АКАДЕМИЯ НАУК УКРАИНЫ
ИНСТИТУТ МОНОКРИСТАЛЛОВ

На правах рукописи

СТРЖЕМЕЧНЫЙ Юрий Михайлович

УДК 537.6, 538.9, 539.2

НОВЫЕ ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ СТАТИСТИЧЕСКИЕ И КВАНТОВЫЕ МОДЕЛИ

(01.04.02 - Теоретическая физика)

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т
диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Харьков-1993

Работа выполнена в Физико-техническом институте низких температур им. Б.И.Веркина АН Украины, г. Харьков

Научный руководитель - доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ФТИНТ АН Украины Боровик Андрей Евгеньевич

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук, главный научный сотрудник ИРЭ АН Украины Басс Фридрих Гершонович

кандидат физико-математических наук, старший научный сотрудник Института монокристаллов АН Украины Токарь Олег Иосифович

Ведущая организация - Харьковский физико-технический институт

Защита состоится "9" июня 1993 г. в 15 часов на заседании Специализированного совета К 138.01.01 при Институте монокристаллов АН Украины (310001, Харьков, пр.Ленина, 60).

Замечания и отзывы по данной работе присылать по адресу: 310001, Харьков, пр.Ленина 60, Институт монокристаллов АН Украины.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Института монокристаллов АН Украины.

Автореферат разослан "7" мая 1993 г.

Ученый секретарь Специализированного совета
кандидат технических наук

Атрощенко Л.В.

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Несмотря на огромное количество моделей, а также методов их решения, существующих в современной теоретической и математической физике, наиболее важными, "реперными" являются модели, допускающие (в том или ином смысле) точное решение. Это связано с тем, что, во-первых, такие модели являются основой для развития различных схем теории возмущений, а, во-вторых, точная решаемость моделируемых систем позволяет обнаружить принципиально новый тип решений, в то время как приближенные методы дают подчас качественно неверные результаты.

Нетривиальные точно решаемые системы были обнаружены в самых различных областях - нелинейной классической динамике, статистической физике двумерных систем, квантовой механике и смежных разделах теор- и матфизики. Поначалу эти разрозненные результаты казались удачными находками и между ними не прослеживалось никакой связи. Однако, в последние десятилетия в направлении систематизации точно решаемых моделей был совершен прорыв, позволивший обнаружить глубокую связь между, казалось бы, совсем разными моделями. Методы их решения (методы классической и квантовой задачи рассеяния, метод анзаца Бете, метод коммутирующих трансфер-матриц и пр.) основаны на практически единых симметрийных принципах.

Основные конструктивные объекты теории, R-матрица и ассоциированный с ней локальный оператор перехода являются связующим звеном практически всех известных на сегодняшний день точно решаемых моделей.

Так, например, для двумерных статистических моделей нахождение статистической суммы сопряжено с задачей определения спектра трансфер-матрицы типа "ряд-ряд". Получаемые в результате выражения являются, по сути, импульсным вариантом записи координатного анзаца Бете (см., например [I]). Разложение соответствующей трансфер-матрицы по степеням внутренних параметров порождает семейство законов сохранения, в числе которых, как правило, содержатся гамильтонианы точно решаемых квантовых систем.

В секторе нелинейной классической динамики производится замена операторов на функции, а коммутаторы переходят в скобки Пуассона. При этом сохраняется видоизмененный соответствующим образом R-матричный подход и наличие бесконечного набора законов сохранения [2].

В настоящей работе на онове нового принципа построения R-матрицы, предлагается широкий набор новых физических систем, допускающих точное решение. Важной особенностью предлагаемых моделей является то, что они представляют собой точно решаемые системы большей размерности, нежели в подавляющем большинстве решенных ранее задач. Стартовые статистические вершинные модели порождают квантовые (как спиновые, так и фермионные) дискретные модели, которые, в свою очередь, тесно связаны с соответствующими непрерывными классическими моделями.

Одна из моделей, рассматриваемая нами, есть трехмерная статистическая модель, а производные квантовые модели представляют собой двумерные спиновую и фермионные решеточные системы.

В соответствии с этим, целью настоящей работы является исследование симметрийных и физических свойств этих систем.

