

ІНСТИТУТ ГІДРОМЕХАНІКИ  
АКАДЕМІЇ НАУК УКРАЇНИ

На правах рукопису

Гуржій Олександр Андрійович

ВИПРОМІНЮВАННЯ ЗВУКУ СИСТЕМОЮ СИМЕТРИЧНО-ОСЬОВИХ  
ВИХРОВИХ КІЛЕЦЬ

01.09.06 - Акустика

А в т о р е ф е р а т  
дисертації на здобуття наукового ступеня  
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1993

№ 27.585

Робота виконана в Інституті гідромеханіки АН України.

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук  
В.В.МЕЛЕШКО

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук  
І.В.ВОВК

- доктор фізико-математичних наук, професор  
Ю.П.ЛАДІКОВ-РОЄВ

Провідна установа - Донецький державний університет

Захист відбудеться "17" серпня 1993 р. о "11" годині  
на засіданні спеціалізованої ради Д 01 .04.01 в Інституті гідромеханіки АН України за адресою: 252057, Київ, вул. Шелябова, 8/4.

З дисертацією можна ознайомитись у бібліотеці Інституту гідромеханіки АН України.

Автореферат разісланий "15" травня 1993 р.

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00815132 (К)

Вчений секретар  
спеціалізованої ради  
кандидат технічних наук

М.Д.КОНСТАНТИНОВ

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Задачі про рух великомасштабних вихрових структур та їх акустичне випромінювання (розсіяння) належать до числа найбільш цікавих проблем гідроакустики. Стосовно до реальних течій рішення цієї проблеми зустрічає ряд труднощів, зв'язаних із складністю опису стану потоку рідини. Певно, з цієї причини точний розв'язок задачі випромінювання звуку вихровими течіями до цього часу відсутнє.

Актуальність дослідження акустичних полів, що випромінюються вихорами, обумовлюється важливістю цього процесу в явищах, які оточують людину. При відтворенні звуків мови або співу людина використовує різні акустичні ефекти, велику роль в яких відіграють вихрові структури. Вони визначають також процес звуковипромінювання газострумних генераторів. Випромінювання звуку вихорами проявляється перш за все в турбулентних течіях. Взаємодія вихорів визначає динамічні характеристики турбулентних потоків та генерованих ними гідродинамічних шумів, а також розсіяння звукових полів як самою областю завихореності, так і зовнішньою потенціальною течією.

Важливість дослідження гідродинамічної взаємодії вихрових структур визначається впровадженням одержаних висновків і результатів в технічні та наукові розробки: наприклад, використання вихрових кілець для загашення газонафтових факелів свердловин, для дослідження атмосферних терміків, що виникають при вибухах великої потужності на поверхні землі, та пасивних домішок, які ними переносяться, для моделювання механіки крил і для видалення шкідливих домішок в промислових приміщеннях.

Останнім часом відзначається підвищена увага дослідників до задачі про хаотичні коливання в нелінійних детермінованих системах. Новим в хаотичній динаміці є відкриття внутрішнього порядку в нелінійних взаємодіях, а також неупорядкованих хаотичних коливань в детермінованих системах із малим числом степенів свободи. У зв'язку з цим у гідромеханіці відкрилися нові перспективи, зв'язані з моделюванням, вивченням та новим якісним осмисленням еволюції турбулентних течій і процесів шумостворення в них. Складність хаотичної динаміки і виникаючі труднощі в методах реєстрації та кількісного аналізу детермінованого шуму приводять до необхідності детального вивчення характеристик звукових полів, що генеруються достатньо простими вихровими структурами.

Одним із цікавих застосувань досліджуваної проблеми, яке має наукове і практичне значення, є задача про випромінювання звуку тороїдальним вихровим кільцем. Стосовно до системи вільно орієнтована-

них кілець рішення задачі натикається на значні математичні труднощі і до цього часу відсутнє. Важливий окремий випадок задачі випромінювання звуку системою тонких коаксіальних вихрових кілець здається найбільш доступним для математичного трактування та аналізу одержаних результатів. Крім того, задача про рух і взаємодію системи симетрично-осьових вихрових кілець сама по собі викликає самостійний інтерес.

Мета роботи є детальне вивчення руху і акустичного випромінювання системи торoidalних коаксіальних кілець із малим поперечним перерізом в ідеальній безмежній рідині.

Наукова новизна.

На основі математичної моделі, що описує динаміку взаємодії та процеси звуковипромінювання системою симетрично-осьових вихрових кілець, отримані нові наукові результати, а саме:

1. Установлені нові типи руху двох вихрових кілець: стаціонарний рух та періодичний рух для кілець з протилежними за знаком інтенсивностями. Показано, що повна класифікація типів взаємодії двох вихорів може бути здійснена за значеннями їх відносних осьових швидкостей.

2. Показано, що відносна товщина ядер кілець з інтенсивностями протилежних знаків істотно впливає на область початкових параметрів вихорів для кожного можливого типу руху кілець, а для вихорів з інтенсивностями одного знаку цей вплив є незначним.

3. Установлено, що максимум звукового тиску, який випромінюється при взаємодії вихрових кілець, досягається в момент проскакування одного вихора скрізь другий. Одержано оцінку звукового тиску в цьому випадку.

4. Уточнено значення акустичної ефективності випромінювання звуку вихровими кільцями, установлено залежність цієї величини від типу руху взаємодіючих кілець.

5. Показано, що рівень та спектральний склад звукового тиску в дальньому полі при взаємодії симетрично-осьових вихрових кілець при чисельному аналізі може служити ефективною оцінкою критерія хаотичної чи регулярної взаємодії вихрових кілець.

Практична цінність досліджень визначається широким колом вказаних вище застосувань розглянутої задачі, наявністю комплексу програм та алгоритмів і великою кількістю чисельних результатів.

