

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ УКРАИНЫ  
Киевский ордена Трудового Красного Знамени  
инженерно-строительный институт

на правах рукописи

ЩУ МИНЬ

ПРОСТРАНСТВЕННОЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОЕ  
СОСТОЯНИЕ УЗЛОВЫХ СОЕДИНЕНИЙ

Специальность 05.23.17 - Строительная механика

Автореферат  
диссертации на соискание ученой степени  
кандидата технических наук

Киев - 1993



ДВ 27.475

Работа выполнена на кафедре строительной механики Киевского инженерно-строительного института.

- Научный руководитель - доктор технических наук, профессор В.К.Чибиряков
- Официальные оппоненты - доктор технических наук, Никитин С.К., кандидат технических наук, Косенко В.И.
- Ведущая организация - КиевЗНИИЭП

Защита диссертации состоится 18 июня 1993 г. в 13 часов на заседании специализированного совета К 068.05.04 Киевского инженерно-строительного института по адресу: 252037, Воздухо-флотский проспект, 31.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке института.

Автореферат разослан " " 1993 г.

Ученый секретарь  
специализированного совета  
кандидат технических наук, доцент

Г.И.Мельниченко

ЛНБ України ім. В. Стефаніка



00814335 (0)

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

Актуальность темы. Ускорение научно-технического прогресса в таких важных отраслях как машиностроение, строительство и др. ставит важный вопрос о повышении эффективности конструкций и, соответственно, совершенствовании методов расчета конструкций. В этой связи ведущая роль отводится математическому моделированию, которое позволяет реально описывать характер работы, полнее учитывать физические свойства материалов в создаваемых конструкциях.

В инженерной практике значительное место занимают конструкции с узловыми соединениями. Например, каркас, рама, коробчатая конструкция. С позиций пространственной задачи теории упругости понятие узел является условным, так как конструкцию следует рассматривать как одно пространственное тело сложной формы. Однако, в строительной механике при расчете конструкций сложной конфигурации удобным является разбиение конструкции на элементы простой формы, в особенности, если эти элементы рассматриваются с позиций упрощенных теорий. В этом случае возникает необходимость введения таких элементов как узлы. Под узлом будем понимать такую часть конструкции, выделение которой разбивает исходную конструкцию на простые элементы, удовлетворяющие определению бруса, пластины или оболочки.

В строительных конструкциях узел имеет важное функциональное назначение и индивидуальное конструктивное решение. Конструктивные решения узловых соединений могут быть разными. Они могут быть монолитными, сборными или сборно-монолитными. В конструкции узловое соединение является регулятором усилий в системе. Его жесткость или податливость в значительной степени влияет на распределение усилий в конструкции. В то же время, прочность узлов является важным фактором, характеризующим несущую способность конструкции, так как в них часто наблюдается концентрация и повышение усилий. Поэтому в настоящее время исследование жесткостных характеристик узловых соединений и напряженно-деформированного состояния в конструкции вблизи их является важной задачей строительной механики. Оно способствует решению актуальной проблемы проектирования строительных конструкций и повышению их эффективности.

Целью работы является разработка практической численно-аналитической методики расчета конструкций с узловыми соединениями на силовые воздействия, основанной на развитии уточненной теории брусьев,

пластин и оболочек с дальнейшим решением редуцированных краевых задач численными методами с использованием метода перемещений и анализ на ее основе напряженно-деформированного состояния вблизи узловых соединений.

Научная новизна работы заключается в следующем :

- предложена эффективная методика расчета конструкций с узловыми соединениями на основе уравнений пространственной задачи теории упругости с применением метода перемещений ;
- выделено три типа конечных элементов из конструкций узловых соединений - прямой, угловой элементы и элемент крестообразного узла, проведено понижение размерности исходных уравнений для каждого типа элементов к одномерным разрешающим уравнениям методом И.Н.Векуа ;
- с целью построения матриц жесткости конечных элементов на основе редуцированных уравнений поставлены краевые задачи, которые решаются методом дискретной ортогонализации С.К.Годунова, сформирована матрица жесткости конструкции на основе матриц жесткости конечных элементов ;
- создан программный вычислительный комплекс, ориентированный на применение мини-ЭВМ и ПЭВМ ;
- получены новые результаты о напряженно-деформированном состоянии конструкций узловых соединений ;
- предложена методика вычисления коэффициента податливости узлового соединения.

Практическое значение работы. Полученные результаты исследований позволяют изучать НДС вблизи узловых соединений и их влияние на распределение усилий в конструкции, дают основание для конструктивного решения узловых соединений. Коэффициенты податливости узловых соединений, вычисленные по предложенной методике, могут быть использованы при расчете конструкций с узловыми соединениями по стержневой модели для уточнения внутренних усилий.

Апробация работы. Материалы диссертации доложены на 53-й научно-практической конференции Киевского инженерно-строительного института (Киев, 1992 г.).

Публикации. По теме диссертации опубликовано три работы .

Объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, пяти глав, заключения, списка литературы, включающего 116 наименований. Общий объем работы 178 страниц машинописного текста, включая 80 рисун-

## СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована актуальность рассматриваемой задачи и дан обзор публикаций, посвященных исследованию напряженно-деформированного состояния конструкций узловых соединений.

