

АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ  
ИНСТИТУТ МЕХАНИКИ

На правах рукописи

ПРИМАЧЕНКО Оксана Васильевна

УДК 539.3

ОСЕСИММЕТРИЧНАЯ ЗАДАЧА О ТРЕЩИНЕ НОРМАЛЬНОГО ОТРЫВА  
В СЛОЕ С НАЧАЛЬНЫМИ НАПРЯЖЕНИЯМИ

01.02.04 - механика деформируемого твердого тела

А в т о р е ф е р а т

диссертации на соискание ученой степени  
кандидата физико-математических наук

Киев - 1993

Лб. 27. 112

Работа выполнена в Институте механики АН Украины

Научный руководитель - доктор технических наук,  
академик АН Украины А.Н.Гузь

Научный консультант - доктор технических наук,  
профессор С.Ю.Бабич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических  
наук Я.Я.Рушицкий,  
доктор технических наук,  
профессор В.Б.Рудницкий

Ведущая организация: Донецкий государственный  
университет

Защита состоится 27 апреля 1993 г. в 12 часов на заседании  
специализированного совета К 016.49.01 в Институте механики  
АН Украины (252057, Киев-57, ул.Нестерова, 3)

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке  
Института механики АН Украины

Автореферат разослан "26" марта

1993 г.  
ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

Ученый секретарь  
специализированного совета  
доктор технических наук

*Назар*  
В.М.Назаренко

ЛНБ України ім. В. Стефаника  
  
00803014 (G)

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Механика разрушения, являясь неотъемлемой частью науки о прочности, изучает проблемы, связанные с несущей способностью материалов и элементов конструкций с уже существующими и вновь образующимися трещинами, а также исследует закономерности распространения трещин. Интенсивное развитие этой области механики деформируемого твердого тела в последние годы обусловлено большой практической значимостью получаемых в ее рамках результатов, которые позволяют избежать дорогостоящих ошибок в процессе проектирования и эксплуатации машин, конструкций, других создаваемых и используемых человеком объектов. С другой стороны, широкое поле деятельности для исследователей открывает сложность самого процесса разрушения.

Основы линейной механики разрушения как науки были заложены работами Гриффитса, Ирвина и Орована о распространении трещин в хрупких (квазихрупких) материалах.

В дальнейшем значительный вклад в становление и развитие механики хрупкого разрушения внесли В.М.Александров, А.Е.Андрейкив, Г.И.Баренблатт, В.В.Болотин, Н.М.Бородачев, В.Г.Борисковский, Р.В.Гольдштейн, А.Н.Гузь, В.М.Ентов, Д.Д.Ивлев, А.А.Каминский, Г.С.Кит, В.Д.Клюшников, А.С.Космодамианский, Б.В.Костров, А.Я.Красовский, В.Д.Кулиев, М.Я.Леонов, И.А.Маркузон, В.М.Мирсалимов, Е.М.Морозов, Н.Ф.Морозов, В.И.Моссаковский, Л.В.Никитин, В.В.Новожилов, В.В.Панасюк, В.Э.Партон, Г.Я.Попов, Ю.Н.Работнов, М.П.Саврук, Р.Л.Салганик, Л.И.Седов, Л.И.Слепян, В.П.Тамуж, Я.С.Уфлянд, Л.А.Фильштинский, Г.П.Черепанов, С.А.Шестериков, С.Я.Ярема, W.D.Collins, D.S.Dugdale, A.H.England, F.Erdogan, A.E.Green, G. Gupta, M.K.Kassir, L.M.Keer, M.Kurashige, H.Liebowitz, M.Lowengrub, S.Nemat-Nasser, H.Neuber, J.R.Rice, G.C.Sih, I.N.Sneddon, A.A.Wells, M.L.Williams, T.Yokobori, A.R.Zak и другие.

Несмотря на достаточно широкий охват проблем актуальными для механики хрупкого разрушения остаются исследования, предметом которых является хрупкое разрушение материалов с начальными напряжениями.

Учесть влияние нормальных напряжений, действующих в направлениях, параллельных поверхности трещины, можно, если рассматривать задачу в рамках теории упругости предварительно напряженных тел, считая указанные напряжения начальными.

В работах Био и А.Н.Гузя был предложен подход к исследованию напряженно-деформированного состояния упругих тел с начальными напряжениями, построенный на основе линеаризации соотношений трехмерной нелинейной теории упругости. Этот подход позволяет рассматривать напряженно-деформированное состояние предварительно напряженных упругих тел с упругими потенциалами произвольного вида для теорий конечных (больших) и различных теорий малых начальных деформаций.

