

На правах рукопису

ПРИХОДЬКО Олександр Анатолійович

УДК 519.6:532.516

ЧИСЕЛЬНЕ МОДЕЛЮВАННЯ ПРОЦЕСІВ  
АЕРОГІДРОДИНАМІКИ ТА ТЕПЛОМАСООБМІНУ  
НА ОСНОВІ МЕТОДУ РОЗЩЕПЛЕННЯ  
ІЗ ЗАСТОСУВАННЯМ ПАКЕТУ ПРОГРАМ  
РОЗВ'ЯЗАННЯ РІВНЯНЬ ЕЙЛЕРА ТА НАВ'Є-СТОКСА

05.13.16 — застосування обчислювальної техніки,  
математичного моделювання та математич-  
них методів в наукових дослідженнях

А в т о р е ф е р а т  
дисертації на здобуття вченого ступеня  
доктора фізико-математичних наук

Робота виконана в Дніпропетровському державному університеті

Науковий консультант - академік АН України, доктор технічних наук, професор Прісняков В.Ф.

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук, професор Ляшенко І.М., доктор фізико-математичних наук, професор Дейнека В.С., доктор фізико-математичних наук, професор Жакін А.І.

Провідна організація - Київський університет імені Т. Шевченка

ЛНБ України ім. В. Стефаніка



00754003 (J)

Захист відбудеться "\_\_\_" \_\_\_\_\_ 1993 року о 14 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 016.45.01 при Інституті кібернетики імені В.М. Глушкова АН України за адресою :

252207, м. Київ, проспект Академіка Глушкова, 40.

З дисертацією можна ознайомитися в науково-технічному архіві Інститута.

Автореферат розісланий "17" липеня 1993 року.

Учений секретар спеціалізованої вченої ради *Симон* СИМОНЬСЬКИЙ В.Ф.

ЛНБ ім. В. Стефаніка  
АН України

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Актуальність проблеми.** В зв'язку з інтенсивним розвитком енергомашинобудування, металургії, транспорту, авіаційної, космічної та інших галузей нової техніки значну увагу дослідників викликають процеси аерогідродинаміки та тепломасообміну при різноманітних значеннях режимних параметрів та конфігурації обтічних тіл.

Особливу зацікавленість викликають турбулентні течії рідин та газів з масопідводом, рециркуляцією та відривом потоку. Відривні течії взагалі є таким видом руху реальної рідини, що найчастіше зустрічається і в той же час є найбільш складним для вивчення. Тому дослідження течій із взаємодією потоків - актуальна проблема сучасної прикладної математики та механіки.

Серед різноманітних підходів до розв'язання цієї проблеми важливе місце займає математичне моделювання. Зараз його значення зростає в зв'язку з розвитком ЕОМ, удосконаленням використовуваних моделей і чисельних методів, а також завдяки можливості замінити ним коштовний, а в ряді випадків практично неможливий експеримент. Доповнюючи один одного і конкуруючи між собою, розрахунок і експеримент надають дослідникам нові можливості для вивчення та розрахунку складних взаємозалежних процесів.

**Мета роботи** полягає в комплексному вивченні проблеми математичного моделювання процесів аеродинаміки та тепломасообміну в широкому діапазоні параметрів потоків та конфігурацій обтічних тіл, розробці методик, алгоритмів та пакету прикладних програм розв'язання рівнянь Ейлера та Нав'є-Стокса, розширенні уяв про особливості формування та розвитку течій рідин та газів з тепломасопідводом, рециркуляцією та відривом потоку, виробітку рекомендацій для застосування різноманітних математичних моделей та методів механіки суцільного середовища, розв'язанні важливих прикладних задач.

**Наукова новизна роботи.** В роботі використовується єдиний підхід до математичного моделювання процесів аерогідродинаміки та тепломасообміну, що базується на застосуванні рівнянь Ейлера та Нав'є-Стокса. Наукова новизна роботи полягає в подальшому :

1. Побудовано математичні моделі ряду гідрогазотермодинаміч-

них процесів.

2. Розвинуто, адаптовано та реалізовано ряд алгоритмів розрахунку стисливих і нестисливих течій.

3. У вигляді пакету прикладних програм для підтримки обчислювального експерименту створено спеціалізоване математичне та програмне забезпечення для ЕОМ, яке включає різноманітні моделі механіки та чисельні методи.

4. Проведено порівняння ефективності чисельних алгоритмів розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса, методів аеродинамічного розрахунку перших трьох етапів розвитку обчислювальної аеродинаміки. Одержані результати дозволяли запропонувати цілий ряд їх удосконалень і модифікацій.

5. Запропоновано методики розрахунку взаємодії поперечного струменя з набігаючим надзвуковим потоком, впливу тепломасообміну на розвиток відривних течій, інтерференції ковзаючих стрижків стиску та турбулентного пограничного шару, зливу рідини із смкоостей, розвитку термогравітаційної циркуляції в замкнених об'ємах довільного поперечного перетину і т.д.

6. На основі розроблених методик, алгоритмів та пакету програм розв'язано ряд прикладних завдань, проведено розрахунки ламінарних і турбулентних стисливих та нестисливих течій в масотеплопідводом, рециркуляціях та відривом потоку.

7. Установлено закономірності розвитку відривних плоских і просторових течій при наявності тепломасопідводу.

Д о с т о в і р н і с т ь одержаних результатів забезпечується їх задовільним співпаданням в експериментальними даними, точними розв'язками, відомими розрахунками та теоретичними положеннями інших авторів.

П р а к т и ч н а ц і н н і с т ь роботи. Викладені в дисертації методи та пакет прикладних програм для розрахунку стисливих та нестисливих течій, включаючи просторові, на основі рівнянь Ейлера та Нав'є-Стокса, дозволяють розв'язувати задачі аерогідродинаміки і тепломасообміну виділеного класу і забезпечують співпадання результатів розрахунків з експериментальними даними в досліджуваному діапазоні зміни вчених параметрів. Побудовано математичні моделі, реалізовано алгоритми і пакет прикладних програм. Результати розв'язку практичних задач можуть бути використані при проектуванні різноманітних технічних пристроїв, а також для розробки і уточнення розрахункових моделей і ме-

тодик. Практичну цінність мають результати розв'язання та порівняння різноманітних моделей та алгоритмів, а також одержаних результатів з відомими розрахунками та експериментальними даними. Це буде сприяти накопиченню досвіду чисельного розв'язання рівнянь Ейлера і Нав'є-Стокса, покращенню якості і ефективності різницевих схем і моделей аеродинаміки та теплообміну, уточненню математичних моделей складних взаємозалежних процесів.

Одержані результати можуть знайти застосування в конструкторських та проєктних роботах в енергомашинобудуванні, металургії, хімічній технології, транспорті, авіаційній та космічній техніці.

А пробація результатів роботи. В процесі отримання положення та результати дисертаційної роботи доповідались та обговорювались на : Всесоюзному семінарі "Синтез чисельных и асимптотических методов исследования отрывных течений" ( Київ, 1980 ); семінарі "Прикладные методы математики и кибернетики" академіка АН України В.Л. Рвачова ( Харків, 1981, 1983 ); Всесоюзному семінарі "Современные проблемы химической кинетики в газодинамических устройствах" ( Одеса, 1981 ); VI Всесоюзній науково-технічній конференції "Теория и практика кислородно-конвертерных процессов" ( Дніпропетровськ, 1981 ); Всесоюзному семінарі "О состоянии и проблемах развития аналитических и численных методов исследования процессов теплообмена" ( Дніпропетровськ, 1982 ); XII Всесоюзній науково-технічній конференції "Теория и практика циклонных технологических процессов в металлургии и других отраслях промышленности" ( Дніпропетровськ, 1982 ); Всесоюзній конференції по тепломасообмінним процесам у ваннах сталеплавильних агрегатів ( Жданов, 1982 ); науковому семінарі кафедри аерогідромеханіки і тепломасообміну Київського університету ( Київ, 1983 ); IX конференції по чисельних методах механіки суцільного середовища ІТМ СВ АН СРСР ( Новосибірськ, 1983 ); IV Всесоюзній школі-семінарі "Современные проблемы газодинамики и теплообмена" ( Москва, 1983 ); щорічних наукових конференціях Дніпропетровського державного університету ( Дніпропетровськ, 1980 - 1992 ); об'єднаному семінарі кафедр прикладної газової динаміки і тепломасообміну та аерогідромеханіки ( Дніпропетровськ, 1979-1987 ); Всесоюзному семінарі "Математическое моделирование физико-химических явлений в сплошных средах" ( Канів, 1983 ); Всесоюзному семінарі "Прикладная аэрогазодинамика летательных аппаратов" ( Дніпропетровськ, 1983 ); Всесоюзній науко-

во-технічній конференції по газотурбінних та комбінованих установках ( Москва, 1987 ); Міжвузівській конференції "Математические проблемы аэрогидродинамики" ( Москва, 1988, 1989 ); науково-технічній конференції "Математическое моделирование процессов и конструкций энергетических и транспортных турбинных установок" ( Голдральд, 1988 ); VIII, XI, XII, XIII Всесоюзних школах-семинарах по чисельных методах механики вязкой рідини ( Ольгіно, 1982, Свердловськ, 1988, Абакан, 1990, Новосибірськ, 1992 ); Всесоюзному семінарі "Проблемы физико-химического взаимодействия в механике сплошных сред" ( Ужгород, 1989 ), Всесоюзному семінарі "Тепломассообмен и гидродинамика тонких струй вязкой жидкости" ( Дніпропетровськ, 1989 ); V Всесоюзній школі-семінарі по методах аерофізичних досліджень ( Абакан, 1989 ); семінарі відділу аеродинаміки КБ "Прогрес" ( Запоріжжя, 1990 ); Всесоюзній конференції "Научно-технический прогресс и перспективы развития новых специализированных видов транспорта" ( Москва, 1990 ); семінарі відділу аеродинаміки КБ "Півдонне" ( Дніпропетровськ, 1991 ), щорічній науковій школі-семінарі ЦАГІ "Механика жидкости и газа. Турбулентный пограничный слой" ( Москва, 1991 ); IX зимовій школі по механіці суцільних середовищ ( Перм, 1991 ); International Conference "Mathematical Models and Numerical Methods in Continuum Mechanics" ( Novosibirsk, 1991 ); III та IV Всесоюзній школі-семінарі "Численные методы механики сплошных сред" ( Дюссельдорф, 1991, 1992 ); 13th IMACS World Congress on Computation and Applied Mathematics ( Trinity College, Dublin, Ireland, 1991 ); щорічній науковій школі-семінарі ЦАГІ "Механика жидкостей и газов. Методы исследования гиперзвуковых летательных аппаратов" ( Москва, 1992 ); III International Conference on Numerical Methods for Fluid Dynamics ( Reading, Great Britain, 1992 ); II Minsk International Heat and Mass Transfer Forum ( Minsk, 1992 ); семінарі академіка АН України В.Ф. Пріснякова ( Дніпропетровськ, 1992, 1993 ); International Conference on the Methods of Aerophysical Research ( Novosibirsk, 1992 ); семінарі відділу газвої динаміки інститута технічної механіки АН України ( Дніпропетровськ, 1992 ); школі-семінарі по комплексах програм математичної фізики ( Новосибірськ, 1992 ); IX конференції "Теоретические основы и конструирование чисельных алгоритмов решения задач математической физики" ( Краснодідово, 1992 ); семінарі кафедри аерогідродинаміки Харківського авіаційного інституту ( Харків, 1993 ); семінарі кафедри чисельних методів математичної фізики Київського університету та семінарі інституту гідромеханіки АН України ( Київ, 1993 ).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковано в 30 роботах, список яких наведено в кінці автореферату. За матеріалами роботи одержано два авторських свідоцтва на винаходи.