Исследованию жесткостных характеристик и податливости узловых соединений, основанному на экспериментальном и экспериментально-теоретическом методах, посвящены работы Байкова В.Н., Быченкова Ю.Д., Васильева А.П., Котляра Н.А., Крылова С.М., Морозова Н.В., Ржаницына А.Р., Сигалова Э.Е., Соловьева-Холмогорова В.В., Шапиро Г.А. и других авторов. Однако, разработанные отдельные методы расчета жесткостных характеристик основаны на применении эмпирических формул с введением в них эмпирических коэффициентов, пригодных лишь для конкретных видов узлов.

Применению аналитического и численно-аналитического методов для изучения нетонких брусьев, пластин и оболочек, которые могут являться элементами массивных конструкций, узловых соединений, посвящены работы Баженова В.А., Гольденвейзера А.А., Гуляра А.И., Власова В.З., Векуа И.Н., Космодамианского А.С., Лурье А.И., Милейковского И.Е., Сахарова А.С., Шалдырвана В.А., Чибирикава В.К. и др.

Анализ литературных источников показал, что в настоящее время отсутствует единая теория описания напряженно-деформированного состояния вблизи узловых соединений конструкций. Многообразие подходов к решению этой проблемы объясняется ее сложностью. Сложный пространственный характер НДС вблизи узловых соединений приводит к необходимости обобщения методов теории стержней, пластин и оболочек на основе использования аналитического метода понижения размерности исходных уравнений пространственной задачи теории упругости. Из-за сложности геометрии конструкции с узловыми соединениями и значительного числа элементов задача рассматривается на основе метода перемещений, что позволяет изучать взаимодействие элементов конструкций с учетом различных вариантов узловых соединений.

В первой главе рассмотрена постановка задачи. Исходная задача рассматривается как пространственная задача теории упругости. Рассчитываемую часть конструкции с узловыми соединениями, рассматриваемую как массивное тело сложной формы, предлагается расчленить на отдельные элементы простой формы в виде прямоугольного параллелепипеда (бру-

са), толстой пластины и оболочки. Пространственная постановка исходной задачи приводит к необходимости введения промежуточных (переходных) элементов, которые в дальнейшем называются узловыми, введение которых позволяет осуществить сопряжение отдельных элементов в систему.

Выделено три типа конечных элементов — прямой, угловой элемент и элемент крестообразного узла. Прямой элемент, торцевые сечения которого параллельны, моделируется как простой элемент конструкции, например, ригель, колонна и т.п. Угловой элемент и элемент крестообразного узла являются узловыми элементами. Введение углового элемента необходимо для перехода от одного прямого элемента к другому, расположенному под углом к первому. Элемент крестообразного узла выделен из конструкции Т-образного или крестообразного узловых соединений. Первые два типа элементов могут быть переменной толщины, третий имеет прямоугольную форму (рис. 1).

Вследствие расчленения конструкции на конечные элементы задача расчета НДС конструкции сводится к расчету отдельных конечных элементов и их сочленению. НДС отдельных элементов удобно рассматривать в местной системе координат. Для прямого элемента и элемента крестообразного узла выбираем декартову систему координат, ось  $Ox$  которой совпадает с направлением осевой линии и перпендикулярна к торцевым сечениям. Для элемента, торцевые сечения которого находятся под некоторым углом, удобно выбирать криволинейную систему координат. Полюс  $O$  находится в точке пересечения крайних сечений элемента. В качестве параметров, определяющих положение точки в плоскости, выбран радиус  $r$  и длина дуги  $S$ , отсчитываемая вдоль окружности радиуса  $r$ .

Исходные уравнения НДС для конечных элементов в локальных системах координат представлены в виде систем дифференциальных уравнений в частных производных первого порядка. С этой целью в качестве разрешающих функций выбраны компоненты вектора перемещений и тензора напряжений. При таком выборе неизвестных граничные условия имеют вид алгебраических соотношений.

Связь между элементами моделируется с помощью упругих стержней конечной жесткости  $K_x$ ,  $K_y$ ,  $K_z$ , параллельных соответствующим осям координат. Значения жесткостей упругих стержней могут быть переменными в сечении, что позволяет моделировать неполный контакт и локальную связь между элементами.

Во второй главе предложен двухэтапный подход к решению исходной задачи. На первом этапе понижается размерность уравнений пространственной задачи теории упругости, на втором — редуцированные уравнения

