

АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ

На превех рукопису

СТУКОТИЛОВ ВАЛЕРІЙ СЕРГІЙОВИЧ

ПОВЕРЖНЕВА НЕСТІЙКІСТЬ ШАРУВАТИХ НАПІВОБМЕЖЕНИХ
ОРТОТРОПНИХ ТІЛ З СКІНЧЕНИМ ЧИСЛОМ ШАРІВ

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

А в т о р е ф е р а т

дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук



Київ - 1993



00814758 (X)

Робота виконана в Інституті механіки АН України,
 Кам'янець-Подільському сільськогосподарському
 інституті

Наукові керівники: академік АН України О.М.Гузь,
 доктор фізико-математичних наук
 В.М.Чехов

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук
 професор І.Ю.Бабич
 кандидат фізико-математичних наук
 доцент А.П.Мукоед

Ведуча організація: Київський автомобільно-дорожній
 інститут

Захист відбудеться "25" травня 1993 р. в 12 годин
 на засіданні спеціалізованої ради К 016.49.01
 Інституту механіки АН України /252057, Київ-57,
 вул. Нестерова, 3/.

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці
 Інституту механіки АН України /вул. Нестерова, 3/.

Автореферат розіслано "21" квітня 1993 р.

Учений секретар спеціалізованої
 ради доктор технічних наук *Назар* В.М.Назаренко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Дисертаційна робота містить результати аналітичних та чисельних досліджень задач структурної поверхневої стійкості напівобмежених шаруватих середовищ при дії на них стискуючих навантажень.

Актуальність теми. Проблема поверхневої нестійкості масивних шаруватих тіл при дії на них розподілених стискаючих навантажень виникає в різних галузях природознавства та техніки. Так, в механіці композитних матеріалів існує проблема виникнення поверхневих шарів й подальшого їх відшарування, яке приводить до різкого зменшення реальної міцності й несучої здатності конструкцій з таких матеріалів. Аналогічна проблема існує в матеріалознавстві при дослідженні стійкості шаруватих зміцнюючих, антикорозійних або декоративних покриттів; а також в авіа-, суднобудуванні, важкому машинобудуванні, де застосовуються шаруваті гумово-металеві вироби, в гірничій механіці, геофізиці, геотектоніці при дослідженні стійкості та руйнування гірських шарових масивів та гірничих виробок.

Все викладене вище, вказує на актуальність питань дослідження поверхневої нестійкості в шаруватих тілах, оскільки їх розв'язок дає суттєву економію матеріальних витрат при проектуванні та експлуатації виробів з шаруватих матеріалів, забезпечує безпеку умов праці на гірничих підприємствах країни.

Ціллю роботи є розробка підходу та дослідження впливу ортотропії механічних властивостей окремих шарів та півпростору на критичні значення параметрів навантаження та хвилеутворення в шаруватому середовищі, яке складається з скінченного числа шарів, поєднаних з однорідним півпростором, включаючи:

1. Постановку задач, розвиток методик розв'язку плоских та просторових задач в рамках моделі кусково-однорідних середовищ.

2. Розробку алгоритму та створення типових програм для шаруватих ортотропних напівобмежених тіл з скінченим числом шарів.

3. Дослідження конкретних класів задач з ціллю вивчення

впливу структури та кількості шарів, фізико-механічних та геометричних характеристик елементів шаруватого середовища на його поверхневу нестійкість.

4. Виявлення механічних ефектів, характерних для явища, яке вивчається, вироблення рекомендацій для інженерних розрахунків.

Наукова новизна. В даній роботі на основі тримірної лінеаризованої теорії стійкості при малих докритичних деформаціях дана постановка та узагальнено матричний метод розв'язку на новий клас задач, в явному вигляді побудовані характеристичні рівняння задач стійкості шаруватих напівобмежених середовищ під дією поверхневих розподілених навантажень для ортотропних та трансверсально-ізотропних тіл з гіперпружних матеріалів. Вивчені закономірності поверхневої втрати стійкості шаруватих ортотропних тіл при варіюванні геометричних, фізико-механічних параметрів елементів середовища, вплив на поверхневу нестійкість структури шаруватого пакету та кількості шарів в ньому. Встановлені межі зміни всіх вказаних характеристик, при яких можлива реалізація досліджуваного явища.

Вірогідність результатів. Перш за все вона підтверджується строгістю постановки задачі, включаючи: 1/ точність вихідних лінеаризованих рівнянь тримірної теорії стійкості; 2/ точність задоволення граничних умов на лицевій поверхні середовища та умов поєднання елементів шаруватого середовища; 3/ точність обчислення коефіцієнтів розв'язуючого характеристичного рівняння і запис самого рівняння в замкненому вигляді; 4/ виконання операцій обертання матриць в аналітичному вигляді. Оцінка точності результатів виконана, виходячи з наступних позицій: перевірка точності розв'язку характеристичного рівняння; співставлення з розв'язками інших авторів, одержаними для ізотропних і, зокрема, ортотропних середовищ, а також з розв'язками, одержаними незалежними способами. Часткові та граничні випадки знайдених розв'язків співпадають з приведеними в літературі результатами. Чисельні розрахунки виконувались на ЕОМ з високою мірою точності.