Задачам механики разрушения материалов с начальными напряжениями посвящены работы В.М.Александрова, А.Н.Гузя, В.Н.Кулиева, Л.М.Филипповой, R.S.Dhaliwal, B.M.Singh, M.Kurashige, C.H.Wu. Причем в работах А.Н.Гузя исследования выполнены в общей форме для сжимаемых и несжимаемых тел при произвольной структуре упругого потенциала с привлечением общего подхода.

В работах А.Н.Гузя получены точные решения статических задач о прямолинейной трещине в неограниченном теле при однородной начальной деформации в случае трещин нормального отрыва, поперечного и продольного сдвига и статической задачи расклинивания упругого тела абсолютно жестким клином. Исследованы закономерности влияния начальных напряжений применительно к высокоэластичным и сравнительно жестким материалам для тел с потенциалами конкретной формы. В этих работах наряду с точными решениями, позволяющими определить распределение перемещений и напряжений во всей области, получены и асимптотические разложения распределений напряжений и перемещений вблизи кончика трещины.

Кроме того, в работах А.Н.Гузя, посвященных исследованию пространственных статических задач механики разрушения материалов с начальными напряжениями, сформулирован метод сведения пространственных статических задач для неограниченного тела с начальными напряжениями к смешанным задачам для полупространства. В рамках этого подхода решена осесимметричная задача для трещины в виде кругового диска в случае нормального отрыва, радиального сдвига и

кручения, получено асимптотическое решение, проведен анализ влияния начальных напряжений. Кроме того, рассмотрена общая пространственная задача, когда в одной плоскости расположено произвольное число плоских трещин произвольной в плане формы, не взаимодействующих между собой.

В работах В.И.Книха и В.М.Назаренко дана постановка и решены родственные задачи механики разрушения материалов с начальными при сжатии вдоль трещин и получены численные результаты для конкретных форм упругого потенциала.

В работах В.М.Александрова, С.В.Соболя, Л.М.Филипповой, R.S. Dhaliwal, B.M.Singh, M.Kurashige, I.G.Rokne, C.H.Wu исследования выполнены для частных видов упругих потенциалов, в связи с чем для каждого нового вида упругого потенциала все выкладки необходимо проводить заново. В частности, осесимметричная задача о раскрытии круговой трещины в неограниченном предварительно напряженном теле решена для неогукковского материала. Рассмотрена также задача о нагружении нормальным давлением плоской эллиптической трещины в упругом пространстве из несжимаемого материала неогукковского типа, предварительно подвергнутого однородному двухосному растяжению или сжатию вдоль плоскости трещины.

В математическом плане родственный используемому в настоящей работе аппарат исследования применялся для контактных задач для тел с начальными напряжениями А.Н.Гузев, В.М.Александровым, Н.Х. Арутюняном, С.Ю.Бабичем, В.Б.Рудницким и другими авторами.

Таким образом, до настоящего времени оставалась практически не исследованной пространственная осесимметричная задача о разрушении материалов в виде слоя с начальными напряжениями, содержащего трещины, что свидетельствует об актуальности работы.

Целью диссертационной работы является исследование пространственной осесимметричной задачи механики разрушения для случая слоя с начальными напряжениями, содержащего трещину, включая:

1. Постановку осесимметричной задачи для слоя с начальными напряжениями, действующими вдоль круговой трещины нормального отрыва, расположенной параллельно границам слоя.

2. Развитие методов решения, основанных на использовании интегральных уравнений Фредгольма применительно к данному классу

трещин для слоя с начальными напряжениями.

3. Анализ результатов, полученных на основании численных исследований, и выявление новых механических эффектов, связанных с начальными напряжениями.

Научная новизна. В диссертационной работе впервые на основе соотношений трехмерной линеаризированной теории упругости для тел с начальными напряжениями решена пространственная осесимметричная задача о трещине нормального отрыва в слое с начальными напряжениями. Получено разрешающее интегральное уравнение Фредгольма второго рода. Решение указанной задачи проведено в общей форме для сжимаемых и несжимаемых тел для теорий конечных (больших) и малых деформаций для случаев равных и неравных корней определяющего уравнения. Обнаружен новый механический эффект, заключающийся в том, что коэффициент интенсивности напряжений в кончике трещины зависит от начальных напряжений в слое. Численные результаты получены для некоторых видов материалов с конкретными упругими потенциалами. Дан качественный анализ влияния начальных напряжений на коэффициент интенсивности напряжений в зависимости от геометрических характеристик слоя с трещиной.