Об'єм і структура роботи. Дисертація складається із вступу, семи глав, закінчення, списку літератури ( 557 назв ) і додатку, виконана на 297 сторінках машинописного тексту, ілюстрована 103 рисунками.

## ЗМІСТ РОБОТИ

Вступ. Аналізується стан проблеми, обґрунтовується актуальність і практична цінність тематики, що вивчається, виділяється коло основних задач, приводяться короткий зміст дисертації.

Глава I. Аналіз сучасного стану проблеми. Мета роботи. Виконано аналіз досліджень, пов'язаних з методами або тематикою дисертації. Розглядається відома література з моделей і методів обчислювальної верогідродинаміки ( § I.1 ), феноменологічних підходів до замикання системи осереднених рівнянь Нав'є-Стокса ( § I.2 ), та пакетів прикладних програм розв'язання задач математичної фізики ( § I.3 ).

Відзначено, що серед різноманітних підходів до розв'язання проблеми розрахунку процесів верогідродинаміки і тепломасообміну ефективним є комплексний метод, що базується на моделях та алгоритмах різноманітного рівня. Однією з найбільш повних є модель, що базується на рівняннях Нав'є-Стокса. Серед чисельних алгоритмів найбільш ефективним є метод розщеплення, який дозволяє побудувати економічні різницеві схеми для розв'язання широкого кола складних задач. Установлено, що серед моделей турбулентності універсальними є моделі, оснований на гіпотезі Колмогорова-Прандтля з додатковими рівняннями переносу характеристик турбулентності. Для організації і підтримки обчислювального експерименту найбільш зручним і ефективним способом є створення спеціалізованого математичного і програмного забезпечення у вигляді пакету прикладних програм. Аналіз сучасного стану проблеми показує, що у зв'язку з підвищенням швидкодії і об'єма пам'яті ЕОМ, а також удосконаленням моделей і методів механіки суцільного сере-

довища для розв'язання широкого кола задач аерогідродинаміки і теплообміну перспективним напрямком є розробка універсального пакету прикладних програм численого розв'язання рівнянь Ейлера і Нав'є-Стокса.

У відповідності з результатами об'єзу в кінці глави формулюється мета роботи.

Глава 2. Пакет прикладних програм для розв'язання задач аерогідродинаміки і теплообміну на основі рівнянь Ейлера і Нав'є-Стокса. Потреба в гнучкому та ефективному програмному забезпеченні обчислювального експерименту призвела до виникнення нового напрямку в обчислювальній аеродинаміці і тепломасообміні, пов'язаного з розробкою проблемно-орієнтованих пакетів прикладних програм. В главі розкрито основні положення практики машинної реалізації алгоритмів і програм, наведено опис розробленого автором пакету прикладних програм для комплексного дослідження виділеного класу задач. Функціональні можливості пакету достатньо широкі і не обмежуються однією математичною моделлю. Основу пакету складають відомі та розроблені автором чисельні алгоритми і методи розв'язання рівнянь Ейлера та Нав'є-Стокса.

Створення пакету програм базується на достатньо загальних принципах, які дозволяють включати в нього різноманітні чисельні алгоритми для багатьох типів рівнянь, використовувати широкий набір моделей середовищ і т.і. Пакет побудований по модульному принципу, реалізований в системі ОС для ЕОМ типу ЕС і орієнтований на мови програмування Асемблер та Фортран.

При зверненні до пакету користувач має можливість вибрати модель середовища, алгоритм розв'язання визначаючої системи рівнянь, метод побудування сітки. Задачі типових початково-граничних умов автоматизовано. Перед початком кожного сеансу роботи з пакетом вводяться необхідні визначаючі та управляючі параметри, за якими задається початковий розподіл вузлових точок і формуються вхідні поля температур, концентрації та інших гідродинамічних параметрів. Під керуванням координаційної програми за вибраною моделлю середовища і чисельним методом із коефіцієнтів різнцевих рівнянь і граничних умов формується система алгебраїчних рівнянь. У процесі розв'язання системи розраховується розподіл характеристик потоку на новому часовому або просторовому шарі. Після цього визначається необхідність продовження або закін-

чення ітераційного процесу на основі виконання критерію збіжності або за лічильником ітерацій. У пакеті передбачена можливість зміни кроку інтегрування. При завершенні розрахунку шару можливо використання процедур сглажування, перебудови сітки і проміжної обробки інформації. Інформація про хід обчислювального процесу (характер збіжності, поточний час або значення маршової координати, витрати часу на крок, прогнозовані витрати часу на сеанс розрахунку) періодично видається модулем контролю. У пакеті передбачена можливість за допомогою управляючих параметрів змінити послідовність і об'єм обчислювальних робіт, рівень обробки інформації, періодичність обміну з зовнішніми пристроями для запам'ятовування в банку даних проміжних і кінцевих результатів з метою їх використання в наступних сеансах одного розрахунку або в наступній обробці. Результати розрахунків можуть бути видані у вигляді таблиць, графіків та ізоліній гідрогазодинамічних функцій у фізичній області. При обробці результатів можливо використання системи GBAFOR.

Для організації довгочасних і багатосезансових розрахунків у пакеті передбачене можливість формування абсолютного модуля, який має зв'язок з банком даних.

У відповідності з основними якостями описаний пакет за існуючою класифікацією може бути віднесеним до пакетів третього рівня. Він являє собою набір базисних і сервісних модулів, які забезпечують розв'язання одновимірних, двовимірних і тривимірних задач перших трьох етапів розвитку обчислювальної аеродинаміки і теплообміну, і дозволяють у залежності від заданої інформації, автоматично генерувати розрахункові програми із власних модулів, а також нових модулів, сформованих користувачем.

Структурно-функціональна схема пакету прикладних програм наведена на рис. 2.1.

Глава 3. Верифікація схем, методик і алгоритмів обчислювальної аеродинаміки. Сучасні вимоги до проектування і розрахунку аерокосмічної техніки зумовили розвиток ефективних чисельних методів моделювання процесів аеродинаміки і теплообміну. Запропоновано значну кількість чисельних алгоритмів розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса. Аналіз, реалізація і тестування деяких із них дозволили виробити напрямки удосконалення чисельних методів, розробити ряд їх модифікацій і застосувати ці методи при розв'язанні прикладних задач.

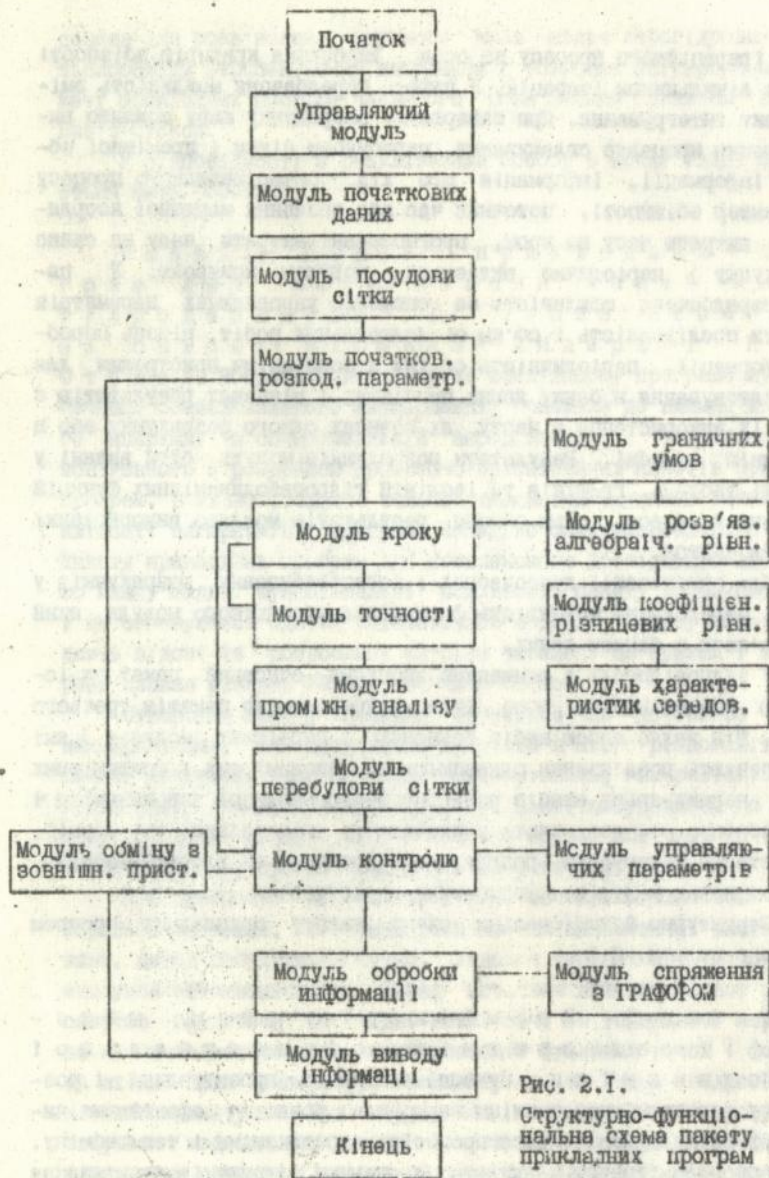


Рис. 2.1.

