КИЕВСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ им.ТАРАСА ШЕВЧЕНКО
Механико-математический факультет

На правах рукописи

ИНДИАМИНОВ РАВШАН ШУКУРОВИЧ

УДК 539.3

ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ ГИБКИХ ТОКОНЕСУЩИХ КОНИЧЕСКИХ ОБОЛОЧЕК В МАГНИТНОМ ПОЛЕ

01.02.04 - механика деформируемого твердого тела

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук

Киев - 1993

ЛННБ України ім.В.Стефаника
00814771 (S)

Работа выполнена на кафедре механики сплошных сред Киевского университета имени Тараса Шевченко.

Научный руководитель - доктор физико-математических наук,
профессор МОЛЬЧЕНКО Л.В.

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук,
профессор ВАСИЛЕНКО А.Т.
кандидат физико-математических наук,
доцент БОРИСЕЙКО В.А.

Ведущая организация - Институт прикладных проблем механики и математики АН Украины.

Защита состоится "30" июня 1993 г. в 1400 часов, на заседании специализированного Совета К 068.18.09 при Киевском университете им. Тараса Шевченко (252127, Киев-127, проспект акад. Глушкова, механико - математический факультет).

С диссертацией можно ознакомиться в научной библиотеке Киевского университета.

Автореферат разослан "28" мая 1993 г.

Ученый секретарь
специализированного Совета,
кандидат физико-математических
наук, доцент В. Ковальчук Ковальчук В.Ф.

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Прогресс науки и техники в последнее десятилетие обусловил значительный интерес к исследованиям по изучению взаимодействия механических полей деформаций с электромагнитными полями, что привело к появлению целой отрасли механики связанных полей - и теории магнитоупругости. Теория магнитоупругости возникла как продолжение линейной теории упругости и линейной электродинамики свободно движущихся сред. Если тело, находящееся в магнитном поле, привести в движение внешней силой, то вместе с полем деформаций возникает индуцированное магнитное поле. Магнитное и механическое поля связаны, действуя одно на другое. Эффекты связанности обусловлены пондеромоторными силами Лоренца, зависящими от скорости движения проводящего тела, интенсивности внешнего магнитного поля и от плотности тока проводимости. При наличии сильных импульсных магнитных полей и больших перемещений точек сплошной среды пондеромоторное взаимодействие очень сильное. В таких условиях функционирует целый ряд технических устройств, конструктивными элементами которых являются тонкостенные проводящие оболочки и пластинки. В связи с этим, значительный интерес представляет определение напряженно-деформированного состояния (НДС) гибких токонесущих пластин и оболочек, находящихся под воздействием переменных электромагнитных полей. Эти задачи возникают при создании защитных магнитных экранов, решении проблемы электромагнитной совместимости при разработках современных измерительных систем и устройств вычислительной техники, при проектировании охлаждаемых сильноточных установок и т.п. Учитывая, что специфические магнитоупругие эффекты проявляются при исследовании связанных задач в нелинейной постановке представляется актуальным развитие численных подходов к решению задач магнитоупругости гибких токонесущих пластин и оболочек, находящихся под действием нестационарных электромагнитных и механических нагрузок.

Целью диссертации является получение связанных разрешающих систем дифференциальных уравнений магнитоупругости гибких токонесущих конических оболочек при действии на них нестационарных магнитных и механических полей. Разработка эффективного подхода к численному решению одномерных по пространственной координате связанных задач магнитоупругости в нелинейной постановке. Проведение анализа электромагнитных эффектов и НДС указанных тел в широком диапазоне изменения геометрических, механических и электромагнитных параметров.

Научная новизна работы заключается в следующих основных положениях, выносимых на защиту:

- выводе разрешающей системы уравнений, описывающей деформирование гибкой проводящей конической оболочки в магнитном поле;

- разработке методики решения одномерных по пространственной координате связанных задач магнитоупругости в нелинейной постановке;

- построении и реализации на ПЭВМ алгоритма численного решения задач магнитоупругости гибких проводящих конических оболочек;

- выявлении и анализе эффектов, обусловленных связанностью механических полей деформаций с электромагнитными полями с учетом геометрической нелинейности;

-изучение действия на рассмотренные тела стороннего тока. что позволяет оптимизировать напряженно-деформированное состояние оболочки;

- проведение оценок членов, входящих в выражения для компонент пондеромоторной силы Лоренца;

- исследовании НДС рассматриваемых тел при комбинированном нагружении, состоящем из пондеромоторной силы Лоренца, стороннего электрического тока и механической нагрузки.

Достоверность полученных в работе результатов подтверждается корректностью постановки задач, строгостью математических выкладок, использованием обоснованных методов решения и различных индуктивных приемов оценки точности решений, сопоставлением с решением задач в другой математической постановке.

