

ІНСТИТУТ ПРОБЛЕМ МАШИНОБУДУВАННЯ  
АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

Не превах рукопису

АФАНАСЬЄВ Вєдим Олексійович

МАТЕМАТИЧНІ МЕТОДИ ОБРОБКИ ЗОБРАЖЕНЬ НА ОСНОВІ  
АТОМАРНИХ ФУНКЦІЙ

05.13.18 - теоретичні основи математичного  
моделювання, чисельні методи і  
комплексні програм

АВТОРЕФЕРАТ  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук



Харків .- 1993

19.876.5  
19.6



00373744 (S)

Робота виконана на кафедрі основ авіаційної техніки  
Харківського авіаційного інституту

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук,  
професор Кравченко В.П.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, старший  
науковий співробітник Шкварко Ю.В. ;  
кандидат фізико-математичних наук  
Павинін Л.О.

Провідна установа - Інститут автоматизації проектування  
РАН /м. Москва, Російська Федерація/

Захист відбудеться "20" 05 1993 р.  
у 14 годин в ауд. № III2 на засіданні спеціалізованої  
вченої ради Д 016.22.02 при Інституті проблем машинобудування  
АН України за адресою: 310046, м. Харків, вул. Дм. Пожарського,  
2/10.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту  
проблем машинобудування АН України

Автореферат розісланий "20" 04 1993 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради  
доктор технічних наук

Т.І. Шейко

ім. В. Стефаника  
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Обробка двовимірних зображень (сигналів) містить у собі такі задачі: реставрація, підготовка зображень, візуалізація інформації, вимірювання на зображеннях (З.), моделювання З. систем. Цифрові обчислювальні машини широко застосовуються для розв'язання цих задач. Відновлення (реставрація) зображень (В.з.) є науковим напрямом по одержанню методів (М.) і засобів компенсації спотворень, що вводяться у З. в ході їх формування, реєстрації або передачі. У багатьох випадках спотворення можна приблизно розглядати як наслідок лінійного перетворення вихідного сигналу. Це відбувається, наприклад, у результаті турбулентності атмосфери, руху або аберацій оптичної системи. Іншою особливістю З., що сприймається, - наявність у ньому адитивних випадкових шумів. Шуми з'являються у трактах формування, передачі та прийому сигналів. Останнім часом широкого розповсюдження набули лінійні методи В.з., які застосовуються у просторовій або частотній областях. Вони розглядаються, наприклад, у роботах Хуанга В., Даджіона Д., Мерсеро Р., Василенка Г.І., Тараторіна О.М., Претта У., Ханта, Ярославського Л.П. та ін. При цьому для опису двовимірних сигналів (полів) запроваджуються як детерміністський, так і статистичний підходи. Нехай  $f(x,y)$  і  $f(\xi,\eta)$  - розподіл інтенсивностей випромінювання відповідно у площині зображення та оригіналу,  $h(x,y,\xi,\eta)$  - функція розсіяння точки (ФРТ) при допущенні, що система відображення є лінійною. Загальне рівняння для визначення  $g(x,y)$  матиме вигляд

$$\dot{g}(x,y) = \iint_{R^2} f(\xi,\eta) h(x,y,\xi,\eta) d\xi d\eta + n(x,y), \quad (I)$$

де  $n(x,y)$  - адитивний випадковий шум. Для просторово-інваріантної ФРТ  $h(x,y,\xi,\eta) = h(x-\xi, y-\eta)$ , і інтеграл в (I) приводить до двовимірної згортки, тобто

$$g(x, y) = \iint_{R^2} f(\xi, \eta) h(x - \xi, y - \eta) d\xi d\eta + n(x, y). \quad (2)$$