Структурно-функціональна схема пакету прикладних програм

Для дослідження властивостей базових різницьких схем у пакеті програм передбачено вирішення одновимірної нестационарної задачі про розрив діафрагми в каналі - тести Сода і Годунова. Приклади тестування на ній чисельних алгоритмів наведені в § 3.1.

Зараз швидко зростає число робіт, в яких при розв'язанні важливих прикладних задач застосовуються рівняння Нав'є-Стокса стисливого газу. За останні роки за їх допомогою розв'язано велику кількість задач, що не піддаються аналітичному та експериментальному дослідженню. Це пов'язано з безперервним удосконаленням чисельних методів і збільшенням швидкості та об'єму пам'яті ЕОМ. На тестовій задачі про взаємодію стрибка стиску з ламінарним пограничним шаром проведено порівняльні дослідження дванадцяти чисельних методів розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса стисливого газу. В доповнення до відомих явної і неявної схем Мак-Кормака, неявної факторизованої схеми Біма-Уормінга, методів Стегера, Лі і Ковені-Яненко, діагоналізованого методу Шо-се-Пуліама, LU схеми, зважали порівняння розвинуті в роботі алгоритми: один із варіантів схеми підвищеної точності, два змішані явно-неявних методи і діагоналізований алгоритм підвищеної точності. Порівнювалися витрати часу процесора на крок інтегрування, кількість кроків до установлення, число Куранта, прийняте в розрахунках, коефіцієнт витрат машинного часу по відношенню до методу Стегера (див. табл. 1).

Чисельні експерименти показали, що серед різницьких схем першого порядку точності найбільш економічною за витратами машинного часу на повний крок інтегрування є побудована за допомогою методу наближеної факторизації неявна різницєва схема Ковені-Яненко. Це пов'язано з реалізацією її методом скалярної прогонки. При порівнянні методів другого порядку точності виявилось, що найменші затрати часу має неявна схема Мак-Кормака і неявна діагоналізована схема. При практично однакових середніх значеннях числа Куранта у неявних і змішаних методах другого порядку точності найбільш гнучким при побудованні обчислювального процесу виявився метод Стегера. Тестування використовуваних алгоритмів підвищеної точності з точки зору якості розв'язку та економічності за затратами ресурсів ЕОМ дозволило установити, що тут економічним є діагоналізований алгоритм підвищеної точності.

Однією з найбільш складних проблем механіки рідин і газів є проблема дослідження стисливих турбулентних течій, особливо відривних. Найкраще описання повного поля турбулентної течії, включаючи область відриву, можна отримати за допомогою розв'язання

Таблиця 1

Ефективність чисельних методів розв'язання рівнянь  
Наві'є-Стокса стисливого газу

№	Метод	Тип схеми	Точність	Час на крок (с)	Всього кроків	Число Курннів
1	Мак-Кормика (1969)	явля	$O(\Delta t^2, \Delta x^2)$	9	2000	0.9
2	Ковані-Яненко (1972)	явля	$O(\Delta t, \Delta x)$	6	1500	9
3	Лі (1976)	явно-явля	$O(\Delta t^2, \Delta x^2)$	30	600	25
4	Біма-Уормінга (1978)	явля	$O(\Delta t^2, \Delta x^2)$	30	300	150
5	Змішаний явно-являний (1982)	явно-явля	$O(\Delta t^2, \Delta x^2)$	17	600	25
6	Мак-Кормика (1982)	явно-явля	$O(\Delta t^2, \Delta x^2)$	12	800	500(2)
7	Стегера (1978)	явля	$O(\Delta t, \Delta x^2)$	36	300	200
8	Підвищеної точності (1987)	явля	$O(\Delta t, \frac{\Delta x^2}{\tau}, \Delta x^4)$	37	350	150
9	ІІ-схема (1986)	явля двокітрон.	$O(\Delta t, \Delta x^2)$	33	800	25
10	Прос-Пудліма (198*)	явля двокітрон.	$O(\Delta t, \Delta x^2)$	25	500	100

Таблиця 2

Порівняння ефективності методів везданічного розрахунку

Етап розв'язку обчислювальної логіки	Рівняння для зовнішньої течії	Метод розрахунку зовнішньої течії	Метод розрахунку внутрішньої течії	Кількість операцій в програмі	Час на розрахунок варіанта
I	Стационарне лінійне та нелінійне рівняння потенціала	1. Теорія тонкого тіла 2. Метод дотичних конусів 3. Метод повільної факторизації при рів'язанні рівняння потенціала	Метод ефективною Дюва.	100	до 5 с
			Інтегральний метод розв'язання рівнянь потічного в'язу	100	30 с
			400	5 хв.	
II	Стационарні рівняння Ейлера	4. Предиктор-корректор метод Мак-Кормика 5. Явля факторизації метод Біма-Уормінга		500	20 хв.
				600	40 хв.
III	Стационарні рівняння Нав'є-Стокса	6. Метод Шире-Стегера	-	600	до 5 Годин

повних осереднених рівнянь Нав'є-Стокса стисливого газу. В останні декілька років при замиканні системи рівнянь феноменологічні теорії використовуються для розрахунку все більш складних турбулентних течій. Розв'язати задачу про розрахунок турбулентних течій на основі осереднених рівнянь Нав'є-Стокса, доповнених моделлю турбулентної в'язкості, можна тільки за допомогою чисельних методів. Такий підхід дозволяє успішно розрахувати деякі турбулентні відривні течії. Єдиним методом дослідження довгий час залиталась явна схема Мак-Кормака та її модифікації.

В § 3.3 розвивається новий чисельний метод розрахунку течій на основі осереднених рівнянь Нав'є-Стокса стисливого газу, замінених за допомогою багатопараметричної моделі турбулентної в'язкості. Виконано дослідження взаємодії скачка стиску з турбулентним пограничним шаром. Для замикання системи рівнянь було використано три моделі турбулентності (Сабелі-Сміта, Глушко-Рубезіна, Джонса-Лаундера). Одержані розподіли параметрів в області взаємодії порівнювалися з відомими розрахунками за методом Мак-Кормака та експериментальними даними.

При розв'язанні задач надзвукової аеродинаміки можна значно скоротити витрати процесорного часу, якщо замість устанавлення за часом скористуватися маршовим по простору методом розв'язання параболізованих рівнянь Нав'є-Стокса. У пакеті програм з цією метою реалізовано алгоритми Ковені-Чорного і Шиффа-Стегера. В § 3.4 розглянуто алгоритм розв'язання параболізованих рівнянь Нав'є-Стокса стисливого газу, який базується на компактних різницевих співвідношеннях, наведено результати апробації алгоритма на задачі про безвідривну взаємодію пограничного шару із стрибками стиску і хвилями розрідження при обтіканні угнутих та опуклих кутів стиску. Проведено порівняння одержаних результатів з експериментальними даними і розрахунками на основі повних рівнянь Нав'є-Стокса.

За останні роки чисельні методи стали одним із надійних засобів розрахунку двовимірних течій. Був досягнений істотний прогрес у розрахунку надзвукових відривних турбулентних течій з врахуванням в'язко-нев'язкої взаємодії в широкому діапазоні чисел Маха та Рейнольдса. У той же час тривимірні в'язкі течії є мало вивченими. Оскільки дослідження суттєво тривимірних течій не може бути проведено на основі двовимірних моделей навіть в якості першого наближення, то випливає необхідність розробки методів і програм розв'язку тривимірних рівнянь Нав'є-Стокса. Застосування чисельних методів розв'язання тривимірних повних рівнянь Нав'є-Стокса для стисливого газу, особливо при високих числах Рейнольд-

са, пов'язано із значними труднощами, викликаними обмеженістю швидкодії та об'єму пам'яті сучасних ЕОМ.

В § 3.5 на основі методу наближеної факторизації Яненко-Д'яконова і методу лінеаризації нелінійних членів за допомогою розв'язку в ряд Тейлора відносно нижнього часового варіанту розроблена методика чисельного розрахунку тривимірних течій в'язкого стисливого газу. Для перевірки методики була розв'язана задача про розвиток тривимірної течії в трубі прямокутного поперечного перетину.

Важливу роль у становленні і розвитку обчислювальної гідродинаміки відіграли чисельні методи розв'язку для рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини в змінних завихреність-функція течії. В § 3.6 розглянуто питання реалізації розв'язку вихідних рівнянь, записаних відносно довільних криволінійних координат, за допомогою пакету прикладних програм. Наведено результати верифікації алгоритмів на задачі про розвиток рециркуляційної вихорової течії всередині квадратної каверни з рухомою верхньою границею.

Глава 4. Дослідження гідродинаміки і теплообміну в'язкої нестисливої рідини. Розвиток чисельних методів із використанням ЕОМ дозволив розпочати роботи по дослідженню складних взаємозалежних процесів у сучасних і перспективних апаратах металургії, хімічної технології, теплоенергетики, авіаційної і космічної техніки. Незважаючи на відомі досягнення техніки експерименту в механіці рідин і газів, питання про вивчення руху і теплообміну при взаємодії високотемпературних потоків залишається відкритим. У той же час відомо, що багато техніко-економічних показників таких процесів залежить від гідродинамічної і теплової обстановки в досліджуваних пристроях і апаратах нової техніки.

Одним із шляхів розв'язання проблеми є побудова математичної моделі взаємодіючих потоків. При цьому доводиться стикатися із значними труднощами в математичному формулюванні задач, а також визначенням турбулентних характеристик потоків.

Основною для досліджень, проведених в цій главі, стали чисельні методи і алгоритми, реалізовані в пакеті програм для розрахунку гідродинаміки і теплообміну в'язкого нестисливого середовища в змінних завихреність-функція течії і фізичних змінних. Вихідна система рівнянь та методи її замикання розглянуто в § 4.1. Були використані осереднені рівняння Нав'є-Стокса, замкнені за допомогою моделі турбулентної в'язкості типу Колмогорова-Прандтла, основаної на додаткових рівняннях переносу характеристик

турбулентності.

В § 4.2 наводяться результати дослідження гідродинаміки та теплообміну при взаємодії струменя з рідиною у ванні. Розв'язана задача про взаємодію закрученого струменя з плоскою поверхнею рідини. Задача розв'язувалась як спряжена при рівності на границі розділу швидкостей і дотичних напружень, температури і теплового потоку. Одержана картина ліній течії, розподіл швидкостей і температури (рис. 4.1) в газі та рідині. Під дією закрученого струменя в рідині утворюється циркуляційна течія з рухом вздовж стінки до дна ванни, а в приосьовій зоні — до вільної поверхні. Як показали розрахунки, зменшення товщини рідини дозволяє покращити рівномірність температури у ванні, але призводить до збільшення швидкостей і охолодження рідини. Тому оптимальний розв'язок повинен знаходитися із умов прийнятих техніко-економічних характеристик конкретних агрегатів.

