінки узагальненого біноміального розподілу. Визначена сім'я нижніх оцінок узагальненого біноміального розподілу, які ґрунтуються на середньгеометричному перетворенні імовірностей елементарних

подій, встановлено взаємне відношення нижніх оцінок сім'ї.

4. Розроблена методика вирішення задачі синтеза ієрархічної МПД згідно умовам на надійність та ІСД інформації в мережі. На базі декомпозиції вихідної задачі відзначено ряд взаємопов'язаних підзадач, для вирішення яких побудовані відповідні математичні моделі, розроблені алгоритми, визначена їх трудомісткість.

5. Проведені експериментальні дослідження основних положень методики синтеза ієрархічних МПД. Експериментально підтверджена гіпотеза про слабку залежність функцій зв'язності ВП ієрархічних МПД неізотропної структури. За допомогою експериментального порівняного аналізу з відомими нижніми оцінками узагальненого біноміального розподілу показано високу ефективність запропонованих оцінок з точки зору розміру похибки. Враховуючи також малі обчислювальні витрати, ці оцінки можуть отримати пріоритетне застосування при аналізі надійності структурно-складних систем.

6. Запропоновані моделі та методика аналізу функціонування та топологічного проектування ієрархічних МПД реалізовані у вигляді відповідного ППП та апробовані при проектуванні МПД спеціального призначення в ЦНДІМАШ (м.Москва). Результати роботи впроваджені до навчального процесу Київського політехнічного інституту для студентів за спеціальністю "Прикладна математика" з курсу "Математичне моделювання паралельних процесів".

РОБОТИ, ЩО ОПУБЛІКОВАНІ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Зайченко Ю.П., Супрун А.Д. Нижние оценки в неоднородной схеме испытаний Бернулли // Автоматика, 1992.- № 4.- с.44-52.

2. Зайченко Ю.П., Супрун А.Д., Алгоритм синтеза структуры распределенных сетей передачи данных с ограничениями надежности и живучести // Вопр. экономики и организации информационных технологий : Матер. Всесоюз. научно-практической конференции.- Гомель, 1991.-ч.1.- с.170-173.

3. Зайченко Ю.П., Супрун А.Д., Швидкий О.А. Модели анализа надежности и живучести вычислительных сетей и синтеза их структуры // 3 Всесоюз. совещ. по распределенным автоматизированным системам массового обслуживания: Тез. докл. - Москва, 1990. - с. 117-118.

4. Зайченко В.П., Супрун А.Д. Алгоритм синтеза структуры древовидных сетей с ограничением надежности // 4 Всесоюз. совещ. по распределенным вычислительным системам массового обслуживания: Тез. докл. - Москва, 1991, с.84-85.

5. Зайченко В.П., Супрун А.Д. Синтез структуры иерархической СПД с вероятностно-временными ограничениями // 5 Совещ. по распределенным вычислительным системам и сетям (СДС-92) : Тез. докл. - Калининград, 1992, с.43-45.

6. Зайченко В.П., Супрун А.Д. Об оценке надежности характеристик сети передачи данных в задаче топологического синтеза // 4 Всесоюз. совещ. по распределенным вычислительным системам массового обслуживания: Тез. докл. - Москва, 1991, с.67-68.

Автор



Супрун О.Д.

Підл. до друку. 22.01.93

Формат 60 × 84/16 Папір офс.

Друк. офс. Умови. друк. арк. 0,93

Обл.-вид. арк. 0,66 тир. 50

Зам. 3-3099.

Київська книжкова друкарня наукової книги. Київ, Репіна, 4.

AB 26.838

AB 26.838