Приймаючи форму спотворення, яка дається співвідношеннями (1) або (2), задачу відновлення  $f(\xi, \eta)$  можна сформулювати так: виходячи з (2), одержати якісну оцінку  $f$ , яка позначається через  $\hat{f}(x, y)$ , маючи у розпорядженні апріорну інформацію щодо величин  $n, h, f$ . У застосованих М. реставрації З. використовують різну кількість відомої апріорної інформації і різні критерії якості оцінки  $\hat{f}$ . Одержати оцінку  $\hat{f}$  можна на підставі як неперервної, так і дискретної моделі відновлення. У першій моделі процес реставрації зображень (Р.з.) відповідно (1), (2) розглядається як неперервний. Функції  $g(x, y)$ ,  $f(\xi, \eta)$ ,  $h(x, y)$ ,  $n(x, y)$  вважаються кусково-неперервними. Прикладами такого підходу можуть бути М. інверсної, вінеровської фільтрації, фільтрації на основі параметричних оцінок. У цих М. відновлення здійснюється за допомогою відповідних відновлюючих фільтрів у частотній області. Відомі також і інші М. лінійної фільтрації, що діють у частотній області. Досить повний огляд їх можна знайти у роботах Василенка Г.І., Тараторіна О.М., Хуанга Т. У дискретній моделі припускається, що всі компоненти перетворень (1), (2) є дискретними, тобто застосовуються у вигляді масивів відліків функцій  $f, h, g, n$ . Для реставрації при цьому використовуються тільки чисельний аналіз та апарат лінійної алгебри. Огляд М. відновлення, відповідних до дискретної моделі, можна знайти у роботах Претта У., Ярославського Л.П. Відзначимо, що дискретна апроксимація рівнянь (1), (2) потребує використання квадратурних формул чисельного аналізу.

В дисертації розроблено нові лінійні М. В.з. у просторовій області на основі фінітних деконволюційних вікон (Ф.д.в.). При цьому для побудови вікон у неперервному випадку застосовується апарат теорії атомарних функцій (А.ф.), побудований В.О. Рвачовим і В.Л. Рвачовим. Застосування Ф.д.в. дозволяє створити М. реставрації неперервних З., що мають ряд переваг порівняно з відомими М., які ґрунтуються на перетворенні Фур'є. Для Р.з., які

мають структуру випадкових однорідних полів (В.о.п.) дискретного аргументу, стає можливим побудувати ефективний з боку обчислювань М. Таким чином, актуальною уявляється проблема розробки нових лінійних М. В.з. за допомогою Ф.д.в.

Мета дисертації - розробка нових лінійних М. відновлення неперервних і дискретних З. на основі Ф.д.в., а також побудова алгоритмів і комплексів програм для Р.з. у просторовій області за допомогою Ф.д.в.

Методи досліджень. Лінійні М. В.з. одержано на основі М. цифрової обробки сигналів, теорії А.ф., а також функціонального, гармонічного аналізу, апарату обчислювальної математики і теорії ймовірностей. У ході поетапного і загального тестування обчислювальних алгоритмів було використано принципи структурного програмування.

Наукова новизна. Як наслідок виконання роботи отворено:

- математичні моделі відновлення неперервних і дискретних З. на основі Ф.д.в.;
- метод реставрації неперервних З., базуючись на побудові Ф.д.в. у вигляді лінійної комбінації добутків зсувів А.ф.;
- метод реставрації З., що мають структуру В.о.п. дискретного аргументу, на основі деконволюційних вікон (Д.в.);
- комплекс програм на алгоритмічній мові ФОРТРАН для обчислення Ф.д.в. на основі А.ф.;
- алгоритм і програма обчислення Д.в. для реставрації прямолінійно-спотворених детермінованих З.;
- метод і програма для наближеного обчислення А.ф. у довільній точці її носія.

Розв'язано задачу про знаходження оптимальних Ф.д.в.

На захист дисертації виносяться, крім цих результатів, також результати обчислювальної апробації створених методів, програм та рекомендації по їх реалізації.