Далі наведено результати чисельного розрахунку гідродинаміки і теплообміну з кисневому конверторі, які визначаються взаємодією струменя з рідиною. Задача розв'язувалась при відомій швидкості і формі границі розділу газ-рідина. Установлено розподіл швидкостей і температури в конвертерній ванні, одержана графічна картина руху розплаву (рис. 4.2).

Вище були розглянуті процеси вимушеної конвекції, які виникають в результаті взаємодії струменя з поверхнею рідини. При вільній конвекції течія виникає в результаті взаємодії різниці густин з масовими силами і завчасно не відомо, вола визначається із спільного розгляду процесів динаміки і теплообміну в'язкої рідини в полі масових сил.

У більшості робіт, які стосуються чисельного дослідження вільно-конвективного руху в замкнених об'ємах, для розрахунків застосовувалась система рівнянь конвекції і теплообміну в змінних завихренність-функція течії. При реалізації використовувався метод скінчених різниць та скінчених елементів.

В § 4.3 наводяться результати чисельного моделювання вільно-конвективного теплообміну в замкнених об'ємах довільного поперечного перетину на основі системи рівнянь конвекції і теплообміну в фізичних змінних з використанням наближення Буссінеска. Реалізація різницевої схеми розщеплення виконана за допомогою метода штучної стисливості. Наведено результати розрахунків вільної конвекції в квадратній, трикутній і трапецеїдальній порожнинах, а також замкнутому об'ємі, обмеженому двома накладеними неспівосними циліндрами (рис. 4.3).

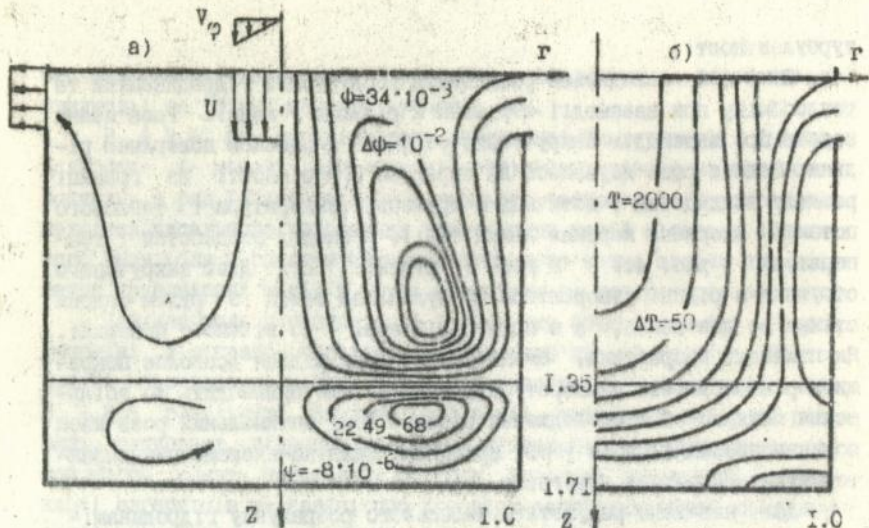


Рис. 4.1. Схема течії, розподіл ліній течії ( а ) та ізоTERM ( б ) в осесиметричному теплообміннику

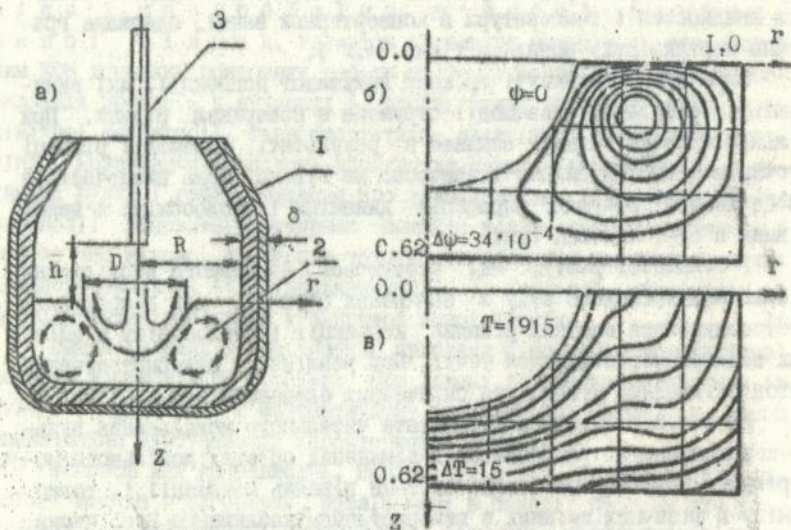


Рис. 4.2. Схема течії ( а ), розподіл ліній течії ( б ) та ізоTERM ( в ) в конверторній ванні

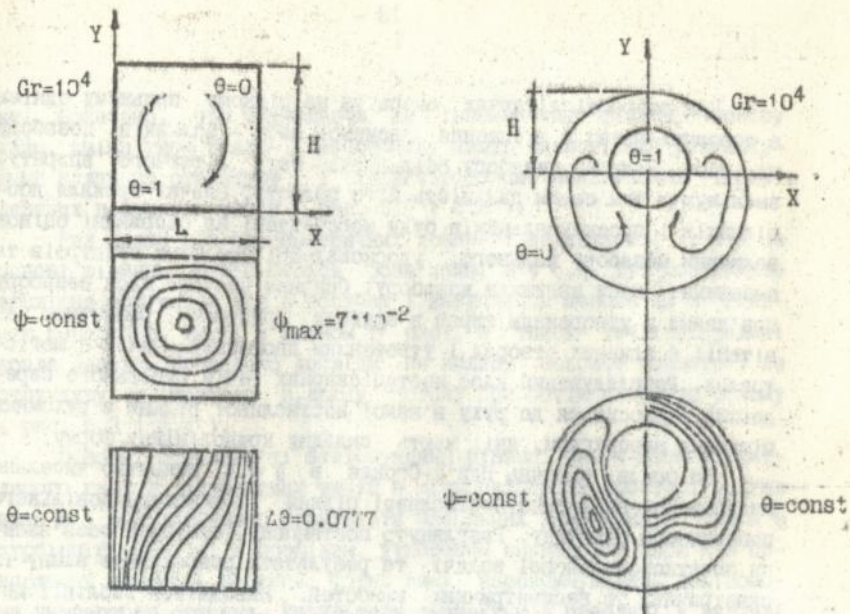


Рис. 4.3. Термогравітаційна циркуляція в замкнених ос'ємах

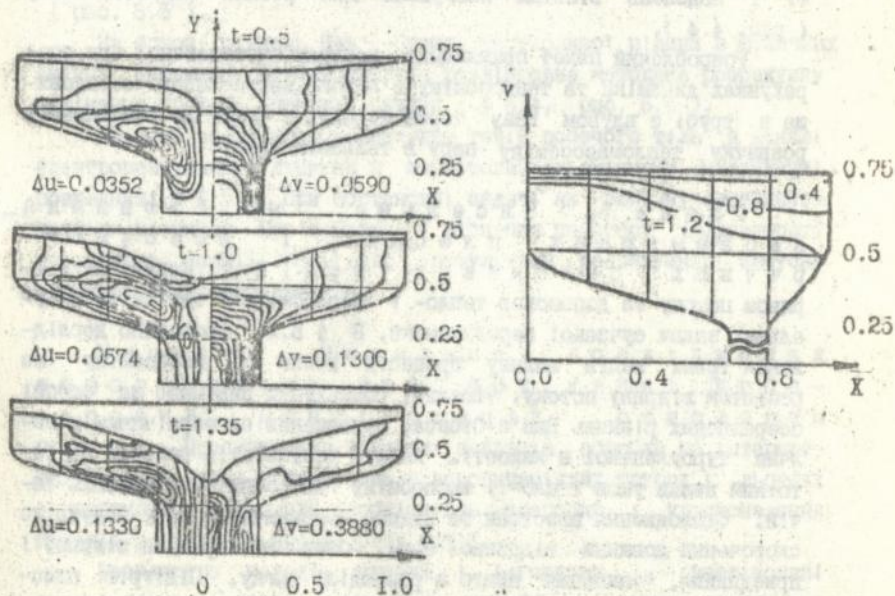


Рис. 4.4. Симетричний і несиметричний злив рідини

При розробці літаючих апаратів на рідкому пальному однією з основних задач є зменшення масивної маси — залишків незабору пального. Залишки незабору збільшують масу літаючого апарату, зменшуючи тим самим дальність його польоту. Значні зусилля дослідників і проектувальників були зосереджені на одержанні оцінок величини незабору пального, удосконаленні забірних пристроїв та зменшенні маси залишків незабору. Основна частина маси незабору пов'язана з утворенням вирви в зливних пристроях, розвитком кавітації в зливних отворах і утворенням двофазної течії в магістралях. Розглядуваний клас нестационарних течій суцільного середовища відноситься до руху в'язкої нестисливої рідини з рухомими вільними поверхнями, які мають складну криволінійну форму.

На основі рівнянь Нав'є-Стокса в § 4.4 виконано чисельне моделювання витікання нестисливої рідини із смкостей довільного поперечного перетину. Розглянуто постановку, алгоритм розв'язання початково-крайової задачі та результати розрахунків зливу із симетричних та несиметричних смкостей. Наводяться ізолінії декартових компонент вектора швидкості, розподіл векторів швидкості і положень вільних поверхонь для різних моментів часу (рис. 4.4).

Розроблений пакет прикладних програм застосовано при розрахунках динаміки та теплообміну в'язкого нестисливого середовища в трубі з вдювом газу через стінку, а також до розрахунків розвитку тепломасообміну пару в теплової трубі.

**Глава 5. Чисельне моделювання двовимірних плоских і осесиметричних стисливих течій.** Керування відривом потоку за допомогою тепло- і масообміну є однією із актуальних задач сучасної аеродинаміки. В § 5.1 проведено дослідження трьох видів впливу процесів тепло- і масообміну на розвиток відриву потоку. Чисельні розрахунки виконано на основі осередисних рівнянь Нав'є-Стокса, доповнених алгебраїчними моделями турбулентної в'язкості. Аналіз результатів показав на істотний вплив умов тепло- і масообміну на розвиток відривних течій. Охолодження пластини та відсос пограничного шару ведуть до скорочення довжини відривної зони, зближення стрибків відриву і приєднання, "зникання" плато в розподілі тиску. Підігрів пластини і вдюв газу приводять до потовщення дозвукової області, що сприяє більш інтенсивній передачі збурень і поширенню градієнта тиску угору по потоку, а приєднання відбувається вниз по потоку.

