

ОДЕССКИЙ ГИДРОМЕТЕОРОЛОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

НИКОЛАЕВИЧ НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ

УДК 556.16"45":556.16.048

СТАТИСТИЧЕСКИЕ СВОЙСТВА ПАРАМЕТРОВ МАРКОВСКИХ  
МОДЕЛЕЙ МНОГОЛЕТНИХ КОЛЕБАНИЯ РЕЧНОГО СТОКА И ПРОСТРАНСТ-  
ВЕННОЕ ОБОБЩЕНИЕ ХАРАКТЕРИСТИК ВНУТРИРЯДНОЙ СВЯЗНОСТИ.

11.00.07 — гидрология суши, водные ресурсы, гидрохимия.

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой  
степени кандидата географических наук

ОДЕССА 1993

Работа выполнена в Одесском гидрометеорологическом институте.

Научные руководители — кандидат технических наук,  
профессор Гопченко Евгений  
Дмитриевич,  
кандидат географических наук  
Волгов Михаил Васильевич.

Официальные оппоненты — доктор технических наук,  
профессор  
Лалыкин Николай Владимирович,  
кандидат географических наук  
Колодеев Евгений Иванович.

Ведущая организация — Украинский научно-иссле-  
довательский гидрометеорологи-  
ческий институт (г.Киев).

Защита диссертации состоится 1 июля 1993 г. в 13 часов  
на заседании специализированного совета К 068.04.01  
в Одесском гидрометеорологическом институте, в зале засе-  
даний по адресу:  
270016 г.Одесса ул.Львовская, 15, ОГМИ.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке ОГМИ.

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00753656 (W)

Автореферат разослан "31" мая 1993 г.

Ученый секретарь  
специализированного совета *Н.Лобода* к.г.н. Лобода Н.С.

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

## ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ.

Актуальность темы. За последние полвека объемы изымаемой из источников воды увеличились в 5-6 раз. Вода становится важным видом природных ресурсов, влияющим на размещение производительных сил, а водообеспечение — все более значимой составляющей стоимости выпускаемой продукции. В связи с этим несомненный интерес представляет разработка новых, более достоверных, методов определения основных статистических параметров распределения натуральных стоковых рядов, к числу которых следует отнести коэффициент автокорреляции. Как известно, наличие скоррелированности в естественных стоковых рядах приводит к уменьшению объема независимой информации, что в конечном итоге сказывается на качестве каждого гидролого-водохозяйственного расчета.

В современном СНиПе отмечается, что при достаточно больших среднеквадратических погрешностях расчета параметров необходимо применять групповые оценки, однако не рекомендован метод получения таких оценок. Поэтому для развития методологии ныне действующего нормативного документа необходимо предложить такой способ, на основе которого можно решить задачу повышения достоверности результатов гидрологических расчетов на инженерном уровне.

Целью работы является дальнейшая разработка метода наибольшего правдоподобия для оценки параметров внутрирядной связности, а также их последующее пространственное обобщение по территории СНГ.

Для достижения намеченной цели были поставлены и решены следующие задачи:

— методом статистических испытаний смоделированы двенадцать пятидесяти тысяч рядов, представляющих собой гамма-распределенную Марковскую последовательность с линейной гетероскедастичной корреляцией между смежными членами ряда;

— на основе полученных искусственных рядов исследованы статистические свойства моментных оценок параметров линейной стохастической модели стока с гамма-корреляцией смежных членов;

— обобщен метод наибольшего правдоподобия для гамма-коррелированного марковского процесса на случай, когда коэффициент автокорреляции между обеспеченностями стока смежных

лет  $\lambda \geq 0.55$ ;

— методом статистических испытаний смоделированы пятнадцать пятидесяти тысяч рядов, представляющих собой гамма-распределенную Марковскую последовательность с нелинейной гомоскедастической корреляцией между смежными членами ряда;

— на основе полученных искусственных рядов исследованы статистические свойства моментных и максимально правдоподобных оценок параметров нелинейной стохастической модели стока с гамма-корреляцией смежных членов;

— произведена оценка полноты и качества исходной гидрологической информации;

— выполнено пространственное обобщение параметров внутрирядной связности на основе метода объединения статистических совокупностей.