Практична цінність. Виконане в дисертаційній роботі дослідження впливу стискувальних навантажень на стійкість шаруватих напівобмежених тіл дає можливість більш повно виявити специфічні особливості втрати стійкості реальних шаруватих тіл з урахуванням анізотропії властивостей їх елементів. Результати чисельних розрахунків, графічний та табличний матеріал, приве-

дений в роботі, можуть бути використані для покращення експлуатаційних характеристик сучасних композитних матеріалів, а також при проектуванні та експлуатації нових конструкційних матеріалів з армованими шарами.

Апробація роботи. Результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на: XVI, XVII наукових конференціях молодих вчених Інституту механіки АН України /м. Київ, 1991, 1992 рр./, на семінарі відділу динаміки та стійкості суцільних середовищ Інституту механіки АН України /м. Київ, 1993 р/.

Публікації. Основні результати виконаних досліджень відображені в роботах: [1 - 5].

Об'єм роботи. Дисертаційна робота викладена на 142 сторінках машинописного тексту, включаючи 49 рисунків та 18 таблиць. Бібліографічний список нараховує 116 найменувань літературних джерел.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

Дисертаційна робота складається з вступу, трьох глав, висновків та списку літератури.

У вступі обґрунтована актуальність роботи, сформульовано цілі і задачі досліджень, дано огляд наукових робіт, присвячених проблемам структурної нестійкості. Коротко викладено зміст кожної глави та результати, одержані в дисертації.

В розробку різних варіантів теорії та методів дослідження задач стійкості однорідних та структурно неоднорідних тіл зробили внесок багато визначних вчених, в т.ч. О.М. Гузь, В.В. Болотін, О.Ю. Ішлінський, Л.С. Лейбензон, В.В. Новожилов, І.Ю. Бабич, Ю.М. Новічков, В.М. Назаренко, О.О. Рассказов, В.М. Чехов, М. Біо та ін.

В даній роботі досліджується втрата стійкості в структурі шаруватого тіла, коли критичні значення параметрів задачі залежать лише від співвідношення між фізико-механічними та геометричними характеристиками окремих елементів тіла і не залежать від його форми та розмірів. Припускаємо також, що розміри зони втрати стійкості значно більші товщини кожного шару і в цій зоні утворюється велика кількість випучин. Для дослідження сформульованої проблеми в трьохмірній постановці до теперішнього часу сформулювалось три основних підходи: I/ підхід,

що ґрунтується на наближеному варіанті тримірної теорії стійкості, з використанням лінійних рівнянь теорії пружності та введенням параметру навантаження через граничні умови; 2/ підхід з використанням континуальної тримірної теорії стійкості, коли структурно неоднорідне середовище замінюється на однорідне ортотропне середовище з зведеними характеристиками; 3/ підхід з використанням моделі кусково-однорідного середовища, коли строго задовільняються граничні умови на поверхні середовища, між його окремими елементами та на нескінченості.

В третьому підході можна виділити два напрямки в дослідженнях: а/ з використанням дискретно-континуальної теорії багатопарових тіл; б/ з використанням для описування деформованості кожного елемента шаруватого середовища тримірної лінеаризованої теорії стійкості при малих та кінцевих докритичних деформаціях. Основи такої теорії викладені в монографіях О.М. Гузя. Останній підхід /36/ є найбільш строгим, але найбільш складним в своїй реалізації з-за труднощів аналітичного та обчислювального характеру. В рамках такого підходу різні задачі тримірної теорії стійкості в структурі шаруватих тіл розглядали О.М. Гузь, М. Біо, І.Д. Бабиц, Ю.М. Новічков, В.М. Чехов, О.О. Рассказов, М.О. Шульга, Ю.В. Коханенко, І.О. Гузь, В.П. Корж, А.С. Овсьніков, С.І. Воярченко та ін.

Так О.М. Гузем розв'язувались задачі про поверхневу нестійкість для різних моделей тіл і варіантів теорії стійкості двох- та трьохпарових пакетів з пружного матеріалу при двохосному навантаженні. О.М. Гузем, В.М. Чеховим досліджувалась поверхнева нестійкість шаруватого середовища при різних докритичних деформаціях з урахуванням пружних та пластичних властивостей матеріалу середовища. В.М. Чеховим розв'язувались задачі про внутрішню і поверхневу нестійкість в шаруватих напівобмежених тілах при малих та кінцевих докритичних деформаціях; О.М. Гузем, І.Д. Бабицем – задачі стійкості шаруватого необмеженого тіла періодичної структури. О.М. Гузем, В.М. Чеховим, М.О. Шульгою досліджувались задачі поверхневої нестійкості шаруватого півпростору періодичної структури при малих докритичних деформаціях; О.М. Гузем, В.М. Чеховим, В.П. Коржем – поверхнева нестійкість пакету шарів, сполучених з однорідним півпростором.