Достоверность полученных в работе результатов обеспечивается:

- строгостью математической постановки задачи и ее решения,
- сведением исходной задачи к разрешающему интегральному уравнению Фредгольма второго рода, допускающему эффективное численное решение,
- тестированием вычислительной программы по значениям, полученным ранее другими авторами,
- согласованностью полученных результатов между собой и их соответствием соображениям, сделанным исходя из физического смысла задачи,
- выбором шага численного интегрирования, при котором погрешность вычислений лежит в допустимых пределах.

Практическая ценность работы состоит: в создании методики численного определения коэффициента интенсивности напряжений для слоя из материалов с упругим потенциалом конкретного вида; в получении новых данных о влиянии начальных напряжений на коэффициент интенсивности напряжений.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на семинарах отдела динамики и устойчивости сплошных сред Института механики АН Украины (1990-93гг.), научном семинаре по направлению "Механика композитных и неоднородных сред" при Институте механики АН Украины (1993 г.), конференциях молодых ученых Института механики АН Украины (1989, 1990, 1992гг.).

Публикации. Основное содержание работы отражено в [1-4].

Объем и структура работы. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения и списка использованной литературы. Работа изложена на 108 страницах, включая 8 рисунков и 5 таблиц. Библиографический список насчитывает 114 наименований работ.

#### СОДЕРЖАНИЕ ДИССЕРТАЦИИ

Во введении дан краткий обзор выполненных ранее исследований по теме диссертации, обоснована актуальность работы, сформулирована ее цель и дано краткое изложение работы.

В первой главе даны основные соотношения и уравнения механики хрупкого разрушения для тел с начальными напряжениями, в том числе изложены принципы построения трехмерной линеаризированной теории упругости для тел с начальными напряжениями, приведены разрешающие уравнения для сжимаемых и несжимаемых упругих тел и их общие решения в случае однородного начального состояния, а также сформулирована постановка смешанных краевых задач для тел с начальными напряжениями.

Для описания напряженно-деформированного состояния слоя используются соотношения трехмерной линеаризированной теории упругости для тел с начальными напряжениями, разработанной А.Н.Гузем. При этом применяется подход, позволяющий решать задачу в общей форме для различных моделей материалов с упругими потенциалами произвольного вида. В результате исходной механической задаче ставится в соответствие смешанная краевая задача.

Рассматриваются тела с однородными начальными напряжениями, то есть когда коэффициенты удлинений постоянны для всего тела. Вводится система декартовых координат  $y_i$  начального деформированного состояния и система лагранжовых координат  $x_i$ , которые в

естественном (недеформированном) состоянии совпадают с декартовыми. Связь между этими двумя системами координат определяется соотношением

$$y_i = \lambda_i x_i, \quad (1)$$

где  $\lambda_i = \text{const}$  - коэффициенты удлинения, характеризующие перемещения начального состояния. Начальное состояние в системе лагранжевых координат определяется перемещениями

$$u_m^0 = \delta_{im} (\lambda_i - 1) x_i, \quad m = 1, 2, 3 \quad (2)$$

где  $\delta_{im}$  - компоненты метрического тензора.

Принимается, что начальные напряжения в теле действуют вдоль плоскости  $y_3 = \text{const}$ , в которой расположена трещина, и что они одинаковы вдоль осей  $Oy_1$  и  $Oy_2$ :

$$\begin{aligned} S_0^{33} &= 0, & S_0^{11} &= S_0^{22} \neq 0, \\ \lambda_1 &= \lambda_2 \neq \lambda_3, \end{aligned} \quad (3)$$

где  $S_0^{\beta\beta}$  - компоненты симметричного тензора напряжений в начальном деформированном состоянии.

Во второй главе дана постановка рассматриваемой статической пространственной задачи для упругого слоя с начальными напряжениями с круговой трещиной нормального отрыва, записано представление общих решений уравнений линеаризованной теории упругости для тел с начальными напряжениями применительно к поставленной осесимметричной задаче. На основе интегрального преобразования Ханкеля гармонических функций, входящих в общие решения, исходная задача сведена к парным интегральным уравнениям, которые затем приводятся к одному интегральному уравнению Фредгольма второго рода. Получены формулы для нахождения нормальных напряжений в срединной плоскости слоя, коэффициента интенсивности напряжений и раскрытия берегов трещины. Все исследования проводятся в общей форме для сжимаемых и несжимаемых упругих тел с упругим потенциалом произвольного вида для теорий больших (конечных) и малых деформаций отдельно для случаев равных и неравных корней определяющего уравнения.