Научная новизна работы заключается в получении и исследовании новых точно решаемых моделей в области трехмерной статистики и двумерной дискретной квантовой механики. Предлагаемая нами трехмерная статистическая модель является, по сути дела, первой точно решенной моделью статистической физики, имеющей физическую трактовку. Двумерная квантовая модель есть первая двумерная дискретная квантовая модель, представляющая набор цепочек с взаимодействием между ближайшими соседями.

Практическая значимость. Полученные результаты будут иметь применение в статистической физике и в квантовой механике (дискретные спиновые и фермиевские системы) при поиске и последующем исследовании новых точно решаемых моделей подобного рода, развития соответствующих схем теории возмущений. Эти результаты расширяют наши представления о возможных фазовых состояниях в решенных системах.

Основные положения, выносимые на защиту

I. Построена новая биплоскостная точно решаемая модель. Для нее доказано уравнение Янга-Бакстера. Выписаны уравнения анзаца Бете, при помощи процедуры Хюльтена получено выражение для свободной энергии системы, позволяющее построить фазовую диаграмму модели. Показано, что при определенных значениях параметров задачи возможно существование принципиально новой фазы, в которой одна из подрешеток неупорядочена, а другая - сегнетоэлектрически упорядочена.

2. Показано, что точная интегрируемость биплоскостной модели не нарушается при включении внешнего электрического поля в плоскости. Для этого случая также доказано уравнение Янга-Бакстера, выписаны уравнения анзаца Бете и выражение для свободной энергии.

3. Биплоскостная модель обобщена на случай произвольного числа плоскостей с локальным взаимодействием. Доказана справедливость уравнения Янга-Бакстера и получены уравнения анзаца Бете. Это означает, что обнаружена первая точно решаемая статистическая модель размерности 3.

4. Найдены гамильтонианы точно решаемых многоцепочечных квантовых (спиновых и фермиевских) систем с взаимодействием между ближайшими цепочками. Такие системы можно трактовать как эффективно двумерные. При помощи уравнений анзаца Бете получены выражения для энергии основного состояния модели.

<u>Публикации.</u> Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Borovick A.E., Kulinich S.I., Popkov V.Yu., Strzhemechny Yu.M., New class of completely integrable bi-plane 2D vertex models - Kharkov. - 1991 - (Preprint ILTPE 29-91) 9 P.

2. Borovick A.E., Kulinich S.I., Popkov V.Yu., Strzhemechny Yu.M., A new completely integrable bi-plane 2D vertex model // Phys.Lett. A. - 1993. - V.174, N 5,6. - P.407-410.

3. Borovick A.E., Kulinich S.I., Popkov V.Yu., Strzhemechny Yu.M., A new class of completely solvable bi-plane 2d vertex models - Vienna. - 1993 - (Preprint ESI 12) 36 P.

4. Borovick A.E., Popkov V.Yu., Strzhemechny Yu.M., Zvyagin A.A., Exactly solvable multi-chain quantum model - Kharkov. - 1991 - (Preprint ILTPE 28-91) 9 P.

5. Боровик А.Е., Звягин А.А., Попков В.Ю., Стржемечный Ю.М., Точно решаемая многоцепочечная квантовая модель // Письма в ЖЭТФ. - 1992. - Т.55, В.5. - С.293-296.

Апробация работы. Результаты, вошедшие в диссертацию, докладывались на международной рабочей группе "Связь физики и математики" (Вена, 1992), семинаре по физике твердого тела Центра нелинейных исследований Лейпцигского университета (Лейпциг, 1992), VIII международной рабочей группе по нелинейным эволюционным уравнениям и динамическим системам NEEDS'92 (Дубна, 1992), школе физиков-теоретиков "Коуровка" (1992), международной рабочей группе "Точно решаемые двумерные модели в теории поля" (Вена, 1993), на семинарах ФТИНТ АН Украины.

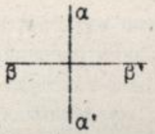
Структура и объем. Диссертация состоит из введения, трех глав, заключения, приложения и списка литературы. Объем работы составляет 92 страницы и включает 12 рисунков и список цитируемой литературы из 53 наименований.

ОСНОВНОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обосновывается актуальность и новизна работы а также кратко излагается содержание диссертации.

В главе I "НОВАЯ БИПЛОСКОСТНАЯ ТОЧНО РЕШАЕМАЯ СТАТИСТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ" мы рассматриваем биплоскостную модель - точно решаемую модель, являющуюся простейшим, а поэтому наиболее полно исследованным примером факторизуемой (в указанном выше смысле) системы.