Достовірність результатів досліджень. Достовірність теоретичних результатів ґрунтується на строгості використання математичного апарату. Достовірність числових результатів підтверджується поетапним і загальним тестуванням обчислювальних алгоритмів і програм, а також порівнянням розроблених М. В.з. з відомими М.

Практична цінність. Створені нові лінійні М., алгоритми і комплекси програм для В.з. можуть бути використані з метою одержання ефективних апаратно-програмних засобів обробки З., які мають простоту у реалізації та є швидкодіючими. Для неперервних З. це пов'язано з тим, що застосування Д.в. дозволяє створити алгоритми В.з., що потребують невеликої кількості арифметичних операцій порівняно з алгоритмами, які ґрунтуються на перетворенні Фур'є. У випадку дискретних З. застосування Д.в. дає економію у часі обчислень порівняно з методом вінеровського оцінювання для просторової Р.з.

Публікації. По темі дисертації опубліковано 5 наукових праць.

Апробація роботи. Основні результати досліджень доповідались та обговорювались на:

- Всесоюзній науково-технічній конференції "Теорія та застосування електромагнітних хвиль міліметрового діапазону" Тбілісі, 1991 р.
- Всесоюзному семінарі "Нові застосування міліметрових хвиль в народному господарстві" Саратов, 1991 р.
- Міжнародній конференції "Методи розпізнавання змін у випадкових процесах та полях" Київ, 1992 р.
- Семінарі по теорії атомарних функцій на кафедрі основ вищої математики Харківського авіаційного інституту у 1991 р.

Структура та обсяг роботи. Дисертація складається із вступу, трьох глав, висновків, списку літератури із 70 найменувань, додатку на 39 сторінках, усього - 152 сторінки.

## ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі визначається предмет і мета дисертаційної роботи, наведено короткий огляд праць, які близько пов'язані з тематикою дисертації. Крім того, у загальних рисах викладається зміст дисертації.

У першій главі наведено деякі факти з теорії А.ф. та їх застосувань до задач обробки сигналів. А.ф. - це фінітні розв'язки функціонально-диференціальних рівнянь виду

$$L y(x) = \lambda \sum_{k=1}^M c_k y(ax - b_k),$$

де  $a > 0$ ,  $L$  - лінійний звичайний диференціальний оператор з постійними коефіцієнтами. Одна з А.ф., що часто застосовується в теорії наближення, - це функція

$$y(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \exp(itx) \prod_{j=1}^{\infty} \frac{\sin ta^{-j}}{ta^{-j}} dt, \quad (3)$$

яка позначається через  $h_a(x)$ ,  $a > 1$ . Нехай  $\bar{h}_a(t)$  - перетворення Фур'є функції  $h_a(x)$ . Тоді

$$\bar{h}_a(t) = \prod_{j=1}^{\infty} \frac{\sin ta^{-j}}{ta^{-j}}.$$

Якщо  $a=2$ , то  $h_a(x) = \text{up}(x)$ . Носієм  $h_a(x)$  є інтервал  $[-b, b]$ , де  $b = 1/(a-1)$ . Існує багато праць, пов'язаних із застосуванням А.ф. до теорії наближення, для побудови узагальнених рядів Тейлора, у математичній фізиці, у цифровій обробці сигналів, у теорії функціонально-диференціальних рівнянь.

У першому параграфі наведено відомі результати стосовно наближення А.ф. у певних функціональних просторах. Це обґрунтовує їх використання у задачах побудови Д.в. для В.з., досліджених у другій главі дисертації.

У другому параграфі розглянуто побудову нових вагових вікон у часовій області для наближеного обчислення перетворення Фур'є на основі А.ф.

У третьому параграфі викладено метод наближеного обчислення А.ф.  $h_a(x)$  у довільній точці її носія, базуючись на розвиненні в ряд Фур'є. Наведено результати обчислень на ЕОМ у вигляді графіків. Описано схему програм для обчислення А.ф.

