

АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МЕХАНІКИ

На правах рукопису

ГОЛОВАТЮК Костянтин Якович

УДК 531.55:521.2

РУХ ПРУЖНИХ ТРОСОВИХ СИСТЕМ В ЦЕНТРАЛЬНОМУ
СИЛОВОМУ ПОЛІ

Спеціальність 01.02.01 - Теоретична механіка

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

К. Я. Головатюк

Київ - 1993



Робота виконана на кафедрі теоретичної механіки та Науково-дослідному інституті будівельної механіки Міністерства освіти України при Київському інженерно-будівельному інституті.

Науковий керівник - доктор технічних наук,
професор В. І. ГУЛЯЄВ

Офіційні опоненти - доктор технічних наук,
О. Є. ЗАКРЖЕВСЬКИЙ

кандидат фізико-математичних наук,
доцент Г. В. КУЦЕНКО

Ведуча організація - Київський політехнічний інститут

Захист відбудеться "25" травня 1993 р. о 10 годині на засіданні спеціалізованої ради К 016.49.01 в Інституті механіки АН України (252057, Київ-57, вул. Нестерова, 3)

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці Інституту механіки АН України

Автореферат розіслано "20" квітня 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
доктор технічних наук

Назар В. М. НАЗАРЕНКО

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Задачі теоретичного дослідження динаміки відносного руху тросових систем в полі сил інерції і гравітації виникають в багатьох областях народного господарства, зокрема, в авіабудуванні, машинобудуванні, в задачах освоєння моря і океану, в космічній техніці. Такі конструкції дозволяють реалізувати граничні міцнісні властивості матеріалів, а також організувати природним чином передачу енергії, речовини та цілої гама впливів від одних зв'язаних об'єктів до других. Орбітальні тросові зв'язки можуть служити для створення режиму мікрогравітації, необхідного для проведення наукових експериментів і покращення умов життя екіпажу, в якості несучих елементів для прикріплення сонячних електростанцій, великогабаритних антен, міжорбітальних транспортних систем для переведення корисних грузів з низьких орбіт на більш високі.

Під час руху вздовж протяжних орбітальних тросових систем сконцентрованих мас виникають складні динамічні процеси, які характеризуються можливістю появи резонансів, розривних ударних хвиль і втрати стійкості руху. Задачі дослідження цих процесів пов'язані із значними математичними та технічними труднощами. Цими обставинами можна пояснити практичну відсутність в вітчизняній і зарубіжній літературі повних результатів розв'язання подібних задач.

Особливу увагу в останній час отримують проблеми динаміки та управління орбітальних тросових систем в стадіях їх розгортання і згортання. При зміні довжини зв'язки із заданою швидкістю на систему починають діяти додаткові коріолісові сили інерції, які можуть спричинювати як демпфуючу дію, так і збуджувати власні подовжні коливання, викликані дією градієнту гравітаційного поля та періодичними переходами системи через границю теплового режиму (термінатор). Ці проблеми вивчені недостатньо, мало досліджені також питання взаємодії лібраційних і подовжних пружних коливань тросів.

У зв'язку з відзначеним можна зробити висновок, що задачі дослідження нелінійних коливань орбітальних тросових систем та аналізу їх стійкості є вельми актуальними.

Метою роботи є розробка і реалізація на ЕОМ числової методики дослідження нелінійних коливань орбітальних тросових систем двох та трьох тіл, спричинених дією інерційних і гравітацій-

них сил, а також температурних збуджень, викликаних переходами системи від освітлених Сонцем ділянок орбіти на неосвітлені ділянки.

Наукова новизна результатів роботи полягає в наступному:

- побудована система нелінійних диференціальних рівнянь коливань орбітальної системи двох матеріальних точок і двох тіл, зв'язаних пружною ниткою, в режимах розгортання та згортання;
- розв'язана нова задача про стійкість нелінійних коливань тросової зв'язки двох тіл під час руху по еліптичній орбіті;
- поставлена та розв'язана нова задача дослідження динаміки орбітальної зв'язки трьох тіл в центральному силовому полі в режимах розгортання та згортання, а також при вільному і керованому русі середньої маси вздовж тросу;
- вивчені термопружні коливання орбітальних тросових систем, викликані переходом їх через ліній термінатору.

Вірогідність результатів, отриманих в роботі, підтверджена розв'язанням ряду тестових задач, використанням строгих математичних методів і ефективного в розумінні точності та збіжності обчислювального алгоритму, а також порівнянням в частинних випадках результатів досліджень з даними інших авторів.

Практична цінність роботи. Дисертаційна робота виконана у відповідності з загальним планом наукових досліджень, які проводяться на кафедрі теоретичної механіки Київського інженерно-будівельного інституту і в Інституті будівельної механіки при КІБІ.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на науково-технічній конференції "Великогабаритні космічні конструкції" (м. Севастополь, 1990р.), на 51-й, 52-й, 53-й науково-технічних конференціях Київського інженерно-будівельного інституту (м. Київ, 1990-92 рр.), на ХУ Наукових читаннях по космонавтиці, присвячених пам'яті академіка С.П.Корольова і других вчених - піонерів освоєння космічного простору (м. Москва, 1991 р.).

Публікації. Основний зміст та наукові результати дисертаційної роботи відображені в публікаціях [1 - 7].

Об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти розділів, підсумків та списку основної використаної літератури із 163 найменувань. Робота включає 137 сторінок машинописного тексту, 69 малюнків та 6 таблиць.

КОРОТКИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обгрунтована актуальність задач дослідження динаміки орбітальних тросових систем. Сформульована ціль дисертаційної роботи, викладені основні напрямки виконаних досліджень, відзначена новизна отриманих результатів та їх практична цінність.

В першому розділі приведений короткий огляд робіт, присвячених дослідженню динаміки тросових систем в полі центральних сил.

Найбільш ранні теоретичні дослідження динаміки орбітальних тросових систем належать В.В.Білецькому, Е.Т.Новіковій, Л.В.Докучаєву, Г.Г.Фіменко, Р.Б.Сінгху, а також В. Paul, Т. R. Robe, V. A. Chobotov.

Динаміку тросових орбітальних в'язок з нерозтягнутою ниткою досліджували А.В.Андреев, Є.М.Левін, В.І.Комаров, В.О.Саричев, О.С.Єлісєєв, Р.М.Вайлунд, С.Н.Танг та інші.

Динамічні особливості тросів, зумовлені їх пружністю, гнучкістю, а також однобічністю роботи привели до необхідності створення більш точних механічних моделей руху космічних в'язок, які відрізняються повнотою врахування властивостей зв'язку. Велику увагу в останній час приділяють дослідженням впливу переміщень тіл системи по внутрішніх ступенях свободи на рух в'язки як одного цілого і особливо впливу пружних деформацій з'єднувальних елементів. В роботах Г.М.Москаленко, В.О.Іванова, Д.С.Сітарського, М.А.Павловського, В.Г.Вільке, О.Є.Закржевського, Я.Ф.Кажка, А.П.Алпатов, В.І.Гуляєва, О.В.Піроженко, а також Р. Kohler, А.К. Mista, V.J. Modi та інші. показано, що пружність елементів великогабаритних конструкцій навіть при малих пружних переміщеннях може приводити до суттєвого зниження точності орієнтації системи і до виникнення небажаних режимів руху.