Рассматривается упругий слой толщиной  $2h$ , ослабленный круговой трещиной радиуса  $a$ , которая расположена в срединной плоскости слоя ( $y_3 = 0$ ) параллельно его границам и подвержена дейст-

вид равномерного сжатия (рис. I). Вводится также система круговых цилиндрических координат  $(r, \theta, z)$ , ось которой  $z$  направлена вдоль оси  $y_3$ .

Слой подвергнут предварительной нагрузке, приложенной на бесконечности и действующей в плоскости трещины, то есть считается, что начальное состояние слоя является однородным и выполняются условия (3).

В силу симметрии рассматривается половина слоя, для области  $0 \leq r < \infty$ ,  $0 \leq z \leq h$  имеем следующие граничные условия:

$$\tilde{Q}_{zz}|_{z=h} = 0, \quad \tilde{Q}_{3r}|_{z=h} = 0, \quad \tilde{Q}_{3r}|_{z=0} = 0, \quad (4)$$

$$u_3|_{z=0} = 0 \quad (r > a), \quad \tilde{Q}_{3r}|_{z=0} = f(r) \quad (r < a) \quad (5)$$

Нормальные напряжения на берегах трещины считаются заданными в виде произвольной функции полярного радиуса  $f(r)$  (для случая равномерной внешней нагрузки  $f(r) = -q$ ).

Решение задачи, удовлетворяющее граничным условиям (4), (5) ищется в рамках линеаризованной теории упругости при сделанных выше допущениях и предположениях.

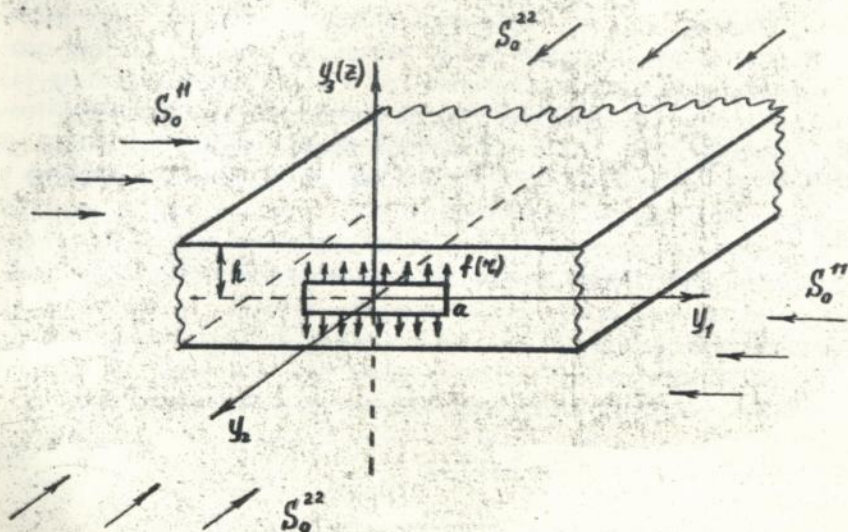


Рис. I

Условие единственности решения линеаризированной задачи для сжимаемых и несжимаемых тел и условие отсутствия явлений внутренней потери устойчивости дают определяющее уравнение, от вида корней которого зависит представление общего решения задачи.

Для случая неравных корней определяющего уравнения представление перемещений и составляющих вектора напряжений  $\tilde{Q}$  при  $y_3 = \text{const}$  через гармонические функции  $\varphi_j$  ( $j = 1, 2, 3$ ) имеет вид

$$u_3 = \frac{m_1}{\sqrt{n_1}} \frac{\partial \varphi_1}{\partial z_1} + \frac{m_2}{\sqrt{n_2}} \frac{\partial \varphi_2}{\partial z_2}$$

$$\tilde{Q}_{33} = C_{44} \left[ (1 + m_1) l_1 \frac{\partial^2}{\partial z_1^2} \varphi_1 + (1 + m_2) l_2 \frac{\partial^2}{\partial z_2^2} \varphi_2 \right] \quad (6)$$

$$\tilde{Q}_{3r} = C_{44} \left[ \frac{1 + m_1}{\sqrt{n_1}} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z_1} \varphi_1 + \frac{1 + m_2}{\sqrt{n_2}} \frac{\partial^2}{\partial r \partial z_2} \varphi_2 - \frac{1}{\sqrt{n_3}} \frac{1}{r} \frac{\partial^2}{\partial \theta \partial z_3} \varphi_3 \right]$$

где  $z_j = n_j^{-1/2} y_3$ ,  $j = 1, 2, 3$ .