Практическая ценность работы заключается в том, что разработаны методика и алгоритм, реализованный в программе для ПЭВМ, для расчета и оптимизации напряженно-деформированного состояния гибких токонесущих конических оболочек в широком диапазоне изменения их параметров при различных условиях закрепления их краев, находящихся под действием нестационарных силовых и электромагнитных полей. Выявлены новые эффекты взаимодействия проводящих упругих тел с электромагнитными полями, учет которых может быть полезен при решении многочисленных практических задач в различных областях техники. Графический и расчетный материал, представленный в работе может быть использован в расчетах реальных конструктивных элементов. Результаты, полученные в работе, включены в отчеты по плану научно-исследовательской работы кафедры механики сплошных сред Киевского университета.

Апробация работы. Результаты диссертационной работы докладывались и обсуждались на: семинарах по теории упругости кафедры механики слошных сред (г.Киев, 1991-1993 г.г.); XVI и XVII научных конференциях молодых ученых Института механики АН Украины (Киев, 1991 г., 1992 г.); Второй всесоюзной школе-семинаре молодых специалистов и ученых "Современное состояние теории и разработки программного обеспечения СУ и ЭВМ " (Самарканд, 1991 г.); Республиканском семинаре "Проблемы механики" при механико-математическом факультете Киевского университета им. Тараса Шевченко (г. Киев, 1993 г.); семинаре Института механики АН Украины (г. Киев, 1993 г.).

Публикации. Основные результаты опубликованы в 5 статьях.

Структура и объем работы. Диссертационная работа состоит из введения, четырех главах заключения, библиографического списка (148), приложения и содержит 156 страниц машинописного текста, 23 страницы рисунков, 3 страницы таблиц, 12 страниц приложений.

Автор глубоко благодарен научному руководителю доктору физико-математических наук, профессору Л.В.Мольченко за постановку задач, постоянную помощь и поддержку в работе.

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении приводится краткий обзор работ по теме диссертации, обоснована актуальность проблемы, сформулирована цель исследования, кратко изложены основные научные положения, выносимые на защиту и содержание работы по главам.

Значительный вклад в развитие определенных направлений электромагнитоупругости внесли С.А.Амбарцумян, А.И.Ахиезер, Г.Е.Багдосарян, М.В.Белубекян, Я.И.Бурак, К.Б.Власов, А.С.Вольмир, Б.П.Галапац, А.Р. Гачкевич, Б.М.Гнидец, В.Т.Гринченко, А.А.Ильюшин, Б.И.Колодий, В.Ф.Кондрат, Я.И.Лопушанский, Ф.Г.Махорт, В.З.Партон, Я.С.Подстригач, Л.И.Седов, И.Т.Селезов, А.Ф.Улитко, W.F.Brown, A.C.Eringen, Mc. Carthy, S.Chattopadhyay, S.Kaliski, G.A.Maugin, F.Moon, W. Nowacki, H.Parkus, R.A.Toupin и др.

Проблемам нелинейной магнитоупругости теории пластин и оболочек посвящены работы Я.И.Бурака, А.Р.Гачкевича, В.И.Дресвянникова, Я.И.Лопушанского, Ф.Г.Махорта, Л.В.Мольченко, О.Н.Петрищева, А.Л.Радовинского, K.Hiroyuki, G.Nariboli и др.

Применению численных методов к решению задач теории оболочек в геометрически нелинейной постановке посвящены работы Н.В.Валишвили, Я.М.Григоренко и его учеников, А.В.Кармишина, М.С.Корнишина, В.А.Постнова и многие другие.

Из приведенного обзора видно, что к настоящему времени лишь единичные работы посвящены изучению нелинейной теории проводящих пластин и оболочек, находящихся под воздействием нестационарных магнитных полей. Это обусловлено сложностью связанной исходной системы магнитоупругих дифференциальных уравнений в частных производных; отсутствием подходов и алгоритмов решения таких задач, что и определило цель настоящей работы.

В первой главе диссертации формулируются исходные гипотезы и приводятся основные соотношения геометрически нелинейной трехмерной теории гибких изотропных оболочек.

Обсуждаются нелинейные задачи магнитоупругости в эйлеровой и лагранжевой постановках. Осуществляется переход в уравнениях электродинамики к лагранжевым переменным.

Вторая глава посвящена построению геометрической нелинейной модели двумерной по пространственным координатам теории токонесущих оболочек. Рассматриваются гибкие проводящие оболочки постоянной толщины, находящиеся под воздействием нестационарных электромагнитных и механических нагрузок, конечной проводимости, без учета эффектов поляризации и намагничивания, а также температурных напряжений. Используя гипотезу Кирхгофа-Лява и адекватные ей электромагнитные гипотезы, с помощью принципа виртуальных перемещений получена приближенная система связанных нелинейных дифференциальных уравнений магнитоупругости токонесущих оболочек.