Розробка концепцій тросових систем, які найбільше відповідають сучасній про них уяві, бере початок з 1972-74 рр., коли Grossi та Colombo були зроблені пропозиції по розгортанню з борту "Шатлу" довгого (до 100 км.) кабеля-тросу для радіофізичних, магнітосферних і інших досліджень. Робота в цьому напрямку привела до створення льотних зразків тросових супутникових систем до середини 80-х років. В одному із ракетних експериментів прив'язаний трос був розгорнутий лише на 418 м. Рух зв'язок двох космічних об'єктів при регулюванні довжини з'єднувального тросу обговорювався в роботах В.В.Білецького і Є.М.Левіна, Г.В.Малишева і М.І.Зака, С.С. Rupp і L. Llanqdong, А.К. Mista і D.М. Xu та інші.

В останній час значно виріс інтерес дослідників до динамічної поведінки багатомасових (три та більше) тросових орбітальних систем. Одним із перших G. Tiesenhausen запропонував використати такого роду системи для керування рівнем гравітації. Динаміка n-масових тросових конструкцій вивчалась в роботах Г.Г.Полякова, W.P. Baker, S. Bergamaschi, M. Cosmo, E. Lorenzini, S. Vetralla K. Korke та інш.

Таким чином, на теперішній час є значна кількість робіт по динаміці орбітальних тросових систем. Проте, більша частина досліджень проведена в припущенні малих амплітуд кутових коливань біля положення текучого радіуса-вектора центру мас, часто виключаються із розгляду власні пружні коливання з'єднувальних тросів. Відсутні роботи по динаміці протяжних орбітальних систем при дії теплових ударів, які виникають в моменти переходу в'язки через лінію термінатору.

У другому розділі для вияву основних динамічних ефектів, які протікають в орбітальних тросових системах, розглянутий більш простий випадок нестационарної динамічної поведінки двох матеріальних точок (мал. I), зв'язаних розтягнутою ниткою, на етапах розгортання-згортання системи, вільного руху, переходу її через лінію термінатору, яка уявляє собою межу розділу освітлених і неосвітлених Сонцем ділянок траєкторії. Вивчені тільки такі режими руху, при яких відхилення нитки від прямої, яка з'єднує точки В і Н, невелике і впливом її викривлення на рух всієї системи можна знехтувати.

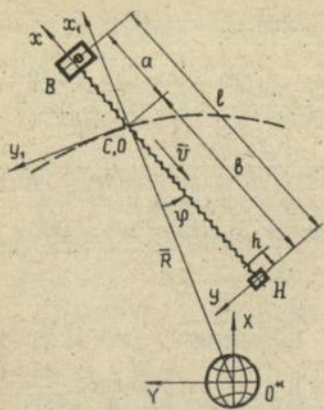
Диференціальне рівняння плоских лібраційних (маятникових) коливань тросової в'язки відносно її центру мас O побудоване на основі теореми про зміну кінетичного моменту системи відносно осі Oz орбітальної системи координат

$$l\ddot{\varphi} + 2\dot{l}\dot{\varphi} + 3\omega_0^2 l \sin\varphi \cos\varphi + 2\dot{l}\omega_0 = 0. \quad (1)$$

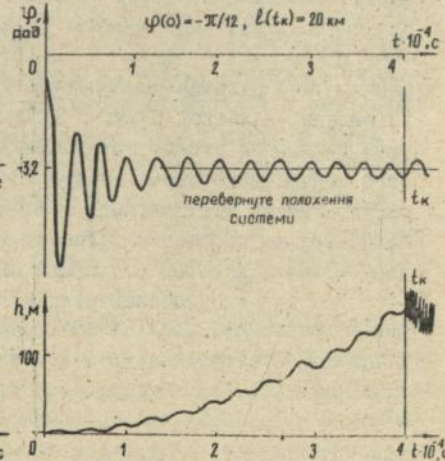
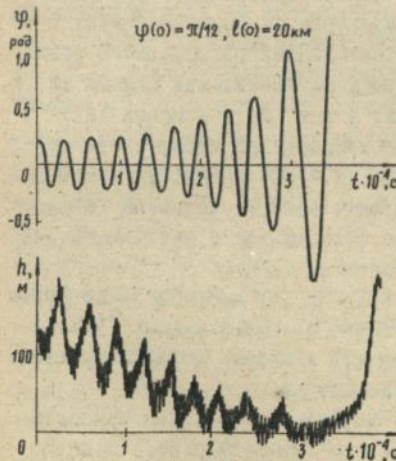
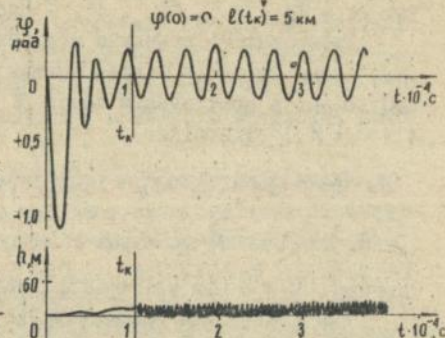
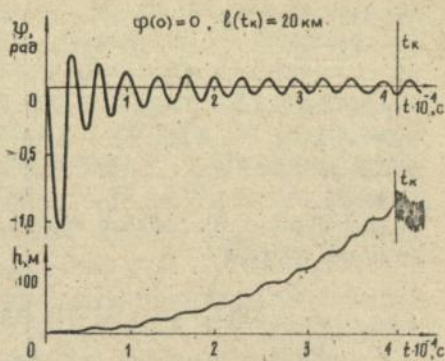
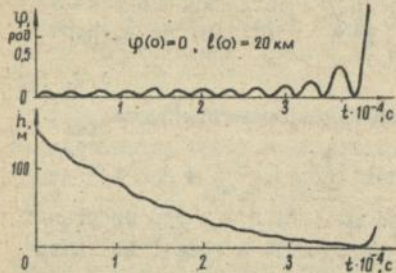
Тут $l(t) = l_0 + h(t)$, l_0 - довжина тросу в недеформованому стані; $h(t)$ - пружна зміна його довжини; $\varphi(t)$ - кут відхилення системи від місцевої вертикалі $O''O'$; ω_0 - кутова швидкість орбітального руху в'язки, яка вважається заданою; крапкою вказане диференціювання по часовій змінній t .

Для побудови рівняння поздовжніх коливань розглянута динамічна рівновага нижньої матеріальної точки

$$\vec{F}^1 + \vec{F}^2 + \vec{T} = 0 \quad (2)$$



Мал. 1



Мал. 3

Мал. 2

під дією прикладених до неї головного вектора сил інерції \vec{F}^i , сил гравітації \vec{F}^g та зусилля в тросі \vec{T} .