Величины  $C_{44}$ ,  $n_j$ ,  $m_j$  и  $l_j$  ( $j = 1, 2$ ) определяются для конкретного вида упругого потенциала.

Функции  $\varphi_1$ ,  $\varphi_2$  выбираются в виде интегральных разложений Ханкеля, в которые входят четыре неизвестные функции. В силу осесимметричности задачи полагается  $\varphi_3 = 0$ . Граничные условия (4) используются для выражения трех из неизвестных функций через оставшуюся функцию. После подстановки соответствующих выражений в граничные условия (5) в результате ряда преобразований приходим к парным интегральным уравнениям, которые для равных и неравных корней определяющего уравнения имеют одинаковый вид. Выбирая оставшуюся неизвестную функцию так, чтобы первое интегральное уравнение удовлетворялось тождественно, из второго уравнения после стандартных преобразований получаем интегральное уравнение Фредгольма второго рода. В случае равномерной нагрузки на берегах трещины это уравнение в безразмерном виде записывается как

$$\omega(\xi) = 1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \omega(\tau) K(\tau, \xi) d\tau \quad (7)$$

причем его ядро зависит от коэффициента удлинения  $\lambda_1$ .

Составляющая вектора напряжений  $\tilde{Q}_{33}$  в плоскости расположения трещины и раскрытие берегов трещины  $u_3$  определяются через функцию  $\omega(\xi)$  по формулам

$$\tilde{Q}_{33} \begin{cases} z = 0 \\ r > a \end{cases} = \frac{2qa}{\pi} \left[ \frac{1}{\sqrt{r^2 - a^2}} \int_0^1 \omega(\tau) d\tau - \int_0^1 \frac{\omega(\tau) d\tau}{\sqrt{r^2 - a^2 \tau^2}} - \int_0^{\infty} \int_0^1 g(\lambda) \omega(\tau) (\cos \lambda a \tau - \cos \lambda a) J_0(\lambda r) d\tau d\lambda \right] \quad (8)$$

$$u_3 \begin{cases} z = 0 \\ r < a \end{cases} = R \frac{2qa}{\pi} \int_0^{\infty} \frac{1}{\lambda} \int_0^1 \omega(\tau) (\cos \lambda a \tau - \cos \lambda a) J_0(\lambda r) d\tau d\lambda \quad (9)$$

где

$$R = \frac{1 - m_2 + 2m_1}{\sqrt{n_1} (1 + m_1)^2 l_1 n_1} \quad (10)$$

для равных корней определяющего уравнения и

$$R = \frac{m_1 - m_2}{\sqrt{n_1} (1 + m_1)} \quad (11)$$

для неравных корней.

При приближении к краям щели при  $r \rightarrow a$  асимптотическое выражение для составляющих вектора напряжений  $\tilde{Q}_{33}$  (8) имеет вид

$$\tilde{Q}_{33} = \frac{2qa}{\pi} \frac{1}{\sqrt{r^2 - a^2}} \int_0^1 \omega(\tau) d\tau + O(1), \quad (12)$$

или

$$\tilde{Q}_{33} = \frac{K_I}{\sqrt{2\pi(r-a)}} + O(1), \quad (13)$$

где  $K_I$  - коэффициент интенсивности напряжений, характеризующий нормальные напряжения в кончике трещины и равный по обозначению

$$K_I = 2q \sqrt{a/\pi} \int_0^1 \omega(\tau) d\tau \quad (14)$$

В случае, когда  $h \rightarrow \infty$ ,  $\omega(\xi) \equiv 1$  и формула (14) переходит

в известную формулу для неограниченного упругого пространства с круговой трещиной нормального отрыва.

Анализируя формулу (I4), можно отметить, что для рассматриваемой здесь задачи в отличие от случая неограниченного упругого пространства с трещиной или полупространства с приповерхностной трещиной коэффициент интенсивности напряжений зависит от начальных напряжений в слое.

В третьей главе исследована непрерывность ядра разрешающего интегрального уравнения Фредгольма второго рода. Изложена методика численного решения разрешающего уравнения Фредгольма второго рода, описано тестирование вычислительной программы, реализующей эту методику, по известным результатам, полученным другими авторами. Приведены количественные зависимости коэффициента интенсивности напряжений от толщины слоя и величины коэффициента удлинения и дан их качественный анализ.

