

КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

Матвеев Володимир Володимирович

УДК 532.548

Математичне моделювання руху рідини
із системи каналів

05.13.16 - застосування обчислювальної техніки,
математичного моделювання і математичних методів
у наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Київ - 1993



роботу виконано на кафедрі обчислювальної математики факультету кібернетики Київського університету ім. Тараса Шевченка.

- Наукові керівники - доктор фізико-математичних наук, професор Е. Н. Береславський
кандидат фізико-математичних наук, доцент І. М. Великоіваненко.
- Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук, професор В. В. Скопечький
кандидат фізико-математичних наук, доцент В. В. Личман.

Ведуча організація - Інститут гідробіології АН України

Захист відбудеться " 8 " квітня " 1993 року о 14 годині на засіданні спеціалізованої ради К 068.18.10 у Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою, 252127, м. Київ-127, просп. Академіка Глушкова, 6, факультет кібернетики, ауд. 40.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка (вул. Володимирська, 58).
Автореферат розіслано " 2 " березня " 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради

І. В. Бейко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. При проектуванні і будівництві меліоративних систем та гідротехнічних споруд, захисті територій від підтоплення, охороні навколишнього середовища важливого значення набуває прогнозування руху ґрунтових вод. Складання науково обґрунтованих прогнозів має спиратися на кількісну оцінку досліджуваних процесів. Найефективнішими у цьому напрямку є методи математичного моделювання, обґрунтовані рядом фактичних даних про перебіг процесу, знайдених в результаті експериментальних досліджень, і теоретичними узагальненнями руху рідини у пористих середовищах. Математичне моделювання спирається на сучасні досягнення математики та обчислювальної техніки, що дає змогу значно прискорити і здешевити наукові розробки.

Дисертаційна робота присвячена математичному моделюванню руху рідини з різною густиною до систематичного дренажу, врахуванню величини капілярності ґрунту і з'ясування її впливу на картину течії; проведенню чисельного експерименту та на його базі гідродинамічного аналізу досліджуваних фільтраційних течій.

Мета роботи полягає у розробці обчислювальних алгоритмів і програмного забезпечення для досліджень плоскої усталеної фільтрації і одержанні на цій базі кількісних характеристик досліджуваних процесів, що становлять інтерес у пошуці нових технічних розв'язків при проектуванні і будівництві гідротехнічних споруд, захисті територій від підтоплення.

Наукова новизна полягає у розробці комп'ютерних моделей руху рідини із системи каналів до систематичного дренажу, які дають змогу робити кількісні оцінки параметрів досліджуваних процесів, розроблено методику визначення невідомих параметрів конформного відображення, на базі проведення обчислювальних експериментів одержано кількісні характеристики досліджуваних процесів, виявлено закономірності виходу на поверхню землі ґрунтових вод.

Практична і теоретична цінність. Використаний у дисертаційній роботі підхід дав змогу побудувати ефективні алгоритми для розрахунку систематичного дренажу з урахуванням таких факторів як відстань між каналами, їх розміри, тип і глибина закладання дренажу, величина інфільтрації, глибина і густина підстильних вод. Розрахункова методика і розроблене програмне забезпечення використані для розв'язання важливих прикладних задач. За результатами гідродинамічного аналізу подано практичні висновки щодо впливу окремих фізичних параметрів на картину фільтраційних течій.

Основні дослідження проводилися в рамках науково-дослідної теми "Підвищення ефективності меліоруваних земель та використання водних ресурсів у меліорації" (Постанова ДКНТ РМ СРСР, Держплану СРСР, Президії АН СРСР № 527/261 від 22.12.1980 р., номер державної реєстрації 01822019544).

Реалізація результатів роботи. На основі розроблених у дисертаційній роботі алгоритмів і програм розрахунку фільтраційних характеристик у зонах каналів створено "Комплекс програм для розв'язання задач фільтрації рідини із системи каналів з малим рівнем наповнення"; який введено в ДФАП СРСР під інвентарним номером М91019 від 30 січня 1991 року.