В качестве гипотез магнитоупругости выбираем:

$$E_1 = E_1\,(\alpha,\ \beta, t);\ E_2 = E_2(\alpha,\ \beta,\ t);$$
$$E_3 = \frac{\partial u_2}{\partial t} B_1 - \frac{\partial u_1}{\partial t} B_2\ ;$$
$$J_1 = J_1\,(\alpha,\ \beta, t);\ J_2 = J_2(\alpha,\ \beta,\ t);\ \ J_3 = 0; \qquad (1)$$
$$H_1 = \frac{1}{2}\,(H_1^+ + H_1^-) + \frac{z}{h}\,(H_1^+ - H_1^-);$$
$$H_2 = \frac{1}{2}\,(H_2^+ + H_2^-) + \frac{z}{h}\,(H_2^+ - H_2^-);$$
$$H_3 = H_3\,(\alpha,\ \beta, t);$$

где u_i - компоненты вектора перемещений точек оболочки; E_i, H_i - компоненты векторов напряженности электрического и магнитного полей оболочки; J_i - компоненты вихревого тока; $H_i^{\pm}$ - тангенциальные составляющие напряженности магнитного поля на поверхностях оболочки; h - толщина оболочки.

Считая известным характер распределения и изменения во времени магнитного поля на поверхности оболочки, ограничиваемс решением только внутренней задачи.

Настоящая двумерная модель магнитоупругости токонесущих оболочек построена в квадратичном приближении. Используя допущение о малости деформаций и углов поворота, показано равенство электромагнитных величин в эйлеровом и лагранжевом представлениях. Полученная двумерная система уравнений представляет собой связанную нелинейную систему дифференциальных уравнений десятого порядка гиперболо-параболического типа с переменными коэффициентами, отнесенная к недеформированной поверхности.

На основании полученных результатов, в качестве исходных соотношений, описывающих напряженно-деформированное состояние оболочек указанного класса, принимаем следующую замкнутую систему уравнений:

Уравнения движения

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}(BN_1) - N_2\frac{\partial B}{\partial\alpha} + \frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\beta}(A^2S) + \frac{\partial}{\partial\beta}\left[\frac{AH}{R_1}\right] + \frac{1}{R_2}\frac{\partial A}{\partial\beta}H + \frac{AB}{R_1}Q_1 +$$

$$+ AB\,(p_1 + n_1 + \rho f_1^{\wedge}) = AB\rho h\frac{\partial^2 u}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial\beta}(AN_2) - N_1\frac{\partial A}{\partial\beta} + \frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\alpha}(B^2S) + \frac{\partial}{\partial\alpha}\left[\frac{BH}{R_2}\right] + \frac{1}{R_1}\frac{\partial B}{\partial\alpha}H + \frac{AB}{R_2}Q_2 +$$

$$+ AB\,(p_2 + n_2 + \rho f_2^{\wedge}) = AB\rho h\frac{\partial^2 v}{\partial t^2};$$

$$\frac{\partial}{\partial\alpha}(BQ_1) + \frac{\partial}{\partial\beta}(AQ_2) - AB\left[\frac{N_1}{R_1} + \frac{N_2}{R_2}\right] + AB\,(p_3 + n_3 + \rho f_3^{\wedge}) =$$

$$= AB\rho h\frac{\partial^2 w}{\partial t^2}\,; \qquad (2)$$

$$\frac{1}{A}\frac{\partial}{\partial\beta}(A^2H) + \frac{\partial}{\partial\alpha}(BM_1) - \frac{\partial B}{\partial\alpha}M_2 - ABQ_1 - AB\left[N_1 - \frac{1}{R_2}M_2\right]\theta_1 -$$

$$- ABS\theta_2 = AB\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2\theta_1}{\partial t^2}\,;$$

$$\frac{1}{B}\frac{\partial}{\partial\alpha}(B^2H) + \frac{\partial}{\partial\beta}(AM_2) - M_1\frac{\partial A}{\partial\beta} - ABQ_2 - AB\left[N_2 - \frac{1}{R_1}M_1\right]\theta_2 -$$

$$- ABS\theta_1 = AB\rho\frac{h^3}{12}\frac{\partial^2\theta_2}{\partial t^2}\,;$$

Уравнения электродинамики

$$-\frac{\partial B_3}{\partial t} = \frac{1}{BA}\left[\frac{\partial(BE_2)}{\partial\alpha} - \frac{\partial(AE_1)}{\partial\beta}\right]; \qquad (3)$$

$$\sigma\left[E_1 + \frac{\partial v}{\partial t}B_3 - 0.5\,\frac{\partial w}{\partial t}\,(B_2^+ + B_2^-)\right] = \frac{1}{B}\left[\frac{\partial H_3}{\partial\beta} - \frac{B(H_2^+ - H_2^-)}{h}\right];$$

$$\sigma\left[E_2 + 0.5\,\frac{\partial w}{\partial t}\,(B_1^+ + B_1^-) - \frac{\partial u}{\partial t}B_3\right] = \frac{1}{A}\left[-\frac{\partial H_3}{\partial\alpha} + \frac{A(H_1^+ - H_1^-)}{h}\right];$$