Методика исследований. Для идентификации случайных и систематических ошибок параметров внутрирядной связности марковских моделей многолетних колебаний речного стока с гамма-корреляцией между смежными членами ряда применялся метод статистических испытаний. При индивидуальной оценке коэффициента автокорреляции между обеспеченностями стока  $\lambda$  использовался метод приближенного наибольшего (максимального) правдоподобия, доработанный автором для случая, когда  $\lambda \geq 0.55$ . Пространственное обобщение параметров внутрирядной связности выполнено с помощью метода совместного анализа статистических совокупностей в рамках гидрологических районов, выделенных Кузиным П.С. и Бабкиным В.И.

Научная новизна исследования состоит в том, что в нем впервые:

а) методом Монте-Карло исследованы статистические свойства моментных оценок параметров линейной и нелинейной стохастических моделей речного стока с гамма-корреляцией смежных членов;

б) метод максимального правдоподобия для гамма-коррелированного марковского процесса обобщен на случай когда  $\lambda \geq 0.55$ ;

в) методом Монте-Карло исследованы статистические свойства максимально правдоподобных оценок коэффициента автокорреляции между обеспеченностями стока смежных лет и показано, что при таком подходе имеет место уменьшение систематических

погрешностей;

г) на основе полученных в работе свойств оценок коэффициентов автокорреляции методом объединения совокупностей выполнено пространственное обобщение параметров внутрирядной связности по территории СНГ в рамках гидрологических районов, выделенных Кузиным П.С. и Бабкиным В.И.

Положения, составляющие научную новизну данного исследования, в соответствии с поставленными целями, одновременно выдвигаются в качестве предмета защиты.

#### Практическая ценность и реализация полученных результатов.

Предложенная методика получения максимально правдоподобных оценок параметров внутрирядной связности и их пространственное обобщение позволят, в конечном итоге, повысить качество и надежность расчетных характеристик годового стока рек.

Апробация работы. Отдельные результаты работы обсуждались на научных конференциях ОГМИ (Одесса 1990, 1991) и ГТИ (Ленинград 1991).

Диссертационная работа обсуждена и одобрена на расширенном семинаре кафедры гидрологии суши ОГМИ.

Публикации. По теме диссертации опубликовано три статьи.

Объем и структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы и приложения. Содержит 132 страницы машинописного текста, включая 6 рисунков и 20 таблиц.

#### СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ.

Во введении обосновывается актуальность темы, излагаются цели, задачи работы. Определены научная новизна исследования и предмет защиты.

Первая глава содержит обзор представлений о стохастических моделях многолетних колебаний речного стока.

В связи с тем, что вопрос о признании существенности дальних связей в рядах годового стока остается открытым, простая цепь Маркова рассматривается как вполне удовлетворительное приближение для описания многолетних колебаний стока. Таким образом, рассмотрение двух смежных сечений

случайного процесса многолетних колебаний стока может быть сведено к совместному распределению системы двух случайных величин  $q$  и  $q_{t-1}$ , или  $x$  и  $y$ ; т.е. задача построения стохастической модели годового стока решается в гидрологической практике в классе марковских процессов, для которых многомерное распределение можно выразить через двумерную плотность.

Во второй главе анализируются марковские модели многолетних колебаний речного стока с гамма-корреляцией между смежными членами, наиболее популярными в практике гидрологических расчетов.

Наиболее корректный способ конструирования марковских последовательностей такого класса, имеющих маргинальные гамма-распределения был предложен Блохиновым Е.Г. и Сармановым О.В. в 1968 году. При этом условная плотность распределения имела следующий вид:

$$f(y/x) = \frac{\gamma \gamma^{y-1} e^{-\gamma y}}{\Gamma(\gamma)} \left[ 1 + \sum_{k=1}^{\infty} R^k \hat{L}_k^{y-1}(\gamma x) \hat{L}_k^{y-1}(\gamma y) \right], \quad (1)$$

где  $\hat{L}_k^{y-1}(\gamma x)$  — ортогональные полиномы Лагерра;  $R$  — коэффициент корреляции между  $x$  и  $y$  (т.е. смежными членами ряда). Безусловная плотность распределения  $p(x)$  с параметрами: средним  $x_0 = 1.0$ , и  $\gamma$ , связанным с коэффициентом вариации  $C_v$  простым соотношением  $\gamma = 1 / C_v^2$ , равняется:

$$p(x) = \frac{\gamma x^{\gamma-1} e^{-\gamma x}}{\Gamma(\gamma)} \quad (2)$$

Данная модификация простой цепи Маркова предполагает наличие линейной корреляции между смежными значениями. Однако, существует и другой принцип конструирования марковской последовательности, опирающийся на рассмотрение корреляции между обеспеченностями смежных членов ряда.