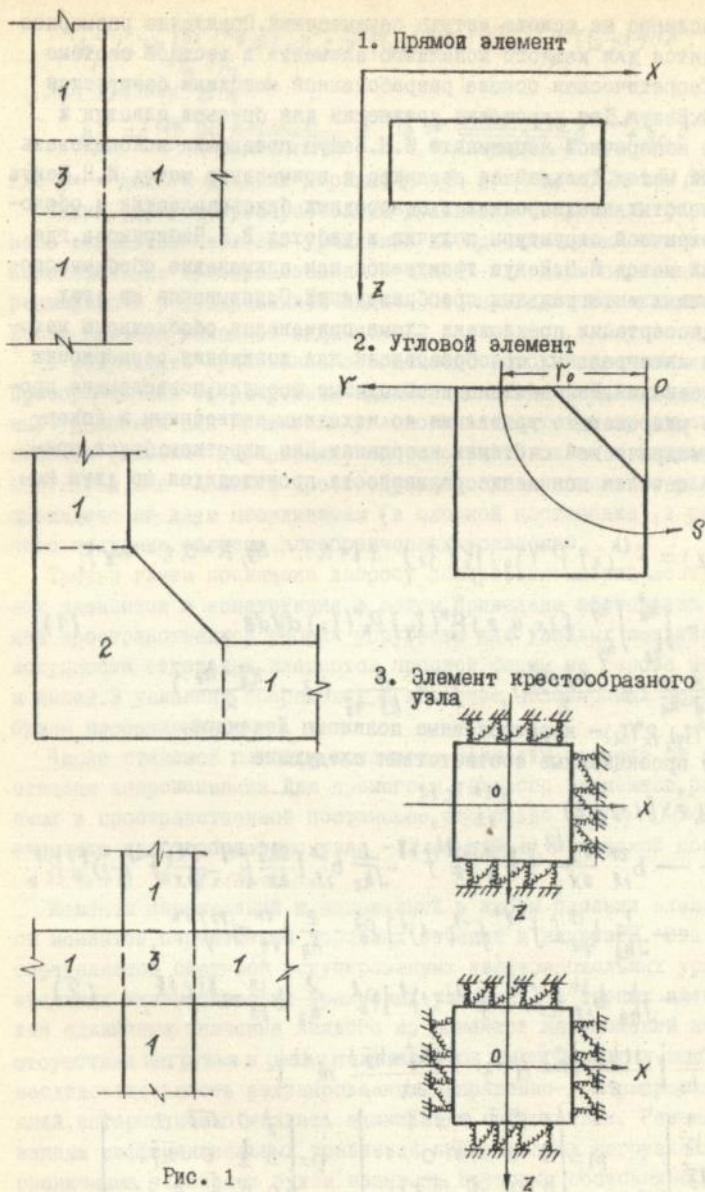


Рис. 1

решаются численно на основе метода перемещений. Понижение размерности производится для каждого конечного элемента в местной системе координат. Теоретическая основа разработанной методики базируется на идее И.Н.Векуа. Для упрощения уравнений для брусьев, пластин и оболочек по поперечной координате И.Н.Векуа предложил использовать проекционный метод. Дальнейшее развитие и применение метод И.Н.Векуа в расчете толстых неоднородных и однородных брусьев, пластин и оболочек несимметричной структуры получил в работах В.К.Чибирькова, где проекционный метод И.Н.Векуа трактуется как применение обобщенного метода конечных интегральных преобразований. Основываясь на этих работах, в диссертации предложена схема применения обобщенного метода конечных интегральных преобразований для понижения размерности исходных уравнений. Разработаны необходимые формулы, позволяющие просто строить разрешающие уравнения по исходным, записанным в декартовой и цилиндрической системах координат. Для короткого бруса прямоугольного сечения понижение размерности производится по двум координатам :

$$f(x, y, z) = f^{ik}(x) P_i^M(\xi y) P_K^N(\xi z) \quad (i=0, 1, \dots, N_y, K=0, 1, \dots, N_z),$$

$$f^{ik}(x) = \int_{\frac{h_2^-}{h_2}}^{\frac{h_2^+}{h_2}} \int_{\frac{h_1^-}{h_1}}^{\frac{h_1^+}{h_1}} f(x, y, z) P_i^M(\xi y) P_K^N(\xi z) dy dz, \quad (1)$$

где

$$\xi y = \frac{2}{h_1^+ - h_1^-} (y - \frac{h_1^+ + h_1^-}{2}), \quad \xi z = \frac{2}{h_2^+ - h_2^-} (z - \frac{h_2^+ + h_2^-}{2}),$$

$P_i^M(\xi y), P_K^N(\xi z)$  — нормированные полиномы Лежандра.

Основные проекционные соответствия следующие :

$$\varphi(x, y, z) f(x, y, z) \rightarrow b_{ie}^{ik} f^{ie},$$

$$\varphi \frac{\partial f}{\partial x} \rightarrow b_{ie}^{ik} \frac{\partial f^{ie}}{\partial x} + b_{ie}^{ik} m_{ie}^{ik} f^{ie} - \frac{1}{\sqrt{h_2}} b_{ie}^{ik} \left[ \frac{\partial h_2^+}{\partial x} f^{-i} - \frac{\partial h_2^-}{\partial x} f^{-i} (-1)^i \right] P_0^e,$$

$$\varphi \frac{\partial f}{\partial y} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{h_1}} b_{ie}^{ik} \left[ f^{+e} - f^{-e} (-1)^i \right] P_0^e - \frac{2}{h_1} b_{ie}^{ik} m_{ie}^{ik} f^{ie},$$

$$\varphi \frac{\partial f}{\partial z} \rightarrow \frac{1}{\sqrt{h_2}} b_{ie}^{ik} \left[ f^{+e} - f^{-e} (-1)^i \right] P_0^e - \frac{2}{h_2} b_{ie}^{ik} m_{ie}^{ik} f^{ie}, \quad (2)$$