Достовірність отриманих результатів забезпечується застосуванням фізично обгрунтованої математичної моделі, використанням при рішенні задачі точних аналітичних та чисельних методів, несуперечністю отриманих результатів до встановлених фізичних понять теорії

вихрового звуку та узгодженістю з результатами інших авторів.

Апробація роботи. Матеріали дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на:

- IV Республіканській конференції "Проблеми гідромеханіки в освоєнні океану" (Київ, 1987р.),
- III Всесоюзній конференції "Вихори і турбулентність в океані" (Світлогорськ, 1990р.)
- XI Всесоюзній акустичній конференції (Москва, 1991р.).
- науковому семінарі "Фізична і прикладна акустика" в Інституті гідромеханіки АН України (Київ, 1992р.).

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 12 робіт.

Автор захищає:

1. Постановку та рішення задачі про рух і випромінювання звуку симетрично-осьовими вихровими кільцями в ідеальній безмежній рідині, розрахункову модель взаємодії тороїдальних вихрових кілець.

2. Методику побудови і повну класифікацію типів руху двох симетрично-осьових вихрових кілець, встановлену залежність меж областей початкових параметрів кілець для кожного можливого типу руху вихорів від відносної товщини ядер кілець.

3. Виявлені особливості процесів еволюції і звуковипромінювання системою, що складається із двох та більше коаксіальних вихрових кілець. В обсязі моделі ідеальної рідини уточнено значення коефіцієнта акустичної ефективності випромінювання звуку системою вихрових кілець.

4. Аналіз звукових полів, генерованих при регулярній та хаотичній взаємодії трьох симетрично-осьових вихрових кілець.

Структура дисертації. Робота складається із вступу, трьох розділів, заключної частини, списку літератури та додатка. Її викладено на 149 с., приведено 42 рисунки, бібліографія вклучає 125 джерел.

У вступі дана інформація про актуальність досліджень, сформульовані мета роботи та її наукова новизна, висвітлені питання, що виносяться до захисту, та практична цінність досліджень.

В першому розділі обговорюються методи моделювання гідродинамічного шуму, що випромінюється вихровими течіями в безмежному середовищі, розглядається гідродинаміка симетрично-осьових вихрових кілець в наближенні ідеальної безмежної нестисливої рідини.

В другому розділі розглянуто всі випадки взаємодії двох вихрових кілець, приведені повна класифікація та відповідні до кожного типу руху області початкових параметрів кілець. Вивчено вплив товщини ядер вихорів на параметри руху кілець і на форму хмар, що супроводжують вихори, приводиться порівняння результатів моделювання

течії з експериментальними даними.

В третьому розділі досліджено звукові поля, генеровані системою двох і більше кілець. Розглядається питання про акустичну ефективність випромінювання звуку вихорами, обговорюється відповідність гідродинамічних критеріїв хаосу до акустичних критеріїв при взаємодії трьох коаксіальних вихрових кілець.

В заключній частині коротко викладено основні результати та висновки роботи.

### ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

В першому розділі обговорено підходи до розв'язку задачі про рух та випромінювання звуку локалізованими вихровими структурами.

Нехай в ідеальній безмежній рідині, що знаходиться в спокої на нескінченності і характеризується густиною  $\rho$  та швидкістю звуку  $c$ , маємо систему  $N$  тонких коаксіальних вихрових кілець, що рухаються вздовж загальної осі симетрії  $OZ$  циліндричної системи координат  $(r, \varphi, z)$ . Течія рідини всередині кілець вихрова ( $\text{rot} \vec{U} = \vec{\omega}$ ), а зовні - потенціальна ( $\text{rot} \vec{U} = 0$ ). Кожне вихрове кільце з інтенсивністю  $\kappa_i = \text{const}$  має осьове положення  $Z_i(t)$ , радіус  $R_i(t)$  та радіус кругового поперечного перерізу  $\alpha_i(t) \ll R_i(t)$  ( $i=1, \dots, N$ ). Ставиться задача визначення дальнього звукового поля і його характеристик при нестационарній взаємодії системи вихрових кілець.

Зараз існує ряд теорій (Лайтхілл (1952), Пауель (1964), Хау (1983), Мьорінг (1978), Кемб (1986) та інші), що пропонують підходи до кількісного опису процесів шумоутворення при нестационарній взаємодії локалізованих вихрових структур. Всі підходи зводяться до хвильового рівняння із зовнішнім джерелом, яке визначається полем завихореності: При цьому рух завихореності описується векторним рівнянням Гельмгольца.

Один із підходів до розв'язку задачі, що запропонував Кемб (1986), оснований на методі зрощуваних асимптотичних розкладів. В наближенні  $M \ll 1$  (довжина хвилі в цьому випадку набагато більша за область завихореності) отримано наступне співвідношення для звукового тиску в дальньому полі:

$$p(\vec{x}, t) = \frac{\rho}{c^2} \frac{n_i n_j}{|\vec{x}|} \frac{d^3}{dt^3} Q_{ij}(t - \frac{|\vec{x}|}{c}), \quad Q_{ij} = \frac{1}{12\pi} \int_{(V_w)} y_i(\vec{y} \times \vec{\omega})_j d^3\vec{y}, \quad (1)$$

де  $\vec{x}$  - радіус-вектор точки спостереження,  $\vec{y}$  - радіус-вектор точки в області завихореності  $V_w$ , а  $\vec{n}$  - одиничний вектор в напрямку  $\vec{x}$ . У випадку симетрично-осьових вихрових кілець (1) значно спрощується

$$\rho(\vec{x}, t) = \frac{\rho}{4c^2 |\vec{x}|} (\cos^2 \theta - \frac{1}{3}) \frac{d^3}{dt^3} Q(t = \frac{|\vec{x}|}{c}), \quad Q(t) = \sum_{i=1}^N \alpha_i R_i^2(t) Z_i(t), \quad (2)$$

де  $\theta$  - кут між віссю симетрії та вектором  $\vec{x}$ .