Примером такой конструкции цепи Маркова является модель разработанная Сармановым И.О. (1968) :

$$f(x, y) = p(x) p(y) (1 + 3\lambda(2F(x)) - 11(2F(y) - 1) + 5\lambda^2(6F(x)^2 - 6F(x) + 1) + 11(6F(y)^2 - 6F(y) + 1)), \quad (3)$$

которая представляется достаточно универсальной, поскольку позволяет в числе прочих рассматривать и нестационарные за-

дачи.

В третьей главе обсуждается возможность определения случайных и систематических погрешностей параметров распределений (I) и (3) с помощью метода статистических испытаний (метода Монте-Карло), использование которого основано на следующей схеме: первоначально заданная последовательность независимых и равномерно распределенных в интервале от нуля до единицы случайных величин определенным образом преобразуется в искусственные гидрологические ряды. Для того, чтобы осуществить это преобразование необходимо априори задать тип функции распределения будущих искусственных рядов, а также ее числовые параметры. Далее по искусственным рядам производятся расчеты, согласно результатам которых определяются искомые гидрологические или гидролого-водохозяйственные характеристики.

Теоретические основы получения искусственных рядов, представляющих собой марковскую последовательность с гамма-корреляцией (линейной и нелинейной) между смежными членами ряда рассмотрены Волговым М.В. и Сармановым И.О. в 1991 году, на основании которых автором получены двадцать семь 50000 искусственных гидрологических рядов (с помощью уникальных программ, составленных на алгоритмическом языке ТУРБО ПАСКАЛЬ версии 5.5).

Переходя к методам получения оценок параметров надо сказать, что несомненный интерес представляет задача распространения принципа наибольшего правдоподобия на совокупность случайных величин, образующих простую цепь Маркова. Принципы решения такой задачи при  $|\lambda| < 0.55$  рассмотрены ранее Волговым М.В. и Сармановым О.И. (1991), а в разделе 3.1 диссертации приведены выкладки позволяющие находить достоверную оценку параметров внутрирядной связности при более высоких величинах скоррелированности смежных членов ряда.

В диссертационной работе исследовались свойства моментных и максимально правдоподобных оценок параметров нелинейной модели гамма-корреляции вида (3), а также свойства моментных оценок параметров линейной модели гамма-корреляции вида (1).

Для нелинейного случая были смоделированы искусственные ряды длиной 50000 членов (которые, по данным Рождественского, (1976) можно принимать за генеральные совокупности) со сле-

дущими параметрами:  $\lambda = 0.1, 0.3, 0.5$  и  $Cv = 0.1, 0.3, 0.5, 1.0$ .

Искусственные ряды годового стока разбивались на выборки меньшего объема, а затем подвергались статистической обработке по известной схеме с целью идентификации величин случайной и систематической погрешностей параметров.

Здесь следует констатировать очевидный факт, что свойства оценок параметров зависят не только от объема информации и значений самих параметров, но и от типа стохастической модели стока: разным моделям соответствует и различные оценки. Следовательно, результаты статистических исследований для различных моделей вообще несравнимы между собой, но с точки зрения свойств моделей надо отметить, что нелинейная модель (3) дает оценки вариации с несколько меньшей дисперсией.

Обратимся к свойствам основного параметра, характеризующего степень внутрирядной связности, коэффициенту автокорреляции  $\lambda$ . В модели (3)  $\lambda$  — коэффициент корреляции между обеспеченностями стока смежных лет. Отметим что здесь и далее речь идет об условно правдоподобных оценках, поскольку решается численно лишь одно уравнение правдоподобия относительно параметра  $\lambda$ . В качестве параметра  $\gamma = 1/Cv^2$  принимается его моментная оценка.

Наибольший эффект метод правдоподобия дает в отношении смещения оценки  $\lambda$ . Так моментная оценка параметра  $\lambda$  существенно смещена практически во всем исследованном диапазоне изменения параметров, что по мнению автора, является следствием замены гамма-распределенных величин их выборочными обеспеченностями. Смещение максимально-правдоподобной оценки параметра  $\lambda$  заметно меньше, но тем не менее, присутствует, поскольку речь идет об условно-правдоподобных оценках.