В роботах О.Я. Григоренко та О.Н. Григоренко, В.М. Чехова досліджена стійкість та післякритичне деформування однорідного

ізотропного півпростору, що стискається. Аналізуючи літературу по розглядуваній проблемі, бачимо, що практично всі конкретні дослідження виконані в припущенні ізоотропії властивостей матеріалу елементів середовища; кількість сполучених шарів, як правило, не перевищує двох. Практично відсутні роботи, в яких досліджується вплив ортотропії чи трансверсальної ізоотропії окремих елементів на величини критичних значень параметрів задачі.

В першій главі приведені основні залежності тримірної нелінійної та лінеаризованої теорії стійкості при малих докритичних деформаціях та подані загальні розв'язки для стискуваних та нестискуваних тіл при однорідних докритичних деформаціях. Якщо лагранжові координати в недеформованому стані співпадають з декартовими координатами, то при використанні другого варіанту теорії малих докритичних деформацій лінеаризовані рівняння рівноваги та умови на поверхні S_1 тіла набувають вигляду для стискуваних тіл:

$$\begin{aligned} (\sigma_{mn} + \sigma_{mz}^0 u_{n,z})_{,m} + X_n &= 0; \\ N_m (\sigma_{mn} + \sigma_{mz}^0 u_{n,z}) \Big|_{S_1} &= P_n \end{aligned} \quad / 1/$$

де N_m - складові орту нормалі до поверхні недеформованого тіла, P_n - складові поверхневих сил на частині поверхні тіла S_1 .

Для одержання загальних розв'язків при однорідних докритичних станах запишемо рівняння стійкості для стискуваних тіл з використанням тензора четвертого рангу ω в вигляді:

$$(\omega_{ijkl} u_{\alpha,\beta})_{,i} = 0 \quad / 2/$$

Рівняння записано для випадку "мертвих" навантажень.

Припускаючи реалізацію плоского деформованого стану в площині X_1, X_3 , тобто приймаючи для збурень компонентів вектора переміщень $u_i = u_i(X_1, X_3)$; $u_3 = u_3(X_1, X_3)$; $u_2 = 0$, приходимо до системи рівнянь

$$L_{11} u_1 + L_{13} u_3 = 0; \quad L_{31} u_1 + L_{33} u_3 = 0 \quad / 3/$$

де L_{ij} - диференціальні оператори, в записи яких входить складові ω_{ijkl} тензору ω . Для побудови розв'язків системи /3/ застосуємо операторний метод; тоді шукані функції u_i ($i=1,3$) виразяться через функції $X^{(j)}$ ($j=1,3$), що задовільняють рівнянню

$$\left(\frac{\partial^2}{\partial x_1^2} + \eta_1^2 \frac{\partial^2}{\partial x_1^2} \right) \left(\frac{\partial^2}{\partial x_3^2} + \eta_3^2 \frac{\partial^2}{\partial x_3^2} \right) X^{(j)} = 0 \quad / 4/$$

Коефіцієнти η_i^2 визначаються через $\omega_{i,j,\alpha,\beta}$ і приведені в роботах О.М. Гузя.

В кінці глави приведені основні співвідношення для гіперпружного деформівного тіла з урахуванням ортотропії властивостей матеріалу. Зв'язок між пружними та технічними константами записується в вигляді:

$$A_{11} = E_1(1 - \nu_{32}\nu_{23})A^{-1}; \quad A_{22} = E_2(1 - \nu_{13}\nu_{31})A^{-1};$$

$$A_{33} = E_3(1 - \nu_{12}\nu_{21})A^{-1}; \quad A_{12} = A_{21} = E_1(\nu_{21} + \nu_{31}\nu_{23})A^{-1};$$

$$A_{13} = A_{31} = E_1(\nu_{31} + \nu_{21}\nu_{32})A^{-1}; \quad A_{23} = A_{32} = E_2(\nu_{32} + \nu_{12}\nu_{31})A^{-1}; \quad / 5/$$

$$A = 1 - \nu_{12}\nu_{21} - \nu_{13}\nu_{31} - \nu_{23}\nu_{32} - \nu_{12}\nu_{23}\nu_{31} - \nu_{13}\nu_{32}\nu_{21}$$

В другій главі дано вибір розрахункової схеми /рис. 1/ та виконана загальна постановка плоских та просторових задач для шаруватих напівобмежених тіл з кінцевим числом шарів. Приймаються наступні основні припущення: в межах кожного елемента середовища для описання його деформованого стану залучається тримірна лінеаризована теорія стійкості при малих деформаціях; елементи середовища відрізняються своїми механічними та геометричними характеристиками; шари до деформування паралельні між собою, причому власною їх вагою нехтуємо; пружно-еквівалентні напрямки в межах кожного k -го елемента співпадають з осями координат $x_i^{(k)}$ ($i=1, \bar{3}$). В напрямку координат x_1, x_2 середовище вважаємо необмеженим і втрату стійкості розглядаємо в межах півхвилі форми втрати стійкості; товщину кожного шару вважаємо постійною.

