Харьковский государственный университет

На правах рукописи

Чеканов Николай Александрович

КВАНТОВЫЕ ПРОЯВЛЕНИЯ КЛАССИЧЕСКОГО ХАОСА В ЯДЕРНЫХ СИСТЕМАХ

Чекан

01.04.16 - физика ядра и элементарных частиц

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
доктора физико-математических наук

Харьков - 1993

Работа выполнена в Харьковском физико-техническом институте

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,
профессор Бережной Юрий Анатольевич
(ХГУ, г.Харьков)

доктор физико-математических наук,
профессор Коломиец Владимир Михайлович
(ИЯИ АН Украины, г.Киев)

доктор физико-математических наук,
профессор Шульга Николай Федорович
(ХФТИ , г.Харьков)

Ведущая организация: Институт теоретической физики ,г.Киев

Защита состоится "8" ОКТ 1993 г.
в 15^{00} часов на заседании специализированного совета
Д 053.06.01 Харьковского государственного университета
(310108, Харьков-108, пр.Курчатова, 31, ауд. 301)
С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной
библиотеке ХГУ

Автореферат разослан "6" сент 1993 г.

Ученый секретарь совета
доктор физико-математических наук Н.А.Азаренков

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность темы. В последнее время огромный интерес вызывают исследования нелинейных явлений в различных динамических системах. Причиной такого внимания является существование новых, так называемых хаотических (в отличие от регулярных) типов движения, приводящих к случайности и непредсказуемости будущего в строго детерминированных системах. Изучение хаотической динамики впервые открытой Пуанкаре в конце прошлого века возобновилось лишь в начале 60-х годов после появления работ Колмогорова, Арнольда, Мозера, Хенона и Хейлеса, Лоренца.

В последние десять лет исследования хаотических режимов движения интенсивно ведутся и расширяются в различных областях естественных наук. Существование детерминированной случайности в нелинейных динамических системах привело к постановке проблемы квантового хаоса, что, в частности, инициировало поиск квантовых проявлений классического хаоса.

Исторически сложилось так, что результаты исследования ядерных спектров в рамках статистической теории развитой в теже 60-е годы и основанной на предположении о случайности процессов в ядре исключительно из-за его сложности неожиданно предвосхитили последние результаты, полученные в теории нелинейных динамических систем. Как известно, в статистической теории ядерных спектров постулируется идентичность статистических свойств спектра атомных ядер и собственных значений случайной матрицы, которая представляет гамильтониан ядра. Одним из основных результатов этой теории является то, что функции распределения расстояний между соседними уровнями имеют вигнеровский вид, из которого следует эффект расталкивания ближайших энергетических уровней. Теоретические выводы неплохо подтвердились при соответствующей обработке экспериментальных данных по ядерным спектрам.

Поэтому полученные недавно аналогичные результаты в хаотических динамических системах с несколькими степенями свободы призывают, по крайней мере, попытаться искать причины успеха статистической теории атомных ядер в самом характере движения нуклонов ядра, обосновывая статистическую гипотезу не сложностью системы, а существованием принципиально новых типов нуклонного движения, определяемых свойствами ядерного взаимодействия.

Изучение хаотической динамики нуклонов может пролить свет на проблему сосуществования двух противоположных классов ядерных моделей, один из которых представляет ядро как каплю жидкости, а второй рассматривает ядро как газ слабо взаимодействующих частиц. Тогда эффективность предсказания модели из того или иного класса в сильной степени будет определяться регулярным или хаотическим режимом нуклонного движения. Например, проявления оболочечной структуры в ядерных спектрах может быть связано не только с принципом Паули, а с регулярным характером ядерной динамики.

Наличие хаотических режимов в движении нуклонов должно существенно отразиться в процессах рассеяния на атомных ядрах, что, по-видимому, проявляется в сечениях в виде известных эриксоновских флуктуаций.

Все это без сомнения представляет важный и интересный предмет исследования в ядерной физике для построения последовательной теории динамики атомных ядер . Кроме того, изучение нелинейных явлений в движении ядер затрагивает ряд общих вопросов, связанных с проблемой классического и квантового хаоса в произвольной динамической системе.

Цель работы. Целью настоящей работы является исследование в атомных ядрах квантовых проявлений классического хаоса в энергетических спектрах и волновых функциях на примере простых реалистических ядерных моделей.

В диссертации решаются следующие основные задачи:

1. Проведение аналитических и численных исследований возможности существования новых хаотических режимов движения в атомных ядрах.