Апробація роботи. Основні результати дисертації доповідалися і обговорювалися на науково-технічному семінарі "Машинні методи розв'язання крайових задач" (м. Рига-1985 р.), республіканському семінарі "Крайові задачі фільтрації ґрунтових вод" (м. Казань-1988 р.), XV конференції наукової молоді інституту теоретичної та прикладної механіки СБ АН СРСР (м. Новосибірськ-1989 р.), на III науковій конференції молодих вчених Київського державного університету (м. Київ-1987 р.), науково-технічному семінарі "Математичне моделювання процесів та апаратів" (м. Іваново-1990 р.), семінарі "Математичне моделювання гідрогеологічних процесів" (м. Душанбе-1991 р.), наукових семінарах кафедри обчислювальної математики Київського університету (м. Київ-1985-1992 р.).

Публікації. За темою дисертації опубліковано 14 друко-

ваних праць.

Структура роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, трьох розділів, висновку, списку основної використаної літератури та додатку.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність обраної теми досліджень, сформульовано цілі і завдання досліджень, подано короткий огляд основних праць, пов'язаних із темою дисертації, а також короткий виклад змісту дисертації.

У першій главі досліджується модель руху рідини до систематичного щільного дренажу у формі М. С. Жуковського.

У першому параграфі глави I викладені основні математичні співвідношення, що описують рух рідини. Відомо, що кожному фільтраційному потоку однорідної нестисливої рідини в однорідно-ізотропному ґрунті можна поставити у відповідність аналітичну функцію (комплексний потенціал фільтрації)

$\omega(z) = \varphi(z) + i\psi(z)$, де $\varphi(z)$ - потенціал швидкості фільтрації і $\psi(z)$ - функція току, а $z = x + iy$ - координата точки в області руху. Значення функції $\omega(z)$, можна визначити всі характеристики розглядуваного фільтраційного процесу.

Для визначення функції $\omega(z)$ в дисертації застосовується єдина методика, яка базується на аналітичній теорії лінійних диференціальних рівнянь, запропонованій П. Я. Полубариновом-Кочиним. Суть методу полягає в наступному. Нехай функції

$\omega(\zeta)$ та $z(\zeta)$ здійсниють конформне відображення області комплексного потенціалу ω та області руху z на верхню допоміжну площину ζ . Тоді функції $d\omega/d\zeta$ та $dz/d\zeta$ набувають вигляду:

$$d\omega/d\zeta = G(\zeta)(C_1 y_1 + C_2 y_2)$$

(1)

$$dz/d\zeta = G(\zeta)(C_3 y_1 + C_4 y_2)$$

Тут $G(\zeta)$ - функція, що визначається із граничних умов на прилеглих до відповідних вершин ділянках границі і схеми течії поблизу цих вершин, а C_i - константи, що визначаються за координатами вершин многокутника у площині годографа швидкості ($W = d\omega/dz$). Функції y_1 і y_2 - це два лінійно незалежних розв'язки деякого лінійного диференціального рівняння класу Фукса, яке характеризує поведінку функцій $d\omega/d\zeta$ і $dz/d\zeta$ поблизу точок дійсної осі площини ζ , відповідних згаданим вершинам області W .

Отже, задача визначення шуканих функцій $d\omega/d\zeta$ і $dz/d\zeta$ зводиться до побудови відповідного рівняння класу Фукса і знаходження його інтегралів y_1 і y_2 . Якщо останні визначені, то, інтегруючи вирази (1), знайдемо розв'язок розглядуваної фільтраційної задачі у параметричному вигляді.

Найпростіше задача розв'язується у випадку, коли рівняння має три (неусувні) особливі точки, тоді приходимо до відомого гіперболічного рівняння. Завдяки розробленому математичному апарату для розв'язання таких рівнянь П. Я. Полубариновом-Кочинов, Б. К. Ризенкампом, С. В. Фальковичем, В. О. Васильєвим, М. К. Калініним, Г. К. Михайловим, В. М. Еміхом, Ю. І. Капрановим, Е. Н. Береславським та іншими авторами розв'язано цілий ряд задач фільтрації, що мають практичне значення.

При більшій же кількості особливих точок застосування методу П. Я. Полубаринової-Кочиної пов'язане з труднощами принципового характеру. А саме, у згаданих диференціальних рівняннях з'являються так звані акцесорні параметри, які невідомі.

Їх потрібно визначити. Зв'язок цих параметрів із геометричними характеристиками відповідного многокутника площини годографа швидкості також завчасно невідомий. Тому диференціальні рівняння не лише не вдається проінтегрувати в загальному вигляді, а й інтегрування їх для кожного конкретного випадку є дуже складною задачею.