Загальна постановка статичної задачі стійкості для випадку стискуваних тіл має вигляд:

$$(\omega_{i,j,\alpha,\beta} u_{\alpha,\beta})_{,i}^{(k)} = 0; \quad (x_i \in V_k);$$

$$(N_i \omega_{i,j,\alpha,\beta} u_{\alpha,\beta})^{(k)} = P_j^{(0)}; \quad (x_i \in S_0);$$

$$i, j, \alpha, \beta = \bar{1, \bar{3}}; \quad k = \bar{1, T+1};$$

/ 6/

$$[N_i^{(2)} \omega_{i,j,\alpha,\beta} u_{\alpha,\beta}]^{(k-1)} + [N_i^{(1)} \omega_{i,j,\alpha,\beta} u_{\alpha,\beta}]^{(k)} = 0;$$

$$u_j^{(k-1)} = u_j^{(k)}; \quad (N_i^{(k,2)} = -N_i^{(k,1)}); \quad (x_i \in S_k);$$

$$u_j^{(T+1)} \rightarrow 0; \quad (x_3 \rightarrow -\infty)$$

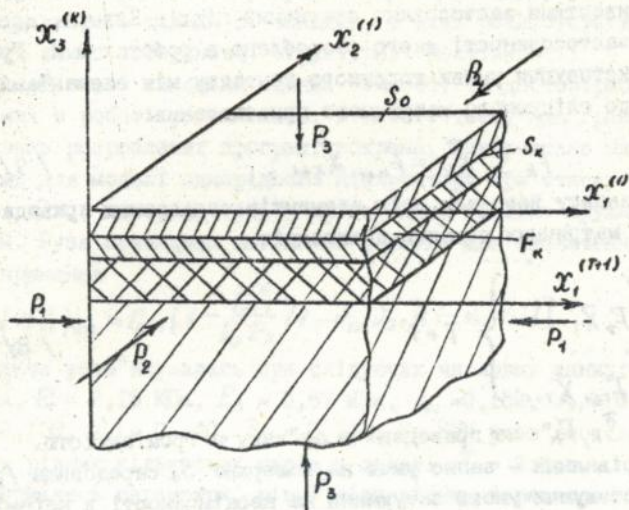


Рис. 1

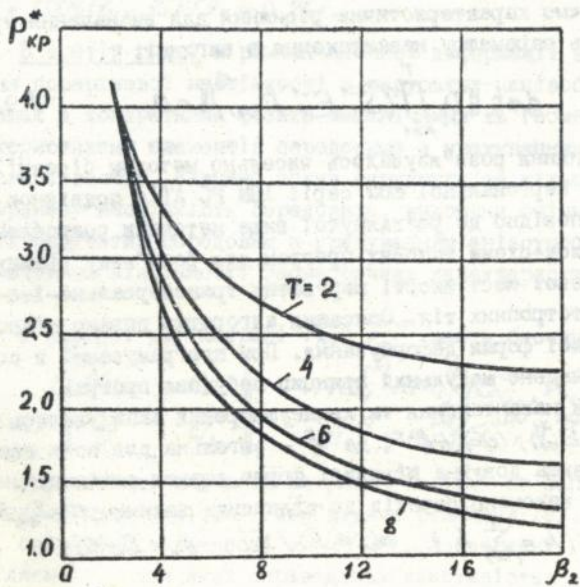


Рис. 2

Тут T - кількість шарів в пакеті, V_k - об'єм, який займає k -й елемент середовища; інерційні члени в рівняннях відкинуті. При дослідженні стійкості шаруватого середовища з пружними властивостями застосовано статичний підхід Ейлера, достатні умови застосованості якого розроблено в роботах О.М. Гузя.

Використовуючи умови жорсткого контакту між елементами, приходимо до наступного матричного представлення:

$$F_k \bar{S}_k \vec{X}_k = F_{k+1} \vec{X}_{k+1}, \quad / 7 /$$

яке після запису його для всіх елементів середовища приводить до системи матричних рівнянь в вигляді:

$$\left. \begin{array}{l} D_1 \vec{X}_1 = 0; \\ F_1 \bar{S}_1 \vec{X}_1 = F_2 \vec{X}_2 \\ \dots \dots \dots \\ F_T \bar{S}_T \vec{X}_T = F_{T+1} \vec{X}_{T+1} \end{array} \right\} T+1 \quad / 8 /$$

Матриці D_1, \bar{S}_k, F_k не приведені в зв'язку з громіздкістю. Тут перше рівняння - запис умов на поверхні S_0 середовища /рис. 1/. Використовуючи умови затухання на нескінченності в переміщеннях та виражаючи вектор \vec{X}_1 через вектор \vec{X}_{T+1} , приходимо до системи однорідних рівнянь. З умови нетривіальності її розв'язку одержуємо характеристичне рівняння для визначення критичних значень параметру навантаження в вигляді:

$$\det \left\| D_1 \prod_{k=1}^T (\bar{S}_k^{-1} F_k^{-1} F_{k+1}) \right\| = 0 \quad / 9 /$$

Дане рівняння розв'язувалось чисельно методом бісекції з використанням персональної ЕОМ серії IBM PC AT з подвійною точністю. Відповідно до розглянутої вище методики розроблено алгоритми та блок-схеми типових програм для розв'язку різних задач поверхневої нестійкості шаруватих трансверсально-ізоτροпних та ортотропних тіл. Описання алгоритму подано відповідно до плоскої форми деформування. При програмуванні в основу було покладено модульний принцип побудови програм.