Друга глава присвячується побудові Ф.д.в. для В.з., що мають структуру В.о.п. неперервного аргументу, на основі атомарних функцій.

У першому параграфі обговорюються деякі факти в теорії В.о.п., необхідні для подальшого розгляду. Формулюються властивості спектральних щільностей (С.щ.) та кореляційних функцій В.о.п., розглянуто інтегральні перетворення В.о.п.

У другому параграфі подано метод В.в. за допомогою Ф.д.в. на основі А.ф. Задачу відновлення зведено до такої постановки. Нехай  $\mathfrak{F}_u(x, y)$  і  $\mathfrak{F}_n(x, y)$  - вхідний та вихідний сигнали просторово-інваріантної системи.  $K(x, y)$  - ФРТ,  $\xi(x, y)$  - адитивний випадковий шум, так що

$$\mathfrak{F}_n(x, y) = \iint_{R^2} K(x-t, y-\eta) \mathfrak{F}_u(t, \eta) dt d\eta + \xi(x, y).$$

Треба знайти Ф.д.в.  $W(x, y)$  для одержання оцінки сигналу  $\mathfrak{F}_u(x, y)$

$$\mathfrak{F}_R(x, y) = \iint_{R^2} W(x-t, y-\eta) \mathfrak{F}_n(t, \eta) dt d\eta. \quad (4)$$

Припускається, що  $\mathfrak{F}_u(x, y)$  і  $\xi(x, y)$  - незалежні В.о.п. з нульовим математичним сподіванням та відомими С.щ.  $f_{\mathfrak{F}_u}(\lambda_1, \lambda_2)$  і  $f_{\xi}(\lambda_1, \lambda_2)$ . Д.в. має вигляд

$$W(x, y) = \sum_{k=1}^n c_k h_{d_1}[M_1(x-d_k^{(1)})] h_{d_2}[M_2(y-d_k^{(2)})], \quad (5)$$

де  $h_d(x)$  - А.ф. (3),  $d > 1$ ,  $d_k^{(1)}$ ,  $d_k^{(2)}$  - параметри зсуву,  $M_1, M_2$  - коефіцієнти стисків,  $n$  - натуральне число. Шукані коефіцієнти  $c_k$  визначаються через мінімізацію функціоналу

$$I(W) = E \{ [\mathfrak{F}_R(x, y) - \mathfrak{F}_u(x, y)]^2 \},$$

де  $E \chi$  - математичне сподівання випадкової величини  $\chi$ . Позначимо через  $W_1(\lambda_1, \lambda_2)$ ,  $K_1(\lambda_1, \lambda_2)$  перетворення Фур'є функцій  $W(x, y)$ ,  $K(x, y)$ . Враховуючи, що  $K(x, y)$  - парна від  $x$  і  $y$ , природно вважати, що  $W(x, y)$  є парною від  $x$  і  $y$ . Тоді

$$I(W) = \iint_{R^2} \langle \{ f_{\mathfrak{F}\mathfrak{F}}(\lambda_1, \lambda_2) [1 - 4\pi^2 W_1(\lambda_1, \lambda_2) K_1(\lambda_1, \lambda_2)]^2 + 4\pi^2 W_1^2(\lambda_1, \lambda_2) f_{\mathfrak{E}\mathfrak{E}}(\lambda_1, \lambda_2) \} d\lambda_1 d\lambda_2 \rangle, \quad (6)$$