Связь между деформациями и перемещениями

$$\varepsilon_{11} = \frac{1}{A}\frac{\partial u}{\partial\alpha} + \frac{1}{AB}\frac{\partial A}{\partial\beta}v + \frac{w}{R_1} + \frac{1}{2}\theta_1^2\,;$$

$$\varepsilon_{22} = \frac{1}{B}\frac{\partial v}{\partial\beta} + \frac{1}{AB}\frac{\partial B}{\partial\alpha}u + \frac{w}{R_2} + \frac{1}{2}\theta_2^2\,;$$

$$\varepsilon_{12} = \frac{\partial}{\partial\beta}\left[\frac{u}{A}\right] + \frac{B}{A}\frac{\partial}{\partial\alpha}\left[\frac{u}{B}\right] + \theta_1\theta_2\,;$$

$$\varkappa_{11} = \frac{1}{A}\frac{\partial\theta_1}{\partial\alpha} + \frac{1}{AB}\frac{\partial A}{\partial\beta}\theta_2\,; \qquad (4)$$

$$\varkappa_{22} = \frac{1}{B}\frac{\partial\theta_2}{\partial\beta} + \frac{1}{AB}\frac{\partial B}{\partial\alpha}\theta_1\,;$$

$$2\varkappa_{12} = \frac{1}{A}\frac{\partial\theta_2}{\partial\alpha} + \frac{1}{B}\frac{\partial\theta_1}{\partial\alpha} - \frac{1}{AB}\left[\frac{\partial A}{\partial\beta}\theta_1 + \frac{\partial B}{\partial\alpha}\theta_2\right] +$$

$$+\frac{1}{R_1}\left[\frac{1}{B}\frac{\partial u}{\partial \beta}-\frac{1}{AB}\frac{\partial B}{\partial \alpha}v\right]+\frac{1}{R_2}\left[\frac{1}{A}\frac{\partial v}{\partial \alpha}-\frac{1}{AB}\frac{\partial A}{\partial \beta}u\right];$$

причем

$$\theta_1=-\frac{1}{A}\frac{\partial w}{\partial \alpha}+\frac{u}{R_1};\quad \theta_2=-\frac{1}{B}\frac{\partial w}{\partial \beta}+\frac{v}{R_2};$$

Соотношения упругости

$$N_1=\frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_{11}+\nu\varepsilon_{22});\quad N_2=\frac{Eh}{1-\nu^2}(\varepsilon_{22}+\nu\varepsilon_{11});$$

$$S=\frac{Eh}{2(1+\nu)}\varepsilon_{12};\quad H=\frac{Eh^3}{12(1+\nu)}\varkappa_{12};$$

$$M_1=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\varkappa_{11}+\nu\varkappa_{22});\tag{5}$$

$$M_2=\frac{Eh^3}{12(1-\nu^2)}(\varkappa_{22}+\nu\varkappa_{11});$$

где u, v, w- перемещения; θ_1, θ_2- углы поворота нормали в плоскостях β=const и α=const соответственно; ε_{11},ε_{22},ε_{12}- тангенциальные деформации удлинения и сдвига, $\varkappa_{11}\varkappa_{22}\varkappa_{12}$- изгибные деформации и кручения; R_i- радиусы кривизн; A.B- коэффициенты Ламе; ρ, σ, μ- соответственно плотность, удельная электропроводность и магнитная проницаемость материала. N_i,S, M_i, H - соответственно нормальное, тангенциальное, сдвигающее усилие, изгибающий и крутящий моменты.

Через $\rho\hat{f_1}$, $\rho\hat{f_2}$, $\rho\hat{f_3}$ представлены значения проекций пондеромоторной силы на координатные оси

$$\rho\hat{f_1}=-hJ_{2\text{ст}}B_3+\sigma h\Big[E_2B_3+0.5\frac{\partial w}{\partial t}(B_1^++B_1^-)B_3-\frac{\partial u}{\partial}B_3^2+$$
$$+\frac{\partial v}{\partial t}\left[0.25(B_1^++B_1^-)(B_2^++B_2^-)+\frac{1}{12}(B_1^+-B_1^-)(B_2^+-B_2^-)-(B_2^++B_2^-)B_3\right]+$$
$$+\frac{h}{12}\frac{\partial\theta_2}{\partial t}\left[(B_2^++B_2^-)B_3+(B_1^+B_2^+-B_1^-B_2^-)\right]\Big];$$

$$\rho\hat{f_2}=hJ_{1\text{ст}}B_3+\sigma h\Big[-E_1B_3+0.5\frac{\partial w}{\partial t}(B_2^++B_2^-)B_3-\frac{\partial v}{\partial t}\Big[B_3^2+0.5$$

$$(B_1^+ + B_1^-)B_3 + 0.25\ (B_2^+ + B_2^-)^2 + \frac{1}{12}(B_2^+ - B_2^-)^2\Big] + \frac{h}{12}\frac{\partial\theta_2}{\partial t}\Big[(B_1^+ - B_1^-)\cdot B_3 - (B_2^+ - B_2^-)^2\Big]\Big\};$$