Загальним методам інтегрування диференціальних рівнянь розглядуваного типу присвячені праці Л. І. Чибрикової, А. Р. Цицкишвілі, Е. Н. Береславського та інших авторів.

Останнім часом Е. Н. Береславським розроблено методи інтегрування подібних рівнянь, що враховують специфіку і характерні особливості для широких класів фільтраційних течій. Завдяки цьому розв'язки задач стають відносно простими і зручними для застосування. Саме цю методику покладено в основу даної роботи. Суть її полягає у використанні геометричних особливостей годографів, характерних для розглядуваних течій (велика кількість прямих кутів, розрізів та ін.), що, кінець кінцем, приводить до знаходження інтегралів диференціальних рівнянь у замкненій формі (через елементарні або відомі спеціальні функції), простій і зручній для дальшого застосування.

Зокрема, значно спрощується задача знаходження невідомих параметрів конформного відображення. Для їх визначення будується система нелінійних рівнянь, розв'язок якої знаходять методом продовження за параметром. Після цього визначаються необхідні фільтраційні характеристики досліджуваного фільтраційного процесу.

У другому параграфі глави I досліджується задача фільтрації із системи рівновіддалених (на відстані $2L$) каналів ширини $2l$ до систематичного щільного дренажу (із шириною дренажної щіли $2l_d$), закладеному на глибині S . На глибині H_0 розміщені солоні води густини $\rho_2 > \rho_1$, де ρ_1 - густина прісних вод. Ураховується також рівномірна і постійна інфільтрація на вільну поверхню інтенсивності δ . Для цієї задачі рівняння (1) мають вигляд:

$$\frac{dz}{d\tau} = -i \frac{1+\rho}{(1-\varepsilon)\rho} \frac{C[g_1 f_1(\tau, \alpha, \beta) - g_2 f_2(\tau, \alpha, \beta)]}{\sqrt{g(\tau)}}$$

$$\frac{dw}{d\tau} = \sqrt{\varepsilon} \frac{C[f_1(\tau, \alpha, \beta) + f_2(\tau, \alpha, \beta)]}{\sqrt{g(\tau)}} \quad (2)$$

де $f_{1,2}(\tau, \alpha, \beta) = \vartheta_1(\tau \pm i\alpha) \vartheta_2(\tau \mp i\beta) \cdot \vartheta(v)$ - тета-функції Якобі; $g_{1,2} = (1 + \sqrt{\varepsilon\Delta})(\sqrt{\Delta} \mp \sqrt{\varepsilon})$, а α і β зв'язані співвідношенням

$$\alpha - \beta = \frac{1}{\pi} \operatorname{arctanh}(\sqrt{\varepsilon\Delta}),$$

$$\Delta = (\varepsilon + \rho)/(1 + \rho), \quad \rho = 1 + \rho_1/\rho_2, \quad (3)$$

$$0 \leq \beta \leq \alpha = \Lambda/2$$

$C > 0$ - дійсна константа,

$$g(\tau) = \vartheta_4^4(\tau) [a^2 + a_1^2 \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)] [1 - (1 - k^2 d^2) \operatorname{sn}^2(2K\tau, k)],$$

$$a = \operatorname{sn}(2K\tau_A, k'), \quad d = \operatorname{sn}(2K\tau_D, k'), \quad a_1^2 = 1 - a^2,$$

τ_A і τ_D - координати точок середини каналу та дрени відповідно. Тут $\operatorname{sn}(t, k)$ - еліптичний синус Якобі.

Допоміжнов область для даної задачі (і для всіх наступних) є прямокутник площини τ із сторонами $\Lambda/2$ і $1/2$, де $\Lambda = K'/K$, а $K(k)$ - повний еліптичний інтеграл першого роду при модулі k ($K' = K(k')$, $k'^2 = 1 - k^2$).

У (2) і (3) містяться невідомі параметри конформного

відображення $C, a, d, \alpha, \beta, k$. Для їх знаходження будується система рівнянь, до якої входять задані величини $\varepsilon, \rho, l_d, L, l, S$ і H_0 .

Після знаходження параметрів конформного відображення визначенню підлягають витрати із каналу і в дрена, величина незатопленої частини дрени, глибина продавлювання солоних вод, координати точок кривої депресії і лінії поділу між прісними і солоними водами.

Наводиться аналіз впливу параметрів схеми на картину течії.