На рис. I представлены результаты имитационных экспериментов по идентификации стандартной ошибки коэффициента корреляции (значения ошибок нормированны умножением на  $\sqrt{n}$ ) для линейной и нелинейной моделей гамма-корреляции, а также аналитическое решение этой задачи Блохинова Е. I' и Сарманова О. В. (1968), которые предложили определять  $\sigma_n$  по известной теоретической формуле.

$$\sigma_n = \frac{1 - R^2}{\sqrt{n}} \sqrt{1 + \frac{R(4 + R)}{(1 + R)^2} Cv^2} \quad (4)$$

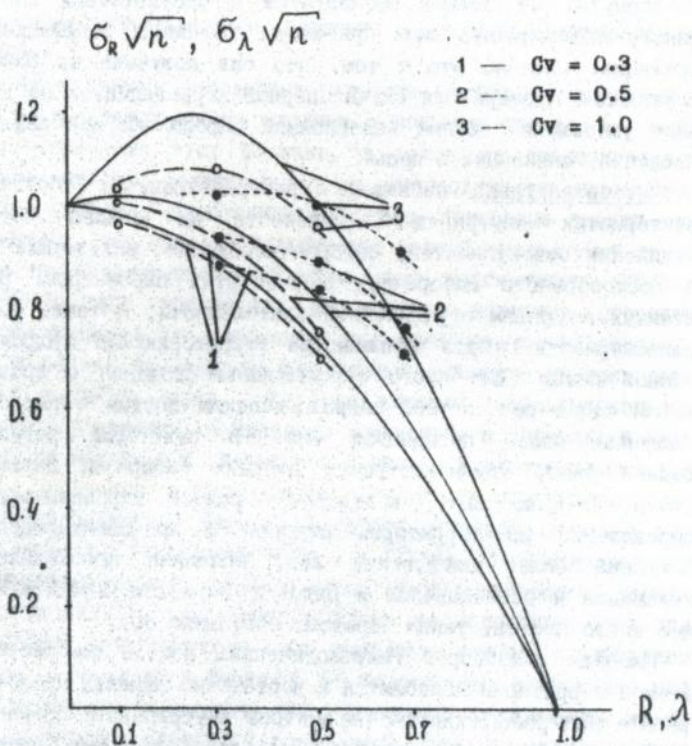


Рис I. Связь нормированной по  $n$  стандартной ошибки  $\sigma(R)$  с параметром внутрирядной связности.

— Теоретическая кривая Блохинова-Сарманова;

○—○—○ нелинейная модель гамма-корреляции;

●—●—● линейная модель гамма-корреляции.

Формула (4) больше согласуется с результатами имитационного эксперимента лишь при малых значениях коэффициента корреляции. Связано это с тем, что она получена на основе рекомендаций Крамера для случая парной корреляции, и не учитывает уменьшения объема независимой информации при анализе наблюдений, связанных в цепь.

Четвертая глава посвящена пространственному обобщению характеристик внутрирядной связности на основе метода объединения совокупностей, которое необходимо вследствие малой достоверности выборочных оценок этих параметров, рассчитанных по рядам ограниченной длительности, а также из-за неравномерности охвата большинства территории СНГ гидрометрической сетью. Для этого использованы сведения о среднегодовом стоке рек по 211 гидрологическим постам с периодом наблюдений более пятидесяти лет. В некоторых регионах (Средней Азии, труднодоступных районах Сибири и Дальнего Востока, в Приазовье), вследствие крайней неравномерности распределения по территории створов с продолжительностью наблюдений более пятидесяти лет, возникла необходимость привлечения к исследованию и рядов с периодом 30+50 лет, а общее число постов, таким образом, составило 354.

Площади водосборов гидрологических постов на рассматриваемой территории колеблется в достаточно широких пределах. В работе при районировании параметров внутрирядной связности в основном учитывались значения  $R$  и  $\lambda$  для водосборов, имеющих площади в пределах 1000+50000 км<sup>2</sup>, и только при дефиците исходных данных к исследованию привлекались посты со значениями площадей, выходящими за пределы указанного диапазона.