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{1}{2\pi M_1 M_2} \bar{h}_{d_1}(\frac{\lambda_1}{M_1}) \bar{h}_{d_2}(\frac{\lambda_2}{M_2})$$

$$\sum_{k=1}^n C_k \exp[-i(d_k^{(1)} \lambda_1 + d_k^{(2)} \lambda_2)].$$

Відшукування величин  $C_k$  зводиться до розв'язання системи лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР) відносно  $C_k$

$$\sum_{k=1}^n A_{ek} C_k = B_e, \quad e=1, 2, \dots, n.$$

Коефіцієнти  $A_{ek}, B_e$  дістанемо з (6). Якщо розглянути В.о.п.  $P(x, y) = \mathfrak{F}_H(x, y) - \mathfrak{F}(x, y)$ , то

$$J = E[P^2(x, y)] = \iint_{R^2} \langle \{ f_{\mathfrak{F}\mathfrak{F}}(\lambda_1, \lambda_2) [2\pi K_1(\lambda_1, \lambda_2) - 1]^2 + f_{\mathfrak{E}\mathfrak{E}}(\lambda_1, \lambda_2) \} d\lambda_1 d\lambda_2 \rangle.$$

Величина  $I(W)$  характеризує математичне сподівання квадрату різниці між вихідним сигналом і його оцінкою у фіксованій точці. Величина  $J$  - математичне сподівання квадрату різниці між вихідним сигналом та сигналом, що спостерігається.

У третьому параграфі викладено результати чисельної реалізації розробленого методу побудови Ф.д.в. на основі А.ф. Для

прикладу розглянуто випадок, коли С.щ.  $f_{\Phi\Phi}(\lambda_1, \lambda_2)$ ,  $f_{\epsilon\epsilon}(\lambda_1, \lambda_2)$  надано в явній формі як функції двох змінних  $(\lambda_1, \lambda_2)$  і дорівнюють нулю зовні прямокутників  $[-A, A] \times [-B, B]$ ,  $[-C, C] \times [-D, D] = \Omega$  площини  $(\lambda_1, \lambda_2)$ . Тут  $A, B, C, D > 0$ . Задається також функція  $K(x, y)$ . Параметри зсуву  $d_K^{(1)}$ ,  $d_K^{(2)}$  визначались так. Нехай  $a_1 = a_2 = a$ ,  $b = 1/(a-1)$ . Покладемо  $n = N^2$ , де  $N$  - непарне натуральне число,  $N \geq 3$ . Далі,  $L_1 = 2b/D_1$ ,  $L_2 = 2b/D_2$ ;  $D_1, D_2$  - певні константи, такі що  $D_1, D_2 > 1$ . Тоді  $d_K^{(1)} = LW - N/N1 + IK - 1$ ,  $d_K^{(2)} = L2(-NN1 + MK - 1)$ , де  $K = N(MK - 1) + IK$ ,  $1 \leq IK, MK \leq N$ ,  $NN1 = (N-1)2$ . При цьому носій вікна  $W(x, y)$  є прямокутником. Якщо відкинути обмеження стосовно фінітності вікна  $W(x, y)$ , то в умови мінімуму функціоналу (6) витікає, що

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2) [4\pi^2 K_1^2(\lambda_1, \lambda_2) f_{\Phi\Phi}(\lambda_1, \lambda_2) + f_{\epsilon\epsilon}(\lambda_1, \lambda_2)] = K_1(\lambda_1, \lambda_2) f_{\Phi\Phi}(\lambda_1, \lambda_2).$$

Якщо  $(\lambda_1, \lambda_2) \in \Omega$ , то будемо мати

$$W_1(\lambda_1, \lambda_2) = \hat{W}_1(\lambda_1, \lambda_2) = \frac{K_1(\lambda_1, \lambda_2) f_{\Phi\Phi}(\lambda_1, \lambda_2)}{4\pi^2 K_1^2(\lambda_1, \lambda_2) f_{\Phi\Phi}(\lambda_1, \lambda_2) + f_{\epsilon\epsilon}(\lambda_1, \lambda_2)}. \quad (7)$$