2. Развитие метода нормальных форм Биркгофа-Густавсона для квантования классических двумерных гамильтонианов с целью изучения свойств энергетических спектров в квазиклассическом приближении.

3. Исследование влияния классического хаоса на статистические свойства энергетических спектров и волновых функций для C_{3v} и C_{4v} - инвариантных гамильтоновых систем.

4. Поиск других особенностей в свойствах энергетических спектров и волновых функций классически неинтегрируемых квантовых систем, которые можно трактовать как квантовый хаос в атомных ядрах.

Научная новизна. В диссертации впервые исследованы коллективные квадрупольные поверхностные колебания изотопов криптона $^{74-80}$Kr с параметрами гамильтонианов, извлеченных из экспериментальных данных, и динамика ядра углерода в виде линейной системы из трех α-частиц с реалистическим потенциалом $\alpha\alpha$-взаимодействия. В этих ядерных гамильтоновых системах с двумя степенями свободы установлено существование хаотических режимов движения. Показано, что теоретические предсказания критической энергии перехода от регулярного движения к хаотическому с помощью простого критерия отрицательной гауссовой кривизны поверхности потенциальной энергии хорошо согласуется с ее численными расчетами с помощью сечений Пуанкаре.

Обнаружено новое явление (детально исследованное для квадрупольных поверхностных колебаний изотопов ^{74}Kr), которое заключается в восстановлении регулярного характера движения при высоких энергиях. Вероятно такой сложный переход регулярность-хаос-регулярность (R-C-R) имеет место для динамических систем с локализованной областью неустойчивости.

Исследованы также и установлены некоторые новые свойства трехчастичной линейной цепочки с произвольным парным взаимодействием.

На основе выполненной модификации нормальной формы Биркгофа-Густавсона с использованием канонических преобразований с произвольной валентностью дан новый вариант квантования классических многомерных систем. В рамках развитого подхода получены простые аналитические формулы для энергетического спектра гамильтониана квадрупольных поверхностных колебаний. (Последний относится к классу гамильтонианов инвариантных относительно преобразований дискретной группы C_{3v}).

Показано, что в регулярной области энергий квазиклассические формулы с хорошей точностью воспроизводят квантовый спектр, а при переходе в хаотическую область энергий точность их предсказания катастрофически ухудшается. Указано, что причиной неприменимости квазиклассических формул для спектра в хаотической области энергий являются возникающие квазипересечения уровней вблизи критической энергии перехода к хаосу.

Для изучения квантовых проявлений классического хаоса впервые были вычислены и проанализированы статистические свойства энергетических спектров C_{3v} инвариантного гамильтониана. Показано, что функции распределения расстояний между соседними уровнями имеют пуассоновский вид в той области энергий, где классическое движение регулярное, и вигнеровский вид в хаотической области энергий.

Другими словами, в первом случае в квантовом спектре наблюдается явление кластеризации энергетических уровней, тогда как во втором (когда классическая динамика хаотическая) обнаружен эффект расталкивания соседних уровней аналогичный тому, который имеет место для собственных значений случайной матрицы из гауссового ортогонального ансамбля (ГОА).

Подобные результаты были получены для C_{4v} инвариантного гамильтониана, классический аналог которого, в частности, описывает взаимодействующие поля Янга-Миллса. На примере этой динамической системы показано первостепенное значение учета внутренней симметрии гамильтониана при анализе статистических свойств энергетических спектров.

Кроме того, исследована зависимость функций распределения расстояний между соседними уровнями для спектра C_{3v} инвариантного гамильтониана в области перехода регулярность-хаос-регулярность. Впервые показана перестройка этих функций распределения от пуассоновского вида к вигнеровскому и опять к пуассоновскому в полном соответствии с типом классического движения. Полученные результаты для C_{3v} , C_{4v} симметричных динамических систем доказывают существования взаимосвязи между характером классического движения и статистическими свойствами квантовых энергетических спектров.

Проявления классического хаоса обнаружено и в поведении волновых функций, статистические свойства которых исследованы для тех же C_{3v} ,C_{4v} двумерных гамильтоновых систем. Вычислены методом диагонализации и исследованы функции распределения коэффициентов разложения волновой функции по собственным состояниям двумерного осциллятора. Показано, что регулярные волновые функции локализованы на небольшом числе базисных состояний, а хаотические волновые функции практически случайно распределены по всем базисным состояниям.