Раздел I.I посвящен общему описанию вершинных моделей и обзору литературы. Вершинными называют решеточные модели, в которых связи между узлами имеют, как правило, дипольный характер, а узлы решетки с определенной конфигурацией дипольных моментов принято называть, соответственно, вершинами. В зависимости от числа разрешенных вершинных конфигураций, а также от структуры "несущей" решетки меняются и свойства системы (в том числе и ее точная решаемость). Характерной точно решаемой системой является шестивершинная модель на квадратной решетке с размерами $N \times M$ с торидальными граничными условиями [3]. Для этой модели отличными от нуля энергиями ε_1 обладают вершины, удовлетворящие так называемому правилу льда: два дипольных вектора входят в узел и два из него выходят. К тому же, модель инвариантна по отношению к обращению всех дипольных векторов. Представим вершинную диаграмму узла в виде:



Общее выражение для больцмановского веса вершины может быть записано следующим образом:

$$V_{\alpha}^{\alpha'}(\beta,\beta'|\lambda) = \sum_{j=1}^{4} w_j(\lambda)\, \sigma^j_{\beta\beta'}\, \sigma^j_{\alpha\alpha'}.$$

где $w_1(\lambda) = w_2(\lambda) = c(\lambda)/2$; $w_3 = (a(\lambda) - b(\lambda))/2$; $w_4 = (a(\lambda) + b(\lambda))/2$; $a(\lambda):b(\lambda):c(\lambda) = \sin(\lambda + \eta):\sin(\lambda - \eta):\sin 2\eta$, а $\sigma^j_{11'}$ есть матричный элемент с индексами 11' матриц Паули σ^j:

$$\sigma^1 = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma^2 = \begin{pmatrix} 0 & -1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix};\ \sigma^3 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -1 \end{pmatrix};\ \sigma^4 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

С использованием больцмановских весов конструируется трансфер-матрица типа "ряд-ряд":

$$T^{\{\alpha'\}}_{\{\alpha\}} = \sum_{\beta_1} \cdots \sum_{\beta_N} \prod_{n=1}^{N} V_{\alpha_n}^{\alpha'_n}(\beta^n,\beta^{n+1})$$

где индекс n нумерует узлы в ряду. Через трансфер-матрицу выражается статистическая сумма системы

$$Z = \sum_{\{\alpha^1\}} \cdots \sum_{\{\alpha^M\}} T^{\{\alpha^2\}}_{\{\alpha^1\}} \cdots T^{\{\alpha^1\}}_{\{\alpha^M\}}$$

где $\{\ldots\}$ обозначает конфигурацию вертикальных стрелок в ряду.

Интерес представляют производные от статистической суммы термодинамические потенциалы. Так, для удельной свободной энергии f в термодинамическом пределе получаем с экспоненциальной степенью точности

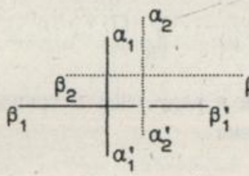
$$f \propto \lim_{M,N\to\infty} \frac{1}{MN} \ln Z = \lim_{M,N\to\infty} \frac{1}{MN} \ln Sp\, T^M$$

Это значит, что двумерная задача статистики сводится к нахождению спектра оператора трансфер-матрицы.

В следующем разделе кратко излагается математический аппарат квантового метода обратной задачи рассеяния [I], центральным местом которого является уравнение Янга-Бакстера, определяющее правила перемножения для всех операторов, описывающих динамику. Уравнение Янга-Бакстера позволяет вывести соотношения, получившие название алгебраического анзаца Бете. Уравнения анзаца Бете представляют собой трансцендентную форму записи спектра трансфер-матрицы.

При помощи процедуры Хюльтена (см., например [4]) для случая $N \to \infty$ можно построить фазовую диаграмму шестивершинной модели. В области $\Delta = \cos 2\eta > 1$ при достаточно низких температурах реализуется сегнетоэлектрическая фаза. В области $-1 < \Delta < 1$ реализуется неупорядоченная фаза. К этой области принадлежит точка, соответствующая пределу бесконечно большой температуры. Область же $\Delta < -1$ соответствует антисегнетоэлектрической фазе.