$$\rho\hat{f}_3 = 0.5h\Big[-J_{1\text{ст}}\ (B_2^+ + B_2^-) + J_{2\text{ст}}\ (B_1^+ + B_1^-)\Big] + \sigma h\Big[0.5E_1(B_2^+ + B_2^-) - 0.5E_2(B_1^+ + B_1^-) - \frac{\partial w}{\partial t}\Big[0.25\ (B_2^+ + B_2^-)^2 + 0.25\ (B_1^+ + B_1^-)^2 + \frac{1}{12}\ (B_2^+ - B_2^-)^2 + \frac{1}{12}(B_1^+ - B_1^-)^2\Big] + 0.5\ \frac{\partial u}{\partial t}(B_1^+ + B_1^-)\ B_3 + 0.5\ \frac{\partial v}{\partial t}\ (B_2^+ + B_2^-)B_3 + \frac{h}{12}\ \frac{\partial\theta_2}{\partial t}\ (B_2^+ - B_2^-)B_3 + \frac{h}{12}\ \frac{\partial\theta_1}{\partial t}(B_1^+ - B_1^-)B_3\Big];$$

При получении системы уравнений принято, что действие электромагнитного поля и сторонненого тока на поле деформаций происходит посредством сил Лоренца.

В третьей главе предложен подход к решению краевых задач нелинейной магнитоупругости теории токонесущих осесимметричных конических оболочек. В качестве независимой переменной принимается длина образующей конуса S.

На основе приведенных соотношений и соответствующих гипотез выводится разрешающая связанная система нелинейных дифференциальных уравнений в частных производных с переменными коэффициентами описывающая напряженно-деформированного состояния гибких проводящих конических оболочек.

Предлагаемый подход численного решения нелинейных магнитоупругости теории оболочек основан на последовательном применении конечноразностной схемы Ньюмарка, метода квазилинеаризации и метода дискретной ортогонализации.

Исследование напряженно-деформированного состояния конических оболочек сводится к решению одномерной по пространсвенной координате нестационарной краевой задачи для системы нелинейных дифференциальных уравнений восьмого порядка с переменными коэффициентами вида

$$\frac{\partial u}{\partial s} = \frac{1-\nu^2}{Eh} N_S - \frac{\nu\cos\varphi}{r} u - \frac{\nu\sin\varphi}{r} w \quad \frac{1}{2} \theta_S^2 ;$$

$$\frac{\partial w}{\partial s} = -\theta_S$$

$$\frac{\partial \theta_S}{\partial s} = \frac{12(1-\nu^2)}{Eh^3} M_S - \frac{\nu\cos\varphi}{r} u$$

$$\frac{\partial N_S}{\partial s} = \frac{\cos\varphi}{r} \left[(\nu-1)N_s + Eh\left(\frac{\cos\varphi}{r} u + \frac{\sin\varphi}{r} w\right)\right] - P_S - hJ_{\theta\text{ст}} B_\text{Ϧ} -$$
$$- \sigma h\left[0.5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-)B_\text{Ϧ} - \frac{\partial u}{\partial t} B_\text{Ϧ}^2 + E_\theta B_\text{Ϧ}\right] + \rho h \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} ;$$

$$\frac{\partial Q_S}{\partial s} = -\frac{\cos\varphi}{r} Q_S + \frac{\nu\sin\varphi}{r} N_S + Eh\frac{\sin\varphi}{r}\left(\frac{\cos\varphi}{r} u + \frac{\sin\varphi}{r} w\right) - P_\text{Ϧ} -$$
$$-0.5hJ_{\theta\text{ст}}(B_s^+ + B_s^-) - \sigma h\left[-0.5E_\theta(B_s^+ + B_s^-) - 0.25 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-)^2 - \right.$$
$$- \frac{1}{12} \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ - B_s^-)^2 + 0.5 \frac{\partial u}{\partial t} B_\text{Ϧ} (B_s^+ + B_s^-) + \frac{h}{12} \frac{\partial \theta_S}{\partial t} B_\text{Ϧ} (B_s^+ +$$
$$\left. + B_s^-)\right] + h\rho\frac{\partial^2 w}{\partial t^2} ;$$

$$\frac{\partial M_s}{\partial s} = \frac{\cos\varphi}{r} \left[(\nu-1)M_s + \frac{Eh^3}{12} \cdot \frac{\cos\varphi}{r} \theta_S\right] + \theta_S + \theta_S N_S - \frac{\sin\varphi}{r}\left[\nu M_S + \right.$$
$$\left. + \frac{Eh^3}{12} \frac{\cos\varphi}{r} \theta_S\right] \theta_S + \frac{h^3}{12} \frac{\partial^2 \theta_S}{\partial t^2} ; \qquad (6)$$

$$\frac{\partial B_\text{Ϧ}}{\partial s} = -\sigma\mu\left[E_\theta + 0.5 \frac{\partial w}{\partial t} (B_s^+ + B_s^-) - \frac{\partial u}{\partial t} B_\text{Ϧ}\right] + \frac{B_S^+ + B_S^-}{h} ;$$

$$\frac{\partial E_\theta}{\partial s} = -\frac{\partial B_\text{Ϧ}}{\partial t} - \frac{\cos\varphi}{r} E_\theta .$$