ку. Показано, що незважаючи на ізотропну фізичну основу явищ, зміна умов тепло- і масообміу мають аналогічний результуючий вплив на структуру і характеристики надзвукових турбулентних відривних течій ( рис. 5.1 і 5.2 ).

Ряд задач для осесиметричних транс- і надавукових течій на основі рівнянь Нав'є-Стокса розв'язані в § 5.2. Тут розглянуто зовнігнне обтікання тіл з гострим і затупленим носком як з гладкою поверхнею, так і з зломом тупої, а також течії усередині сопла Лавала. Проведено дослідження впливу осової симетрії на структуру і масштаб відриву потоку при обтіканні кута стиску ( рис. 5.3 і 5.4 ).

Особливі особливості застосування рівнянь Нав'є-Стокса стисливого газу до розрахунку течій в міжплоточному просторі розглянуто в § 5.3. Наведено результати чисельних розрахунків течії в турбінній решітці з профілем, утвореним спряженням двох кіл поверхнями спінки і коритця, форма яких апроксимувалась поліномами четвертого степеня. Результати розрахунків наведені у вигляді ізоліній газодинамічних характеристик у міжплоточному просторі ( рис. 5.5 ).

На основі рівнянь Нав'є-Стокса нестисливої рідини в фізичних змінних в рамках пакету програм реалізована методика розрахунку обтікання профілей поблизу екрану ( § 5.4, рис. 5.6 ).

Питання реалізації розрахунку течій робочого тіла в каналі електрореактивного двигуна в магнітогазодинамічному, наближенні розглянуті в § 5.5. При постановці задачі як вихідні використовуються рівняння Нав'є-Стокса і рівняння переносу напруженості магнітного поля. Приведено результати розрахунків запуску електрореактивного двигуна.

Глава 6. Чисельне дослідження аеродинаміки при обтіканні просторових конфігурацій стисливим газом. Проектування літаючих апаратів, обробка та інтерпретація результатів випробувань в аеродинамічних трубах і льотних експериментах обумовили необхідність розробки і удосконалення методів розрахунку просторових течій.

Розглянуто моделі, методи і алгоритми, реалізовані в розробленому пакеті прикладних програм, а також результати розрахунків надзвукових стисливих течій на основі просторових рівнянь Ейлера і спрощених рівнянь Нав'є-Стокса. Незважаючи на суттєве спрощення вихідної постановки задачі в порівнянні з пор-



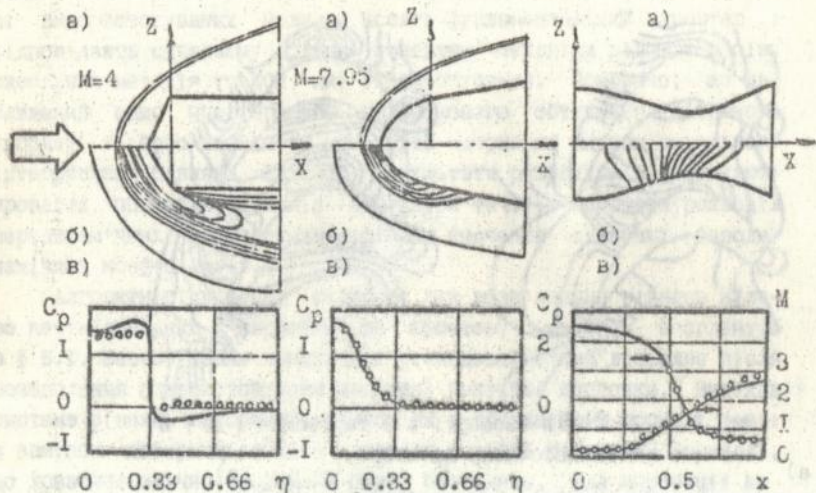


Рис. 5.3. Схема течі ( а ), розподіл ізобар ( б ) і коефіцієнта тиску ( в ) при обтіканні осесиметричних тіл

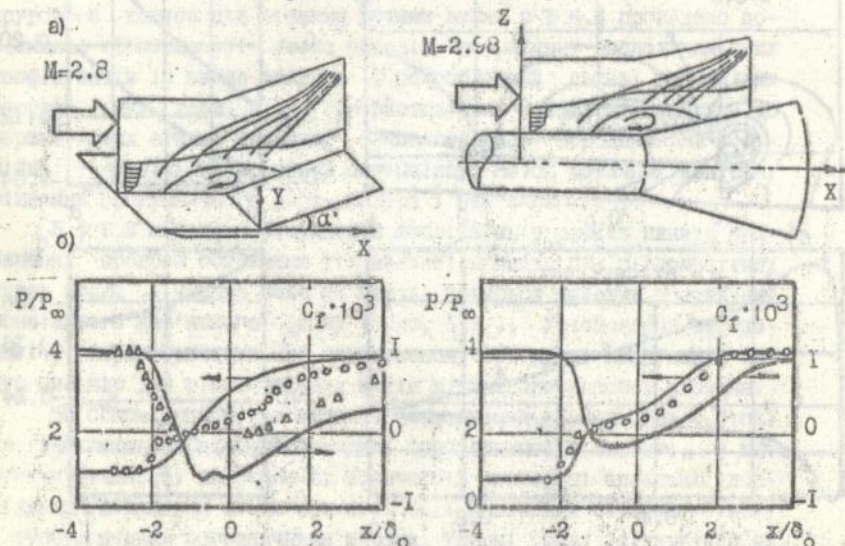


Рис. 5.4. Схеми течі, розрахункові області ( а ), розподіл тиску і коефіцієнта тертя ( б ) на обтічних поверхнях



Рис. 5.5. Розподіл ізобар ( а ) та ізомач ( б ) в міжлопаточному просторі

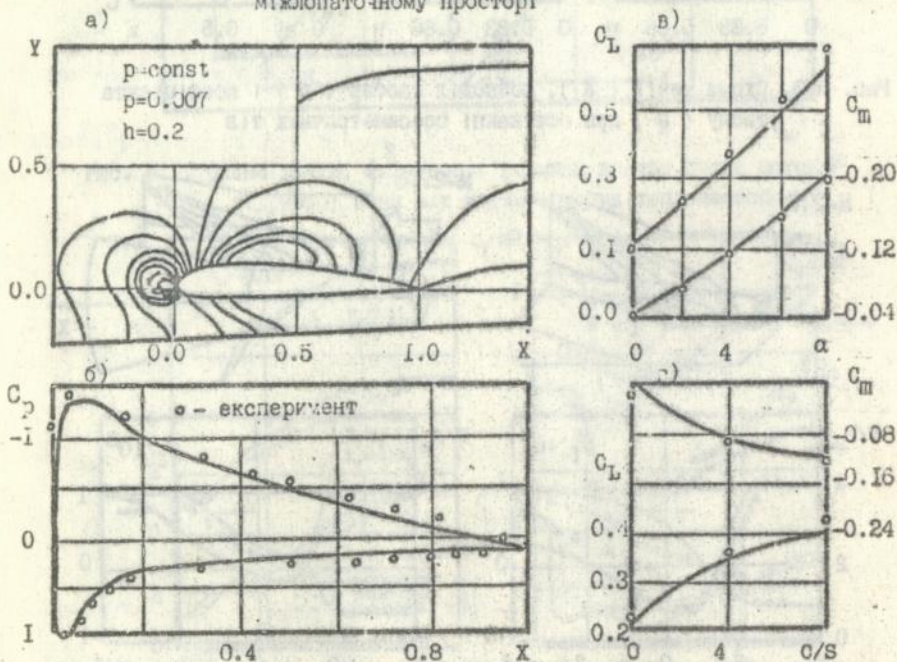


Рис. 5.6. Розподіл ізобар ( а ), коефіцієнта тиску ( б ), залежності аеродинамічних коефіцієнтів від кута атаки ( в ) і величини аеродинамічного зазору ( г ) при обтіканні профілів поблизу екрана

ними тривимірними рівняннями Нав'є-Стокса, розрахунки на основі використаних моделей несуть фундаментальний характер і відповідають сучасному рівню розвитку механіки рідин і газів, чисельних методів та ЕОМ, які експлуатуються. Показано, що наближений опис просторового надзвукового обтікання літаючого апарату і його елементів може бути одержаний шляхом чисельного інтегрування рівнянь Ейлера. Результати розрахунків дозволяють провести попередній аналіз структури течії, одержати розподіл аеродинамічних навантажень, оцінити значення сумарних аеродинамічних коефіцієнтів.

Алгоритм підвищеної точності для розв'язання рівнянь Ейлера нестационарним і маршовим по простору методом розглянуто в § 6.1. Застосування компактної різницевої схеми дозволяє після розщеплення використовувати звичайні векторні прогонки. Вихідна система рівнянь використовувалась як у традиційній формі, так і з заміною диференціального рівняння енергії рівнянням Бернуллі, що дозволяє значно скоротити обсяг обчислень. Для апробації алгоритмів проведено розрахунки обтікання кругових та еліптичних конусів ( рис. 6.1, 6.2 ).

На прикладі задачі розрахунку обтікання надзвуковим потіком кругового конуса під різними кутами атаки в § 6.2 проведено порівняння ефективності шести методів розрахунку аеродинамічних коефіцієнтів із числа наявних у розробленому пакеті прикладних програм ( див. табл. 2 ). Використовувані методи відносяться до перших трьох етапів розвитку обчислювальної аеродинаміки ( лінійне і нелінійне рівняння потенціалу, метод дотичних конусів, рівняння пограничного шару, Ейлера і Нав'є-Стокса ).

В § 6.3 наведено результати досліджень у рамках пакету прикладних програм обтікання тіл великої довжини при різноманітних кутах атаки і числах Маха на основі чотирьох методик розрахунку зовнішнього нев'язкого потоку ( рис. 6.3 ). Установлено аеродинамічні характеристики при надзвуковому обтіканні комбінації конус-циліндр для різноманітних кутів відхилення носової частини.