где

$$m_{ie}^{ik} = \frac{1}{h_2} \left[ \frac{\partial (h_2^+ - h_2^-)}{\partial x} d_{ie}^{ik} + \frac{\partial (h_2^+ + h_2^-)}{\partial x} m_{ie}^{ik} \right]$$

$$\vec{P}_0 = \begin{bmatrix} 1 \\ \sqrt{3} \\ \sqrt{5} \\ \sqrt{7} \\ \vdots \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{1.5} & 0 & \sqrt{1.7} & \dots \\ 0 & 0 & \sqrt{3.5} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \sqrt{5.7} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix}, \quad D = \begin{bmatrix} \frac{1}{2} & 0 & \sqrt{1.5} & 0 & \dots \\ 0 & \frac{2}{2} & 0 & \sqrt{3.7} & \dots \\ 0 & 0 & \frac{5}{2} & 0 & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \frac{7}{2} & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \end{bmatrix},$$

$$b_{j\ell}^{ik} = \int_{h_z^-}^{h_z^+} \int_{h_y^-}^{h_y^+} \varphi(x, y, z) P_i^H(\xi_y) P_j^H(\xi_y) P_k^H(\xi_z) P_\ell^H(\xi_z) dy dz.$$

Для функции  $\varphi = r$

$$b_{j\ell}^{ik} = \delta^{ij} \left[ \frac{h_r}{2} \frac{1}{\sqrt{(2k+1)(2\ell+1)}} \delta^{k\ell} + \frac{h_r}{2} \frac{k}{\sqrt{(2k+1)(2\ell+1)}} \delta^{k-1, \ell} + h_{r0} \delta^{k, \ell} \right] \quad (3)$$

где  $\delta$  - дельта-функция Дирака,  $h_r = h_r^+ - h_r^-$ ,  $h_{r0} = (h_r^+ + h_r^-) / 2$ .

Таким образом, преобразование уравнений сводится к формальной замене элементов исходных уравнений их проекционными соответствиями. Использование преобразования по одной, или двум переменным понижает размерность редуцированной задачи, что приводит к снижению трудоемкости решения исходной задачи.

В результате применения обобщенного метода конечных интегральных преобразований сформированы одномерные обыкновенные дифференциальные уравнения для прямого и углового элементов в пространственной и плоской (плоская деформация) постановках. В связи с многосторонним контактом для элемента крестообразного узла понижение размерности проведено по двум координатам (в плоской постановке), в результате чего получена система алгебраических уравнений.

Третья глава посвящена вопросу построения матриц жесткости конечных элементов и конструкции в целом. Приведена постановка краевых задач пространственной теории упругости для узловых соединений как совокупности отдельных элементов простой формы на основе метода перемещений. В условиях сопряжения в качестве независимых переменных выбрана перемещения.

Число степеней свободы конечного элемента зависит от выбранной степени аппроксимации. Для прямого и углового элементов, рассматриваемых в пространственной постановке, оно равно  $6 \times (N_y + 1)(N_z + 1)$ , для элемента крестообразного узла -  $12 \times (N_y + 1)(N_z + 1)$ . В плоской постановке -  $4 \times (N_z + 1)$  и  $8 \times (N_z + 1)$ .

Моменты перемещений и напряжений в любом сечении элемента зависят от моментов перемещений торцевых сечений и нагрузки. Эта зависимость определяется системой редуцированных дифференциальных уравнений при заданных кинематических граничных условиях на торцах элемента. Задавая единичные значения каждого из моментов перемещений на торцах при отсутствии нагрузки и решая получающуюся краевую задачу, можно получить последовательность редуцированных напряженно-деформированных состояний, которые можно назвать единичными состояниями. Решение редуцированных дифференциальных уравнений при заданных нагрузках с нулевыми граничными условиями будем называть грузовым состоянием. Полное нап-

риженно-деформированное состояние конечного элемента в произвольном сечении есть суперпозиция единичных состояний, умноженных на соответствующие значения моментов перемещений на торцевых сечениях, и грузового состояния. Значения моментов напряжений в торцевых сечениях при единичных состояниях и грузовом состоянии в соответствующем порядке составляют матрицу жесткости рассматриваемого элемента и вектор узловых нагрузок:

$$R_3 = \begin{bmatrix} \Gamma_{nn} & \Gamma_{nk} \\ \Gamma_{kn} & \Gamma_{kk} \end{bmatrix}, \quad \vec{P}_3 = \begin{bmatrix} \vec{\sigma}_n^0 \\ \vec{\sigma}_k^0 \end{bmatrix}, \quad (4)$$