У третьому параграфі досліджується фільтраційна схема, що відповідає випадку затвердіння солоних вод, тобто коли область фільтрації знизу обмежена водоупором. Розв'язок для цього випадку виходить з (2), (3) при $\rho = \infty, q_1 = q_2 = 1$.

З урахуванням результатів обчислювального експерименту досліджується критичний випадок виходу ґрунтових вод на поверхню.

У четвертому параграфі першої глави розглядається задача про розтікання бугра ґрунтових вод над солоними водами. Розв'язок для цього випадку дістаємо з (2), (3) при $l = 0$. Тут $\tau \rightarrow \Lambda/2$, і, отже, $a = 1, \beta = \Lambda/2$. Наводиться гідродинамічний аналіз розглядуваного фільтраційного процесу.

Дослідження схем течії рідини, наведені у першій главі, узагальнюють результати, одержані раніше П. Я. Полубариновом-Кочиним, С. М. Нумеровим, В. О. Васильєвим, Д. І. Капрановим, Е. Н. Берславським і Л. А. Панасенко та ін.

Друга глава присвячена дослідженню течії рідини із системи каналів до трубчастого дренажу.

У першому параграфі глави II досліджується найбільш загальна постановка задачі. Дренаж являє собою нескінченну систему рівнодебітних дрен з діаметром $2R$ і з заданим значенням напору h_0 у верхній точці. Всі дрени закладені посередині між каналами і на однаковій глибині S . Область фільтрації знизу обмежена солоними водами, трубчаста дрена моделюється краплинним стоком, розміщеним у центрі дрени, а

еквіпотенціаль, що являє собою контур дрени, пов'язується у своїй верхній точці із заданим п'єзометричним напором у цій точці.

Функції $dz/d\tau$ і $d\omega/d\tau$ мають вигляд:

$$\frac{dz}{d\tau} = -iC \frac{1}{\sqrt{\varepsilon}} \frac{g_1 f(\tau, \alpha, -\beta, \gamma) - g_2 f(\tau, -\alpha, \beta, -\gamma)}{\vartheta_4^3(\tau) \Delta_D \sqrt{\Delta_A}} \quad (4)$$

$$\frac{d\omega}{d\tau} = C \frac{e^{-i\pi\tau} f(\tau, \alpha, \beta, \gamma) + e^{i\pi\tau} f(\tau, -\alpha, \beta, -\gamma)}{\vartheta_4^3(\tau) \Delta_D \sqrt{\Delta_A}}$$

де $C > 0$, $\Delta_A = a^2 + a_1 m^2(2K\tau, k)$,

$\Delta_D = 1 - (1 - k'^2 d) m^2(2K\tau, k')$, a і d як в (2),
 $f(\tau, x_1, x_2, x_3) = \vartheta_2(\tau + ix_1) \vartheta_2(\tau + ix_2) \vartheta_1(\tau + ix_3)$.

Параметри α , β і γ зв'язані співвідношенням

$$\alpha + \gamma - \beta = \Lambda/2 + \alpha \operatorname{th}(\varepsilon/\tau)/\pi \quad (5)$$

і задовольняють умови

$$0 \leq \beta < \gamma, \quad \alpha \leq \Lambda/2 \quad (6)$$

У (3) і (4) невідомими параметрами конформного відображення є C , k , a , d , α і γ . У модельованій фільтраційній схемі відомими величинами, крім інтенсивності інфільтрації ε і величини ρ , є також ширина каналу l , міжканална відстань L , глибина закладання дренажу S , глибина солоних вод у спокої H_0 , радіус дрени R і напор

h_0 на контурі дрени.

Після знаходження параметрів конформного відображення обчислюються фільтраційні характеристики процесу, що вивчається, витрати з каналу і в дрена, глибина продавлювання солоних вод, величина нависання кривої депресії над площинам дрени, координати точок депресійної кривої і лінії розподілу між прісними і солоними водами.

За результатами обчислювального експерименту проведено гідродинамічний аналіз розглядуваного фільтраційного процесу.

У другому параграфі глави II досліджується випадок затвердіння солоних вод, що відповідає області фільтрації, обмеженої знизу водоупором.

Розв'язок задачі у цьому випадку дістаємо з (4) при $\rho \rightarrow \infty$, $q_1 = q_2 = z = 1$.