Поскольку в общем случае при решении интегрального уравнения Фредгольма второго рода приходится прибегать к численным методам, для эффективной реализации которых существенным является непрерывность и ограниченность ядра уравнения, то необходимо знать, при каких значениях коэффициента удлинения эти свойства нарушаются.

Установлены случаи, когда ядро интегрального уравнения Фредгольма второго рода имеет разрыв. Для случаев равных и неравных корней получены условия непрерывности ядра, которые в точности совпадают с характеристическими уравнениями, соответствующими поверхностной неустойчивости упругой полосы, полученными ранее А.Н.Гузем.

Если начальные напряжения не достигают найденных значений, соответствующих разрыву ядра, то рассматриваемой задаче о трещине нормального отрыва в слое с начальными напряжениями соответствует интегральное уравнение Фредгольма второго рода с непрерывным ядром.

Для численного определения коэффициента интенсивности напряжений интегралы, входящие в уравнение Фредгольма второго рода и формулу для вычисления его ядра, заменялись интегральной суммой, найденной по правилу трапеций. Для конкретного вида упругого потенциала и заданных толщины слоя и радиуса трещины составлялась

таблица для вычисления коэффициентов системы линейных алгебраических уравнений. Эта система уравнений получалась из интегрального уравнения, неизвестными в ней являются значения искомой функции в конечном числе точек из области ее определения, зная которые можно найти приближенное значение коэффициента интенсивности напряжений.

Описанный выше алгоритм был реализован в комплексе программ на языке ФОРТРАН-77 для ЭВМ типа IBM PC/AT. С помощью этих программ проведены расчеты для различных геометрических характеристик слоя из материалов с упругими потенциалами Бартенева-Хазановича и гармонического типа.

Для подтверждения достоверности получаемых результатов вычислительные программы были протестированы по результатам решения рассматриваемой задачи в рамках классической теории упругости (то есть без учета начальных напряжений), полученного Я.С.Уфляндом. Кроме того, был выполнен анализ возникающих погрешностей и исследована сходимость численного решения в зависимости от параметров численного интегрирования.

Расчеты по изложенной выше методике проводились для слоя из материалов с упругими потенциалами Бартенева-Хазановича и гармонического типа при значениях коэффициента Пуассона  $\nu = 0.1; 0.2; 0.3$  и  $0.4$ . Коэффициенту удлинений в начальном состоянии  $\lambda_1$  присваивались значения  $0.8; 0.9$  (сжимающие начальные напряжения),  $1.0$  (начальные напряжения отсутствуют),  $1.1; 1.2$  и  $1.3$  (растягивающие начальные напряжения). Отношение  $p$  радиуса трещины  $a$  к половине толщины слоя  $h$  принималось равным  $2.0; 1.5; 1.0; 0.8; 0.6; 0.5; 0.4; 0.2$  и  $0.1$ .

На рис. 2 и 3 нанесены значения коэффициента интенсивности напряжений для слоя с трещиной  $K_I$  (формула (I4)), отнесенные к соответствующим значениям для слоя без начальных напряжений  $K_I^0$ , для дискретных значений  $\lambda_1$ . Точки, относящиеся к одному и тому же значению  $p$ , соединены сплошной линией. Графики на рис.2 соответствуют потенциалу Бартенева-Хазановича, а на рис.3 - потенциалу гармонического типа при значениях  $\nu = 0.1; 0.2; 0.3$  и  $0.4$ . (Кривые для  $p = 0.8$  не показаны, поскольку они почти сливаются с прямой  $K_I/K_I^0 = 1$ ).

Как видно из приведенных рисунков, наиболее сильное влияние начальных напряжений на коэффициент интенсивности напряжений проявляется для относительно тонкого слоя (при  $p = 2.0$ , а для потенциала Бартенева-Хазановича и при  $p = 1.5$ ) при  $\lambda_1$  равном 0.8.

Другой максимум влияния начальных напряжений на коэффициент интенсивности напряжений наблюдается при  $p = 0.4$  и  $\lambda_1 = 1.3$ . Причем величина  $K_I/K_I^0$  для  $\lambda_1 > 1$  растет при уменьшении  $p$  от 0.8 до 0.4, а затем при дальнейшем уменьшении  $p$  начинает убывать.