Большинство постов на исследуемой территории имеют пропуски в рядах наблюдений. При расчете параметров внутрирядной связности исходные ряды периода  $n$  приводились к рядам приведенной длины  $n_{II}$ . Расчет параметров внутрирядной связности по рядам приведенной длины  $n_{II}$  ликвидирует возможные неточности определения вышеназванных параметров, вследствие имеющих пропусков в натуральных рядах.

В практике гидрологических расчетов принято перед использованием какой-либо информации оценивать ее достоверность. Аналогичное исследование было выполнено для всех натуральных рядов, имеющих в распоряжении автора, с целью выяснения

их однородности с помощью общеизвестных критериев Фишера и Стьюдента. Неоднородные данные из состава объединяемых совокупностей исключались, но значения параметров внутрирядной связности принимались к сведению и носили информационный характер.

На основании выполненных расчетов коэффициентов автокорреляции  $R$  — между среднегодовыми величинами стока и  $\lambda$  — между обеспеченностями этих величин, а также их среднеквадратических ошибок, сделан вывод о необходимости привлечения методов расчета, позволяющих получить групповые оценки этих параметров, так как для большинства постов исследуемой территории не выполняется требование ныне действующего СНиПа о равенстве либо превышении выборочного значения статистического параметра его удвоенной среднеквадратической ошибки.

В работе анализировалась обусловленность внутригодовых связей годового стока. Так как влияние скоррелированности осадков и испарения на значения параметров внутрирядной связности, по мнению Д.Я. Ратковича (1992) и Рождественского А.В. (1988), признано незначительным, что также подтверждено проверочными расчетами автора. В работе основное внимание уделено гипотезе Рождественского А.В. (1988) об обусловленности внутрирядных связей годового стока представлениями о переходящих от года к году запасов влаги на водосборе. Для подтверждения этой гипотезы была выполнена оценка внутрирядной связности грунтового стока по 59 водосборам, равномерно распределенным по территории СНГ. Поскольку расчленение гидрографов является сложной и трудоемкой задачей, величина грунтового питания реки за каждый год, может характеризоваться количественным показателем  $\hat{Q}_{гр}$ , рекомендованным А.Н. Бефани

$$\hat{Q}_{гр} = \frac{Q_{З, \min} + Q_{Л, \min}}{2},$$

где  $Q_{Л, \min}$  — средний минимум расхода воды за 30 суток летнего периода;  $Q_{З, \min}$  — средний минимум расхода воды за 30 суток зимнего периода.

Определение параметров внутрирядной связности грунтового стока по рядам показателя грунтового питания  $\hat{Q}_{гр}$  вполне обоснованно, т. к., по данным А.Н. Бефани, между ними существует достаточно тесная и устойчивая для больших

регионов линейная связь. Коэффициент корреляции по нашим данным  $r(\lambda, \lambda_{\text{тр}}) = 0.71$ , что в свою очередь дает возможность утверждать о наличии тесной связи между параметрами внутрирядной связности подземного и суммарного годового стока.

Интерпретируя в свете последнего выявленного факта природу внутрирядных связей годового стока, можно сделать следующий вывод: автокорреляция в рядах годового стока обусловлена естественной зарегулированностью подземного стока.

При районировании показателей внутрирядных связей возникает проблема определения природных границ районов. Из-за недостатка исходных данных по годовому стоку в отдельных регионах, а также в связи с большими погрешностями расчета параметров внутрирядной связности территориальный раздел исключительно на основе применения статистических методов без учета физико-географических факторов может привести к значительным ошибкам.

Районирование  $R$  и  $\lambda$  предназначено для получения сведений о характере внутрирядных связей неизученных территорий, следовательно, оно должно опираться на типичные для всех водных объектов данного района закономерности. С этой целью автором для разделения исследуемой территории в первом приближении использовалась карта гидрологического районирования Кузина П.С. и Бабкина В.И. (1979).

В упомянутом гидрологическом районировании СНГ отражены: во-первых, идея о реках как продукте развития географического ландшафта; во-вторых, идея о разграничении основных фаз и типов водного режима согласно их генетическому происхождению; в-третьих, идея о географическом распределении типов водного режима рек в связи с их генезисом; и, наконец, в-четвертых, идея о территориально-географическом, а не бассейновом принципе проявления гидрологических закономерностей.