где подматрицы  $\Gamma_{nn}$ ,  $\Gamma_{nk}$  соответствуют моментам напряжений единичных состояний в начальном торце, а  $\Gamma_{kn}$ ,  $\Gamma_{kk}$  - в конечном. Размерность матрицы равна числу степеней свободы элемента;

$$\vec{\sigma} = (\sigma_x^0, \sigma_x^1, \dots, \overset{N_y N_z}{\sigma_x}, \overset{00}{\tau_{xy}}, \overset{01}{\tau_{xy}}, \dots, \overset{N_y N_z}{\tau_{xy}}, \overset{00}{\tau_{xz}}, \overset{01}{\tau_{xz}}, \dots, \overset{N_y N_z}{\tau_{xz}})';$$

Для элемента крестообразного узла они имеют вид:

$$R_3 = \begin{bmatrix} \Gamma_{11} & \Gamma_{12} & \Gamma_{13} & \Gamma_{14} \\ \Gamma_{21} & \Gamma_{22} & \Gamma_{23} & \Gamma_{24} \\ \Gamma_{31} & \Gamma_{32} & \Gamma_{33} & \Gamma_{34} \\ \Gamma_{41} & \Gamma_{42} & \Gamma_{43} & \Gamma_{44} \end{bmatrix}, \quad \vec{P}_3 = \begin{bmatrix} \vec{\sigma}_1^0 \\ \vec{\sigma}_2^0 \\ \vec{\sigma}_3^0 \\ \vec{\sigma}_4^0 \end{bmatrix}, \quad (5)$$

где  $\Gamma_{ij}$  - подматрица моментов напряжений в  $i$ -ом сечении, вызванных единичными моментами перемещений в  $j$ -ом сечении;

$$\vec{\sigma}_{1,2} = (\sigma_x^0, \sigma_x^1, \dots, \overset{N_y}{\sigma_x}, \tau_{xz}^0, \tau_{xz}^1, \dots, \overset{N_z}{\tau_{xz}})';$$

$$\vec{\sigma}_{3,4} = (\sigma_z^0, \sigma_z^1, \dots, \overset{N_y}{\sigma_z}, \tau_{xz}^0, \tau_{xz}^1, \dots, \overset{N_z}{\tau_{xz}})';$$

(в плоской постановке).

На основе полученных матриц жесткости элементов можно составить уравнения с неизвестными моментами перемещений в торцевых сечениях. В матричной записи они представляются в виде:

$$R \vec{U} + \vec{P} = 0, \quad (6)$$

где  $\vec{U}$  - вектор моментов перемещений торцевых сечений;

$\vec{P}$  - вектор узловых нагрузок;

$R$  - матрица жесткости системы.

Матрица жесткости системы сформирована на основе матриц жесткости конечных элементов. Вследствие выбора локальных систем координат для конечных элементов рассмотрено два варианта согласования матриц жесткости конечных элементов.

В первом случае локальные системы координат двух соседних элементов совпадают. При условии сопряжения составляются уравнения равновесия в общем сечении с учетом соотношения (4):

$$[r_{aa}^{-1} \quad r_{bb}^{-1} - r_{bb}^{-2} \quad -r_{bc}^{-2}] \begin{bmatrix} \bar{u}_a \\ \bar{u}_b \\ \bar{u}_c \end{bmatrix} + \bar{\sigma}_{b1}^0 - \bar{\sigma}_{b2}^0 = 0. \quad (7)$$

Матричные коэффициенты при моментах перемещений составляют соответствующие строки матрицы жесткости системы.

Во втором случае локальные системы координат повернуты на 90 градусов. Учитывая связи между двумя локальными системами координат и базисными функциями в них, получаем уравнения равновесия в сечении (в плоской постановке):

$$[-E_1 r_{ca}^{-1} \quad -E_1 r_{cb}^{-1} \quad r_{ca}^{-2} - E_1 r_{ca}^{-1} E_2 \quad -E_1 r_{cd}^{-1} E_2 \quad r_{ce}^{-2}] \begin{bmatrix} \bar{u}_a \\ \bar{u}_b \\ \bar{u}_c \\ \bar{u}_d \\ \bar{u}_e \end{bmatrix} + \bar{\sigma}_{c2}^0 - E_1 \bar{\sigma}_{c1}^0 = 0, \quad (8)$$

где  $E_1 = \begin{bmatrix} EE & 0 \\ 0 & EE \end{bmatrix}$ ,  $E_2 = \begin{bmatrix} 0 & -EE \\ EE & 0 \end{bmatrix}$ ,  $EE = \begin{bmatrix} I \\ -I \\ I \\ \dots \\ -I \end{bmatrix}$ .

Аналогично строится вектор узловых нагрузок.

Четвертая глава посвящена разработке вычислительных алгоритмов для решения поставленных задач.

Полученные редуцированные дифференциальные уравнения приведены к форме Коши. Для решения соответствующих краевых задач применяется метод дискретной ортогонализации С.К.Годунова. Между точками ортогонализации интегрирование редуцированных уравнений производится методом Рунге-Кутты-Мерсона четвертого порядка точности. Следует отметить, что для одного конечного элемента вычисление единичных состояний и грузового состояния осуществляет одновременно в процессе прямого хода прогонки с одним фундаментальным решением, что является преимуществом выбранного метода.