Процес руху тонких коаксіальних вихрових кілець в ідеальній рідині описується моделлю Дайсона (1893) і зводиться до системи звичайних диференціальних рівнянь першого порядку

$$\dot{R}_i = -\frac{1}{\alpha_i R_i} \frac{\partial U}{\partial Z_i}, \quad \dot{Z}_i = \frac{\alpha_i}{4\pi R_i} \left( \ln \frac{8R_i}{a_i} - \frac{1}{4} \right) + \frac{1}{\alpha_i R_i} \frac{\partial U}{\partial R_i}, \quad \alpha_i^2 R_i = \text{Const}, \quad (3)$$

$$\text{де } U = \sum_{i=1}^N \sum_{j>i}^N \frac{\alpha_i \alpha_j}{2\pi} \sqrt{R_i R_j} \left[ \left( \frac{2}{\kappa_{ij}} - \kappa_{ij} \right) K(\kappa_{ij}) - \frac{2}{\kappa_{ij}} E(\kappa_{ij}) \right], \quad \kappa_{ij}^2 = \frac{4R_i R_j}{(Z_i - Z_j)^2 + (R_i + R_j)^2}$$

з початковими умовами:  $R_i(0) = R_i^0$ ,  $Z_i(0) = Z_i^0$ ,  $\alpha_i(0) = n_i^0 R_i^0$ ;  $n_i^0 \ll 1$ . Тут  $K$  і  $E$  - повні еліптичні інтеграли першого і другого роду відповідно. Система (3) має два незалежні інваріанти

$$P = \sum_{i=1}^N \alpha_i R_i^2 = \text{Const}, \quad (4)$$

$$W = \sum_{i=1}^N \left\{ \alpha_i^2 R_i \left( \ln \frac{8R_i}{a_i} - \frac{1}{4} \right) \right\} + U = \text{Const}, \quad (5)$$

що виражають закон збереження імпульсу вздовж осі руху кілець та закон збереження енергії кілець. Співвідношення (4,5) дають додаткові можливості як для контролю чисельного рішення задачі Коші, так і для одержання кількісних даних щодо відносного руху (в фазовому просторі) двох коаксіальних вихрових кілець.

Надалі всі лінійні розміри в задачі пронормовані на величину  $R_i^0$ , інтенсивності - на  $\alpha_i$ , час - на величину  $\pi R_i^0 / \alpha_i$ , а кругова частота - на  $2\alpha_i / R_i^0$ . Тиск та модуль його спектра пронормовані на вираз  $\rho \alpha_i^4 / (4\pi^3 c^2 |\vec{x}| R_i^0)$ .

В другomu розділі розглядається гідродинаміка двох вихрових кілець. У роботі встановлено, що пара вихрових кілець може рухатись стаціонарно. Для цього повинні виконуватися в будь-який момент часу умови

$$\dot{R}_1(t) = \dot{R}_2(t) = 0, \quad \dot{Z}_{12}(t) = \dot{Z}_1(t) - \dot{Z}_2(t) = 0. \quad (6)$$

Аналіз (3) дозволяє зробити висновок, що два кільця рухатись стаціонарно тільки якщо  $Z_1(t) = Z_2(t)$ , при цьому друга умова (6) дає зв'язок між інтенсивністю і радіусом другого вихора, який представлено на рис.1 для різних значень відносних товщин кілець  $n_i^0 = \alpha_i^0 / R_i^0$ .

Для двох вихрових кілець з інтенсивностями одного знака ( $\alpha_2 > 0$ ) можливі два типи руху. На рис.2 показано характерний приклад взаємодії з  $\alpha_2 = 0,5$ ,  $R_2^0 = 1$ . Тут і далі суцільною лінією позначені проєкції  $R_1(Z_{12})$  фазової траєкторії, а пунктиром -  $R_2(Z_{12})$ . Кружечками

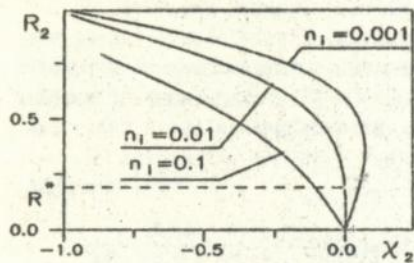


Рис. 1

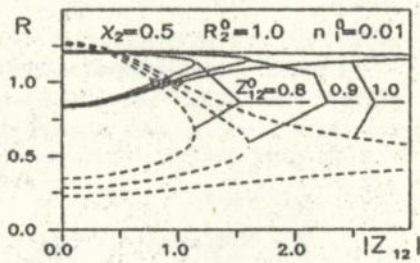


Рис. 2

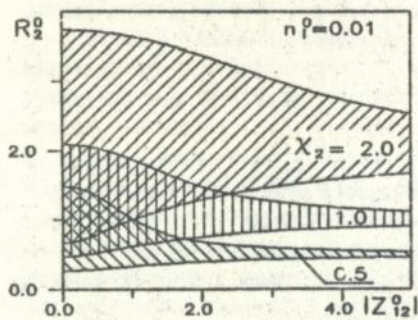


Рис. 3

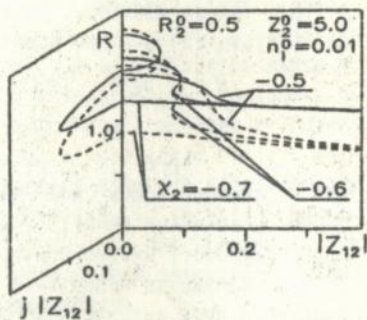


Рис. 4

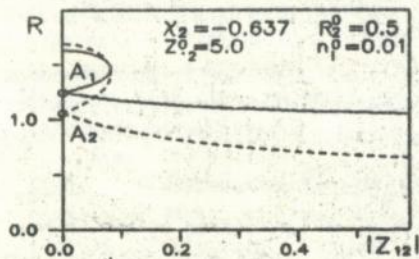


Рис. 5

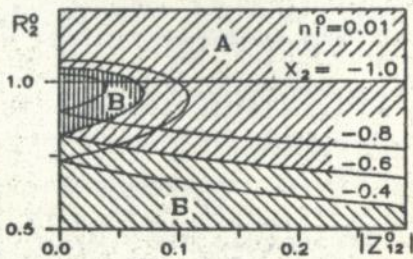


Рис. 6

показані початкові положення кілець. Замкнені фазові траєкторії при малих  $Z_{12}^0$  відповідають періодичному рухові ("чехарда" кілець). Починаючи з  $Z_{12}^0 = 1$  фазові траєкторії розриваються, настає "одиначна" взаємодія. Відзначимо, що швидкості кілець при  $Z_{12}^0 = \infty$  в цьому випадку неоднакові.