Предельному случаю неограниченного упругого тела ( $p = 0$ ) соответствует прямая  $K_I/K_I^0 = 1$ . Как видно из рисунков, значения коэффициента интенсивности напряжений для слоя уже при значении отношения радиуса трещины к толщине слоя  $p$  равном 0.1 близки к соответствующим значениям для коэффициента интенсивности напряжений для неограниченного упругого тела. Такие же близкие к единице значения величины  $K_I/K_I^0$  отмечаются и для значений  $p$ , лежащих в промежутке от 1.0 до 0.8, то есть и для таких относительных толщин слоя влияние начальных напряжений на коэффициент интенсивности напряжений мало.

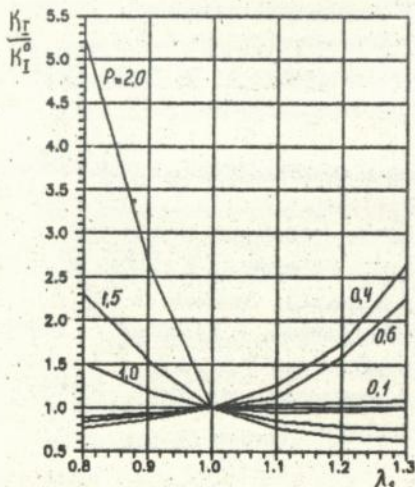
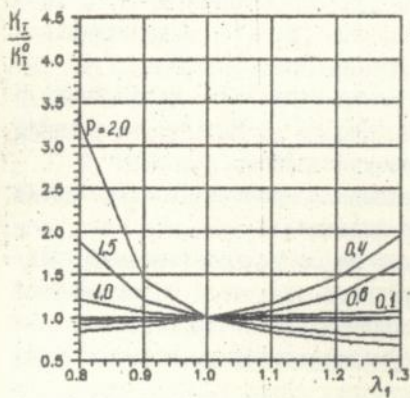
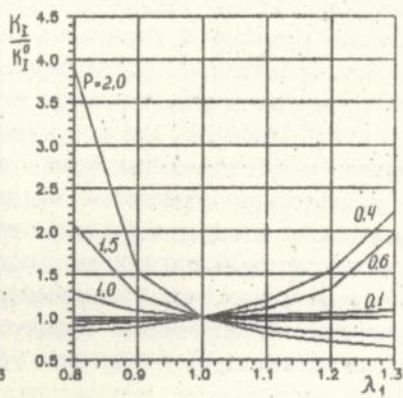


Рис. 2. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от коэффициента удлинений для потенциала Бартенева-Хазановича

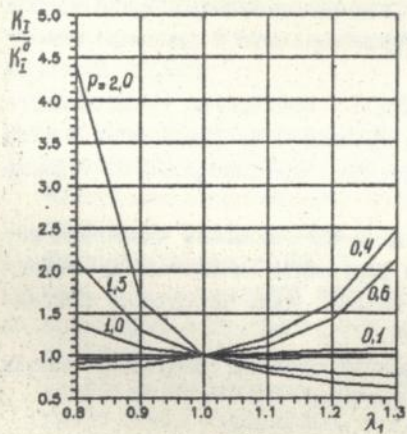
Рис. 3. Зависимость коэффициента интенсивности напряжений от коэффициента удлинений для потенциала гармонического типа



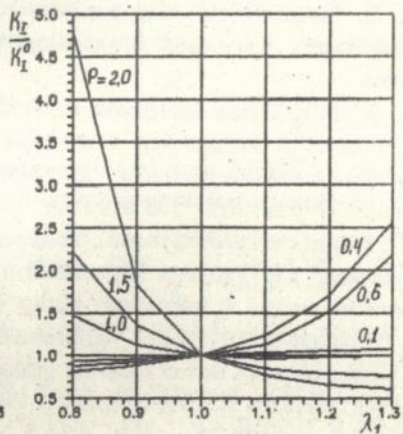
a/  $\nu = 0,1$



b/  $\nu = 0,2$



v/  $\nu = 0,3$



r/  $\nu = 0,4$

Кроме того, в зависимости от относительной толщины слоя знак начальных напряжений по-разному сказывается на характере изменения коэффициента интенсивности напряжений. Так, при толщине слоя меньшей либо равной радиусу трещины ( $p \geq 1$ ) сжимающие начальные напряжения приводят к увеличению величины  $K_I/K_I^0$ , а растягивающие - к ее уменьшению. Когда значения  $p$  уменьшаются от 1.0 до 0.8, происходит смена характера влияния начальных напряжений и для  $p \leq 0.8$  сжимающие начальные напряжения вызывают уменьшение величины  $K_I/K_I^0$ , а растягивающие - ее увеличение.