В результаті проектування рівняння (2) на вісь Nх після розкладення F^g в степеневий ряд по відповідній змінній і врахування виразу для поздовжнього зусилля $T = h \cdot EF / l_0$, де E - модуль пружності, F - площа поперечного перерізу тросу, а також рівності $\omega_0^2 = \mu / R^3$, де μ - добуток гравітаційної постійної на масу Землі, R - радіус орбіти, одержане рівняння поздовжніх коливань системи

$$\ddot{h} - l(\omega_0 + \dot{\varphi})^2 + \omega_0^2 l(1 - 3\cos^2\varphi) + \frac{EF}{l_0} h \frac{m}{m_0 + m_n} = 0. \quad (3)$$

Тут $m = m_0 + m_n$, m_0 і m_n - маси тіл В і Н відповідно.

Диференціальні рівняння коливань в"язки в режимах випуску-втягування тросу із заданою швидкістю \dot{v} із верхнього тіла В побудовані з урахуванням заміни l та \dot{l} в (1), (3) на $(l_0 + \int v dt + h)$ і $(v + \dot{h})$ відповідно

$$(l_0 + \int v dt + h)\ddot{\varphi} + 2(v + \dot{h})\dot{\varphi} + 3\omega_0^2(l_0 + \int v dt + h)\sin\varphi\cos\varphi + 2(v + \dot{h})\omega_0 = 0. \quad (4)$$

$$\ddot{h} - (l_0 + \int v dt + h)(\omega_0 + \dot{\varphi})^2 + \omega_0^2(l_0 + \int v dt + h)(3\cos^2\varphi - 1) + \frac{EF}{l_0 + \int v dt} h \frac{m}{m_0 + m_n} + \dot{v} = 0.$$

Причому, $v > 0$ при розгортанні системи і $v < 0$ - при згортанні.

Для врахування температурних деформацій в тросі, які виникають в моменти переходу системою лінії термінатора, у виразі для поздовжньої сили введено температурне видовження. Тоді $T = EF(h/l_0 + \alpha T)$, де α - коефіцієнт лінійного теплового розширення, T - різниця температури тросу на освітлених Сонцем та затемнених ділянках руху. У зв"язку з тим, що в моменти зміни умов теплового режиму встановлення температури тросу із-за малого поперечного перерізу проходить за час, тривалість якого набагато менша мінімального із періодів власних коливань в"язки, прийнято, що процеси нагрівання та охолодження є миттєвими, які чергуються з кутовою швидкістю обертання ω .

На базі побудованих рівнянь (1), (3), (4) методом Рунге-Кутта виконане числове дослідження коливань в"язки в режимах її розгортання та згортання, а також при дії теплових збуджень в моменти переходу системи через межу термінатора.

На мал.2 показані залежності $\varphi(t)$ і $h(t)$ для випадків випуску тросу з поздовжньою жорсткістю $EF = 61544$ Н із тіла В при швидкості 0,5 м/с. У визначений момент часу t_k випуск тросу

миттєво закінчувався, після чого система рухалась вільно. Зупинка випуску тросу задавалась в моменти часу $t_k = 4 \cdot 10^4$ і 10^4 с, при цьому довжина тросу складала 20 і 5 км відповідно.

Можна відмітити, що на початковому етапі руху зміна геометрії мас системи приводить до суттєвого відхилення її від гравітаційно стабілізованого стану ($\psi_{\max} > -1$ рад) для випадків $\psi_0 = 0$, а для випадку малого негативного кута $\psi_0 = -\pi/12$ - до перевертання в'язки. Далі лібраційні коливання носять характер затухаючих, а при $t = t_k$ вони близькі до гармонічних.

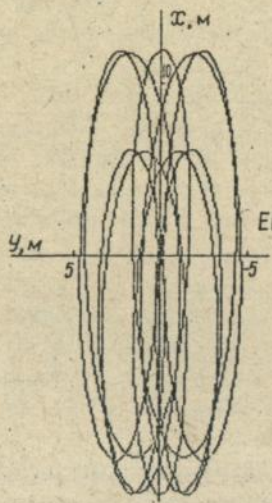
З ростом $l(t)$ зростають зумовлені градієнтом гравітаційного поля поздовжня сила T та видовження тросу h . Зупинка випуску нитки в момент часу $t = t_k$ приводить до ударного впливу на систему, після чого поздовжні рухи мають вигляд високочастотних пружних осциляцій, накладених на низькочастотні лібраційні коливання. У випадках малої випущеної довжини тросу вони можуть привести до вимикання в'язки із роботи і можливого зближення точок В та Н.

На мал.3 приведені залежності кута лібраційних коливань ψ та видовження тросу h від часу при втигуванні зв'язки зі швидкістю $v = 0,5$ м/с для двох випадків початкових умов: 1) $\psi(0) = 0$, $\dot{\psi}(0) = 0$, $h(0) = h_{\text{ст}}$, $\dot{h}(0) = 0$, $l(0) = 20$ км; 2) $\psi(0) = \pi/12$, $\dot{\psi}(0) = 0$, $h(0) = h_{\text{ст}} \cos \psi(0)$, $\dot{h}(0) = 0$, $l(0) = 20$ км, де $h_{\text{ст}}$ - статичне видовження тросу. У першому випадку, при $\psi(0) = 0$, лібраційні коливання в'язки проходять із зростаючим розмахом в області позитивних значень ψ . При $l(t) \rightarrow 0$ момент інерції системи швидко зменшується і вона починає робити обертальні рухи в системі координат Ox, ψ, h . Графік $h(t)$ має вигляд швидко осцилюючої функції з середнім значенням амплітуди, яке зменшується від $h_{\text{ст}}$ до нуля, а потім різко зростає в момент початку обертального руху системи. Очевидно, що відхилення системи на початковий кут $\psi(0) = \pi/12$ приводить до суттєвого росту амплітуди як лібраційних, так і поздовжніх коливань і перехід системи в режим обертального руху настає значно раніше, чим у випадку $\psi(0) = 0$.

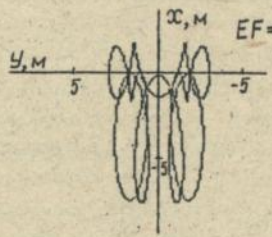
На мал.4 для різних значень жорсткості тросу EF показані фігури Ліссажу для нижньої точки Н системи в межах часу одного періоду орбітального обертання в'язки навколо Землі під дією теплових збуджень. В усіх випадках довжина тросу приймалась рівною $l_0 = 2 \cdot 10^4$ м, коефіцієнт $\alpha = -2 \cdot 10^{-6}$ град $^{-1}$, а різниця температури тросу на освітлених Сонцем і затемнених ділянках траєкторії руху рівнялась 100°K . Коли врахувати те, що за час одного періоду орбітального руху точка Н встигає зробити від 9 до 30 поздовжніх



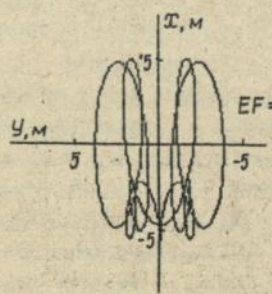
EF = 87200 Н



EF = 12018 Н



EF = 10700 Н



EF = 8780 Н

EF = 140000 Н

Мал. 4

коливань із значною амплітудою, то можна зробити підсумок, що під дією розглянутих теплових збуджень вона практично постійно буде знаходитись у стані відносного руху.