Крайні параметри кілець, при яких має місце "чехарда", визначають рівність самоіндукованих швидкостей вихорів при  $Z_{12}^0 = \infty$ . Записуючи цю умову разом з (4.5), отримуємо розв'язок, побудоване на рис.3. На ньому показані області початкових параметрів  $R_2^0(|Z_{12}^0|)$ , допустимих для періодичного руху двох кілець при різних  $\alpha_2$ . Два з початку однакових вихора при будь-якому  $Z_{12}^0$  завжди приймають участь в періодичному русі.

Для кілець з інтенсивностями різних знаків ( $\alpha_2 < 0$ ) можливі три типи взаємодії. Рис.4 ілюструє характерний випадок для  $R_2^0 = 0,5$ ,  $Z_{12}^0 = 5$  при різних  $\alpha_2$ . При збільшенні по модулю інтенсивності другого вихора відбувається викривлення фазової траєкторії та її розрив із створенням замкненої області. Формально точки останньої є коренями системи (4.5) і з'єднуються на площині суто уявних значень  $j|Z_{12}^0|$ . Важливо підкреслити, що координати вихорів в крайньому випадку доторкування фазової траєкторії до осі ординат (рис.5) відповідають стаціонарному рухові кілець з радіусами  $A_1$  та  $A_2$ .

Дослідження показали, що осьові швидкості кілець при  $Z_{12}^0 = 0$  визначають всі типи руху вихорів при  $\alpha_2 < 0$ . Записуючи по аналогії умову рівності швидкостей кілець при  $Z_{12}^0 = 0$  разом з (4.5), отримуємо систему рівнянь, яка визначає межі областей початкових параметрів  $R_2^0(|Z_{12}^0|)$ . Розв'язок системи подано на рис.6 для різних значень  $\alpha_2$ . Область А характеризується проскакуванням першого кільця скрізь друге, область Б - другого скрізь перше, а область В - періодичним рухом кілець.

Рис.7 ілюструє залежність фазових траєкторій руху двох однакових вихорів кілець ( $\alpha_2 = 1$ ,  $R_2^0 = 1$ ,  $Z_{12}^0 = 1$ ) від початкових відносних товщин кілець  $n_1^0 = 0, 1; 0,01$  та  $0,001$ . Видно, що відношення  $\alpha_2^0/R_2^0$  слабо впливає на форму траєкторій. Більш суттєва різниця для цього випадку має місце в абсолютних траєкторіях руху (рис.8). Кружечками показано положення кілець через інтервали часу  $\Delta t = 1$ . Оскільки напрямки самоіндукованих швидкостей для випадку  $\alpha_2 > 0$  співпадають, відносна товщина ядер слабо впливає на область початкових параметрів кілець при яких реалізується періодичний рух, на відміну від випадку  $\alpha_2 < 0$ . Ці результати проілюстровані на рисунках 9 та 10.

Відомо, що вихрові кільця здатні затягувати в свій рух частину прилеглої до них рідини, утворюючи вихрову "атмосферу", форма якої