На основі спрощених моделей осереднених рівнянь Нав'є-Стокса, замкнених за допомогою моделі турбулентної в'язкості, у широкому діапазоні визначаючих параметрів проведені чисельні дослідження відривних течій при взаємодії ковзаючих стрибків стиску з турбулентними пограничними шарами. Ударні хвилі індукуються як генераторами скачків стиску, так і в результаті інтерференції потоків. Розглянуто широкий клас задач обтікання тіл : гострого конуса, півконуса, встановленого на пластині, угнутого крила,

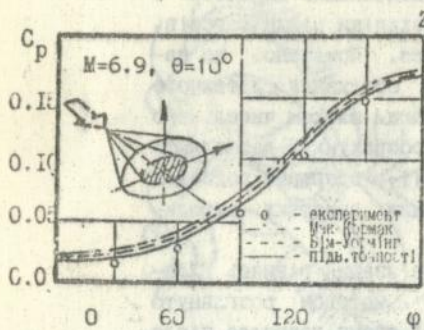


Рис. 6.1. Розподіл тиску на поверхні кругового конуса

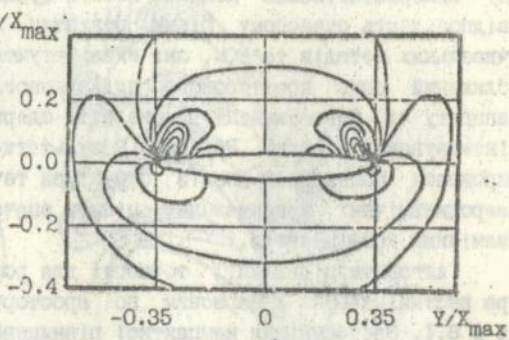


Рис. 6.2. Розподіл ізоліній чисел Маха при обтіканні еліптичних конусів

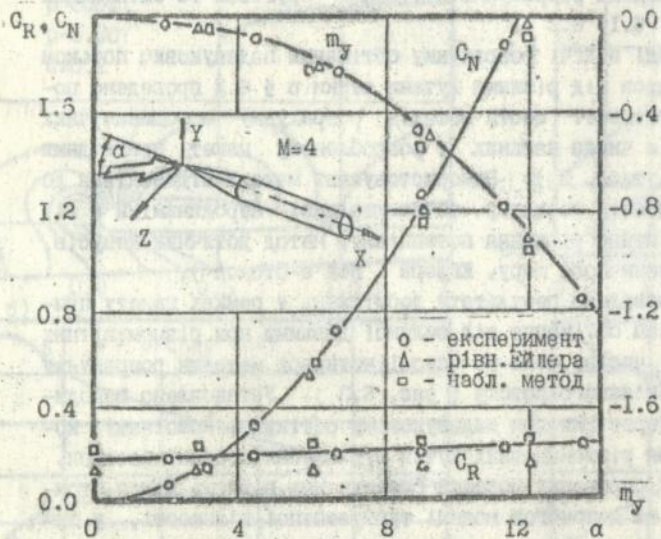


Рис. 6.3. Аеродинамічні характеристики комбінації конус-циліндр

просторового кута, створеного двома клинами, стріловидних кутів тиску, вертикального і стріловидного кинів.

Аналіз одержаних результатів ( рис. 6.4 ) показав, що незважаючи на різноманітну геометрію і природу виникнення ударних хвиль і відриву потоку, поля течій мають загальні основні риси, узгоджені з установленними експериментально залежностями і відомою аналогією двовимірних відривних течій. Розглянуті основні принципіальні розбіжності між двовимірними і просторовими відривними течіями дозволили установити механізм формування кінчних режимів для даного класу взаємодії.

Глава 7. Чисельне дослідження взаємодії поперечного струменя з зовнішнім надзвуковим потоком. Сьогодні задача про взаємодію надзвукового потоку з поперечним струменем знаходить застосування в практиці проектування різноманітних технічних пристроїв з оптимальними характеристиками. При різноманітному використанні описуваного типу інтерференції потоків виникає широка область умов взаємодії від одновимірних ламінарних нестисливих нереагуючих рідин до тривимірних течій реагуючих багатокомпонентних сумішей газів.

Зроблено аналіз робіт по дослідженню взаємодії поперечного струменя з зовнішнім надзвуковим потоком ( § 7.1 ) і приведено результати чисельного дослідження двовимірної ( § 7.2 ) і тривимірної ( § 7.3 ) струменевої взаємодії на основі осереднених рівнянь Нав'є-Стокса стисливого газу, доповнених моделлю турбулентної в'язкості.

При дослідженні двовимірної взаємодії поперечного струменя із надзвуковим набігаючим потоком для замикання системи осереднених рівнянь Нав'є-Стокса використовувалась алгебраїчна модель турбулентної в'язкості Сабелі-Сміта і модель турбулентності типу Колмогорова-Прандтля. Вихідна система рівнянь доповнювалась рівнянням стану досконалого газу, залежністю молекулярної в'язкості від температури, початковими і граничними умовами. На лівій і верхній границях розрахункової області ( рис. 7.1 ) течія вважалась незбуреною і надзвуковою. На стінці прийняті умови прилипання і відсутності теплового потоку, за виключенням щільної вдуву, де задавались параметри поперечного струменя. За початкові умови приймалися параметри незбуреного потоку.

З метою підтвердження достовірності результатів розрахунків розв'язок задачі одержано двома методами ( рис. 7.1 ): за наявною

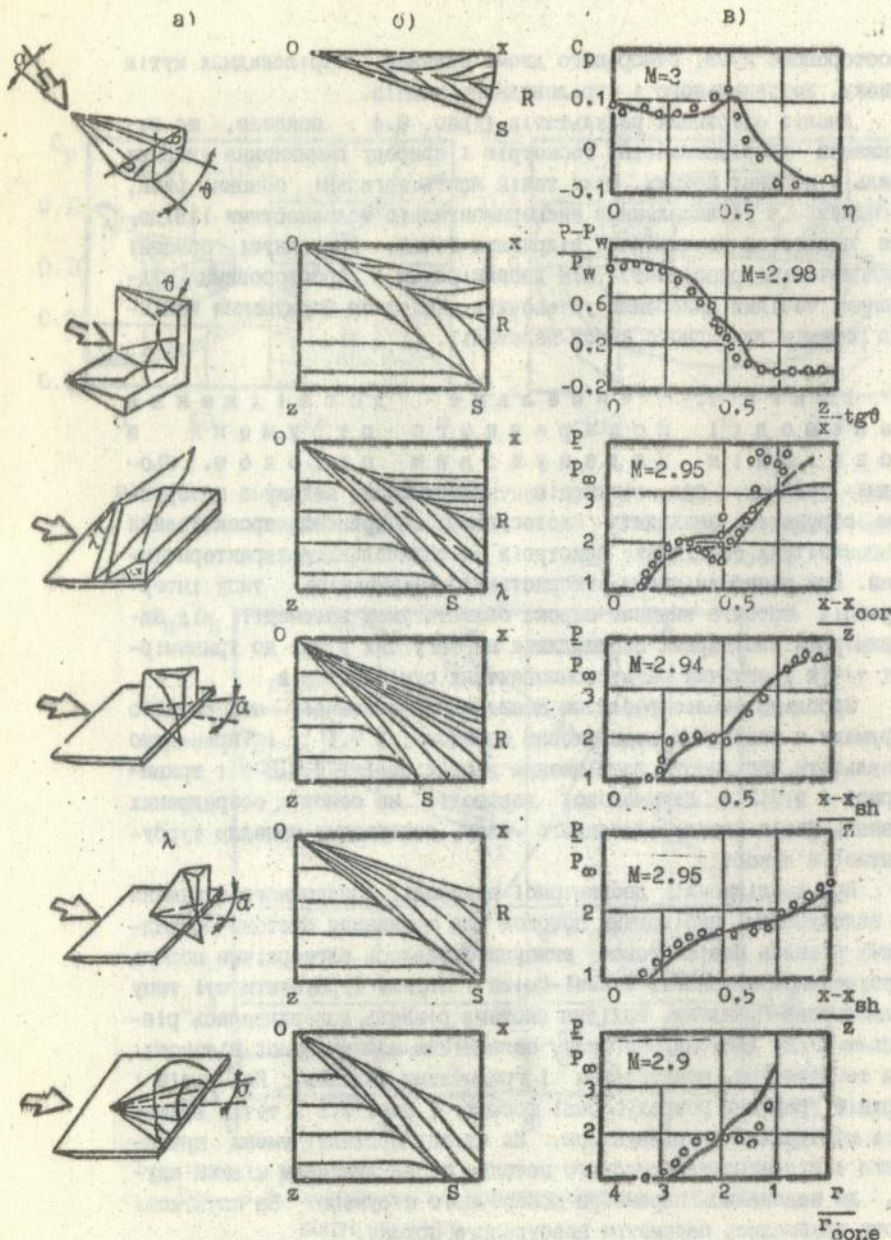


Рис. 6.4. Схеми течій ( а ), розподіл граничних ліній течії ( б ) і тиску ( в ) на обтічних поверхнях

схемою ( суцільна лінія ) і за явним методом предиктор-коректор Мак-Кормака ( пунктирна лінія ). Розподіл тиску ( крива 1 ) і коефіцієнта тертя ( крива 2 ) на обтічній поверхні, а також геометричні характеристики течії добре співпадають з одержаними за відомими емпіричними співвідношеннями ( М.Д. Коваленко, А.М. Тверовський, В.В. Блггов, Спейд, Зукоски, Позиналлі ).

Чисельному дослідженню просторогої течії при взаємодії поперечного струменя із надзвуковим набігаючим потоком ( рис. 7.2 ) на основі осереднених рівнянь Нав'є-Стокса, доповнених моделлю турбулентної в'язкості, присвячений § 7.3. Тут розглянута постановка задачі, наводяться основні співвідношення, а також обґрунтовується доцільність застосування вибраної моделі турбулентної в'язкості.

Одержані в результаті розрахунків картини двовимірної і тривимірної течій ( рис. 7.1 - 7.2 ) добре відповідають існуючим уявам про струменеву взаємодію ( А.І. Глаголев, А.І. Панов, В.А. Зубков, А.М. Тверовський, Г.Ю. Степанов, Л.В. Голш, М.Д. Ковалонко ). Витікання струменя 6 відбувається з утворенням стрибка стиску - диска Маха 5. Підвищення тиску, викликане взаємодією набігаючого потоку з поперечним струменем, передається ввєрх по потоку в дозвуковій частині пограничного шару. Це призводить до гальмування потоку в пограничному шарі, потовценню пограничного шару і його відриву 1. При цьому відривна область рухається угору по потоку до тих пір, доки сили, пропорціональні градієнтові тиску, не урівноважаться в області відриву силами тертя та інерції. Просторова ударна хвиля 3, що виходить від лінії відриву 10, взаємодіє з головною ударною хвилею і дає у площині симетрії  $\lambda$ -подібний стрибок стиску. Область потоку, що відірвалася, заповнюється підковоподібними вихорамки, які закручуються в спіраль і зносяться вниз за потоком. Під дією зовнішнього потску струмінь на деякій відстані вниз за потоком від стоду вдуву прилипає до стінки з утворенням стрибка стиску 9. Біля стінки за струменем утворюється область зворотної течії 8.