Анализ источников погрешности решения показал, что усечение бесконечной системы редуцированных уравнений является одной из главных причин погрешности. Неточности в матричных коэффициентах уравнений могут приводить к значительным погрешностям. Так как произведение двух усеченных матриц не всегда равно усеченной матрице, полученной из произведения двух бесконечных матриц, необходимо уточнить произведение матриц. С учетом особенности матриц В и М, уточнены значения усеченных матриц ВМ, ВМ', ВМ'М.

Для обеспечения устойчивости счета число точек ортогонализации необходимо увеличивать с повышением степени аппроксимации. Оно часто превышает число выдачи результатов и требует большого объема памяти ЭВМ. Применение специальной процедуры, разработанной для сохранения необходимой информации только в точках выдачи результатов, значительно уменьшает объем памяти.

Чтобы уменьшить трудоемкость расчета, в конструкции следует выделять как можно меньше типов конечных элементов с учетом геометрических и физических характеристик и обеспечения устойчивости счета. Одним из эффективных приемов здесь является алгоритм с учетом симметрии. Разработаны преобразующие матрицы, с помощью которых можно получать единичные состояния и грузовое состояние какого-либо элемента из соответствующих состояний ему симметричного элемента.

Полученные уравнения равновесия (6) решаются блочным методом Гаусса.

Для подтверждения достоверности получаемых результатов решены задачи об определении напряженно-деформированного состояния осесимметричной толстой пластины под действием поперечной равномерно-распределенной нагрузки, квадратной пластинки с внутренним отверстием под действием внутреннего давления и других объектов. Решение контрольных задач показало сходимость приближенных решений к известным. Установлено, что степень полиномиальной аппроксимации  $N=5$  является оптимальной, обеспечивая достаточную точность для практических расчетов (не более 2%) и не вызывая чрезмерных затрат ресурсов ЭВМ.

Алгоритмы решения задач статики конструкций с узловыми соединениями реализован в виде программного вычислительного комплекса на языке Фортран на мини-ЭВМ и персональных ЭВМ, включающего 40 подпрограмм.

В пятой главе приведены результаты исследования напряженно-деформированного состояния узловых соединений и их податливости.

Рассмотрены разные варианты узловых соединений. Поставлены и решены новые задачи об определении напряженно-деформированного состояния Г-, Т- и крестообразного узловых соединений.

Г-образный узел можно выделить в коробчатой конструкции, призматическом теле и т.п. С помощью введения углового элемента проведен расчет НДС коробчатой конструкции с разными соотношениями длины консоли и толщины. На рис.2 приведены результаты расчета одной из таких конструкций. Следует отметить пространственный характер распределения перемещений и напряжений не только в узловой зоне, но и на прямом участке вблизи узла.

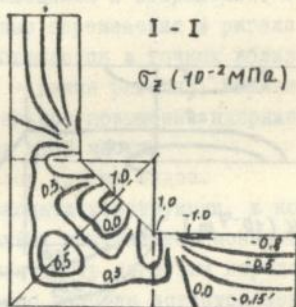
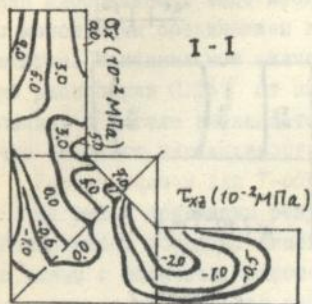
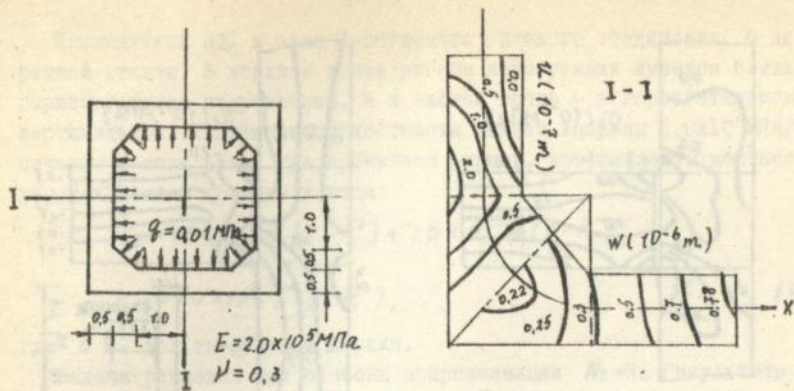
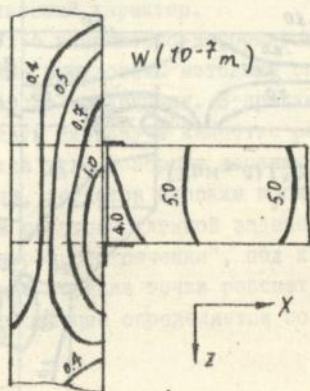
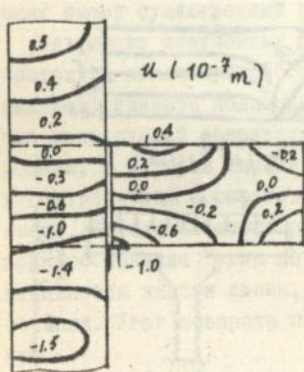