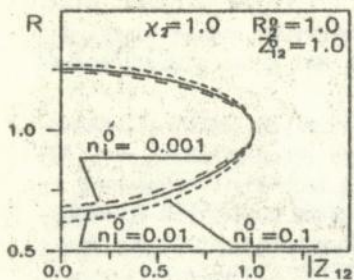


Рис. 7

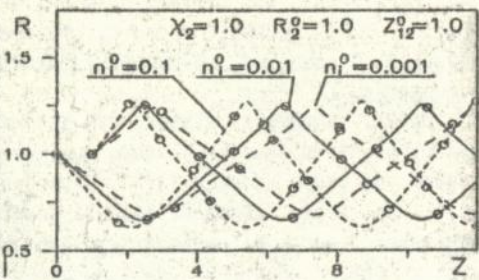


Рис. 8

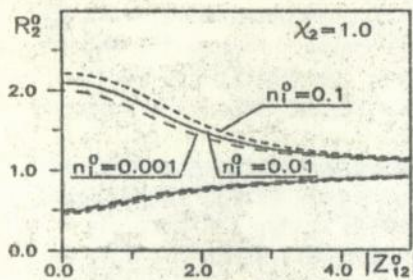


Рис. 9

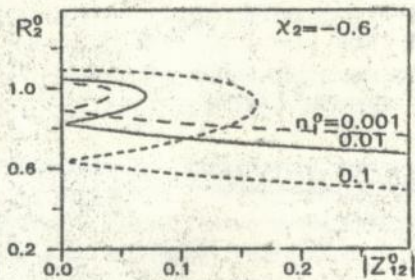


Рис. 10

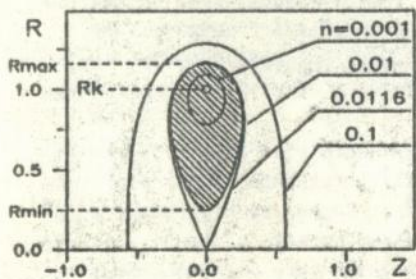


Рис. 11

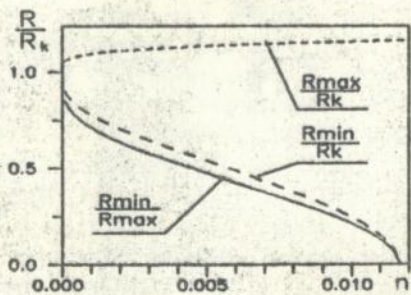


Рис. 12

залежить від  $n$  (рис.11). Наявність її значно ускладнює визначення параметрів кільць в експерименті, оскільки вихор і хмара складаються з'єднаних і тих же частинок рідини. Дослідження показали, що частинка рідини в площині кільця на відстані  $R_{min}=R^*$  від осі симетрії (див. рис.1), яка рухається стаціонарно з поодиноким вихровим кільцем, визначає радіус отвору вихрової хмари. В цьому випадку друга умова (6), вираз для самоіндукованої швидкості (3) та функція току Стокса  $\Psi(r, z)$  для симетрично-осьової течії з накладеним зустрічним потоком із швидкістю, що дорівнює швидкості кільця, утворюють систему:

$$V = \frac{\alpha}{2(R_K + R_{min})} \left[ I_1(\kappa) - E(\kappa) - \frac{2R_K E(\kappa)}{R_K - R_{min}} \right], \quad V = \frac{\alpha}{4\pi R_K} \left( \ln \frac{8R_K}{\alpha_K} - \frac{1}{4} \right), \quad (7)$$

$$\Psi = \frac{\alpha \sqrt{R_K R_{max}}}{2} \left[ \frac{2}{\kappa} (I_1(\kappa) - E(\kappa)) - \kappa I_2(\kappa) \right] - \frac{1}{2} V R_{max}^2 = 0$$

де  $\kappa^2 = 4R_K R_{max} / (R_K + R_{max})^2$ ,  $\kappa^2 = 4R_K R_{min} / (R_K + R_{min})^2$ ,

розв'язок якої показано на рис.12. Таким чином, використовувачи графічний матеріал рис.11 і 12, можна визначити геометричні і енергетичні параметри кільця ( $R_K, \alpha_K, \alpha_K$ , а також  $P, W$ ) по розмірам хмари і швидкості вихора ( $R_{min}, R_{max}, V$ ).

В усіх модельних уявленнях актуальним залишається питання про адекватність досліджуваної моделі до реальної течії. На рис.13 показані фотознімки періодичної взаємодії, яка спостерігалася в експерименті (Джамада, 1979) при  $Re=2000$ , а на рис.14 - чисельне моделювання такої взаємодії. Частина рідини, що відповідає хмарам ізольованих кільць, відмічена маркерами (вихровими кільцями з нульовою інтенсивністю).

В цілому, дослідження показали, що модель тонкого тороїдального вихрового кільця задовільно моделює взаємодії вихрових структур.

В третьому розділі досліджуються звукові поля, що генеруються системою коаксіальних вихрових кільць. Використання рівнянь руху (3) та інваріантів (4.5) дозволяє створити надійний алгоритм визначення звукового поля, що випромінюється кільцями. При цьому тиск виражається через координати вихорів для будь-якого моменту часу

$$\ddot{Q} = -\frac{3}{\pi} \sum_{i=1}^N \left\{ \frac{1}{4R_i^3} \left( \ln \frac{8R_i}{\alpha_i} - \frac{5}{4} \right) \left( \frac{\partial U}{\partial z_i} \right)^2 + \frac{\alpha_i}{2R_i} \left( \frac{\partial U}{\partial z_i} \right)' \ln \frac{8R_i}{\alpha_i} + z_i \left( \frac{\partial U}{\partial z_i} \right)'' - \frac{1}{\alpha_i R_i^3} \left( \frac{\partial U}{\partial z_i} \right)^2 \left( \frac{\partial U}{\partial R_i} \right) + \frac{1}{\alpha_i R_i} \left[ 2 \frac{\partial U}{\partial R_i} \left( \frac{\partial U}{\partial z_i} \right)' + \frac{\partial U}{\partial z_i} \left( \frac{\partial U}{\partial R_i} \right)' \right] \right\}, \quad (8)$$

де  $\left( \frac{\partial U}{\partial z_i} \right)' = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial z_i \partial z_j} \dot{z}_j + \frac{\partial^2 U}{\partial z_i \partial R_j} \dot{R}_j \right\}$ ,  $\left( \frac{\partial U}{\partial R_i} \right)' = \sum_{j=1}^N \left\{ \frac{\partial^2 U}{\partial R_i \partial z_j} \dot{z}_j + \frac{\partial^2 U}{\partial R_i \partial R_j} \dot{R}_j \right\}$ .

Аналогічно визначаються інші невідомі компоненти.