На рис. 7.2 для ілюстрації наводиться розподіл тиску у площині симетрії та на пластині вдуву. Ізобри проведені через  $Ar = 0.35$ ; починаючи від параметрів незабуреного надзвукового потоку.

## ЗАКІНЧЕННЯ

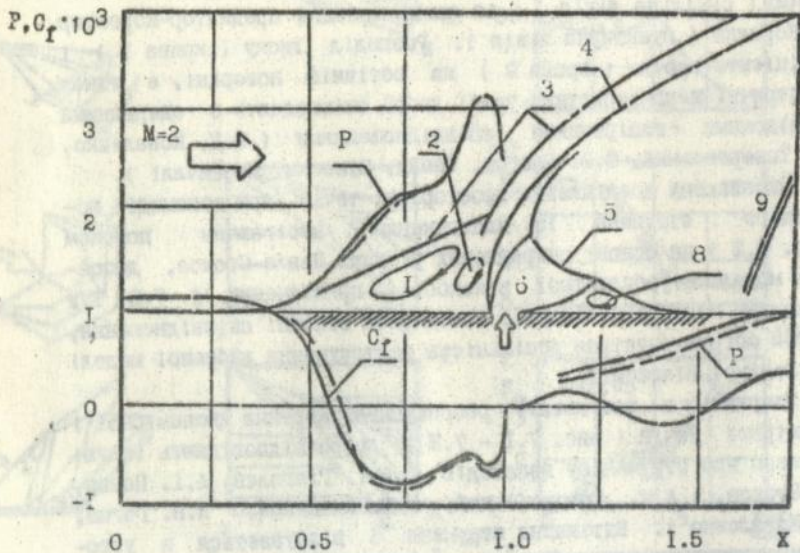


Рис. 7.1. Схема течіі, розподіл тиску і коефіцієнта тертя при двовимірній струменевій взаємодії

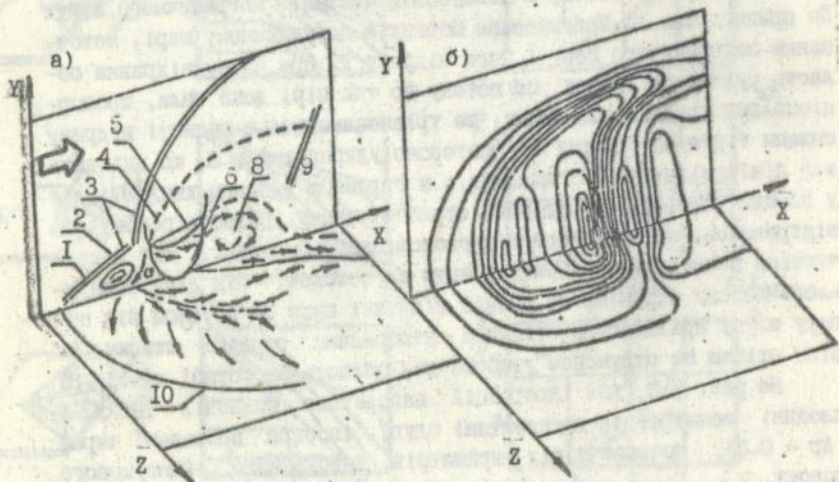


Рис. 7.2. Схема течіі ( а ) і розподіл тиску ( б ) при просторовій струменевій взаємодії

теоретичні положення, математичні моделі, чисельні методики і алгоритми, пакет прикладних програм для чисельного дослідження аерогідродинаміки і теплособіну на основі рівнянь Ейлера і Нав'є-Стокса, одержано розв'язки широкого кола задач, сукупність яких можна кваліфікувати як нове значне досягнення в розвитку перспективного напрямку в обчислювальній аеродинаміці.

Основні наукові і практичні результати роботи полягають в подальшому :

1. На основі аналізу обчислювального процесу при чисельному моделюванні вироблено комплексний підхід, що базується на моделях і методах неоднакового рівня.

2. Розроблено і реалізовано ефективні чисельні методики та алгоритми розрахунку процесів аерогідродинаміки і тепломасообміну.

3. У вигляді пакету прикладних програм для розв'язання рівнянь Ейлера і Нав'є-Стокса розроблено математичне і програмне забезпечення для ЕОМ.

4. Проведено всебічне тестування пакету програм, порівняння ефективності методів аеродинамічного розрахунку першого, другого і третього етапів розвитку обчислювальної аеродинаміки, чисельних методів розв'язання рівнянь Нав'є-Стокса.

5. Побудовано математичні моделі, сформульовано і розв'язано прикладні задачі металургії, хімічної технології, транспорту, авіаційної і ракетно-космічної техніки.

6. Установлено закономірності впливу охолодження і підігріву обтічної поверхні, вільного масообміну, ізотермічного слабкого і сильного вдуву і відсосу на розвиток надзвукових відривних течій. Показано, що, незважаючи на різну фізичну основу явищ, зміна умов тепло- і масообміну однаково впливають на структуру і характеристики надзвукових турбулентних відривних течій.

7. Розглянуто особливості формування і розвитку відривних течій при інтерференції просторових координатних стрібок стиску і турбулентного пограничного шару. Проведено аналіз результатів розрахунків обтікання під різними кутами атаки гострого конуса, угнутого крила, просторового кута, утвореного двома клинами, стрілоподібного кута стиску, півконуса, вертикального і стрілоподібного клинів, установлених на пластині.

8. Вироблено рекомендації щодо застосування різноманітних моделей, методів і алгоритмів для математичного моделювання.

ОПУБЛІКОВАНІ РОБОТИ ЗА ТЕМЮ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Приходько А.А. Численный расчет течения в трубе с вдувом газа через стенку // Математические методы механики жидкости и газа. - Днепропетровск : ДГУ, 1981. - С. 23 - 27.

2. Беляев Н.М., Кравец В.В., Приходько А.А. К расчету взаимодействия поперечной звуковой струи со сверхзвуковым потоком // Там же. - С. 12 - 16.

3. Наливайко А.П., Чернятевич А.Г., Приходько А.А. Математическая модель процессов гидродинамики и теплообмена в кислородном конвертере // Тезисы докладов IV Всесоюзной конференции "Теория и практика кислородно-конвертерных процессов". - Днепропетровск : ДМЕТИ. - 1981. - С. 83.

4. Приходько А.А. Об одном методе численного исследования турбулентных течений вязкого сжимаемого газа // Математические методы механики жидкости и газа. - Днепропетровск : ДГУ, 1982. - С. 56 - 64.

5. Приходько А.А. Распределение температуры в области взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем // Математические методы теплообмена. - Днепропетровск : ДГУ, 1982. - С. 84 - 91.

6. Приходько А.А. К расчету пространственных течений вязкого сжимаемого газа / Днепропетр. ун-т. - Днепропетровск, 1982. - 17 с. - Деп. в ВИНТИ 4.01.83, № 67.

7. Приходько А.А. Об одном явно-явном методе численного решения уравнений Навье-Стокса / Днепропетр. ун-т. - Днепропетровск, 1982. - 12 с. - Деп. в ВИНТИ 26.11.82, № 5994.

8. Приходько А.А. Численное исследование процессов теплообмена в осесимметричном теплообменнике / Днепропетр. ун-т. - Днепропетровск, 1982. - 13 с. - Деп. в ВИНТИ 4.01.83, № 66.

9. Приходько А.А. Применение модели турбулентной вязкости типа Колмогорова-Прандтля к численному исследованию двумерного взаимодействия поперечной струи со сверхзвуковым потоком / Днепропетр. ун-т. - Днепропетровск, 1982. - 14 с. - Деп. в ВИНТИ 26.11.82, № 5895.

10. Борщ В.Л., Приходько А.А. К расчету взаимодействия скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем на плоской пластине / Днепропетр. ун-т. - Днепропетровск, 1982. - 15 с. - Деп. в ВИНТИ 26.11.82, № 5896.

11. Чернятевич А.Г., Наливайко А.П., Приходько А.А. О математическом описании взаимодействия кисло-

родной струи с металлической ванной // Изв. вузов. Черная металлургия. - 1982, № 10. - С. 155 - 156.

12. Чернятевич А.Г., Наливайко А.П., Приходько А.А. Экспериментальное исследование и математическое моделирование теплообменных процессов в конвертерной ванне при раздельной и совместной донной продувке // Тезисы докладов Всесоюзной научной конференции по теплообменным процессам в ваннах сталеплавильных агрегатов. - Жданов : ЖИИ, 1982. - С. 90.

13. Наливайко А.П., Приходько А.А. Математическое моделирование распространения сверхзвуковой кислородной струи в рабочем пространстве конвертера // Там же. - С. 155.

14. Приходько А.А. Математическое моделирование процессов турбулентной гидродинамики и теплообмена в осесимметричном сборнике расплава циклонной шлакоплавильной установки // Тезисы докладов XII Всесоюзной научно-технической конференции "Теория и практика циклонных технологических процессов в металлургии и других отраслях промышленности". - Днепропетровск : ДМЕТИ, 1982. - С. 108.

15. Приходько А.А. О численном исследовании турбулентных сверхзвуковых отрывных течений // Современные проблемы газодинамики и теплообмена / Под ред. А.И. Леонтьева. - М.: МВТУ, 1933. С. 4.

16. Приходько А.А. Метод факторизации в расчете пространственных течений вязкого сжимаемого газа // Докл. АН СССР. - 1983. - 270, № 6. - С. 1350 - 1355.

17. Кравец В.В., Приходько А.А. Бдуд поперечной звуковой струи в сверхзвуковой поток // Докл. АН УССР. сер. А. - 1983, № 11. - С. 43 - 46.

18. Еелеяев Н.М., Приходько А.А. Численные методы конвективного теплообмена. - Днепропетровск: ДГУ, 1983. - 104 с.