Рис. 2



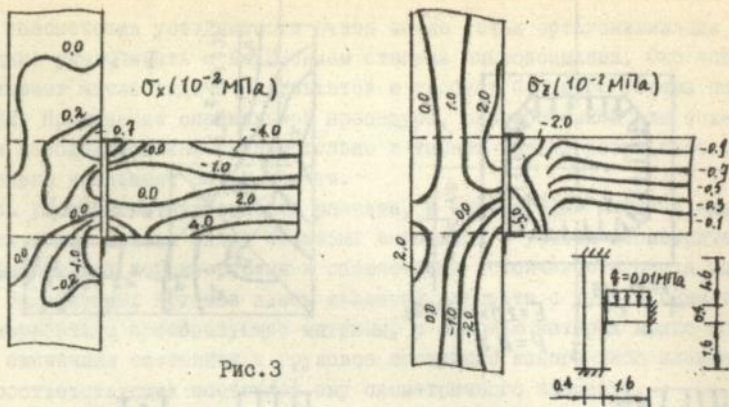


Рис. 3

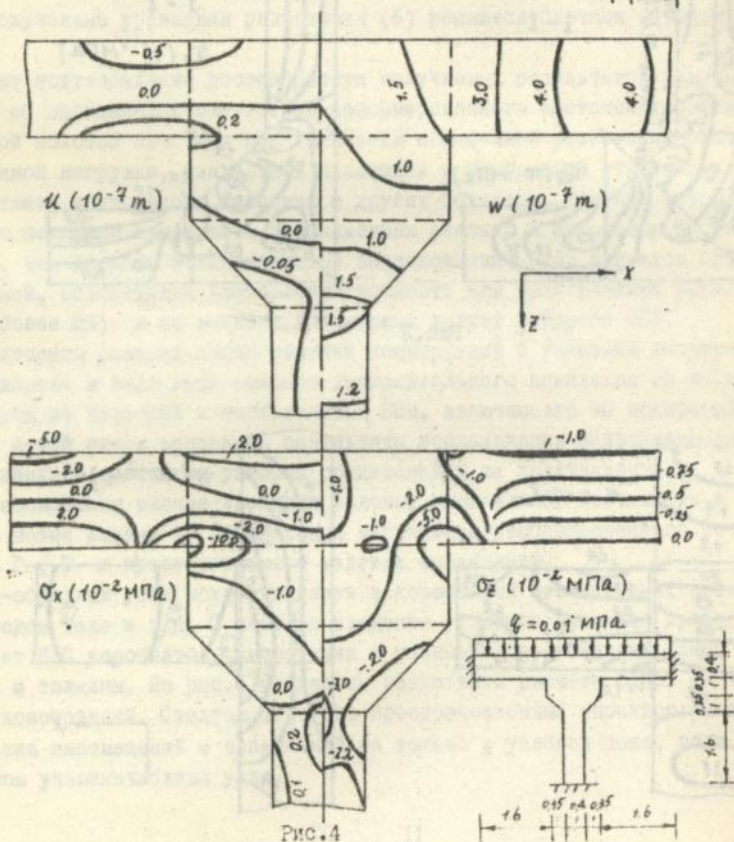


Рис. 4

Исследовано НДС в зоне Т-образного узлового соединения с дискретной связью. В верхней точке ригеля конструкции имеется связь в горизонтальном направлении, а в нижней точке - в горизонтальном и вертикальном. Коэффициенты жесткости связей выбраны  $1.0 \times 10^7$  МПа/м. В сечении вблизи узла, где примыкает ригель, коэффициенты жесткости упругих связей приняты в виде:

$$K_x = 1.0 \times 10^7 \delta(z - h^+) + 1.0 \times 10^7 \delta(z - h^-),$$

$$K_z = 1.0 \times 10^7 \delta(z - h^-), \quad (19)$$

где  $\delta$  - дельта-функция Дирака.

Задача решается при степени аппроксимации  $N_z = 5$ . Результаты решения изображены в виде изолиний перемещений и напряжений. В сравнении с монолитным соединением вертикальные перемещения в ригеле увеличиваются. Максимальное значение  $W$  наблюдается в точках вблизи колонны на расстоянии  $0.15 \ell$  от центра ( $\ell$  - длина ригеля). Вблизи точечных связей в ригеле наблюдается значительное повышение напряжений  $\sigma_z$ , что вызывает необходимость усиления этой части.

Решены задачи для Т-образных узлов других видов.

На рис. 4 приведены результаты расчета конструкции, в которой колонна имеет консоли. Анализ полученных результатов показывает, что в связи с наличием консолей основная часть нагрузки передается на консоли, а центральная часть узлового участка остается менее напряженной. Концентрация напряжений имеет место у боковых поверхностей консолей.

Решена задача об определении НДС ребристого перекрытия в пространственной постановке. Перемещения и напряжения в поперечных сечениях имеют существенный пространственный характер.