В третьому розділі викладені результати дослідження динаміки орбітальної системи двох тіл, зв'язаних розтягнутим тросом, при русі по круговій орбіті навколо Землі з урахуванням позацентрового приєднання тросу до нижнього тіла (мал.5). На етапах розгортання-згортання системи розглянутий взаємозв'язок орбітального та відносного рухів і проаналізована можливість регулювання цими процесами. Досліджена параметрична стійкість маятникових коливань нижнього тіла.

Прийняті припущення, що орбітальна система здійснює плоскопаралельний рух в площині орбіти, а трос залишається прямолінійним на всьому досліджуваному інтервалі часу.

Введені наступні системи координат: інерціальна O^*XYZ з початком в центрі Землі O^* ; орбітальна $Ox_1y_1z_1$, побудована на радіусі-векторі \vec{R} центру мас системи O .

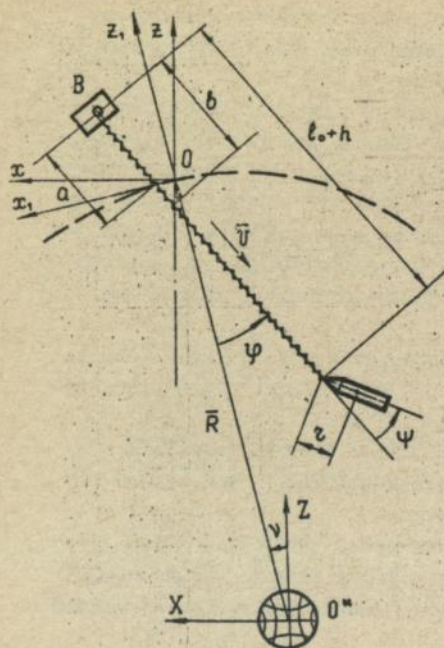
Рівняння руху тросової системи при фіксованій довжині випущеної частини тросу l_0 побудовані у формі рівнянь Лагранжа другого роду. Вирази для кінетичної T і потенціальної Π енергій системи мають вигляд

$$T = \frac{1}{2} \left\{ M(\dot{v}R^2 + \dot{R}^2) + M_p[\dot{h}^2 + (l_0+h)^2(\dot{\psi} + \dot{v})^2 + z^2(\dot{\psi} + \dot{v})^2 - 2z\dot{h} \times (\dot{\psi} + \dot{v}) \sin \nu + 2z(l_0+h)(\dot{\psi} + \dot{v})(\dot{\psi} + \dot{v}) \cos \psi] + I_y(\dot{\psi} + \dot{v})^2 \right\}, \quad (5)$$

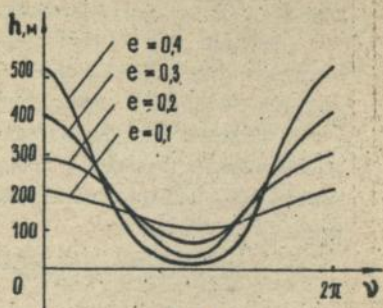
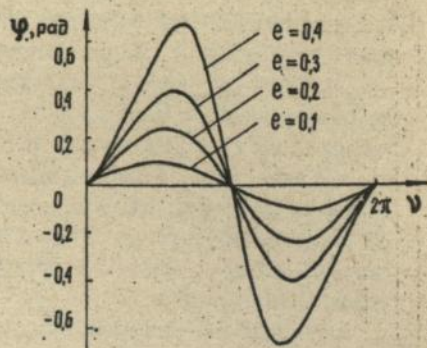
$$\Pi = -\frac{\mu M}{R} - \frac{\mu M_p}{2R^3} \left\{ (l_0+h)^2(3\cos^2\psi - 1) + 2(l_0+h)z[3\cos\psi \cos(\psi+\varphi) - \cos\psi] + z^2[3\cos^2(\psi+\varphi) - 1] - \frac{I_y}{M_p}[3\cos^2(\psi+\varphi) - 1] \right\} + ch^2/2.$$

Тут ν , R - абсолютні полярні координати центру мас системи; φ - кут відхилення лінії тросу від напрямку текучого радіуса-вектора центру мас; ψ - кут відхилення поздовжньої осі нижнього тіла від лінії тросу; h - пружна зміна довжини тросу; z - віддаль від точки приєднання тросу до центру мас нижнього тіла; $M = M_b + M_n$ - повна маса системи; $M_p = M_b A^2 + (A - I)^2 M_n$, $A = M_n/M$; I_y - момент інерції нижнього тіла відносно осі y ; $c = EF/l_0$, EF - поздовжня пружна жорсткість тросу.

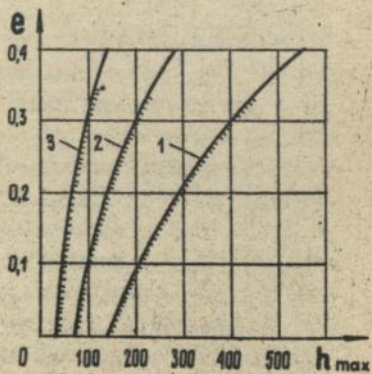
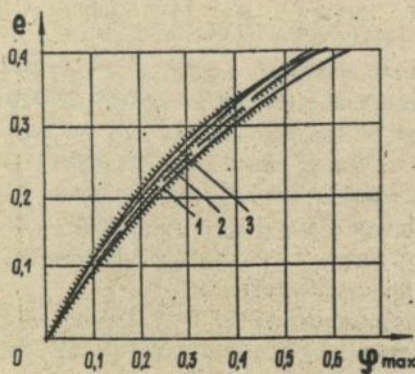
В результаті підстави співвідношень (5) в рівняння Лагранжа другого роду і виконання додаткових перетворень отримана система



Мал. 5



Мал. 6, а



Мал. 6, б

нелінійних звичайних диференціальних рівнянь динаміки орбітальної в'язки двох тіл з фіксованою довжиною тросу l_0 . Її розв'язок був знайдений методом Рунге-Кутта четвертого порядку. Для консервативної системи з метою підтвердження розробленої методики численого інтегрування на кожному кроці по часовій змінній проводився контроль інтегралу енергії системи $E = T + \Pi = \text{const}$.

Досліджений рух в'язки при розгортанні-згортанні тросу з урахуванням термодинамічних збуджень, які виникають при переході через лінію термінатора. Для цього в рівняннях руху здійснена підміна l_0 , h , ch/M_* відповідними виразами $l_0 + \int v dt$, $h + v$, $i \cdot c [h + \alpha t (l_0 + \int v dt)] / M_*$, де c - жорсткість тросу. Вважалось, що протягом кожного періоду орбітального обертання системи температура тросу спочатку скачком збільшувалась на 100°K , а потім по закінченні половини періоду спадала на таку ж величину.

Проаналізований вплив початкових умов, довжини випущеного тросу, а також величини τ на динамічну поведінку в'язки при розгортанні-згортанні.