У третьому параграфі глави II вивчається випадок розтікання бугра ґрунтових вод над водоупором до дрен, закладених на нижній межі.

Результати чисельного експерименту показали, що у розглядуваному процесі основними визначальними величинами є глибина закладання дренажу і відстань між дренами.

Дослідження картин течії, проведене у другій главі, узагальнює результати, одержані раніше С. В. Фальковичем, С. М. Нумеровим і Л. А. Панасенко, В. М. Еміхом, Ю. І. Капрановим, Е. Н. Берславським і В. М. Еміхом.

Глава III присвячена дослідженню моделі руху ґрунтових вод із системи каналів з урахуванням капілярності ґрунту. Явище капілярності відіграє велику роль під час руху ґрунтових вод із вільнов поверхнев. Під дією капілярних сил розширюється площа, змочена водов, і збільшуються витрати води з каналу.

У першому параграфі глави III розглядається модель руху рідини із системи рівновіддалених каналів, що підстиляється напорним водоносним горизонтом. Передбачається, що канали розміщені на однаковій відстані $2L$, один від одного і мають однакову ширину $2l$. Підстилячий напорний горизонт розміщений на глибині T і має потужність H , а капілярність ґрунту

дорівнює h_k . З вільної поверхні відбувається рівномірне і постійне випаровування інтенсивності δ .

Метод розв'язання даної задачі є визначення величин капілярного розтікання $B(h_k)$, витрати з каналу Q , а також координат кривої депресії.

Функції $d\omega/d\tau$ і $dz/d\tau$ мають такий вигляд.

$$\frac{d\omega}{d\tau} = iC \frac{\sqrt{\delta} [A \operatorname{ch}(1+\nu)\tau + B \operatorname{ch}(1-\nu)\tau] + i [A \operatorname{sh}(1+\nu)\tau - B \operatorname{ch}(1-\nu)\tau]}{\sqrt{(ch^2\tau - a_1)(ch^2\tau - a_2)(ch^2\tau - a_3)}}$$

(7)

$$\frac{dz}{d\tau} = -C \frac{1}{\sqrt{\delta}} \frac{A \operatorname{ch}(1+\nu)\tau + B \operatorname{ch}(1-\nu)\tau - i\sqrt{\delta} [A \operatorname{sh}(1+\nu)\tau - B \operatorname{ch}(1-\nu)\tau]}{\sqrt{(ch^2\tau - a_1)(ch^2\tau - a_2)(ch^2\tau - a_3)}}$$

Тут $A = \cos(1-\nu)t$, $B = \cos(1+\nu)t$, $\nu = \pi^{-1} \arctg \sqrt{\delta}$.

Як видно з (7), функції $d\omega/d\tau$ і $dz/d\tau$ містять п'ять невідомих параметрів конформного відображення: $C > 0$,

a_i ($i = 1, 2, 3$) і t . Відповідно до загальної методики складається система рівнянь, для розв'язання якої застосовується метод продовження розв'язку за параметром. Після визначення невідомих параметрів конформного відображення визначенню підлягають величини $B(h_k)$ і Q , а також координати депресійної кривої.

Аналіз чисельних експериментів дає підстави зробити такі висновки: 1) звертає на себе увагу однаковий характер залежностей фільтраційних характеристик від параметрів схеми L і h_k , а саме, відповідно до збільшення ширини каналу і висоти капілярного підняття ґрунтових вод величини Q і $B(h_k)$ зростають. 2) зменшення L , ε , T і збільшення

H сприяють збільшенню $B(h_k)$, витрата з каналу Q при цьому зменшується. Отже, відстань між джерелами постачання, потужність шару і випаровування відіграють ту саму роль підпору, що й величина H .

У другому параграфі глави III досліджується випадок одиничного каналу, що часто буває на практиці. Якщо канали розміщені на великій відстані один від одного, то можна розглядати рух рідини як у випадку одиничного каналу. У цій моделі не враховується також випаровування з вільної поверхні. Відсутність двох визначальних факторів сприяє більш детальному аналізу величин H і h_k .

Витрати з каналу залежать від величини підпору таким чином,

$$\frac{2H}{Q} = \frac{K'}{K}$$

функції $d\omega/dt$ і dz/dt містять чотири невідомих параметри. Для їх визначення задаються величини T , l , H і h_k .

Наводиться гідродинамічний аналіз досліджуваної картини течії.