У випадку, коли дріб в формулі (7) можна розглядати в  $R^2$ , то  $\hat{W}_1(\lambda_1, \lambda_2)$  є передавочною функцією оптимального фільтру Вінера. Позначимо  $I = I(W)/(16\pi^4)$ ,

$$\hat{J} = J/(16\pi^4), \quad F = I(\hat{W})/(16\pi^4),$$

де  $W(x, y)$  - знайдене Д.в. (5). Повинні виконуватися нерівності

$$0 < F < I \leq \hat{J}. \quad (8)$$

Результати обчислень наведено в таблицях. Було покладено  $N=3$ ,  $d_1=d_2=d$ ,  $D1=D2$ ,  $M_1=M_2$ . Носій д.в. - це квадрат, який має центр у початку координат, з стороною 25. Досліджено залежність величин  $I$ ,  $P$ ,  $J$  від рівня шуму. Крім того, досліджено залежність  $I$  від  $d$  при  $1,3 \leq d \leq 2,3$  для фіксованих параметрів  $D1, D2, A, B, C, D, S$ . В усіх розглянутих випадках виконувалося співвідношення (8). Описано комплекс програм на алгоритмічній мові ФОРТРАН для обчислення ф.д.в. на основі А.ф.

Відзначимо переваги цього лінійного М. обробки З. у просторовій області.

1. Його можна застосовувати не тільки до спотворених та зашумлених В.о.п., але також і до З., які можна сегментувати на частки з структурою таких полів. При цьому різними часткам відповідать різні функції С.щ. і ФРТ  $K(x, y)$ .

2. Невеликий обсяг обчислень при знаходженні згортки (4).

3. Висока стійкість відносно екстремодельних шумів, що виникають у дальній зоні для відновлюваної частки.

Позитивних ефектів, відзначених у п.п. 1-3, не можна дістати при використанні, наприклад, інверсної, тихоновської або вінеровської фільтрації З., тому що у цих М. реставрація відбувається у частотній області.

У зв'язку з тим, що ф.д.в. будуються у вигляді лінійної комбінації добутоків зсувів А.ф., виникає задача про відшукання ф.д.в., виходячи з більш загальних умов. Розв'язання цієї задачі розглянуто у четвертому параграфі. Припускається, що ф.д.в.

$W(x, y)$  в (4) - фінітна функція, яка має неперервні треті похідні по  $x$  та  $y$  і квадратний носій  $\Omega_1 = \text{supp } W = [-A, A] \times [-A, A]$ ,  $A > 0$ ,  $K(x, y) \in L_1(\mathbb{R}^2)$ . Крім того,  $K(x, y)$

і  $W(x, y)$  є парними від  $x$  і  $y$ . С.щ.  $f_{\xi\xi}(\lambda_1, \lambda_2)$ ,  $f_{\xi\xi}(\lambda_1, \lambda_2)$  задовольняють певним умовам диференційовності і спадання у нескінченності. Шукане вікно  $W(x, y)$  в (4) визначається з умови мінімуму функціоналу

$$I(W) = E \{ [ \mathcal{F}_R(x, y) - \mathcal{F}_u(x, y) ]^2 + \quad (9)$$

$$+\gamma \left[ \left( \frac{\partial \mathcal{F}_R(x,y)}{\partial x} - \frac{\partial \mathcal{F}_u(x,y)}{\partial x} \right)^2 + \left( \frac{\partial \mathcal{F}_R(x,y)}{\partial y} - \frac{\partial \mathcal{F}_u(x,y)}{\partial y} \right)^2 \right],$$

$$\gamma > 0,$$

Зауважимо, що використання похідних від вибірових функцій  $\mathcal{F}_R$  і  $\mathcal{F}_u$  у функціоналі (9) дозволяє ефективно врахувати контрастні властивості відновлюваних  $Z$ . Нехай  $B_{\mathcal{F}\mathcal{F}}(x,y)$ ,  $B_{\mathcal{E}\mathcal{E}}(x,y)$  - кореляційні функції полів відповідно  $\mathcal{F}_u(x,y)$  та  $\mathcal{E}(x,y)$ . Доводиться, що оптимальне Ф.д.в.  $W(x,y)$  є розв'язком двовимірного інтегрального рівняння (і.р.) Фредгольма I роду з неперервними ядром і правою частиною

$$\iint_{\Omega_1} M(x-\tau, y-\eta) W(\tau, \eta) d\tau d\eta = G(x, y), \quad (x, y) \in \Omega_1,$$