В п.I.3. приведено нетривиальное обобщение шестивершинной модели на случай двух взаимодействующих решеток (плоскостей). В качестве элементарного объекта теперь выбирается не простая вершина, а составной "биузел", который можно описать следующей диаграммой



Каждому биузлу ставится в соответствие больцмановский вес вида

$$\tilde{V}^{\alpha_1'\alpha_2'}_{\alpha_1\alpha_2}(\beta_1,\beta_2;\beta_1',\beta_2') = V^{\alpha_1'}_{\alpha_1}(\beta_1,\beta_1')V^{\alpha_2'}_{\alpha_2}(\beta_2,\beta_2')\exp(-\varepsilon_{12}/kT)$$

где ε_{12} - энергия взаимодействия между вершинами биузла.

Впервые точно решаемая биплоскостная модель была предложена в работах Шастри [5]. Он показал, что при условии $\Delta = 0$ трансфер-матрица модели порождает бесконечный набор законов сохранения. Однако Шастри не смог получить анзаца Бете и исследовать фазовую диаграмму для предложенной модели. Бариев [6], с использованием техники "диагональных" трансфер-матриц, получил уравнения анзаца Бете и выписал выражение для свободной энергии этой системы.

В диссертации предложена новая точно решаемая биплоскостная модель. Рассматривается случай $\varepsilon_{12} = hkT(\alpha_2\beta_1' - \alpha_1'\beta_2)$ (h - вещественная константа, k - постоянная Больцмана, T - температура). Наша модель допускает в каждой подрешетке шестивершинную модель общего положения, не требующую априорно ограничения $\Delta = 0$. К тому же, больцмановские веса узлов для одного и того же типа вершины в разных плоскостях могут не совпадать.

Нам удалось доказать в аналитическом виде уравнение Янга-Бакстера для нашей модели, т.к. и локальный оператор перехода биузла, и трансфер-матрица типа "биряд-биряд" факторизуются по плоскостям.

Доказательству уравнения Янга-Бакстера и сопутствующих ему лемм для новой биплоскостной модели посвящен п.I.4.

В следующем разделе диссертации выводится соответствующий анзац Бете и строится фазовая диаграмма модели для простейшего случая $\eta = \pi/4$ ($\Delta = 0$).

В пределе $N \to \infty$ выражение для свободной энергии модели имеет вид:

$$f = -\frac{kT}{4\pi}\left\{\int_0^{\pi\xi_1} \ln\left[\frac{\operatorname{ch}\Phi_2^+ + \cos k}{\operatorname{ch}\Phi_2^- - \cos k}\right] dk + \int_0^{\pi\xi_2} \ln\left[\frac{\operatorname{ch}\Phi_1^- + \cos k}{\operatorname{ch}\Phi_1^+ - \cos k}\right] dk + \right.$$
$$\left. + \pi\,(|\Phi_1^+| + |\Phi_2^-| - 2\,\zeta)\right\}$$

где ξ_i - внутренние параметры задачи, характеризующие состояние системы; $\Phi_i^{\pm} = \zeta \pm 2h(1 - 2\xi_i)$; $\zeta = \ln(b/a)$. Физической областью определения свободнй энергии есть $\xi_i \in [0, \ldots, 1]$. Минимизация функции f по ξ_i позволила получить при помощи компьютера фазовую диаграмму модели, приведенную на рис.I.

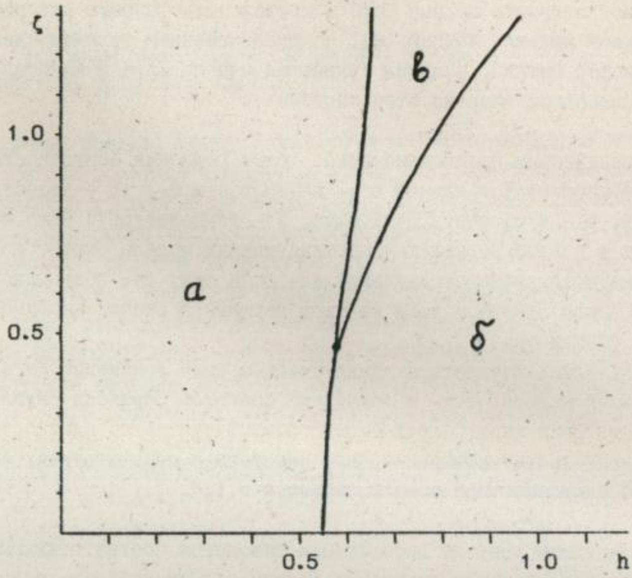


Рис.I.