Здесь φ- угол образующей конуса; $B_i^\pm$- известные составляющие магнитной индукции на поверхностях оболочки; $P_S = P_S(s,t)$, $P_\text{Ϧ} = P_\text{Ϧ}(s,t)$- компоненты механической нагрузки; h=const - толщина оболочки, E- модуль Юнга материала оболочки; ν - коэффициент Пуассона; E_θ- окружная составляющая напряжения электрического поля; $B_\text{Ϧ}$ нормальная составляющая в магнитной индукции.

В векторном виде краевая задача представляется

$$\frac{\partial \vec{N}}{\partial s} = \vec{F}\left[S,\ t, \vec{N}, \frac{\partial \vec{N}}{\partial t}, \frac{\partial^2 \vec{N}}{\partial t^2} \right] (S_0 \le S \le S_N)(t_0 \le t \le t_N) \qquad (7)$$

граничными условиями

$$\vec{g}_1(\vec{N}(S_0,t)) = \vec{b}_1^*, \quad \vec{g}_2(\vec{N}(S_N,t)) = \vec{b}_2^* \qquad (8)$$

и начальными условиями

$$\vec{N}(S,t)=0, \quad \dot{\vec{N}}(S,0)=0 \qquad (9)$$

Здесь

$$\vec{N} = \{u,\ w,\ \theta_S, N_S, Q_S, M_S, E_\theta, B_b\}^T,$$

$\vec{F}$, $\vec{g}_1$, $\vec{g}_2$, $\vec{b}_1^*$, $\vec{b}_2^*$ – в общем случае нелинейные вектор-функциии.

Применяя схему Ньюмарка к краевой задаче (6) и (7), весь интервал изменения времени разобьем на отдельные малые по времени интервалы и историю деформирования проследим последовательно решая задачи на каждом временном слое.

В результате на каждом шаге по времени получаем краевую задачу вида

$$\frac{d \vec{N}}{ds} = \vec{F}\left[S, \vec{N} \right] \qquad S_0 \le S \le S_N \qquad (10)$$

и соответствующие граничные условия

$$D_1\vec{N}(S_0) = \vec{d}_1 \qquad D_2\vec{N}(S_N) = \vec{d}_2 \qquad (11)$$

С помощью метода квазилинеаризации исходная краевая задача (9), (I0) сводится к последовательности линейных краевых задач, которую сокращенно можно записать

$$\frac{d \vec{N}^{k+1}}{ds} = \vec{G}(\vec{N}^{k+1}, \vec{N}^{k}), \qquad (12)$$

$$\vec{B}_1(\vec{N}^k)\,\vec{N}^{k+1}(S_0)=\vec{b}_1(\vec{N}^k)$$

$$\vec{B}_2(\vec{N}^k)\,\vec{N}^{k+1}(S_N)=\vec{b}_2(\vec{N}^k) \qquad (k=0,1,2,\ldots) \qquad (13)$$

где $\vec{N}=\{u,\ w,\ \theta_S\ ,N_S\ ,Q_S\ ,M_S\ ,E_\theta\ ,B_\flat\}^T$,

$\vec{N}^{k+1}$ и $\vec{N}^{\,k}$ - решения соответственно на k+I-й и k-й итерациях;

$\vec{G}\,(\vec{N}^{k+1}\ \vec{N}^{\,k})$- вектор правой части системы уравнений;

$\vec{B}_1(\vec{N}^k)$, $\vec{B}_2(\vec{N}^k)$, $\vec{b}_1(\vec{N}^k)$, $\vec{b}_2(\vec{N}^k)$ соответственнло матрицы и правые части граничных условий.

На последнем этапе каждая из линейных краевых задач (II),(I2) решается методом дискретной ортогонализации обеспечивакщим устойчивый вычислительный процесс благодаря процедуре ортогонализации векторов-решений задач Коши в отдельных точках интегрирования.

Дано описание алгоритма и программы решения нелинейных краевых задач магнитоупругости гибких проводящих конических оболочек. Разработанный алгоритм решения указанного класса задач позволяет получать решения в широком диапазоне изменения геометрических параметров оболочки, механических характеристик материала, поверхностных и контурных нагрузок, вида закрепления граничных контуров, параметров электромагнитного поля.

Разработанный алгоритм реализован в виде программы на языке ФОРТРАН для ПЭВМ. Программа имеет модульную структуру. Большая часть модулей, реализующих определенные части вычислительного процесса являются стандартными.

Проведен анализ достоверности полученных результатов состоящий в оценке сходимости процесса решения задачи по приближениям, а также сопоставлением решений задач в другой математической постановке.