В заключении обобщаются полученные в работе результаты и формулируются выводы, вытекающие из их анализа.

В диссертационной работе впервые на основе соотношений трехмерной линеаризированной теории упругости для тел с начальными напряжениями с применением общего подхода решена пространственная осесимметричная задача о трещине нормального отрыва в слое с начальными напряжениями, которая включает:

1. Постановку осесимметричной задачи о трещине нормального отрыва для слоя с начальными напряжениями в общей форме для сжимаемых и несжимаемых материалов при произвольной структуре упругого потенциала в рамках теории конечных и малых начальных деформаций.

2. Развитие методов решения с использованием аппарата теории интегральных уравнений Фредгольма применительно к данному классу трещин.

3. Разработку методики численного определения коэффициента интенсивности напряжений в кончике трещины и ее реализацию в виде комплекса вычислительных программ на алгоритмическом языке ФОРТРАН-77 для ПЭВМ ИВМ РС/АТ.

4. Анализ результатов, полученных на основании численных исследований для упругих потенциалов Бартенева-Хазановича и гармонического типа, и выявление новых механических эффектов, связанных с влиянием начальных напряжений.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы количественного и качественного характера:

1. Для случая слоя с трещиной нормального отрыва в отличие от случая неограниченного упругого пространства с трещиной коэффициент интенсивности напряжений зависит от начальных напряжений в слое. Таким образом, обнаружен новый, ранее не известный механический эффект.

2. Характер зависимости коэффициента интенсивности напряжений от начальных напряжений определяется знаком начальных напряжений и относительной толщиной слоя.

3. Наиболее сильное влияние начальных напряжений на коэффициент интенсивности напряжений проявляется для относительно тонкого слоя для значений коэффициентов удлинений в начальном состоянии наиболее близких к значениям, при которых ядро разрешающего интегрального уравнения Фредгольма второго рода терпит разрыв.

4. Начальные напряжения оказывают слабое влияние на коэффициент интенсивности напряжений, когда толщина слоя больше диаметра трещины в 10 и более раз, а также когда толщина слоя примерно равна диаметру трещины.

5. В зависимости от относительной толщины слоя сжимающие и растягивающие начальные напряжения оказывают различное влияние на коэффициент интенсивности напряжений. Для малых относительных толщин слоя сжимающие начальные напряжения приводят к увеличению коэффициента интенсивности напряжений, а растягивающие - к его увеличению. Для больших относительных толщин слоя наблюдается обратный эффект.

Основное содержание и результаты диссертационной работы отражены в следующих публикациях:

1. Примаченко О.В., Бабич С.Ю. Концентрация напряжений в слое с начальными напряжениями, ослабленном круговой трещиной // Тр. XVII науч. конф. молодых ученых Ин-та механики АН Украины, Киев, 19-22 мая, 1992. Ч.1. - Киев, 1992. - С.116-120. - Рукопись деп. в УкрИНТЭИ 07.07.92, № 1021-Ук92.
2. Примаченко О.В., Бабич С.Ю. О трещине нормального отрыва в предварительно напряженном слое // Тр. XIV науч. конф. молодых ученых Ин-та механики АН УССР, Киев, 23-26 мая, 1989. Ч.2. - Киев, 1989. - С.304-308. - Рукопись деп. в ВИНТИ 2.08.89, № 5165-В89 Деп.

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

3. Примаченко О.В. Об одной смешанной задаче для слоя с начальными напряжениями // Тр. ХУ науч. конф. молодых ученых Ин-та механики АН УССР, Киев, 29 мая - 1 июня, 1990. Ч.2. - Киев, 1990. - С.321-325. - Рукопись деп. в ВИНТИ 10.07.90, № 3807-В90 Деп.
4. Примаченко О.В., Бабич С.Ю. Осесимметричная задача о трещине нормального отрыва в предварительно напряженном слое // Прикладная механика. - 1992. - 28, № 7. - С.18-24.
5. Примаченко О.В. Про одну смешану задачу для шару з початковими напруженнями // ХУ наукова конференція молодих вчених Інститута механіки АН УРСР, Київ, 29 травня - 1 червня, 1990. Тези доповідей. - Київ, 1990. - С.39.

Подписано к печати 22.03.1993г. Формат 60x84/16  
Бумага офсетная Усл.-печ.лист. 1,0. Уч.-изд. лист 1,0.  
Тираж 100. Заказ 355. Бесплатно

---

Полиграф. уч-к Института электродинамики АН Украины  
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

465017

AB 27.112

**AB 27.112**