Рис.13

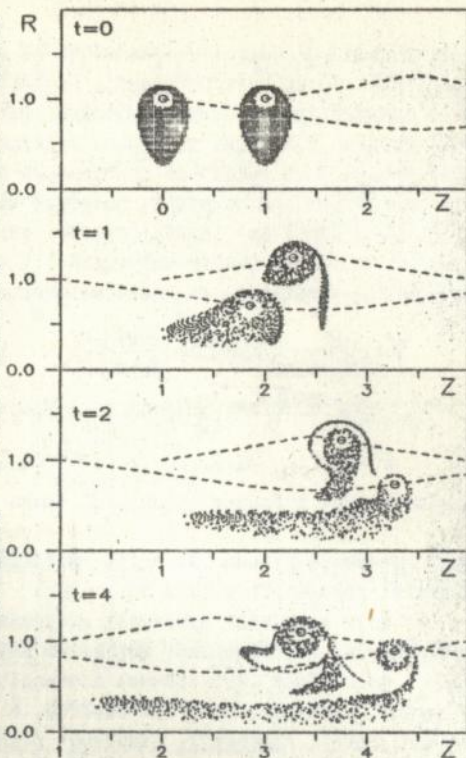


рис.14

На рис.15 подані всі характерні випадки взаємодії двох коаксіальних вихрових кілець. Тут і далі суцільною лінією показані траєкторії першого кільця, а пунктиром – другого. Стрілком указано напрям руху, а кружечками – положення вихорів через рівні проміжки часу  $\Delta t=1$ . На рисунках (а,б) показано взаємодію кілець при  $\alpha_2 > 0$ , а на (в-д) – при  $\alpha_2 < 0$ . В усіх випадках звуковий тиск і його спектральний склад однотипні. Дослідження показали, що вихори випромінюють максимальний звуковий тиск в момент проскакування одного кільця скрізь інше, коли взаємна енергія (за модулем) максимальна. Рівні акустичних полів для випадку  $\alpha_2 > 0$  визначаються, в основному, величиною інтенсивності кілець, а для випадку  $\alpha_2 < 0$  – типом їх руху.

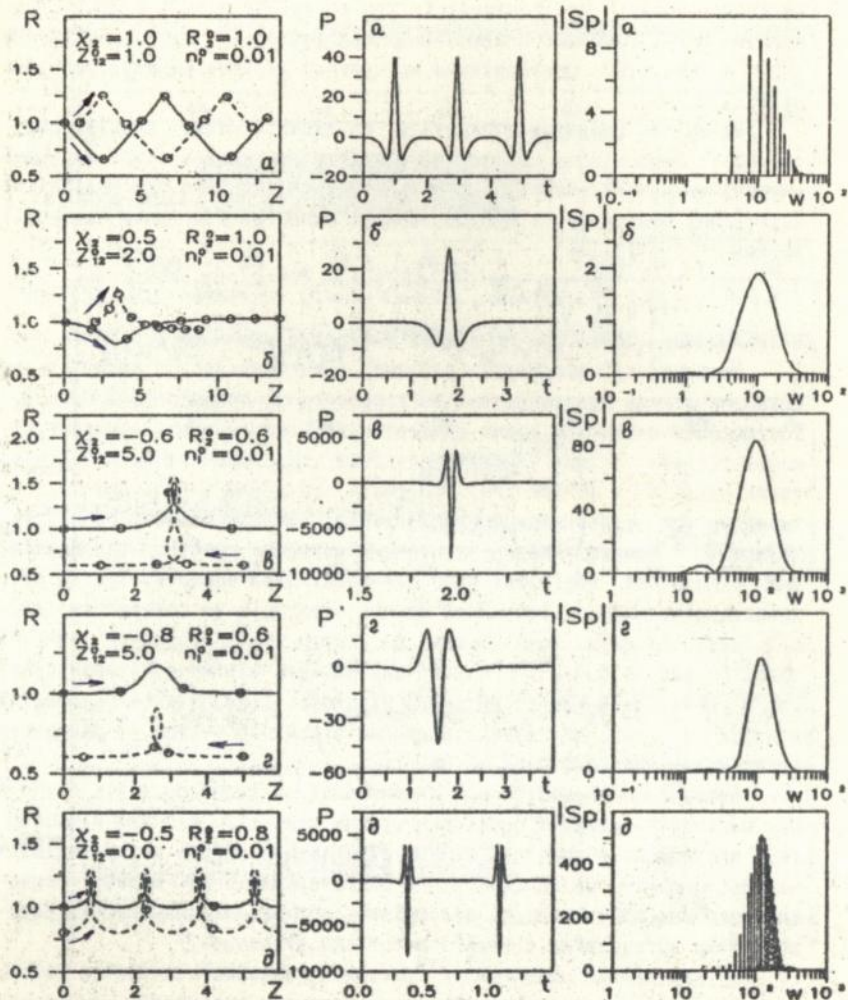


Рис. 15

Співвідношення (8) для моменту  $Z_1 = Z_2$  дозволяє оцінити рівень звукового поля, що генерується при зустрічному русі вихорів. Поклавши  $R_1 = R$ ,  $R_2 = R + \varepsilon$ , отримуємо  $\bar{Q} \sim \varepsilon_2 R (1 + \varepsilon_2)^2 / \varepsilon_1^4$ , тобто акустичний тиск є зворотно пропорційним четвертому степеню різниці радіусів кілець.

Одним із важливих параметрів, що характеризують ступінь ефективності випромінювання звуку, є відношення випроміненої звукової енергії до повної енергії системи. В роботі показано, що коефіцієнт акустичної ефективності випромінювання визначається типом взаємодії кілець

$$\eta = \left[ \frac{512 \pi^3}{45 (\ln \left( \frac{8R_1^2}{a_1^2} - \frac{1}{4} \right))^5} \frac{1}{W} \int_0^t (\ddot{Q})^2 dt \right] M^5, \quad M = \frac{1}{c} \frac{1}{4\pi R_1^2} \left( \ln \frac{8R_1^2}{a_1^2} - \frac{1}{4} \right), \quad (9)$$

а величина множника при  $M^5$  лежить в широких межах (0,2 - 1000).

Особливості взаємодії системи з великим числом коаксіальних вихрових кілець простежуються на характерному прикладі  $N=3$  (рис.16). Розглядаючи взаємодію можна виділити три етапи еволюції системи кілець. Перший з них характеризується невпорядкованою взаємодією трьох вихорів з випадковими сплесками звукового тиску. Другий етап визначається утворенням пари вихорів, що взаємодіє з поодиноким кільцем. В цьому випадку акустичний тиск має гребінку максимумів, яка відповідає періодові руху локальної пари вихорів. Третій етап характеризується відставанням одного з вихорів та утворенням стійкої "чехарди" двох інших кілець, які генерують періодичний звуковий тиск. На рис.16.б подано аналогічний випадок з кільцями, рознесеними в початковий момент на меншу відстань. Відміна в гідродинаміці полягає в тому, що перший та другий етапи чергуються. В звуковому тиску можна простежити ці зміни.