Глава четвертая посвящена анализу электромагнитных эффектов и напряженно-деформированного состояния гибких проводящих конических оболочек в нелинейной постановке, находящихся в нестационарном магнитном поле.

Проведен учет влияния тангенциальной составляющей пондеромоторной силы Лоренца на напряженное состояние токонесущей конической оболочки. Задача решалась при граничных условиях: контур малого радиуса $S=S_0$ загружен перерезывающим усилием Q_s и свободный в нормальном направлении и выполняется условие непротекания тока; второй конту $S=S_N$- жестко закреплен. Здесь и в дальнейшем рассматриваются оболочки из алюминия.

Рассматривались два варианта решения поставленной краевой задачи (геометрические и физические параметры оболочки одни и те же, при одинаковых граничных условиях):

I-й вариант: $\rho f_S^{\wedge} \equiv 0$; 2-й вариант $\rho f_S^{\wedge} \neq 0$. При рассмотрении выше приведенных вариантов, естественно, в первую очередь определит влияние тангенциальной составляющей силы Лоренца $\rho f_S^{\wedge}$ на электромагнитные компоненты оболочки. Однако при решении поставленной задачи это влияние оказалось незначительным. Для примера, различие между значениями нормального напряжения Максвелла на внешней поверхности оболочки T_{11}^{+} для рассмотренных вариантов наблюдается только в единственной точке S=0,9196 м и составляет 23 %.

При определении значений магнитной индукции, электромагнитного и магнитного напряжений оболочки, результаты совпадают для обеих вариантов (максимальное различие составляет в среднем 3 %).

Что касается механических компонент напряженно-деформированнного состояния оболочки, таких как прогиб, усилия, моменты и напряжения, то согласно полученным результатам, различия между ними не обнаружены.

Отметим, что учет тангенциальной составляющей пондеромоторной силы Лоренца $\rho f_S^{\wedge}$ не оказывает существенного влияния на напряженное состояние и электромагнитные эффекты усеченой конической оболочки в приведенной постановке. В рассмотренном случае максимальная величина, характеризующая нелинейность данной задачи w/h=0,6. Естественно, что при большей нелинейности, влияние составляющей $\rho f_S^{\wedge}$ будет увеличиваться.

Проанализировано влияние внешнего магнитного поля на напряженное состояния конической оболочки.

Условия закрепления контуров оболочки выбраны следующие: контур малого радиуса $S=S_0$загружен перерезывающим усилием Q_s и свободный в нормальном направлении и выполняется условие непротекания тока; второй контур $S=S_N$- жестко закреплен. Оболочка находится под действием нормальной составляющей механической силы P_γ=40 Н/м^2 , сторонний электрический ток отсутствует $J_{\theta ст}$=0. Исследовано поведение оболочки в зависимости от изменения внешнего магнитного поля B_{S0}.

Показано, что с увеличением индукции внешнего магнитного поля, прогиб оболочки существенно убывает. Аналогичная картина наблюдается и при изменении величины магнитной индукции в противоположном направлении. С увеличением B_{SO}>0,5 Т, прогиб существенно возрастает и счёт становится неустойчивым.

Такое поведение оболочки впервые было обнаружено С.А.Амбарцумяном для пластин в линейной постановке.

С увеличением индукции внешнего магнитного поля B_{SO}, величины механических напряжений на поверхностях оболочки убывают. Такое распределение напряжений согласуется с распределением прогиба оболочки.

Оценивая изменение величины индукции внутреннего магнитного поля оболочки в зависимости от изменения внешнего магнитного поля, замечаем, что с увеличением индукции внешнего магнитного поля, индукция внутреннего магнитного поля также увеличивается. Это соответствует реальным физическим процессам происходящим в оболочке, что в свою очередь подтверждает надежность предложенной методики решения.

Проведен анализ совместного действия механической нагрузки, стороннего электрического тока и внешнего магнитного поля на поведение оболочки. Оценен вклад каждой из нагрузок отдельно на напряженно-деформированное состояние конической оболочки.

Граничные условия выбраны следующим образом: контур малого радиуса $S=S_0$ свободен в нормальном направлении и выполняется условие непротекания тока, а второй контур $S=S_N$- жестко закреплен.

Показано, что при положительном значении индукции внешнего магнитного поля в направлении от S_0 к S_N, наблюдается увеличение пиков напряженности электрического поля оболочки. При отрицательной величине индукции внешнего магнитного поля происходит значительное уменьшение ее экстремальных значений. Подведение электрического стороннего тока к оболочке, по сравнению с его отсутствием, изменяет направление действия составляющей магнитной индукции оболочки. Изменение направления действия внешнего магнитного поля не изменяет характер поведения магнитной индукции оболочки, однако значительно увеличивает ее экстремальные значения.

При совместном действии механической нагрузки, стороннего тока и внешнего магнитного поля показано, что подбирая величину плотности и направления стороннего тока, можно оптимизировать напряженное состояние конической оболочки, находящейся под действием электромагнитных и механических полей.