Параметри навантаження та хвилеутворення записувались в вигляді $\bar{z} = P_i E_{T+1}^{-1}$; $\omega = \pi h \ell^{-1}$, де ℓ - загальна для всіх елементів середовища довжина півхвилі форми втрати стійкості. Для зручності виконано перехід до відносних величин: $n_i = E_{T+1} / E_i$; $\rho_i = h_i / h$; ($h = \sum_{i=1}^T h_i$); $\alpha_i = E_i / E_i$; $\beta_i = E_i / G_i$.

При розробці алгоритму припускалось, що пакет шарів, сполучений з півпростором, створено повторенням породжуючого пакету з числом шарів T_0 . При розв'язку задач відшукувались та досліджувались тільки ті випадки, в яких реалізується досліджуване явище поверхневої структурної нестійкості.

В главі виконана оцінка точності та достовірності одержуваних в роботі результатів. В якості тесту для граничних випробувань розроблених програм, зокрема, використано числовий приклад для моделі однорідного півпростору при стиску його вздовж осі Ox_1 ; матеріал тіла - ортотропний лінійно-пружний. В роботах О.М. Гузя приведена наближена формула для визначення критичного напруження

$$(\sigma_{11})_{кр} \approx G_{12} \left[1 - \frac{G_{12}^2}{E_1 E_3} (1 - \nu_{12} \nu_{21}) (1 - \nu_{32} \nu_{23}) \right] \quad /10/$$

Задача розв'язувалась при наступних числових даних: $G_{12} = 0,29$ МПа, $E_1 = 2,15$ МПа, $E_3 = 0,67$ МПа, $\nu_{12} = 0,152$, $\nu_{21} = 0,140$, $\nu_{31} = 0,138$, $\nu_{23} = 0,440$, $\nu_{32} = 0,149$. На ЕОМ розв'язок виконувався при різних кількостях шарів в пакеті $T = 2,4, \dots$, для яких приймалися параметри, рівні відповідним параметрам півпростору. Критичні значення параметру навантаження, одержані по програмі та обчислені за формулою /10/, наступні: $\bar{\lambda} \cdot 10^2 = 12,767; 12,743$ / $\Delta = 100\%(\bar{\lambda}_1 - \bar{\lambda}_2) / \bar{\lambda}_2 \approx 0,2\%$.

В третій главі в рамках плоскої деформації виконано дослідження поверхневої нестійкості в шаруватих напівобмежених середовищах з конкретними фізико-механічними та геометричними характеристиками елементів середовища з урахуванням ортотропії їх властивостей. Вивчено вплив структури та кількості шарів на поверхневу нестійкість середовища, виконана оцінка стану стійкості шаруватих середовищ з урахуванням анізотропії їх властивостей та відмінності геометричних характеристик шарів пакету.

В формулі /9/ матриці F_{K11}, F_{K1}^{-1} мають блочну структуру

$$F_K = \begin{pmatrix} M_K & 0 \\ 0 & N_K \end{pmatrix}; \quad \begin{matrix} m_{ij}^{(k)} = m_{ij}^{(k)}(\sigma_{ij}^{(k)}, A_{ij}^{(k)}, G_{ij}^{(k)}) \\ n_{ij}^{(k)} = n_{ij}^{(k)}(\sigma_{ij}^{(k)}, A_{ij}^{(k)}, G_{ij}^{(k)}) \end{matrix} \quad /11/$$

В явному вигляді елементи матриць M_K, N_K не записуються в зв'язку з громіздкістю. Розв'язуючи рівняння /9/ методом бісекції, одержуємо залежності $\bar{\lambda} = \bar{\lambda}(\omega)$. З одержаних розв'язків виділяємо ті, для яких справедлива властивість:

$$Z_{кр} = \min Z(\omega); \quad \omega \in R: \quad \omega \neq 0 \wedge \infty \quad /12/$$

Значення параметру $\omega = \omega_{кр}$, яке відповідає $Z_{кр}$, дозволяє визначити довжину півхвилі форми втрати стійкості $\ell_{кр} = \pi h \omega_{кр}^{-1}$.