де

$$M(x, y) = (1 - \gamma \Delta) [B_{\mathcal{E}\mathcal{E}}(x, y) + 2\pi K(x, y) * K(x, y) + B_{\mathcal{F}\mathcal{F}}(x, y)],$$

$$G(x, y) = (1 - \gamma \Delta) [K(x, y) * B_{\mathcal{F}\mathcal{F}}(x, y)],$$

$\Delta = \partial^2 / \partial x^2 + \partial^2 / \partial y^2$ , " \* " - операція двовимірної згортки. Ядро і.р.  $M(x, y)$  задовольняє умову  $M(x, y) = M(-x, -y)$ . Задача розв'язання і.р. Фредгольма I роду належить до класу некоректних задач, до яких необхідно застосовувати один з М. регуляризації.

У п'ятому параграфі наведено алгоритм для чисельного розв'язання двовимірного і.р. Фредгольма I роду, базуючись на методи регуляризації Тихонова розв'язання погано зумовлених СЛАР.

Таким чином, в залежності від умов В.з. можна застосовувати Д.в. двох типів:

1) які будуються на оснєві А.ф. ;

2) які знайдено в результаті розв'язання і.р. Фредгольма I роду. За допомогою вікон 2 типу можна одержати більш високої якості відновлення, але при цьому для знаходження таких вікон треба розв'язувати погано зумовлені СЛАР великого розміру. Побудову вікон I типу зведено до розв'язання СЛАР малого розміру.

У третій главі розглянуто побудову дискретних Д.в. для В.з.

У першому параграфі викладено М. знаходження Д.в. для З., які мають структуру В.о.п. дискретного аргументу. Задача реставрації формується так. Нехай  $A(i, k), \xi(i, k)$  - незалежні В.о.п. дискретного аргументу з нульовим математичним сподіванням і відомими автокореляційними функціями  $R_{AA}(l, k), R_{\xi\xi}(l, k)$ ;  $l, k = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . Вихідне З.  $A_{\mu}(l, k) \pm$  З.  $B(j, s)$ , що сприймається, мають вигляд  $A_{\mu}(l, k) = a + A(l, k)$ ,

$$B(j, s) = \sum_{l, k} H(j-l, s-k) A_{\mu}(l, k) + \xi(j, s),$$

де  $a > 0$ ,  $H(i, k)$  - імпульсний відгук скінченної протяжності, який визначає спотворюючу систему,  $\xi(j, s)$  - шум. Необхідно знайти Д.в.  $W(j, s)$  для одержання наступної оцінки  $A^*$  вихідного З.  $A_{\mu}$ :

$$A^*(\ell, m) = \sum_{j, s} W(\ell-j, m-s) B(j, s). \quad (10)$$

Припускається, що  $W(j, s)$  - двовимірна послідовність, значення відліків якої дорівнюють нулю зовні прямокутної області

$|j| \leq j_w, |s| \leq s_w; s_w, j_w > 0; \ell, m = 0, \pm 1, \pm 2, \dots$ . По-  
кладаємо

$$a_{i*} = \sum_{l, k} H(j-i, s-k) a.$$

Шукані відліки  $W(j, s)$  визначаються з умови мінімуму функціоналу

$$J(W) = E\{[A_w(0,0) - A^*(0,0)]^2\},$$

що, в свою чергу, може бути зведено до розв'язання СЛАР відносно відліків  $W(j, s)$ :