Рассмотрен учет влияния конусности на нелинейное поведение оболочки. Контур малого радиуса $S=S_0$ свободен в нормальном направлении и выполняется условие непротекания тока, а второй контур жестко закреплен. Показано, что с уменьшением угла конусности абсолютные величины прогиба механических напряжений, напряженности электрического поля и магнитной индукции возрастают. При $\varphi=\frac{\pi}{15}$ максимальные значения этих функций существенно возрастают, по сравнению с максимальными величинами для остальных углов и сдвигаются к S_0. Этот факт иллюстрирует взаимосвязь электромагнитных и механических полей. Исходя из полученных результатов, можем судить о влиянии угла конусности на напряженно-деформированное состояние оболочки, учитывая, что угол φ дополняет угол при основании конуса до 90°.

Отметим, что колебательные процессы происходящие в конической оболочке, находящейся в магнитном поле, соответствуют

ЛНБ ім. В. Стефаника
АН України

в своей чисто механической части колебательным процессам оболочки, находящейся под воздействием только механической нагрузки.

Это является еще одним подтверждением правильности выбора методики и корректностью полученных уравнений.

В приложении приведен текст программ расчета напряженно-деформированного состояния гибких проводящих конических оболочек, находящихся магнитном поле.

В заключении кратко сформулированы основные результаты, полученные в работе и состоящие в следующем :

I. На основе квадратичного варианта геометрически нелинейной теории оболочек и пластин, получена связанная разрешающая система уравнений в частных производных с по одной пространственной координате, описывающая напряженно-деформированное состояние конических оболочек в магнитном поле;

2. Предложен подход к решению рассмотренных в работе классов задач, основанный на совместном использовании для решения нелинейных краевых задач конечноразностной схемы Ньюмарка, метода квазилинеаризации и устойчивого численного метода дискретной ортогонализации;

3. Построен и реализован в программном комплексе алгоритм численного решения рассмотренных классов задач;

4. Проведен анализ достоверности полученных результатов;

5. На основе разработанного подхода проведен анализ электромагнитных эффектов и напряженно-деформированного состояния токонесущих конических оболочек в нелинейной

постановке в широком диапазоне изменения их геометрических и электромагнитных параметров, при различных видах нагружения и способов закрепления;

6. В указанных задачах приведена оценка влияния членов в выражениях для компонент силы Лоренца на характер распределения значений основных функций;

7.Проведен анализ электромагнитных эффектов и напряженно-деформированного состояния оболочки при комбинированном нагружении.

Полученные в работе результаты могут быть использованы при расчетах элементов конструкций.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I.Мольченко Л.В., Индиаминов Р.Ш.. " Об уравнениях магнитоупругости гибких оболочек вращения"// Численные методы прикладной механики. Сборник научных статей. Самарканд 1992 г. стр.: 6-II.

2.Индиаминов Р.Ш., Нелинейные колебания токонесущей конической оболочки в переменном магнитном поле. (тр. XVI научн.конф.мол. ученых Ин-та механики АН УССР.- Киев, 21-24 мая, I99I. ч.2) АН УССР.- Институт механики.- Киев, I99I.- с.263-268.-Библиогр.: 4 назв.- Рус.-Деп в ВИНИТИ I2.II.9I, N 4260-В9I.

3.Мольченко Л.В., Индиаминов Р.Ш., "Анализ электромагнитных эффектов и напряженно-деформируемого состояния токонесущих гибких оболочек в магнитном поле // Вторая всесоюзная школа-семинар молодых ученых специалистов и ученых "Современное состояние теории и разработки программного обеспечения СУ с

ЭРМ." I5-I9 сентября I99I г. г.Самарканд Тезисы докладов. ГОНТИ-6 Москва. стр.4I,42.

4.Индиаминов Р.Ш., Учет влияния тангенциальной составляющей силы Лоренца на напряженное состояние токонесущей конической оболочки / Киев.ун-т.- Киев, I992.- 2I с.: ил. Библиогр.: 8 назв.-Рус.- Деп. в УкрНИИНТИ, 22.0I.92, N 8I-УК92.

5.Индиаминов Р.Ш., Влияние внешнего магнитного поля на напряженно-деформированное состояние усеченной конической оболочки. (тр. XVII научн. конф. мол. ученых Ин-та механики АН УССР.-Киев, I9-22 мая, I992. ч.2) Институт механики.-АН Украины.-Киев, I992.- с.62-67.-Библиогр.: 8 назв.- Рус.-Деп в УкрИНТЭИ 07.07.92, N I022-Ук92.

Подписано к печати 26.05.1993г. Формат 60х84/I6
Бумага офсетная Усл.-печ.лист.1,0.Уч.-изд.лист 1,0.
Тираж 150. Заказ 636. Бесплатно

Полиграф. уч-к Института электродинамики АН Украины,
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

465792

AB 27.627
AB 27.627