Вказані особливості в гідродинаміці та акустиці мають місце і при взаємодії чотирьох однакових кілець (рис.17). Важливо відзначити, що спочатку спостерігається відставання одного з взаємодіючих кілець, а далі - це одного вихора від утвореної пари кілець. Звуковий тиск має більш складну залежність, велика частина енергії шумового поля зосереджена в низькочастотному діапазоні.

В нелінійних динамічних системах проявляється значна залежність траєкторій (реалізацій) від початкових параметрів, тобто настає хаотичний режим руху. Характерний випадок розглянуто на рис.18. Вихори в початковий момент руху утворюють в поперечному перерізі кілець рівнобедрений трикутник з висотою  $a$ . Випадок  $a=0,8$  відповідає розглянутому раніше упорядкованому руху вихорів. Про це можна судити на підставі того, що найбільший показник Ляпунова  $L$  прямує до нуля або до константи множення  $Lt$ , а також з форми однієї

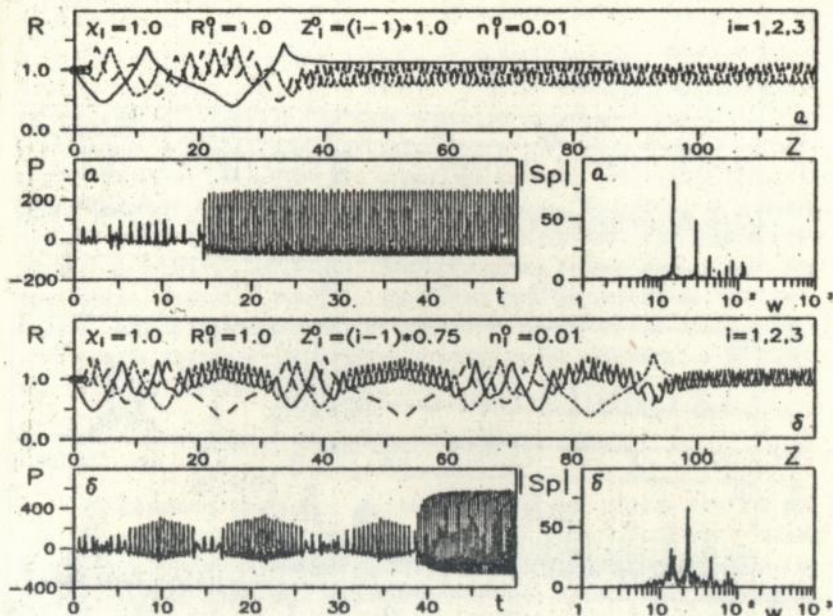


Рис. 16

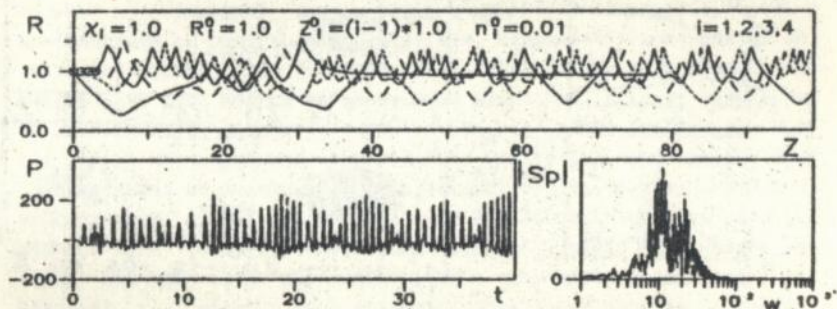


Рис. 17

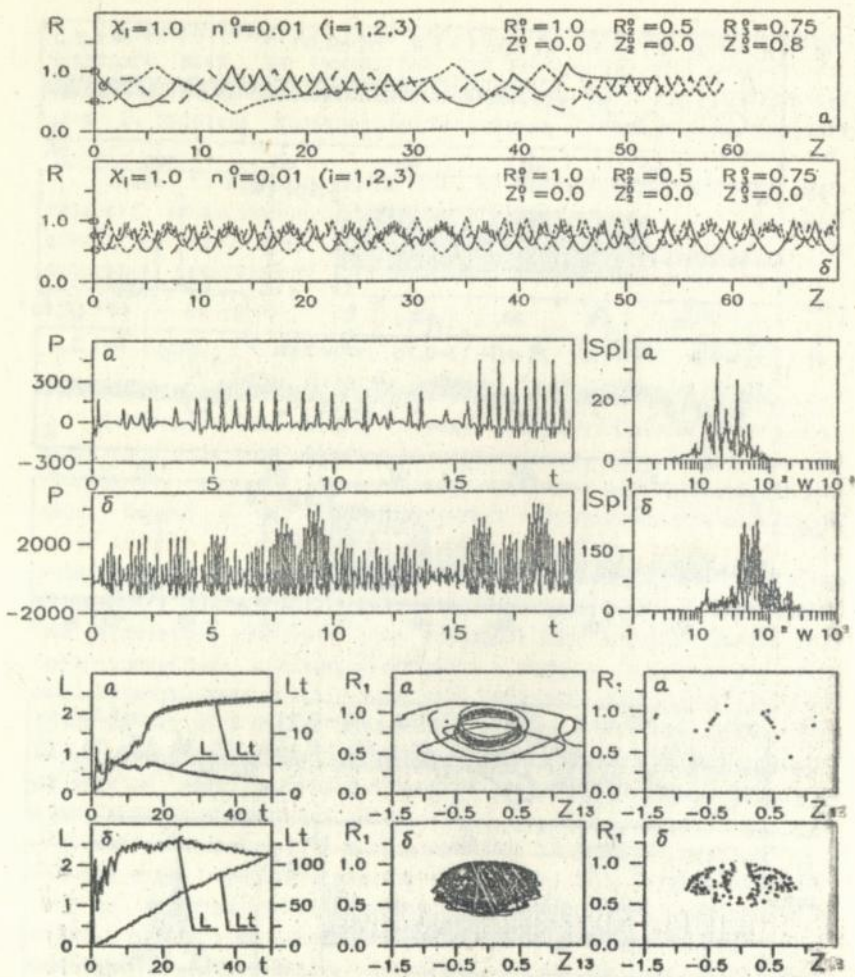


Рис. 18

з проекцій фазової траєкторії та перерізу Пуанкаре. При  $\alpha=0$  виявляється хаотичний режим руху кілець. В цьому випадку  $L=2,3$ , а фазова траєкторія і переріз Пуанкаре займають кінцевий гіпероб'єм.