$$\sum_{j,s} W(j, s) C_{d,r,j,s} = D_{d,r},$$

де

$$C_{d,r,j,s} = \sum_{\substack{l,k \\ q,p}} \{H(-j-l, -s-k) H(-d-q, -r-p) +$$

$$+ R_{AA}(l-q, k-p) + R_{EE}(-j+d, -s+r)\} + a_1^2,$$

$$D_{d,r} = \sum_{l,k} \{H(-d-l, -r-k) R_{AA}(l, k)\} + a a_1,$$

$$|j|, |d| \leq j_w; |r|, |s| \leq s_w.$$

Значення функціоналу  $J(W)$  описує якість відновленого З.

$A(\ell, m)$  у довільній точці  $(\ell, m)$ , тому що спотворююча система і відновлююча система (10) є інваріантними стосовно зсуву. Наведено результати чисельної реалізації М. на прикладі З., що мають відомі кореляційні функції. Виявилось, що якість реставрації поліпшується при збільшенні відношення сигнал/шум, а також при збільшенні розміру Д.з. Розроблено програму на ФОРТРАНІ, яка реалізує описані обчислення. При цьому використовується програма обчислення двовимірної згортки. Дається порівняння цього методу Р.з. з М. вінеровського оцінювання для Р.з.

У другому параграфі розглянуто задачу відновлення прямолінійно-спотворених детерміністських З. при умові, що впливом шуму можна знехтувати. Відповідне Д.в. визначається як інверсія за критерієм найменших квадратів відносно спотворюючого вікна. Це веде до розв'язання СЛАР. Наведено алгоритм і програму на ФОРТРАНІ для обчислення Д.в. заданого розміру. Масив елементів спотворюючого вікна використовується як вихідний параметр цієї програми. На прикладах тестових З. виявлено ефективність побудованого алгоритму відновлення.

Висновки містять основні результати дисертації.

У додатку наведено тексти програм на алгоритмічній мові ФОРТРАН, які описано у відповідних розділах дисертації.

Результати по темі дисертації опубліковано у роботах:

1. Афанасьев В.А., Кравченко В.Ф., Рвачев В.А., Рвачев В.Л. Восстановление изображений с помощью деконволюционных окон, построенных на основе атомарных функций // Докл. АН СССР. - 1991. - Т. 321, № 5. - С. 938-940.
2. Афанасьев В.А., Кравченко В.Ф., Рвачев В.А., Рвачев В.Л. Оптимальные финитные окна для восстановления изображений // Докл. АН СССР. - 1992. - Т. 322, № 3. - С. 498-500.
3. Афанасьев В.А., Кравченко В.Ф., Рвачев В.А. Разработка комплекса программ на основе атомарных функций применительно к цифровой обработке изображений миллиметрового диапазона волн // Новые применения миллиметровых волн в народном хозяйстве: Тез. докл. Всесоюз. семинара, Саратов, 2-5 сент. 1991г. - М., 1991. - С. 51-52.
4. Афанасьев В.А., Кравченко В.Ф., Рвачев В.А. Применение атомарных функций для синтеза окон миллиметрового диапазона // Теория и применение электромагнитных волн миллиметрового диапазона: Тез. докл. Всесоюз. науч.-техн. конф., 13-15 нояб. 1991 г. - Тбилиси, 1991. - С. 7-8.
5. Кравченко В.Ф., Афанасьев В.А. Реставрация изображений с помощью деконволюционных окон // Измерительная техника. - 1992, - № 3. - С. 9-10.

Ав 27.209

Відповідальний за випуск Є.П.Полевичек

Підписано до друку 14.04.93г. . Формат 60x90<sup>I</sup>/16. Папір  
друк. № 1. Ум. друк. арк. 1. Обл. вид. арк. 0,96. Тираж 100 пр.  
Зам. № 641.

---

Ротапринт Інституту проблем машинобудування АН України.  
310046, Харків, вул. Пожарського, 2/10.