Розроблена методика і виконані дослідження параметричної стійкості маятникових коливань нижнього тіла. Введені припущення, що при вибраних інерційних і геометричних параметрах тросової системи відносний рух мало впливає на орбітальний рух центру мас і цим впливом можна знехтувати; в області малих коливань системи можна знехтувати також гіроскопічним зв'язком між поздовжніми та лібраційними коливаннями і розглядати їх незалежно. Отримане рівняння Мат'є, стійкість тривіальних розв'язків якого проаналізована за допомогою діаграми Айнса-Стретта.

В результаті розв'язання задачі про рух тросової в'язки двох тіл встановлено, що:

- процеси розгортання і згортання системи дуже чутливі до зміни початкових умов, довжини тросу і величини τ ; навіть малі початкові відхилення системи від гравітаційно стабілізованого стану можуть привести до небажаних динамічних ефектів і до тривалого вимкання тросової в'язки із роботи;
- теплові періодичні удари, так як і збудження, викликані різкими зупинками процесів випуску-втягування тросу, спричиняють до дестабілізації системи;
- з точки зору параметричної нестійкості маятникових коливань нижнього тіла найбільш небезпечними є становища системи при малих довжинах випущеного тросу.

Четвертий розділ присвячений дослідженню нелінійних коливань тросової в'язки двох тіл на еліптичній орбіті, а також їх стійкості. Одержані диференціальні рівняння руху тросової системи по еліптичній орбіті. Викладена методика побудови періодичних розв'язків цих рівнянь і дослідження їх стійкості.

Для отримання розв'язувальних співвідношень використані здобуті в розділі 3 рівняння руху тросової системи по круговій орбіті в припущенні того, що нижнє тіло не здійснює маятникових коливань. В якості незалежної змінної прийнята істинна аномалія ν , зв'язок якої з часом t для еліптичної траєкторії визначається виразом

$$\frac{d\nu}{dt} = \omega_0 (1 + e \cos \nu), \quad (6)$$

де e - ексцентриситет траєкторії руху центру мас тросової системи, ω_0 - середня кутова швидкість руху центру мас O . Враховуючи рівність $\mu/R^3 = \omega_0^2 (1 + e \cos \nu)^3$, виписані рівняння руху

$$\begin{aligned} \varphi'' &= \frac{1}{1 + e \cos \nu} \left[2(\varphi' + 1) e \sin \nu - 1,5 \sin 2\nu \varphi - \frac{2}{l_0 + h} h'(\varphi' + 1) \right], \\ h'' &= \frac{1}{1 + e \cos \nu} \left[2h' e \sin \nu + (l_0 + h)(3 \cos^2 \varphi - 1) + (l_0 + h)(\varphi' + 1)^2 - \frac{ch}{M_p \omega_0^2 (1 + e \cos \nu)^4} \right]. \end{aligned} \quad (7)$$

Тут штрихом позначено диференціювання по ν . При відсутності позовжніх коливань тросу із двох рівнянь (7) залишається тільки одне, аналогічне приведеному В.В.Білецьким в задачі про рух штучного супутника відносно його центру мас.

Побудова періодичних розв'язків рівнянь (7) ґрунтується на представленні Ньютона-Канторовича нелінійних диференціальних рівнянь деякою послідовністю рівнянь в варіаціях окіл знайомого T -періодичного розв'язку, з урахуванням нев'язки, яка при цьому виникає. Ця послідовність визначається зміною введеного параметру e .

Прийнято, що при $e = e_0$ знайомий періодичний розв'язок системи (7): $\varphi_0(\nu)$, $h_0(\nu)$. Після надання параметру e достатньо малого приросту δe будувались відповідні йому періодичні прирости $\delta\varphi(\nu)$ і $\delta h(\nu)$, здобуті в результаті розв'язання лінеаризованої окіл знайомого стану $\varphi_0(\nu)$, $h_0(\nu)$, e_0 системи (7) з урахуванням умов T -періодичності ($T = 2\pi$)

$$\delta\varphi(0) = \delta\varphi(T), \quad \delta\varphi'(0) = \delta\varphi'(T), \quad (8)$$

$$\delta h(0) = \delta h(T), \quad \delta h'(0) = \delta h'(T),$$

$$\delta\varphi(v) = \delta\varphi_e(v) + \varphi_1(v)\delta c_1 + \varphi_2(v)\delta c_2 + \varphi_3(v)\delta c_3 + \varphi_4(v)\delta c_4,$$

$$\delta h(v) = \delta h_e(v) + h_1(v)\delta c_1 + h_2(v)\delta c_2 + h_3(v)\delta c_3 + h_4(v)\delta c_4.$$

Тут $\delta\varphi_e(v)$, $\delta h_e(v)$ – розв'язки задачі Коші для лінеаризованої системи з нульовими початковими умовами при $\delta e = I$; $\varphi_i(v)$, $h_i(v)$ ($i = \overline{1,4}$) – елементи нормованої фундаментальної матриці розв'язків лінеаризованої системи рівнянь (7); δc_i ($i = \overline{1,4}$) – константи, які визначаються із умов періодичності.

По отриманим фундаментальним розв'язкам задач Коші для лінеаризованої системи будувалась матриця монодромії $Y(T)$, яка визначала стійкість періодичних розв'язків. Коли власні числа ρ_i ($i = \overline{1,4}$) матриці монодромії $Y(T)$ розміщувались на одиничному колі комплексної площини і мали прості елементарні дільники, періодичний розв'язок вважався стійким. У випадку, коли для якогось i $|\rho_i| > 1$ – розв'язок вважався нестійким.

В результаті надання параметру e наступних природень з урахуванням наявності нев'язки при заміні на кожному кроці алгоритму нелінійних рівнянь (7) лінеаризованими, знайдені 2π -періодичні розв'язки рівнянь руху тросової в'язки при переміщенні центру мас по еліптичним траєкторіям з $0 < e < 0,4$.

Досліджений вплив поздовжньої жорсткості тросу EF і його довжини на форми лібраційних і поздовжніх коливань, а також на їх стійкість при збільшенні параметра e .

На мал. 6,а для прикладу приведені форми лібраційних і поздовжніх коливань системи з параметрами тросу $l_0 = 20$ км і $EF = 25$ кН при наступних значеннях ексцентриситету траєкторії руху центра мас: $e = 0,1; 0,2; 0,3; 0,4$. Можна відзначити, що конфігурація форм ускладнюється із зростанням параметра e , при цьому росте також і амплітуда коливань. Графіки зміни амплітуд φ_{\max} і h_{\max} в залежності від ексцентриситету e наведені на мал. 6,б. Криві 1-3 відповідають значенням поздовжньої жорсткості тросу $EF = 25$ кН, 50 кН, 100 кН, а пунктирною лінією проведена крива залежності φ_{\max} від e для рівномоментної даній системі жорсткої гантели у випадку відсутності поздовжніх коливань тросу. Кожна із кривих побудована в результаті 400-600 варіантів параметра e . Розв'язання системи лінеаризованих рівнянь здійснювалось методом Рунге-Кутта з розбиванням періоду $0 < v < 2\pi$ на 100 частин. При цьому порядок нев'язок становив 10^{-11} – 10^{-12} . Штриховкою на кривих вказані ділянки стійкого руху. На ділянках, які вільні від штриховки, множники матриці $Y(T)$ вийшли за межі одиничного круга, що

відповідає нестійким коливанням тросової системи.