Згідно з проведеними дослідженнями в разі недостатності початкової взаємної енергії для утримання вихорів локально в просторі одне кільце завжди відстає від утвореної пари. Звукове поле в цьому випадку являє собою періодичну функцію, спектр якої має яскраво виражені дискретні максимуми. При хаотичному режимі руху кільця випромінюють звукові хвилі із широкосмуговим безперервним спектром. Аналіз результатів показав, що рівень та спектральний склад звукового поля є надійними критеріями розпізнавання хаотичної і регулярної взаємодії вихорів.

### ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ І ВИСНОВКИ РОБОТИ

Дослідження показали, що симетрично-осьова модель течії з полем завихореності, яке зосереджене в тороїдальних кільцях з малим поперечним перерізом, добре описує гідродинаміку та шумові поля, що випромінюються реальними вихровими потоками. До основних висновків, зроблених під час вивчення властивостей цієї моделі, слід віднести:

1. Знайдені два нових типи руху пари симетрично-осьових вихрових кілець: стаціонарний рух і рух з періодичною взаємодією кілець з протилежними за знаком інтенсивностями. Побудовані пронормовані області допустимих початкових параметрів вихорів для всіх можливих випадків руху двох кілець за значеннями відносних осьових швидкостей на нескінченному віддаленні вихорів один від одного для випадку  $\alpha_2 > 0$  і в момент проскакування одного кільця скрізь інше для випадку  $\alpha_2 < 0$ .

2. Показано, що величина самоіндукованої швидкості кожного із двох взаємодіючих кілець слабо впливає на фазові траєкторії однонапрявленого руху вихорів. Виявлено, що при зустрічному русі кілець має місце значний вплив відносної товщини ядер вихорів на області допустимих для кожного типу взаємодії початкових параметрів кілець. Запропоновано метод визначення геометричних та енергетичних параметрів ядер кілець, що генеруються в експерименті, за формою і розмірами "атмосфери" вихорів.

3. Встановлено, що рівень звукового тиску в дальньому полі при взаємодії двох вихрових кілець для випадку  $\alpha_2 > 0$  визначається, в основному, інтенсивностями вихорів, а для випадку  $\alpha_2 < 0$  - типом їх руху. Вихори випромінюють максимальний звуковий тиск в момент проскакування одного із кілець скрізь друге.

4. Уточнено значення коефіцієнта акустичної ефективності випроміню-

нювання звуку вихорами в безмежній рідині. Показано, що величина множника, який стоїть при  $M^5$ , лежить в широких межах (0,2 - 1000) і визначається типом руху вихорів.

5. Встановлено, що системи, які складаються із великого числа коаксіальних вихорів в безмежній рідині, намагаються створити вихрові пари кілець із одночасним відставанням поодиноких вихорів. Для систем, що складаються із трьох і більше вихорів, виявлено сильний вплив початкових параметрів кілець на траєкторії їх руху. Показано, що рівень та спектральний склад звукового поля випромінюваного вихорами, при чисельному аналізі є надійними критеріями розпізнавання хаотичного та регулярного рухів системи кілець. Наявність дискретних максимумів в спектрі свідчить про впорядковану взаємодію, а їх відсутність - про хаотичний характер руху. При цьому відпадає необхідність дослідження гідродинамічних параметрів руху вихрових кілець на великому відрізку часу.

Основні результати дисертації опубліковані в роботах:

1. Мелешко В.В., Константинов М.Ю., Гуржий А.А. Взаимодействие тонких коаксиальных вихревых колец в идеальной жидкости // Докл. АН СССР. Сер. А. 1987. №4. С. 42-45.
2. Гуржий А.А., Константинов М.Ю., Мелешко В.В. Взаимодействие коаксиальных вихревых колец в идеальной жидкости // Изв. АН СССР. ММГ. 1988. №2. С. 78-84.
3. Гуржий А.А., Константинов М.Ю. Влияние относительных размеров ядер коаксиальных вихревых колец на характеристики их взаимодействия // Докл. АН СССР. 1989. Сер. А. №3. С. 40-43.
4. Гуржий А.А., Константинов М.Ю. О столкновении двух коаксиальных вихревых колец в идеальной жидкости // Изв. АН СССР. ММГ. 1989. №4. С. 60-64.
5. Гуржий А.А., Мелешко В.В. Двухмерное движение частиц идеальной жидкости в поле скорости вихревой пары // Сб. Гидромеханика. 1990. №2. С. 60-64.
6. Гуржий А.А. Акустическая эффективность излучения звука системой коаксиальных вихревых колец в безграничной жидкости // Докл. АН Украины. 1992. №8. С. 57-61.
7. Meleshko V.V., Konstantinov M.Yu., Gurzhi A.A., Konovaljuk T.P. Advection of a vortex pair atmosphere in a velocity field of point vortices // Phys. Fluids. 1992. U. 12. P. 2779-2797.

*Гуржий*

Подписано к печати 10.03.1993г. Формат 60x84/16  
Бумага офсетная Уол.-печ.лист, 1,0, Уч.-взд.лист 1,0.  
Тираж 100. Заказ 283. Бесплатно

---

Полиграф. уч-к Института электродинамики АН Украины,  
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

465735

AB 27.583

**AB 27.583**