С помощью метода совместного анализа, на территории СНГ выделено тридцать два статистически однородных района параметров внутрирядной связности. При этом доля случайной составляющей в общей дисперсии  $R$  и  $\lambda$  для большинства районов достигает 100%, что говорит о высокой эффективности осреднения в границах выделенных районов.

Следует отметить, что близкие к нулю значения  $R$  и  $\lambda$  отмечаются в районах с незначительной долей грунтовой составля-

щей в общем питании реки. К таковым относятся реки степной, пустынной, полупустынной, горно-лесной, горно-арктической, горно-тундровой зон, а также реки пояса сплошной многолетней мерзлоты, реки регионов с отчетливо выраженным характером муссонного климата. Увеличение доли подземного питания, наблюдающееся, как правило, в лесной зоне обеспечивает повышение параметров внутрирядной связности до  $0.20+0.25$ . Особую роль при этом играют факторы естественной многолетней зарегулированности стока, косвенными характеристиками которой являются заболоченность, озерность, закарстованность водосборов. Влияние факторов естественной зарегулированности годового стока, как перераспределителей запасов бассейновой влаги от года к году повышает значения параметров  $R$  и  $\lambda$  до  $0.35+0.41$ . Примером может служить закарстованная территория рек Приазовья, где  $\lambda_{\text{ср}} = 0.41$ , заболоченные пространства Западной Сибири ( $\lambda_{\text{ср}} = 0.35+0.36$ ) и т.п. Приведенное в диссертационной работе обобщение параметров  $R$  и  $\lambda$  в основном соответствует результатам, полученным А.В. Рождественским (1988), однако является более обоснованным, как с точки зрения физико-географического, так и статистического подходов.

#### ВЫВОДЫ.

1) Выполненный анализ однородности продолжительных рядов годового стока (в регионах с незначительными безвозвратными потерями), имеющимися на территории бывшего СССР, косвенно подтверждает гипотезу о стационарности его колебаний.

2) Определенные методом Монте-Карло статистические свойства моментных оценок параметров линейной и нелинейной стохастических моделей речного стока с гамма-корреляцией между смежными членами ряда показывают, что при коэффициентах вариации меньше 0.5 выборочные значения коэффициентов автокорреляции практически не различаются между собой. При больших значениях коэффициентов вариации нелинейная модель характеризуется меньшими случайными и систематическими ошибками оценок выборочных параметров распределения.

3) Исследованные методом Монте-Карло статистические свойства максимально правдоподобных оценок коэффициента  $\lambda$  показывают, что метод наибольшего правдоподобия уменьшает

систематические и случайные погрешности расчета выборочных оценок этого параметра в сравнении с традиционно используемым методом моментов.

4) На материале массовых наблюдений показано, что в качестве основной гипотезы, объясняющей наличие внутрирядных связей, могут быть использованы представления о формировании переходящих от года к году запасов влаги на водосборе.

5) На основе полученных в работе свойств оценок коэффициентов автокорреляции методом объединения совокупностей (в рамках гидрологических районов Кузина П.С. Бабкина В.И.) выполнено пространственное обобщение параметров внутрирядной связности по территории СНГ.

Полученные групповые оценки параметров внутрирядной связности рекомендуются для практического использования в гидрологических расчетах как статистически достоверные.

По теме диссертации опубликованы следующие работы:

1. Пространственное обобщение коэффициентов автокорреляции годового стока Украины. Труды УкрНИГМИ, вып. 245, 1993, стр. 22-29. (В соавторстве с Болговым М.В, Лободой Н.С).

2. Пространственное обобщение параметров внутрирядной связности рядов годового стока (по территории СНГ). Москва, "Метеорология и гидрология" № 7, 1993, стр. 32-41. (В соавторстве с Болговым М.В, Лободой Н.С).

3. К вопросу исследования внутрирядных связей годового стока в условиях орошения. Деп. в УкрНИИТИ 31.03.88, N 780-Ук 88. (В соавторстве с Лободой Н.С).

ЛНБ ім. В. Стефаника  
АН України

Подп. к печати 27.05.93г. Формат 60x84 1/16.  
Объем 0,75 п. л. 0,6 уч. изд. л. Заказ № 1077. Тираж 100 экз.  
Гортипография Одесского управления по печати, цех №3.  
Ленина 49.

AB 27.703

**AB 27.703**