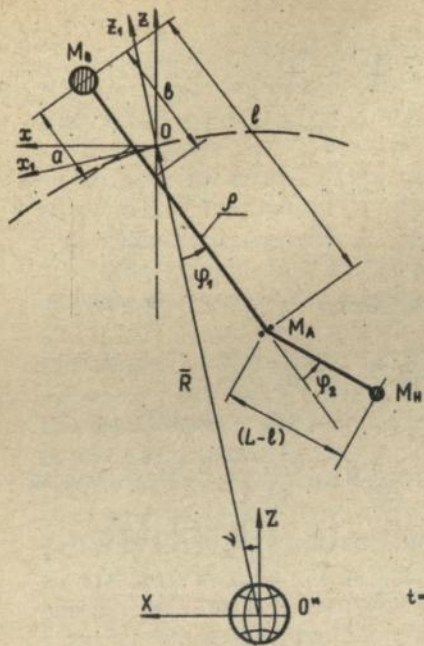
Із аналізу здобутих результатів можна зробити наступні висновки:

- в області розглянутих інерційних і жорсткісних параметрів рух системи мало відрізняється від руху рівномоментної жорсткої гачелі;
- зміна довжини з'єднувального тросу від 20 до 50 км, а також його поздовжньої жорсткості суттєво впливає на стійкість і форми руху тросової системи; при цьому врахування можливості поздовжніх коливань тросу приводить до зменшення розрахункового параметру ϵ , при якому коливання стають нестійкими.

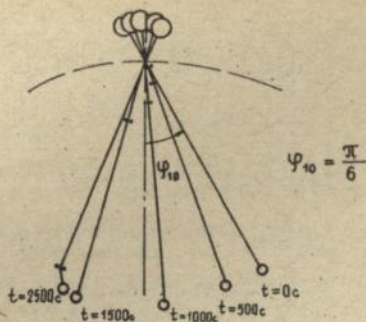
В п'ятому розділі розв'язаний ряд задач про дослідження динаміки тросових систем, які містять рухливі сконцентровані маси, в центральному силовому полі. При складному русі систем з рухливими масами виникають специфічні динамічні режими, які супроводжуються виникненням додаткових переносних, відносних і коріолісових сил інерції. Розв'язання подібних задач аналітичними методами утруднене або зовсім неможливе. У зв'язку з цим актуальними виявляються задачі дослідження динаміки систем з рухливими масами, які переміщуються вздовж протяжних конструкцій, із застосуванням чисельних методів.

Поставлена і розв'язана задача динаміки орбітальної тросової системи (мал.7), яка включає два (верхній і нижній) зв'язаних вагомим нерозтягнутим тросом космічних апарата з масами відповідно M_v і M_n та рухливої маси M_a , яка може вільно чи з допомогою приводу переміщуватися між тілами В і Н вздовж тросу. Введені наступні системи координат: O^*XYZ - інерціальна система, початок якої O^* збігається з центром Землі; $Oxyz$ - орбітальна, з початком в центрі мас системи O , причому вісь Oz направлена вздовж його радіуса-вектора, вісь Ox - по трансверсалі, а вісь Oy - по бінормалі до орбіти.

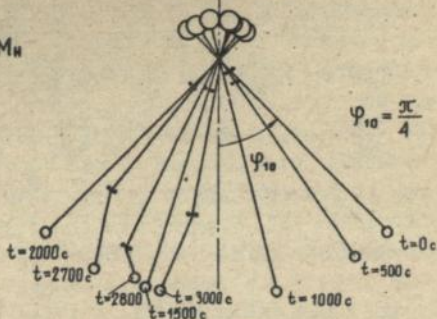
Прийняті припущення: тросова система здійснює плоско-паралельний рух в площині орбіти; співвідношення між довжиною тросу L і розмірами апаратів такі, що останні можна вважати точковими масами; частини тросу між кінцевими масами і рухливим тілом залишаються прямолінійними. Тоді рух в'язки описується узагальненими координатами $R, \nu, \varphi_1, \varphi_2, \ell$. У зв'язку з великою невідкладністю системи рівнянь, із п'яти диференціальних рівнянь руху, здобутих у формі рівнянь Лагранжа другого роду, приведемо тільки одне, яке визначає зміну координати φ_1 :



Мал. 7

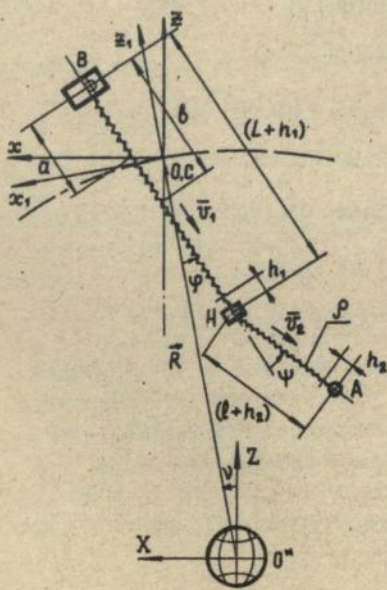


$$\varphi_{10} = \frac{\pi}{6}$$

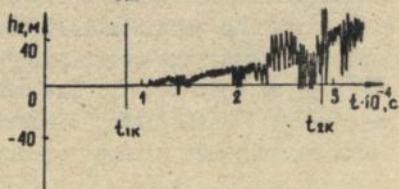
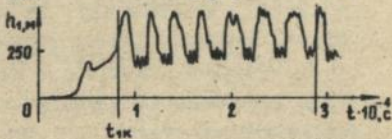
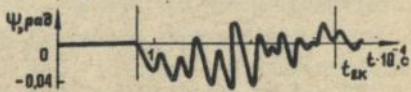
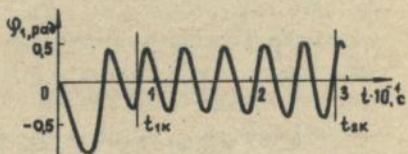