Фазовая диаграмма биплоскостной модели

На диаграмме указаны три фазы:

а) Неупорядоченная фаза - обе плоскости находятся в параэлектрическом состоянии (в каждой из плоскостей реализуются все типы вершин).

б) Двухподрешеточная "ферриэлектрическая" фаза - обе плоскости находятся в сегнетоэлектрическом состоянии, но их векторы поляризации взаимно перпендикулярны.

в) Промежуточная фаза - одна из плоскостей находится в сегнетоэлектрическом состоянии, в то время как другая - в неупорядоченном, соответствующем состоянию параэлектрика во внешнем поле. Эта фаза является самой интересной, поскольку описывает систему с сосуществующими порядком и беспорядком. Линия, разделяющая фазы а) и б), а) и в), отвечает фазовому переходу первого рода, а линия между фазами б) и в) - фазовому переходу второго рода.

Важным свойством нашей модели является то, что она без потери точной интегрируемости допускает введение внешнего электрического поля с напряженностью $\vec{E} = (E, E')$. Эта задача рассматривается в п.1.6. Все выкладки проводятся по аналогии с бесполевой ситуацией, но с учетом того, что нарушение инвариантности системы относительно обращения дипольных векторов превращает двухпараметрическую модель в четырехпараметрическую.

При $\Delta = 0$ выражение для свободной энергии биплоскостной системы во внешнем поле имеет вид:

$$f = -\frac{kT}{4\pi}\left\{\pi\left(|\Phi_1^+(\zeta+2E')| + |\Phi_2^-(\zeta+2E')| - (2\zeta + E(1-\xi_1-\xi_2)\right) + \right.$$

$$\left. + \int_0^{\pi\xi_1} \ln\left[\frac{\operatorname{ch}\Phi_2^+(\zeta-2E') + \cos k}{\operatorname{ch}\Phi_2^-(\zeta+2E') - \cos k}\right] dk + \int_0^{\pi\xi_2} \ln\left[\frac{\operatorname{ch}\Phi_1^-(\zeta-2E') + \cos k}{\operatorname{ch}\Phi_1^+(\zeta+2E') - \cos k}\right] dk\right\}$$

Помимо ранее существовавших фаз а), б) и в) появляется фаза г) - обе плоскости находятся в неупорядоченном состоянии, соответствующем состоянию параэлектрика во внешнем поле, но с разным значением этого "поля" для разных плоскостей.

При переходе к рассмотрению трехмерных систем имеется два разных пути обобщения техники трансфер-матрицы.

Первый состоит в трехмерном обобщении собственно уравнения Янга-Бакстера. Это предполагает, что у искомых трехмерных систем локальные статистические веса являются решениями уравнения тетраэдров [7]. Возникающие в этом случае трансфер-матрицы имеют характер "плоскость-плоскость". Замолодчикову [7], Бакстеру и Квиспелу [8] удалось достаточно подробно исследовать такую систему. Однако, эта модель далека от реальности, т.к. больцмановские веса элементарных ячеек могут принимать отрицательные значения.

Второй путь обобщения заключается в поиске систем, представляющих собой набор плоскостей, взаимодействующих друг с другом. Локальные статистические веса системы являются по-прежнему решением уравнения треугольников, но на классе матриц размерности 4^K, где K - число взаимодействующих плоскостей. Для успешного применения квантового метода обратной задачи необходимо, чтобы локальные статвеса, а, следовательно, и трансфер-матрицы "плоскость-плоскость" могли быть нетривиально факторизованы по плоскостям.

Во второй главе "ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ МНОГОПЛОСКОСТНЫЕ МОДЕЛИ" нами предлагается модель, иллюстрирующая второй способ трехмерного обобщения техники трансфер-матрицы. Наша система представляет собой K плоскостей, связанных друг с другом взаимодействием такого же характера, что и в биплоскостной модели. Многоплоскостная модель допускает точное решение как в случае периодических по плоскостям граничных условий, так и в случае свободных граничных плоскостей. Статвес мультиузла имеет вид

$$\tilde{W}^{\{\alpha'_{æ}\}}_{\{\alpha_{æ}\}}(\{\beta_{æ}\};\{\beta'_{æ}\}) = \prod_{æ=1}^{K} [V^{\alpha'_{æ}}_{\alpha_{æ}}(\beta_{æ},\beta'_{æ}) \exp(-\varepsilon_{æ}/kT)] ,$$

где $\varepsilon_{æ} = hkT(\alpha_{æ}\beta'_{æ-1} - \alpha'_{æ-1}\beta_{æ})$.