На основе полученных результатов о напряженно-деформированном состоянии вблизи узлового соединения предложена методика определения коэффициента податливости узлового соединения. В практике расчетов конструкций используют стержневую систему в качестве расчетной модели, в которой определено понятие угла поворота сечения, которое в соответствии с гипотезой Бернулли, остается плоским после деформации. Исходя из этого положения в пространственной задаче также принято понятие "угла поворота поперечного сечения", под которым понимается наклон линии, соединяющей крайние точки рассматриваемого сечения. Угол поворота поперечного сечения определяется по выражениям:

$$\theta = \frac{u^+ - u^-}{h} \quad (10)$$

или

$$\theta = \frac{1}{\mu} \frac{2}{h\sqrt{h}} [\sqrt{3} u^4 + \sqrt{7} u^3 + \sqrt{11} u^2 + \dots],$$

где  $u^+$ ;  $u^-$  - продольное перемещение крайней точки поперечного сечения;

$u^i$  - момент перемещений  $u$  относительно нормированных полиномов Лежандра;

$h$  - высота поперечного сечения;

$\mu$  - коэффициент Ляме.

Изгибающий момент в поперечном сечении вычисляется по следующей формуле:

$$M = \frac{h}{2} \sqrt{\frac{h}{3}} \sigma_x^1 \quad (11)$$

где  $\sigma_x^1$  - момент напряжений  $\sigma_x$  относительно полинома  $P_{\text{H}}^1$ .

Податливость узлового соединения оценивается соотношением между изменением угла поворота между сечениями ригелей и колонн, соединяющихся с узловым участком ( $\Delta\theta$ ) и изгибающим моментом в опорном сечении ригеля ( $M$ ):

$$K = \Delta\theta / M, \quad (12)$$

где  $K$  - коэффициент податливости узлового соединения.

По этой методике на основе пространственного расчета задачи статики конструкции с узловыми соединениями вычислены коэффициенты податливости различных видов узловых соединений. Результаты приведены в таб. I.

Анализ результатов показывает, что податливость узлового соединения зависит от его формы и конструктивного решения. Учет податливости узлового соединения дает возможность уточнить перемещения и внутренние усилия при расчете конструкции по стержневой модели.

В заключении сформулированы основные результаты диссертационной работы.

- Применение метода конечных интегральных преобразований в сочетании с методом перемещений позволило разработать алгоритм расчета НДС массивных конструкций сложной конфигурации. Выделено три типа конечных элементов - прямой, угловой элементы и элемент крестообразного узла. С помощью обобщенного метода И.Н.Векуа получены одномерные разрешающие уравнения для трех типов конечных элементов. Взаимодействие между отдельными элементами моделируется с

Схема узлового участка		$K_{12}$	$K_{13}$
		1.1346e-6	1.1346e-6
		1.4505e-6	1.3971e-6
		1.5024e-6	1.4489e-6
		6.6526e-6	6.5989e-6
		1.3557e-6	2.7114e-6
		2.4638e-6	1.3557e-6
		2.3728e-6	4.7455e-6
		3.6275e-6	2.3729e-6
		1.9733e-6	3.9465e-6
		4.1233e-6	1.9734e-6

помощью упругих связей известной жесткости, что позволяет рассматривать различные условия сочленения элементов.

- Расчет сложной конструкции, НДС которой описывается одномерными редуцированными уравнениями для прямых участков и одномерными или алгебраическими для переходных (узловых) участков, предложено вести на основе метода перемещений. При этом НДС отдельных элементов (конечных элементов) от ряда единичных кинематических воздействий (единичные состояния) и заданных воздействий (грузовые состояния) определяются решением одномерных краевых задач с помощью метода дискретной ортогонализации С.К.Годунова.

- На решении модельных задач выявлены характерные особенности предлагаемой численно-аналитической методики и ее эффективность. Решен ряд задач об определении НДС вблизи Г-, Т-, крестообразного узловых соединений, ребристой конструкции. Выявлен пространственный характер НДС вблизи узловых участков.

- Предложена методика определения коэффициента податливости узлового соединения на основе определяемого пространственного напряженно-деформированного состояния конструкции. Вычисленные коэффициенты податливости узловых соединений могут быть использованы в практике расчета стержневых конструкций.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

1. Шу Минь. О численном решении уравнений теории упругости толстых оболочек. - Киев, инж.-строит. ин-т. - Киев, 1992. - 8с. - Деп. в УкрИНТЭИ 01.04.92. №418-Ук92.

2. Чибириков В.К., Шу Минь. Конечноеэлементный подход к решению задач напряженно-деформированного состояния толстых пластин и оболочек методом И.Н.Векуа. - Киев, инж.-строит. ин-т. - Киев, 1992. - 11с. - Деп. в УкрИНТЭИ 26.07.92. №1154-Ук92.

3. Чибириков В.К., Шу Минь. К расчету напряженно-деформированного состояния узловых соединений. - Тезисы докладов 53-й научно-практической конференции КИСИ. - Киев, 1992. с.95-96

Подл. к печ. 11.05.93

Формат 60×84<sup>1/16</sup>.

Бумага тип. №3. Способ печати офсетный. Услови. печ. л. 0,03

Услови. кр.-отт. 1,16. Уч.-изд. л. 1,0

Тираж 100. Зак. № 3-78. Бесплатно.

Фирма «ВНПОЛ»

252151, г. Киев, ул. Волинская, 60.

1165650

Бесплатно

Av 27.475  
**Av 27.475**