$$\varphi_{10} = \frac{\pi}{4}$$

Мал. 8



Мал. 9



Мал. 10

$$\begin{aligned}
& \frac{d}{dt} \frac{\partial T_0}{\partial \dot{\varphi}_1} D + 2F\ell^2(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\nu}) + M_A \left[\frac{\partial Q}{\partial \dot{\varphi}_1} \ddot{x}_B + \dot{Q} \frac{\partial \dot{x}_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \frac{\partial S}{\partial \dot{\varphi}_1} \ddot{z}_B + \frac{\partial \dot{z}_B}{\partial \dot{\varphi}_1} S \right] + \\
& + 2H(L-\ell)^2(\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2 + \ddot{\nu}) + M_H \left[\frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}_1} \ddot{x}_A + \dot{K} \frac{\partial \dot{x}_A}{\partial \dot{\varphi}_1} + \frac{\partial V}{\partial \dot{\varphi}_1} \ddot{z}_A + \dot{V} \frac{\partial \dot{z}_A}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] + \rho \ell^2 \frac{\partial A_B}{\partial t} + \\
& + \rho \ell^2 (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\nu}) \frac{\partial A_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \rho(L-\ell)^2 \dot{A}_B + \rho(L-\ell)^2 (\ddot{\varphi}_1 + \ddot{\varphi}_2 + \ddot{\nu}) \frac{\partial A_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \frac{d}{dt} \frac{\partial T_A}{\partial \dot{\varphi}_1} P + \\
& + \frac{\partial T_0}{\partial \dot{\varphi}_1} \dot{D} + 2\dot{F}\ell^2(\dot{\varphi}_1 + \dot{\nu}) + 4F\ell\dot{\ell}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\nu}) - M_A \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial Q}{\partial \dot{\varphi}_1} \dot{x}_B + Q \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \right. \\
& + \left. \frac{d}{dt} \frac{\partial S}{\partial \dot{\varphi}_1} \dot{z}_B + S \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{z}_B}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] + 2\dot{H}(L-\ell)^2(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\nu}) - 4H(L-\ell)\dot{\ell}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\nu}) + \\
& + M_H \left[\frac{d}{dt} \frac{\partial K}{\partial \dot{\varphi}_1} \dot{x}_A + K \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{x}_A}{\partial \dot{\varphi}_1} + \frac{d}{dt} \frac{\partial V}{\partial \dot{\varphi}_1} \dot{z}_A + V \frac{d}{dt} \frac{\partial \dot{z}_A}{\partial \dot{\varphi}_1} \right] + 2\rho\ell\dot{\ell}A_B + \\
& + 2\rho\ell\dot{\ell}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\nu}) \frac{\partial A_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \rho\ell^2(\dot{\varphi}_1 + \dot{\nu}) \frac{d}{dt} \frac{\partial A_B}{\partial \dot{\varphi}_1} - 2\rho(L-\ell)\dot{\ell}A_B - 2\rho(L-\ell)\dot{\ell}(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\nu}) \times \\
& \times \frac{\partial A_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \rho(L-\ell)^2(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\nu}) \frac{d}{dt} \frac{\partial A_B}{\partial \dot{\varphi}_1} + \frac{\partial T_A}{\partial \dot{\varphi}_1} \dot{P} + \frac{3M}{R^3} \left\{ (M_A + M_H)\ell^2 \sin\varphi_1 \cos\varphi_2 \times \right. \\
& \times \left. 1 - (M_A + M_H)/M + \frac{1}{2} M_H(L-\ell)^2 \sin 2(\varphi_1 + \varphi_2)(1 - M_H/M) + M_H\ell(L-\ell) \times \right. \\
& \times \left. \sin(2\varphi_1 + \varphi_2)(1 - M_A + M_H/M) \right\} = 0,
\end{aligned}$$

$$DE \quad D = 1 + (M_A + \rho\ell)/M_B, \quad F = \frac{1}{2} (M_A + \frac{1}{3}\rho\ell),$$

$$Q = \dot{\ell} \sin(\varphi_1 + \dot{\nu}t) + \ell \cos(\varphi_1 + \dot{\nu}t)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\nu}),$$

$$S = \dot{\ell} \cos(\varphi_1 + \dot{\nu}t) - \ell \sin(\varphi_1 + \dot{\nu}t)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\nu}),$$

$$H = \frac{1}{2} \left[M_H + \frac{1}{3}\rho(L-\ell) \right], \quad P = [M_H + \rho(L-\ell)] / M_A,$$

$$K = \dot{\ell} \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dot{\nu}t) - (L-\ell) \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dot{\nu}t)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\nu}),$$

$$V = \dot{\ell} \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dot{\nu}t) + (L-\ell) \sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dot{\nu}t)(\dot{\varphi}_1 + \dot{\varphi}_2 + \dot{\nu}),$$

$$A_B = \frac{1}{2} \left[\sin(\varphi_1 + \dot{\nu}t) \dot{z}_B - \cos(\varphi_1 + \dot{\nu}t) \dot{x}_B \right],$$

$$A_S = \frac{1}{2} \left[\sin(\varphi_1 + \varphi_2 + \dot{\nu}t) \dot{z}_A - \cos(\varphi_1 + \varphi_2 + \dot{\nu}t) \dot{x}_A \right],$$

крапкою відмічене диференціювання по змінній t . При проведенні чисельних досліджень всі операції по складанню рівнянь виконуються на ЕОМ за допомогою спеціальних підпрограм. Так як диференціальні рівняння не можуть бути розв'язані відносно похідних $\ddot{\nu}$, \ddot{R} , $\ddot{\varphi}_1$, $\ddot{\varphi}_2$ і $\dot{\ell}$, які лінійно в них входять, то спочатку знаходяться їх значення, а потім виконується один крок інтегрування відповідних рівнянь методом Рунге-Кутта.

Коливання тросової системи вивчалися при наступних параметрах: $M_n = 6 \cdot 10^4$ кг, $M_n = 5 \cdot 10^3$ кг, $L = 2 \cdot 10^4$ м, $\rho = 0,01$ кг/м. Маса рухомого апарату варіювалась від 50 до 5000 кг. При розв'язанні вважалося, що $\ell(0) = L/10$, то-б-то в початковий момент часу апарат розміщується трохи нижче центру мас в'язки і може рухатися вниз. Якщо апарат розмістити в центрі мас в'язки, то він буде залишатись там в стані нестійкої рівноваги.

Досліджений вплив початкових умов і величини M_A на динаміку системи при вільному переміщенні рухомого апарату вздовж тросу. Аналіз результатів показав, що з ростом величини початкового відхилення в'язки $\varphi_1(0)$ і маси M_A після деяких їх значень наступають якісні зміни в поведінці системи. На мал.8 показані положення системи у визначені моменти часу для випадків початкового кута відхилення $\varphi_1(0) = \pi/6$ рад і $\varphi_1(0) = \pi/4$ рад при $M_A = 1000$ кг. Як видно, при значенні $\varphi_1(0) = \pi/4$ рад апарат, не встигаючи досягти на розглянутому етапі нижнього тіла, починає рухатися вгору, в результаті чого кут φ_2 швидко зростає, і нижнє тіло робить один повний оберт навколо апарату. Цей ефект супроводжується збільшенням часу t_k руху апарату до його зближення з нижнім тілом в порівнянні з іншими випадками.

Для підтвердження вірогідності отриманих результатів аналітично була розв'язана тестова задача вільного руху апарату у випадку, коли $M_A \rightarrow 0$ і система знаходилась у гравітаційно стабілізованому вздовж радіуса-вектора стані. Найдені при $M_A = 0$ значення часу t_k руху апарату до співудару з нижнім тілом і закон зміни його швидкості були зіставлені з результатами чисельного розв'язку при $\varphi_1(0) = 0$ і $M_A = 50, 100, 500$ і 1000 кг, був показаний збір t_k і $\dot{\ell}(t_k)$ при $M_A = 50$ кг. Крім цього, для контролю точності чисельних розв'язків у випадках вільного руху апарату використовувався інтеграл енергії $E = T + \Pi = \text{const}$. Відхилення величини E від початкового значення не перевищувало $E \cdot 10^{-14}$.