У третьому і четвертому параграфах глави III досліджуються випадки відсутності підпору ґрунтовими водами і коли потужність шару необмежено велика. Тут же наводяться результати розрахунків та їх аналіз.

На закінчення наведено висновки за дисертаційною роботою, а в додатку подані копії документів, які підтверджують використання розробленого математичного забезпечення.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Досліджено процеси руху ґрунтових вод в зоні каналів з урахуванням факторів, які більш адекватно описують досліджувані процеси, ніж розроблені раніше іншими авторами.

2. Побудовано алгоритми розрахунку фільтраційних характеристик при русі рідин з різними шільностями з системи каналів до дренажів різних типів з урахуванням (або без урахування) капілярності ґрунту.

3. Розроблено програмний комплекс, який дозволяє автоматизувати розрахунки фільтраційних характеристик при дослідженні руху рідини з системи каналів.

4. Проведено аналіз процесів руху рідини в досліджуваних в даній роботі схемах, які часто зустрічаються на практиці.

5. Розв'язано важливі прикладні задачі.

Основні положення дисертаційної роботи опубліковані у наступних роботах.

1. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Математическое моделирование некоторых краевых задач фильтрации из каналов // В кн., Машинные методы решения краевых задач. Тез докл., Москва-Рига. 1985. - С. 15.

2. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Влияние капиллярности грунта на фильтрацию из канала с испарением // Вычисл. и прикл. математ. - Киев, - 1986. - Вып. 59 - С. 40 - 43.

3. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. О режиме грунтовых вод в почвенном слое при фильтрации из канала с учетом капиллярности грунта // Вычисл. и прикл. математ. - Киев, - 1987. - Вып. 61 - С. 43 - 47.

4. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Исследование режима фильтрации из каналов и оросителей // В кн., Краевые задачи фильтрации грунтовых вод. Тез докл. Казань. 1988. - С. 4-5.

5. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. О расчете систематического дренажа орошаемых земель, подстилаемых водоупором // В кн., Численные методы в математическом моделировании гидродинамических и технологических процессов, Межвуз. темат. сб. Л., ЛИСИ. - 1989. - С. 6-9.

6. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Фильтрация из каналов и оросителей // Изв. АН СССР. Механ. жидк. и газа. - 1989. - № 1 - С. 96 - 102.

7. Береславський Е. Н., Матвеев В. В. Гідродинамічний аналіз відкритого дренажу в каймі прісних ґрунтових вод над солоними. // Доп. АН УРСР. - Сер. А. - 1990 - N 10 - С. 31 - 33.
8. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Математическое моделирование систематического дренажа орошаемых земель, подстилаемых водоупором // Вычисл. и прикл. математ. - 1990. - Вып. 72. - С. 72-75.
9. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Математическое моделирование фильтрационных течений в мелиорируемых почвогрунтах // В кн., Математическое моделирование процессов и аппаратов. Тез. докл. Иваново. - 1990. - С. 29.
10. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Гидродинамическое исследование движения жидкости при фильтрации к открытому систематическому дренажу // В кн., Краевые задачи теории фильтрации и их приложения. Тез. докл. Казань. - 1991. - С. 60-61.
11. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Комплекс программ для решения задач фильтрации жидкости из системы каналов с малым уровнем наполнения // ГФАП СССР. Инв. N М91019 от 30 января 1991 г.
12. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Фильтрация в почвогрунтах, подстилаемых сильно проницаемым напорным горизонтом // Изв. АН СССР. Механ. жидк. и газа. - 1991. - N2 - С. 98 - 104.
13. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Гидродинамическое исследование каймы пресных вод при фильтрации к открытому дренажу // Изв. Российской АН. Водные ресурсы - 1992. - N2 - С. 81 - 85.
14. Береславский Э. Н., Матвеев В. В. Анализ систематического дренажа орошаемых земель при наличии соленых вод // В кн., Моделирование и исследование процессов. Тез. докл. Киев. - 1992. - Ч. 1 - С. 17 - 18.

Підп. до друку. 16.2.93.

Формат 60×84 $\frac{1}{4}$ Папір офс.

Друк. офс. Умови друк. арк. 0,69

Обл.-вид. арк. 0,54 тир. 100

Зам. 3/185

Київська книжкова друкарня наукової книги. Київ, Репіна, 4.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

AB 26.859

AB 26.859