19. Чернятевич А.Г., Наливайко А.П., Приходько А.А. К вопросу о численном моделировании процессов турбулентной гидродинамики и теплообмена в кислородном конвертере / Днепродзерж. индустр. ин-т. - Днепродзержинск, 1983. - 24 с. - Деп. в Укр.ВИНИТИ 4.06.83, № 416.

20. Кравец В.В., Приходько А.А., Борщ В.Л., Полевой О.В. Об одном пакете прикладных программ для численного моделирования сверхзвуковых течений в рамках упрощенных моделей вязкого теплопроводного газа // Математические методы теплообмена. - Днепропетровск : ДГУ, 1984. - С. 154-159.

21. Чернятевич А.Г., Наливайко А.П., Приходько А.А. Численное моделирование перемешивания и теплооб-

мена в конверторной ванне // Изв. вузов. Черная металлургия. - 1984, № 5. - С. 121 - 129.

22. Луценко В.И., Приходько А.А. Численное исследование турбулентного течения пара в цилиндрических тепловых трубах // Проблемы высокотемпературной техники. - Днепропетровск : ДТУ, 1984. - С. 96 - 105.

23. Наливайко А.П., Приходько А.А. Математическая модель гидродинамики и теплообмена в кислородном конвертере // Металлургия и коксохимия. - 1985, вып. 87. - С. 17 - 21.

24. Беляев Н.М., Приходько А.А. Численные методы решения уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа. - Днепропетровск: ДТУ, 1986. - 140 с.

25. Приходько А.А. Об исследовании количественных турбулентных отрывных течений на основе уравнений Навье-Стокса // Математические методы теплообмена. - Днепропетровск : ДТУ, 1987. - С. 121 - 127.

26. Полевой О.Б., Приходько А.А. Численное исследование влияния условий теплообмена на структуру турбулентных отрывных течений с применением алгоритма повышенной точности // Там же. - С. 83 - 88.

27. Приходько А.А. О сравнении методов аэродинамического расчета на задаче обтекания сверхзвуковым потоком кругового конуса под углами атаки // Численное моделирование гидрогазодинамических течений. - Днепропетровск : ДТУ, 1987. - С. 95 - 99.

28. Полевой О.Б., Приходько А.А. Решение стационарных трехмерных уравнений Эйлера маршевым методом повышенной точности // Там же. - С. 100 - 106.

29. Беляев Н.М., Полевой О.Б., Приходько А.А. К расчету влияния условий теплообмена на развитие сверхзвуковых отрывных течений в элементах газотурбинных установок // Газотурбинные и комбинированные установки. - М. : МВТУ, 1987. С. 113 - 114.

30. Приходько А.А. К расчету осесимметричных течений вязкого теплопроводного газа в рамках комплекса программ решения уравнений Навье-Стокса // Численное решение задач механики жидкости и газа. - Днепропетровск: ДТУ, 1988. С. 26 - 31.

31. Полевой О.Б., Приходько А.А. О результатах исследования взаимодействия скачка уплотнения с турбулентным пограничным слоем в плоском и осесимметричном углах сжатия // Там же. - С. 19 - 22.

32. Полевой О.Б., Приходько А.А. Сравнительный

анализ влияния условий тепло- и массообмена на развитие сверхзвуковых турбулентных отрывных течений // Математическое моделирование процессов и конструкций энергетических и транспортных турбинных установок. - Харьков : ИГиМ АН УССР, 1988. - С. 158 - 159.

33. Полевой О.Б., Приходько А.А. Решение стационарных двумерных уравнений вязкого теплопроводного газа маршевым методом повышенной точности // Математическое моделирование процессов теплообмена. - Днепропетровск : ДГУ, 1988. - С. 55 - 61.

34. Чернятевич А.Г., Наливайко А.П., Приходько А.А., Бродский А.С. Перемешивание и теплообмен в конверторной ванне при донной продувке // Изв. АН СССР. Металлы. 1988, № 2. - С. 13 - 18.

35. Полевой О.Б., Приходько А.А. Влияние тепло- и массообмена на развитие турбулентных течений в элементах газотурбинных установок // Проблемы высокотемпературной техники. - Днепропетровск : ДГУ, 1989. - С. 125 - 130.

36. Приходько А.А. Численное моделирование сверхзвуковых интерференционных течений на основе уравнений Навье-Стокса // Моделирование в механике. - 1989. т. 3 (20), № 5. - С. 145 - 160.

37. Приходько А.А. Численный расчет термогравитационной конвекции между двумя несосъемными цилиндрами // Теплообмен и гидродинамика тонких струй вязкой жидкости. - Днепропетровск : ДГУ, 1989. - С. 82.

38. Приходько А.А. Численное моделирование истечения жидкости из емкости на основе уравнений Навье-Стокса // Расчет течений жидкостей и газов. - Днепропетровск : ДГУ, 1989. - С. 20 - 26.

39. Полевой О.Б., Приходько А.А. Численное исследование пространственных отрывных течений при взаимодействии скользящих скачков уплотнения с турбулентным пограничным слоем // Там же. - С. 88 - 93.

40. Беляев Н.М., Полевой О.Б., Приходько А.А. Основные численные методы расчета течений невязкого газа. - Днепропетровск : ДГУ, 1989. - 160 с.

41. Приходько А.А. Об сравнении эффективности численных методов решения уравнений Навье-Стокса сжимаемого газа на задаче о взаимодействии скачка уплотнения с ламинарным пограничным слоем // Моделирование в механике. - 1989. т. 3 (20), № 6. - С. 78 - 90.

42. Приходько А.А. Применение метода расщепления с верхней и нижней диагональными матрицами для расчета течений вязкой несжимаемой жидкости в физических переменных // Математические методы расчетов гидродинамических течений, - Днепропетровск :

ДГУ, 1990. - С. 70 - 74.

43. Полевой О.Б., Приходько А.А. Параметрическое исследование сверхзвукового оотекания вертикального клина вязким теплопроводным газом // Там же. - С. 42 - 49.

44. Приходько А.А. Численное моделирование термогравитационной конвекции в замкнутых областях произвольного поперечного сечения на основе уравнений конвекции и теплообмена в физических переменных // Численно-аналитическое исследование процессов тепло-массообмена. - Днепропетровск : ДГУ, 1990. - С. 69 - 76.

45. Беляев Н.М., Полевой О.Б., Приходько А.А. Численные алгоритмы второго и повышенного порядков точности для расчета течений вязкого газа // Гидромеханика и теория упругости. - Днепропетровск : ДГУ, 1990. - С. 16 - 22.

46. Полевой О.Б., Приходько А.А. О параметрах подобия сверхзвуковых отрывных турбулентных течений в условиях тепло- и массообмена // Моделирование и методы расчета процессов тепло-массообмена. - Днепропетровск : ДГУ, 1990. - С. 146 - 149.

47. Заславский Б.Л., Молотков О.Н., Приходько А.А. Проблемы математического моделирования несущих систем вблизи экрана // Научно-технический прогресс и перспективы развития новых специализированных видов транспорта. - М. : Ин-т трансп., 1990. ч.2. - С. 34 - 35.

48. Приходько А.А., Полевой О.Б. Развитие сверхзвуковых турбулентных отрывных течений в условиях тепло- и массообмена // Механика жидкости и газа. Турбулентный пограничный слой. - М. : ЦАГИ, 1991. С. III.

49. Приходько А.А. Алгоритм расчета термогравитационной циркуляции в замкнутых объемах произвольного сечения на основе пакета прикладных программ решения уравнений конвекции и теплообмена в физических переменных // Тезисы докладов девятой зимней школы по механике сплошных сред. - Пермь : Изд-во УРО АН СССР, 1991. С. 147 - 148.

50. Приходько А.А., Каминский А.А. Алгоритм расчета несжимаемых вязких течений в переменных завихренности-функция тока в рамках пакета прикладных программ решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса // Численные методы механики сплошной среды. - Красноярск : ИЦ СО АН СССР, 1991. - С. 90.

51. Приходько А.А., Полевой О.Б. Особенности влияния теплообмена на формирование и развитие сверхзвуковых турбулентных отрывных течений // Теплообмен - ММФ - 92. Конвективный теплообмен. Т. I, ч. 2. - Минск : ИТМО им. А.В. Лыкова

АНБ, 1992.- С. 125 - 128.

52. Приходько А.А. Пакет прикладных программ для численного моделирования процессов теплопереноса // Теплообмен - МФ - 92. Вычислительный эксперимент в задачах теплообмена и теплопередачи. Т. 9, ч.1.- Минск : ИТМО им. А.В. Лыкова АНБ, 1992.- С. 152 - 155.

53. Приходько А.А. Численное моделирование течений в решетках турбомашин с использованием уравнений Навье-Стокса // Математическое моделирование в механике жидкости и газа. - Днепрпетровск : ДГУ, 1992. - С. 77 - 84.

54. Приходько А.А., Каминский А.А. Алгоритм расчета задач аэроупругости оболочек в рамках пакета прикладных программ решения уравнений Эйлера и Навье-Стокса // Численные методы механики сплошной среды. - Красноярск. - ИЦ СО АН СССР, 1992. - С. 94.

55. Приходько А.А., Полевой О.В. Особенности расчета отрывных течений при интерференции пространственных скользящих скачков уплотнения и турбулентного пограничного слоя // Механика жидкости и газа. Методы исследования аэротермодинамических характеристик гиперзвуковых летательных аппаратов. - М. : ЦАГИ, 1992. С. 166 - 167.

56. Приходько А.А., Полевой О.В. Influence of heat and mass transfer features on forming and developing supersonic turbulent separated flows // Heat/mass transfer MIF-92. Abstracts of paper and communication.- Minsk. 1992. P. 197.

57. Приходько А.А. Program package for numerical simulation of heat and mass transfer processes // Heat/mass transfer MIF-92. Abstracts of paper and communication.- Minsk. 1992. P. 25.

58. Приходько А.А., Полевой О.В. Supersonic separation calculation by flows around aircraft surface elements // International conference on the methods of aerophysical research. Novosibirsk. 1992. P. I. - P. 95 - 98.

59. Приходько А.А., Полевой О.В. Особенности развития турбулентных отрывных течений при наличии теплообмена // Турбулентный пограничный слой. М. : Изд-во ЦАГИ, 1992. Часть II. - С. 49 - 55.

60. Приходько А.А., Полевой О.В. Применение метода расщепления и разностных аппроксимаций повышенной точности к численному решению задач механики жидкости и газа // Моделирование в механике. 1992. Т. 6 ( 23 ), № 3. - С. 103 - 115.







1657.25

AB 27.767