Полученные два класса функций распределения существенно отличаются друг от друга, отражая тем самым корреляции между статистическими свойствами волновой функции индивидуального состояния и режимом классической динамики. Однако распределения коэффициентов хаотической волновой функции (вероятно из-за небольшой доли регулярного движения) немного отличается от гауссовой кривой, которая теоретически предсказывалась в квазиклассическом приближении. Показано, что поведение и абсолютная величина энтропии - количественной меры распределенности волновой функции - тоже универсальным образом зависит от характера классического движения.

Детально исследованы изменения энтропии и квантовых чисел в процессе перехода регулярность-хаос для двухпараметрического семейства гаильтонианов, обладающих C_{3v} симметрией. Показано, что по мере включения неинтегрируемого возмущения (путем варьирования параметров гамильтониана) квантовые числа, используемые для классификации интегрируемой части гамильтониана, для состояний, энергии которых приближаются к классической критической энергии перехода к хаосу, начинают сильно флуктуировать. Это свидетельствует о разрушении квантовых чисел в переходной области.

Обнаружена четко выраженная корреляция между поведением квантовых чисел, формирующих оболочечную структуру, и структурой классического фазового пространства. Установлено также, что разрушение оболочечной структуры тесно связано с возникновением множественных квазипересечений энергетических уровней в области перехода регулярность-хаос.

Обнаруженные множественные квазипересечения в квантовом спектре для C_{3v} ,C_{4v} инвариантных гамильтонианов с двумя степенями свободы является новым квантовым проявлением классического хаоса для неинтегрируемых гамильтоновых систем. Показано, что эти квазипересечения не изолированы в точке, а случаются вдоль линий в параметрическом пространстве.

Для увеличения эффективности численного исследования энергетических поверхностей в пространстве параметров гамильтониана вместо диагонализации предложен самосогласованный метод решения стационарного уравнения Шредингера в координатном пространстве.

Практическая и научная ценность результатов. В последние годы во многих областях естественных наук ведутся интенсивные исследования различных аспектов хаотической динамики, распространение которых в область ядерной физики сделано в настоящей диссертации.

Полученные в диссертации результаты показывают, что в ядерных системах существуют хаотические режимы движения, которые приводят к радикальным изменениям в энергетических спектрах и волновых функциях соответствующих квантовых систем. Поэтому результаты настоящей диссертации имеют значение для включения понятия квантового хаоса в теорию атомного ядра. Эти результаты можно использовать при планировании экспериментов, для анализа экспериментальных данных и получения из такого анализа информации о структуре атомных ядер и механизме ядерного взаимодействия.

Разработанные методы и полученные результаты носят общий характер и могут быть применены при исследовании произвольных нелинейных динамических систем.

На защиту выносятся следующие результаты.

1.Результаты исследования классического фазового пространства, показывающие существование новых хаотических движений для квадрупольных поверхностных колебаний в атомных ядер и в коллективной модели ядра углерода в виде линейной 3α-системы.

2.Полученные свойства линейной цепочки из трех частиц с произвольным парным взаимодействием и применимость критерия отрицательной гауссовой кривизны для исследованных систем.

3.Обнаруженный в гамильтоновых двумерных системах при некоторых условиях переход регулярность-хаос-регулярность, указывающий на восстановление регулярного характера классического движения при высоких энергиях.

4.Модификация метода нормальных форм Биркгофа-Густавсона и развитие на этой основе метода квантования двумерных гамильтонианов, а также результаты исследования фазового пространства с помощью приближенных интегралов движения.

5.Результаты исследования эффективности предсказания и применимости полученных на основе развитого метода квантования квазиклассических формул для энергетического спектра C_{3v} инвариантного гамильтониана.

6.Установленную корреляцию между характером классического движения и статистическими свойствами энергетических спектров C_{3v} и C_{4v} инвариатных гамильтонианов, которые в хаотической области энергий идентичны статистике собственных значений случайной матрицы из ГОА. Решающую роль симметрии динамических систем при построении функций распределения расстояний между соседними энергетическими уровнями.

7.Наличие корреляций между статистическими свойствами волновых функций (функций распределения коэффициентов разложения волновой функции по базисным состояниям и энтропии как меры степени распределенности волновой функции по базисным состояниям) и типом классического движения для тех же C_{3v} и C_{4v} инвариантных гамильтонианов.