Нами доказаны уравнение Янга-Бакстера вместе с сопутствующими леммами и выписаны выражения для соответствующего алгебраического анзаца Бете. Интересно, что факторизованная структура всех величин дает возможность вывода уравнений анзаца Бете без обращения к полному уравнению Янга-Бакстера.

Для $\eta^{(æ)} = \pi/4$ в пределе $N \to \infty$ выписывается соответствующее выражение для свободной энергии системы:

$$f = -\frac{kT}{2\pi K} \sum_{æ=1}^{K} \left\{ \int_{0}^{\pi\xi_{æ}} \ln\left(\frac{\operatorname{ch} \Phi^{+}_{æ} + \cos k}{\operatorname{ch} \Phi^{-}_{æ} - \cos k}\right) dk + \pi(|\Phi^{+}_{æ}| - \zeta^{(æ)}) \right\}$$

где $\Phi^{\pm}_{æ} = \zeta^{(æ)} \pm 4h(\xi_{æ+1} - \xi_{æ-1})$.

Задача минимизации потенциала f по $\{\xi_{æ}\}$ пока не была исследована в той же мере, что и для биплоскостной модели, однако полученные предварительные результаты представляются весьма интересными. Например, при $h > \frac{\pi}{8}$ можно утверждать, что не существует многоподрешеточной полностью неупорядоченной фазы.

В главе 3 "ТОЧНО РЕШАЕМЫЕ МУЛЬТИКОМПОНЕНТНЫЕ КВАНТОВЫЕ ЦЕПОЧКИ" мы переходим от статистических моделей к рассмотрению ассоциированных с ними точно решаемых дискретных квантовых систем. Среди сохраняющихся величин, порождаемых коммутирующими трансфер-матрицами, содержатся гамильтонианы систем, достаточно физичных по содержанию. Так, шестивершинная модель порождает хорошо известный спиновый гамильтониан XXZ-цепочки для спина 1/2 т.е. анзац Бете для статистической модели задает спектр указанного гамильтониана. Воспользовавшись преобразованиями Иордана-Вигнера мы можем преобразовать гамильтониан XXZ-цепочки в точно решаемый гамильтониан бесспиновых фермионов.

В п.3.I дан краткий обзор точно решаемых многоподрешеточных квантовых систем, известных на сегодняшний день. Так, например, в [5] Шастри показал, что предложенная им двухплоскостная вершинная модель порождает гамильтониан цепочки Хаббарда и спиновый гамильтониан двух XY-цепочек с изинговским взаимодействием между ними.

Для двухкомпонентного спинового гамильтониана, предложенного Бариевым [9], интересен тот факт, что в основном состоянии в отсутствии магнитного поля намагниченность системы вдоль оси z отлична от нуля. Однако, физическая применимость многоподрешеточного обобщения этой модели ограничена из-за дальнодействующего характера взаимодействия между подрешетками.

Модель, предложенная в [I0] интересна тем, что в ней оказываются возможными межподрешеточные перескоки возбуждений.

Во втором пункте этой главы мы предлагаем точно решаемую двумерную спиновую квантовую модель, в которой взаимодействие между ближайшими цепочками в плоскости представляет собой взаимодействие между узлами, лежащими внутри первой координационной сферы. В этой работе мы выписали уравнения алгебраического анзаца Бете, а также выражения для энергии основного состояния.

Трансфер-матрица многоплоскостной модели порождает спиновый гамильтониан для спиновых операторов $\sigma^1_{n,\varkappa}$

$$\tilde{\mathscr{H}}_s = -\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{\varkappa=1}^{K}(\sigma^+_{n,\varkappa}\sigma^-_{n+1,\varkappa}\exp(4i\phi(\sigma^3_{n,\varkappa+1}-\sigma^3_{n,\varkappa-1})) + \text{э.с.}) +$$

$$+ 2\Delta^{(\varkappa)}\sigma^3_{n,\varkappa}\sigma^3_{n+1,\varkappa} + 2H\sigma^3_{n,\varkappa})$$