Одержано розв'язки задач про вплив структури шаруватого пакету з T шарів та окремих його елементів на поверхневу нестійкість середовища з ізотропного матеріалу при різних значеннях T . Окремі програми для випадку ізотропії матеріалу не складались, а використовувались програми, складені для різних випадків анізотропії з урахуванням залежності $G = 0,5E(1+\nu)^{-1}$. Такий підхід дозволив одночасно підтвердити вірогідність результатів, одержуваних в подальшому для різних випадків анізотропії. Кожний графік залежності $Z = Z(\omega)$ при різних T має мінімум: який, відповідно до умови /13/, визначає критичне значення $P_{кр}^* = 10^2 Z$ та $\omega_{кр}$. При збільшенні T значення $P_{кр}^*$ прямує до певного граничного значення; так якщо для 2-х та 4-х шарових пакетів значення $P_{кр}^*$ відрізняються на 15%, то для 8-и та 10-и шарових - лише на 2,5%. При цьому характеристики шарів з непарними та парними номерами слідує: $n_1 = E_{Tn}/E_1 = 0,7$ /жорсткі шари/, $n_2 = E_{Tn}/E_2 = 20$ /м'які шари/; $\beta_1 = 0,3$; $\beta_2 = 0,7$; $\nu_1 = 0,297$; $\nu_2 = 0,34$; для півпростору $\nu_{Tn} = 0,3$ / $n_{Tn} = 1$ /. Проведено також зіставлення з розв'язками, приведеними в роботах В.М. Чехова, які одержані наближеними /варіаційними/ методами для $T=4$ при різних варіантах розташування шарів в пакеті. Так при $n_1 = n_3 = 0,05$; $n_2 = n_4 = 8$; $\beta_1 = \beta_3 = 0,05$; $\beta_2 = \beta_4 = 0,45$ розходження в значеннях $P_{кр}^*$ складає 13%; показано, що більш суттєво компонування шарів впливає на значення $\omega_{кр}$.

Виконана оцінка стану стійкості шаруватих середовищ з урахуванням анізотропії їх властивостей. Виконано практично повні дослідження при різних орієнтаціях осі ізотропії в трансверсально-ізотропному середовищі та в випадку ортотропного тіла; при цьому дослідження ведуться в широкому діапазоні зміни кількості шарів T в пакеті.

Вісь ізотропії Ox_2 . Застосовано позначення: E, ν - характеристики матеріалу в площині ізотропії $x_1 = const$; E', G', ν' - в перпендикулярному напрямку. Розглядається пакет, створений повторенням породжуючого пакету $\sqrt{N_0} = 2$. Характеристики шарів та півпростору: $n_1 = 0,025$; $n_2 = 1$; $\beta_1 = 0,1$; $\beta_2 = 0,9$; $\alpha_1 = 0,2$; $\alpha_2 = 0,5$; $\beta_3 = 1$; $\beta_4 = 3$; $\nu_1 = 0,297$; $\nu_2 = 0,34$; $\nu'_1 = 0,20$; $\nu'_2 = 0,25$; $\alpha_{Tn} = 0,5$; $\beta_{Tn} = 4$; $\nu_{Tn} = 0,30$; $\nu'_{Tn} = 0,35$.

На рис. 2 показані результати дослідження впливу модуля

міжшарового зсуву G' в напрямку осей $Ox_i^{(k)}$. Для композитних матеріалів при розгляданні схеми армування знижена зсувна жорсткість є специфічною властивістю. Враховуючи залежність для m -яких шарів $k = 2, 4, \dots / \beta_2 = E_2 / G_2'$, з графіку бачимо, що при зменшенні G' значення P_{kp}^* та ω_{kp} зменшуються. Дослідження показали ріст P_{kp}^* та ω_{kp} при збільшенні відношення $\alpha_1 = E_1 / E_1'$ для жорстких шарів $k = 1, 3, \dots /$ та зменшення P_{kp}^* при збільшенні α півпростору. Для всіх залежностей P_{kp}^* та ω_{kp} від характеристик елементів середовища простежується згущення відповідних кривих при зростанні T .

Вісь ізотропії Ox_2 . Порівняльний аналіз результатів з розглянутим вище випадком орієнтації осі ізотропії показує іншу якісну картину. Так ріст $\alpha_1 = E_1 / E_1'$ для жорстких шарів в першому випадку веде до зростання P_{kp}^* , а в розглядуваному випадку – до його зменшення.

Вісь ізотропії Ox_1 . Як приклад елементу розглядуваного середовища можна привести шар з композитного матеріалу з армуванням в площинах $X_3 = const$ без виявленого напрямку армування, а також шари гірських порід. Характеристики середовища такі: $\nu_1 = 0,05$; $\nu_2 = 1$; $\beta_1 = 0,3$; $\beta_2 = 0,7$; $\alpha_1 = 2$; $\alpha_2 = 3$; $\beta_1 = 8$; $\beta_2 = 10$; $\nu_1' = 0,3$; $\nu_2' = 0,20$; $\nu_2'' = 0,25$; $\alpha_{Tm} = 1,5$; $\beta_{Tm} = 6$; $\nu_{Tm} = 0,28$; $\nu_{Tm}' = 0,32$. На рис. 3 показано залежність параметру навантаження P_{kp}^* від відношення $\alpha_2 = E_2 / E_2'$ для m -яких шарів $k = 2, 4, \dots /$. При значеннях $\alpha_2 > 10$ явище не спостерігається.