Були проведені також дослідження коливань тросової системи при регульованій відносній швидкості пересування апарату A вздовж тросу. Маса апарату вважалась рівною $M_A = 5000$ кг, а його швидкість U рівнялась 2; 4 і 10 м/с. В початковий момент часу система знаходилась в гравітаційно стабілізованому стані. З одержаних результатів можна заключити, що зростання U приводить до суттєвого збільшення амплітуд коливань по змінним φ_1 і φ_2 . Різке зростання амплітуди коливань φ_2 на останньому етапі руху апарату

може привести до оберального руху нижнього тіла і намотування тросу на тіло А .

Поставлена і розв'язана задача про дослідження динаміки орбітальної системи трьох матеріальних точок, зв'язаних пружними нитками, яка рухається по круговій орбіті навколо Землі (мал. 9). Були вивчені коливання в'язки в режимах розгортання і згортання, а також при термічних збудженнях, які виникають в моменти переходу системи через лінію термінатору. Рух досліджувався при наступних параметрах елементів системи: $M_B = 100$ т, $M_H = 6$ т, $M_A = 50$ кг
 $\rho = 0,0011$ кг/м.

При розгортанні в'язки вважалось, що верхній трос випускається із тіла В з постійною швидкістю $U_1 = 3$ м/с. По досягненні повної довжини $L = 20$ км процес його випуску миттєво закінчувався (при $t = t_{1к}$). Швидкість випуску прив'язного апарату А і нижнього тросу задавалась рівною $U_2 = 1,4$ м/с, але в момент часу $t_{1к}$ при досягненні нижнім тросом довжини $l = 30$ км приймала нульове значення. Врахування термопружних коливань проводилось по раніше викладеній методиці. Виконані чисельні дослідження показали, що навіть при несприятливому режимі випуску тіла Н на першому етапі розгортання (мал. 10), який супроводжується швидкою зміною геометрії мас системи, миттєвою зупинкою випуску тросу і його термопружними деформаціями, в ній не виникають критичні з точки зору механіки руху становища, і видовження тросу не перевищують припустимих. Наступний процес випуску апарату виявляється більш складним, в деякі моменти руху нижній трос виключається із роботи.

В процесі згортання системи вважалось, що нижній трос з початковою довжиною 30 км і апаратом А на кінці втягується в тіло В з постійною швидкістю $U_2 = 1,4$ м/с. При досягненні апаратом А тіла В процес обчислення автоматично закінчувався. Був досліджений вплив початкових кутів $\varphi(0)$ і $\psi(0)$ на динамічну поведінку в'язки. Встановлено, що малі кутові відхилення системи в початковий момент руху від гравітаційно стабілізованого стану суттєво змінюють характер лібраційних і поздовжніх коливань, але практично не впливають на рух центру мас 0 .

У висновку коротко сформульовані основні результати дисертаційної роботи. Вони полягають у наступному:

1. Розроблена методика чисельного дослідження динаміки орбітальних систем матеріальних точок і твердих тіл, зв'язаних пружними і непружними тросами. Методика ґрунтується на введенні

спроштуючих припущень для вибраних режимів руху системи і на формалізмі рівнянь Лагранжа другого роду.

2. На основі запропонованої методики створений обчислювальний комплекс, який дозволяє реалізувати на ЕОМ алгоритми розв'язання задач розглянутих орбітальних систем. Ефективність запропонованої методики і її програмні реалізації підтверджені результатами розв'язання тестових задач.

3. Отримані розв'язки задач про коливання в'язки двох матеріальних точок і в'язки двох тіл в режимах розгортання і згортання системи, а також викликаних тепловими збуреннями при переході системи через лінію термінатору. Вивчений вплив початкових умов і поздовжньої жорсткості тросу на динамічну поведінку системи. Досліджена можливість параметричного збудження поперечних коливань тросу, викликаного гіроскопічною взаємодією лібраційних і поздовжніх коливань. Встановлені зони нестійких і стійких рухів систем.

4. Досліджена стійкість нелінійних коливань в'язки двох тіл під час руху по еліптичній орбіті. Виконаний аналіз впливу урахування пружної розтягливості тросу на стійкість і форми руху системи. Знайдені зони її стійких і нестійких рухів.

5. Розв'язана задача про динамічну поведінку орбітальної в'язки трьох матеріальних точок. Розглянуто режими розгортання і згортання системи, а також вільного і заданого руху середньої точки вздовж тросу. Досліджено вплив значень геометричних і масових параметрів системи на характер її руху.

Основний зміст дисертаційної роботи відображений в наступних публікаціях:

1. Гуляев В.И., Кравченко С.Г., Головатюк К.Я. Динамика струнного маятника с подвижной массой //Соппротивление материалов и теория сооружений.-1990.-Вып.57.-С.60-64.
2. Гуляев В.И., Лизунов П.П., Кравченко С.Г., Головатюк К.Я.Колесания тросовой системы с изменяющейся геометрией масс//Крупногабаритные космические конструкции:Тез. докл. научно-технической конференции(Севастополь, 1990).-Севастополь, 1990.-У. 44.
3. Кравченко С.Г., Головатюк К.Я. Динамика орбитальной тросовой системы с подвижной массой //Крупногабаритные космические конструкции: Тез. докл. научно-технической конференции(Севастополь, 1990).-Севастополь, 1990.-С. 62.
4. Гуляев В.И., Кравченко С.Г., Головатюк К.Я. Динамика орбитальных тросовых систем с изменяющейся геометрией масс //Задачи

ориентации и управления движением космических аппаратов: Тр. ХУ Научных чтений по космонавтике, посвященных памяти С.П. Королева (Москва, 1991). - Москва, 1991. - С. 15.

5. Головатюк К.Я., Кравченко С.Г. Динамика упругих тросовых систем в центральном силовом поле // Тез. докл. 53-й научно-практической конференции профессорско-преподавательского состава, аспирантов и студентов. - К.: Киев, 1992. - С. 98.
6. Гуляев В.И., Кравченко С.Г., Головатюк К.Я., Кошкин В.Л. Динамика орбитальной упругой тросовой связки двух тел // Космические исследования. - 1992. - Т. 30, вып. 6. - С. 791-799.
7. Гуляев В.И., Кравченко С.Г., Головатюк К.Я. Переходные режимы движения орбитальной системы двух тел, связанных упругим тросом // Прикладная механика. - 1993. - Т. 29, вып. 2. - С. 89-95.

К. Я. Головатюк

Подписано к печати 08.04.1993 г. Формат 60x84/16
Бумага офсетная Усл.-печ. лист. 1,0. Уч.-изд. лист. 1,0.
Тираж 100. Заказ 418. Бесплатно

Полиграф. уч-к Института электродинамики АН Украины
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

464861

AB 27.251