где $\phi = -ih$ - константа взаимодействимя между спиновыми цепочками в плоскости, э.с. означает эрмитово сопряжение, $\Delta^{(\varkappa)} = \cos(2\eta^{(\varkappa)})$ - константы обменной анизотропии для каждой цепочки, а H - внешнее постоянное магнитное поле. Модифицированные для мультииндексного случая преобразования Иордана-Вигнера связывают спиновый гамильтониан с гамильтонианом двумерной системы взаимодействующих бесспиновых фермионов

$$\tilde{\varkappa}_f = -\frac{1}{2}\sum_{n=1}^{N}\sum_{\varkappa=1}^{K}\Big\{\mathfrak{G}^+_{n+1,\varkappa}\mathfrak{G}_{n,\varkappa}\exp(4i\phi(\mathfrak{G}^+_{n,\varkappa+1}\mathfrak{G}_{n,\varkappa+1} - \mathfrak{G}^+_{n,\varkappa-1}\mathfrak{G}_{n,\varkappa-1})) + \text{э.с.}) +$$

$$+ 2\Delta^{(\varkappa)}(1 - 2\mathfrak{G}^+_{n,\varkappa}\mathfrak{G}_{n,\varkappa})(1 - 2\mathfrak{G}^+_{n+1,\varkappa}\mathfrak{G}_{n+1,\varkappa}) + 2H(1 - 2\mathfrak{G}^+_{n,\varkappa}\mathfrak{G}_{n,\varkappa})\Big\}$$

$\mathfrak{G}^+_{n,\varkappa}$ и $\mathfrak{G}_{n,\varkappa}$ - фермиевские операторы рождения и уничтожения, соответственно.

Для спинового гамильтониана межцепочечное взаимодействие проявляется лишь для случая свободных граничных цепочек в поправках конечного размера, которые существенны при рассмотрении мезоскопических систем. Например, для $\Delta^{(\varkappa)} = 0$ энергия основного состояния, в котором в $\varkappa$-той цепочке имеется $n_\varkappa$ спинов вниз, равна

$$\tilde{E}_0 = -\sum_{\varkappa=1}^{K}\left\{\frac{2\sin(\pi n_\varkappa/N)\cos[(4\phi(n_{\varkappa-1} - n_{\varkappa+1})+\pi)/N]}{\sin(\pi/N)} - 2Hn_\varkappa\right\}.$$

В нулевом магнитном поле взаимодействие между цепочками вносит вклад в энергию порядка I/N. Отличное от нуля магнитное поле может привести к существенной зависимости главного члена в выражении для энергии основного состояния от константы межцепочечного взаимодействия.

ЛИТЕРАТУРА

I. Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д., Квантовый метод обратной задачи и XYZ модель Гайзенберга // УМН. - 1979. - Т.34, В.5. - С.I5-63.

2. Тахтаджян Л.А., Фаддеев Л.Д., Гамильтонов подход в теории солитонов, - М.: Наука, I986 - 528 С.

3. Lieb E.H. Exact analysis of an interacting Bose-gas. 2. The excitation spectrum. // Phys.Rev. - 1963. - V.130 N 4 P. 1616.

4. Бэкстер Р., Точно решаемые модели в статистической механике, - М.: Мир, I985 - 488 С.

5. Shastry B.S., Infinite conservation laws in the one-dimensional Hubbard model // Phys.Rev.Lett.. - 1986. - V.56, N 15. - P.1529-1531.

6. Бариев Р.З., Точное решение классического аналога I-мерной модели Хаббарда // ТМФ. - 1982. - Т.2, В.313-320.

7. Замолодчиков А.Б., Уравнения тетраэдров и интегрируемые системы в трехмерном пространстве // ЖЭТФ. - 1980. - Т.79, В.2(8). - С.641-664.

8. Baxter R.J., Quispel G.R.W., Hamiltonian limit of the 3D Zamolodchikov model // J.Stat.Phys.. - 1990. - V.42, N 12. - P.7647-7650.

9. Bariev R.Z., Integrable spin chain with two- and three-particle interactions // J.Phys.A.. - 1991. - V.24, N 10. - P.L549-L553.

10. Popkov V.Yu., Zvyagin A.A., // Phys.Lett.A. (accepted for print).

Ответственный за выпуск - канд. физ.-мат. наук
Кулинич С.И.

N подписано к печати 05.05.1993 г. физп.л. I,0,
учетн.изд. л. I,0 Заказ N 49, тираж 100 экз.

Ротапринт ФТИНТ АН Украины, 310164, Харьков-164, пр.Ленина, 47