Відомо, що в випадку ізотропного матеріалу варіювання коефіцієнту Пуасона окремих шарів дає різницю в значеннях P_{kp}^* , не більшу 10%. В розглядуваному випадку було виявлено зменшення критичних навантажень з ростом ν_1 для жорстких шарів та збільшення P_{kp}^* при збільшенні ν_2' m -яких шарів. Так, для $T = 2$ при зміні ν_2' в діапазоні від 0,05 до 0,495 різниця в значеннях P_{kp}^* досягає 35%.

Досліджувалась також задача, коли породжуючий пакет складається з трьох шарів $T_0 = 3$; зокрема вивчався вплив компоновки шарів в пакеті на критичні значення параметрів P_{kp}^* та ω_{kp} . Виконано повний перебір варіантів розташування шарів в трьохшаровому пакеті, при цьому виявилось, що критичне навантаження в найбільш раціональному випадку розташування перевищує на 103% значення P_{kp}^* в найменш раціональному випадку.

Ортотропне тіло. Як конкретний приклад розглядався пакет з двох шарів, сполучених з півпростором. Верхній шар – з скловолокнистого матеріалу з наповнювачем – нитка І9 з волокна ВМ-І,

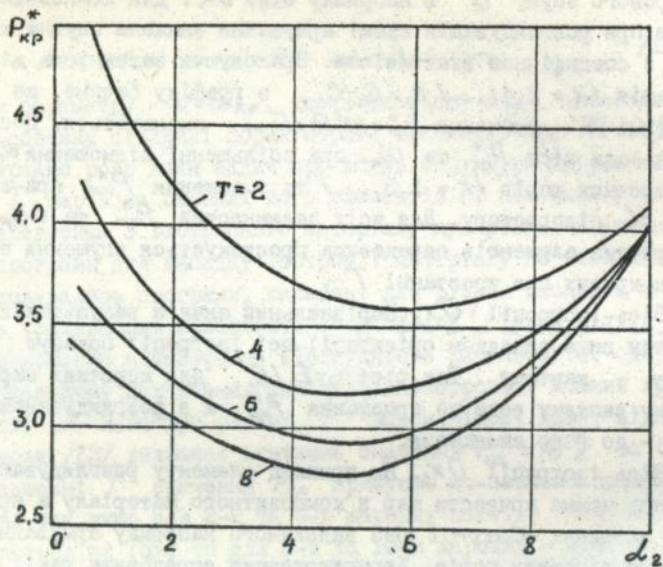


Рис. 3

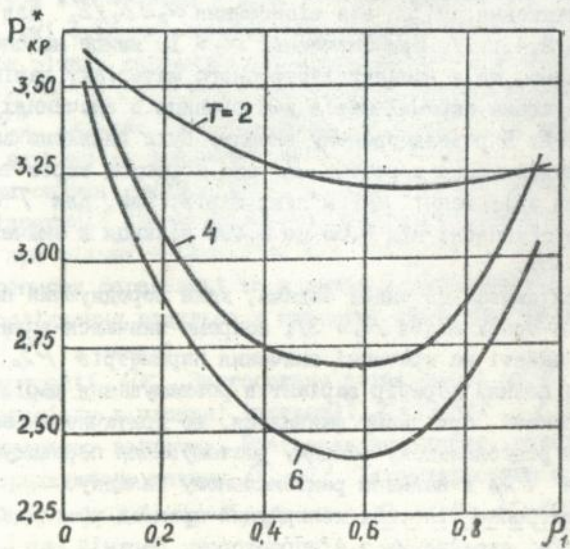


Рис. 4

нижній - з склотканого матеріалу - тканина ТС8/3-250, зв'язуче ЗП, укладка паралельна; таким же є матеріал півпростору, укладка ортогональна. Зокрема, виявлено, що коли такий пакет є породжувачим для пакету з T шарів, то величина $P_{кр}^*$ змінюється не так інтенсивно, як в випадку ізотропного матеріалу. Так, якщо в випадку ізотропії значення $P_{кр}^*$ для $T = 2$ та $T = 4$ відрізняються між собою на 14,8%, то в розглядуваному випадку - тільки на 0,6%.

Доліжена стійкість шаруватих тіл з різними геометричними характеристиками, а також сумісний вплив на величину критичних параметрів $P_{кр}^*$ та $\omega_{кр}$ жорсткостей окремих шарів та їх відносних товщин ρ_i . На рис.4 подані графіки зміни $P_{кр}^*$ від параметру шарів ρ_i з номерами $k = 1, 3, \dots$, жорсткість яких значно більша жорсткості остянніх шарів / $n_i = 0,025 \ll 1$. Аналіз графіків показує, що існує найменш оптимальне співвідношення між відносними товщинами шарів, при яких втрата стійкості середовища відбувається при мінімальних значеннях $P_{кр}^*$. Графіки приведено для випадку трансверсально-ізотропного тіла з віссю ізотропії Ox_1 .

Заключення. В ньому коротко сформульовані основні результати, які одержані в дисертаційній роботі, та основні висновки прикладного характеру.

Основні результати роботи такі.

I. На основі співвідношень тривимірної лінеаризованої теорії стійкості при малих докритичних деформаціях сформульоване постановка і розроблене методика розв'язку плоских та просторових задач поверхневої нестійкості для шаруватих напівобмежених трансверсально-ізотропних та ортотропних тіл.

II. На основі матричного приставлення одержано розв'язуче характеристичне рівняння для визначення критичних значень параметрів задач. Поверхневе навантаження при цьому передбачається "мертвим", матеріал середовища - стискуваним.

III. Розроблено алгоритм чисельного розв'язку задач, складені програми на алгоритмічній мові для розв'язку різних класів задач на ЕОМ.

IV. На основі розроблених програм з допомогою персональної ЕОМ досліджені конкретні задачі про поверхневу структуру нестійкості шаруватих тіл з різним орієнтуванням осей ізотропії, а також ортотропних тіл. Вивчено вплив кількості шарів в пакеті та їх геометричних характеристик на поверхневу нестійкість середовища; установлені границі зміни механічних та геометричних харак-

теристик шаруватого тіла, при яких можливе досліджуване явище. Виконана оцінка стану стійкості шаруватих середовищ з урахуванням анізотропії їх властивостей. Результати розв'язку конкретних задач приставлені в вигляді графіків та таблиць. Вірогідність одержаних розв'язків перевірена на низці еталонних задач.

У. Виявлені специфічні механічні ефекти, на їх основі сформульовано практичні висновки та рекомендації для інженерних методів розрахунків реальних шаруватих тіл. Головні з них такі:

1. Явище поверхневої втрати стійкості в шаруватих ортотропних середовищах спостерігається в певних інтервалах зміни фізико-механічних характеристик матеріалу елементів середовища. При різних кількостях шарів T в пакеті такі інтервали, як правило, різні.

2. Збільшення жорсткості m -яких шарів в шаруватих покриттях /зменшення відношення $\mu_2 = E_{T11} / E_2$ / приводить до збільшення параметрів $P_{кр}^*$, $\omega_{кр}$, що підвищує стійкий стан рівноваги шаруватого тіла.

3. В певних інтервалах зміни ряду параметрів, характеризуючих шарувате анізотропне середовище, можна використовувати найпростіші розрахунки при $T = 2$; значення критичного навантаження $P_{кр}^*$ при цьому відрізняються не більше, ніж на 5%.

4. При конструюванні нових композиційних матеріалів, які зазнають стиску в площинах армування, для підвищення критичних значень навантажень необхідно уникати сполучення модулів пружності m -яких шарів, при яких їх відношення $\alpha_2 = E_2 / E_2'$ змінюється в деякому інтервалі; так в розглянутому випадку /рис.4/ такий інтервал буде $4 < \alpha_2 < 7$.

5. Компоновка шарів в пакеті відіграє суттєву роль в розрахунках на поверхневу структурну нестійкість. Так, в трьохшаровому пакеті найбільш раціонально розташувати найбільш жорсткий шар посередині пакету.

По матеріалам дисертації опубліковані такі статті:

1. Стукотилів В.В., Чехов В.Н. Влияние количества слоев на поверхностную неустойчивость в слоистых материалах // Труды XVII научной конференции молодых ученых Института механики АН УССР, Кийов, 21-24 мая, 1991. Ч.І. - Киев, 1991. - с.173-177. - Деп. в ВИНТИ 12.11.1991. - №4259-В91.

2. Стукотилів В.С., Чехов В.Н. Влияние физико-механических свойств материала на поверхностную неустойчивость слоистого па-

кета, сопряженного с полуплоскостью// Труды XVII научной конференции молодых ученых Института механики АН Украины, Кийлов, 19-22 мая, 1992. Ч. I. - Киев, 1992. - с. 131-135. - Деп. в Укр. ИНАТИ 07.07.1992. - II021-Ук92.

3. Чехов В.Н., Стуקותилов В.С. Поверхностная неустойчивость однородного полупространства, сопряженного с конечным числом слоев// Теоретическая и прикладная механика. - Харьков: Основа, 1992. - №23. - с. 8-13.

4. Стуקותилов В.С. Вплив взаємного розташування шарів на поверхневу нестійкість шаруватих напівобмежених тіл// Тези доповідей наукової конференції професорсько-викладацького складу Кам"янець-Подільського сільськогосподарського інституту. - Кам"янець-Подільський. - 1993. - с. 249-250.

5. Стуקותилов В.С. Поверхностная неустойчивость слоистых полуграниченных ортотропных тел// Докл. АН Украины. Сер. А.- 1993.- № 3.-с.69-73.

Подписано к печати 15.04, 1993 г., Формат 60x84/16
Бумага офсетная Усл.-печ. лист, 1,0. Уч.-изд. лист 1,0.
Тираж 100. Заказ 459. Бесплатно

Полиграф. уч-к Института электродинамики АН Украины,
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

Институт электродинамики
АН Украины



AB 27.201