8.Результаты расчета и анализа квантовых характеристик гамильтоновых систем в области перехода от регулярного движения к хаотическому. Результаты исследования зависимости энтропии, квантовых чисел и других квантовых величин в этой переходной области.

9.Новое проявление классической неинтегрируемости в виде множественных квазипересечений энергетических уровней для двумерных гамильтоновых систем в процессе перехода регулярность-хаос.

10.Предложенный метод самосогласованного решения стационарного уравнения Шредингера в координатном пространстве.

Апробация результатов работы и публикации.

Исследования, изложенные в диссертационной работе, проведены в теоретическом отделе Харьковского физико-технического института. Часть из них выполнена с сотрудниками ЛТФ и ЛВТА ОИЯИ (г.Дубна) .

Материалы диссертации опубликованы в 20 научных работах. Основные результаты диссертации представлялись на Международное совещание по теории малочастичных и кварк-адронных систем (1987), на 38-м (1988) и на 39-м (1989) Всесоюзных совещаниях по ядерной спектроскопии и структуре атомного ядра и докладывались на Международном семинаре "Геометрические аспекты квантовой механики" (1988), 4-м Международном совещании по аналитическим вычислениям в физических исследованиях (1990), 6,8-м Международном совещании " Нелинейные эволюционные уравнения и динамические системы ", Всесоюзном семинаре по электромагнитным взаимодействиям (1989), на семинарах в ЛТФ и ЛВТА ОИЯИ (г.Дубна), ИТФ АН Украины и ИЯИ АН Украины(г.Киев), ХГУ и ХФТИ (г.Харьков).

Структура диссертации. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав основного текста, заключения, приложения и списка цитируемой литературы (214 наименований). Диссертация содержит 44 рисунка и 2 таблицы. Общий объем работы 262 машинописных страниц.

Во введении обоснована актуальность проводимых исследований, сформулирована цель диссертационной работы и основные положения выносимые на защиту. Представлена структура диссертации и кратко изложено ее содержание по главам.

В первой главе на примере двух реалистических ядерных моделей показано, что в атомных ядрах (рассматриваемые как нелинейные гамильтоновы системы с двумя степенями свободы) при определенных условиях существуют новые хаотические режимы движения. Изучена также хаотическая классическая динамика двумерной системы, описываемой C_{4V} инвариантным гамильтонианом.

В разд.1.1 приведены стандартные методы идентификации индивидуальных хаотических траекторий с помощью вычислений автокорреляционной функции или показателей Ляпунова. Однако эти методы требуют большого обьема численных расчетов при определении доли фазового пространства занятого экспоненциально неустойчивыми траекториями. Поэтому для гамильтоновых систем с двумя степенями свободы рассмотрен быстрый эвристический метод предсказания классического хаоса, который основан на изучении геометрии соответствующей поверхности потенциальной энергии (ППЭ). В таком методе классический хаос связывается с наличием отрицательной гауссовой кривизны на ППЭ, приводящей к локальной неустойчивости фазовой траектории попадающей в эту область. Критическая энергия перехода от регулярного движения к хаотическому определяется минимальным значением потенциальной энергии на линии нулевой гауссовой кривизны. Критерий начала хаоса по отрицательной гауссовой кривизне (ОГК) не является строгим, так как в общем случае локальная потеря устойчивости регулярного движения не обязательно приводит к глобальной неустойчивости. Однако в совокупности с численными расчетами сечений Пуанкаре критерий ОГК значительно облегчает анализ нелинейного движения, а для исследуемых нами динамических систем этот критерий обеспечивает надежное теоретическое предсказание начала хаоса.

В разделе 1.2 рассмотрена простейшая модель ядра углерода в виде линейной цепочки из трех α-частиц с реалистическим али-бодмеровским $\alpha\alpha$-взаимодействия. Гамильтониан этой системы имеет вид

$$H = \frac{1}{2} \sum p_i^2 + V(x_1-x_2) + V(x_2-x_3) + V(x_3-x_1), \qquad (1)$$

$$(i=1,2,3).$$

Здесь x_i и p_i - канонически сопряженные координаты и импульсы i-й α-частицы, а потенциал Али-Бодмера определяется следующим образом

$$V(x) = a \exp(-a_1 x^2) + b \exp(-a_2 x^2) , \qquad (2)$$

$a=500$ МэВ, $b=-130$ МэВ, $a_1=0{,}49$ Фм$^{-2}$, $a_2=0{,}226$ Фм$^{-2}$.

Показано, что реалистический потенциал Али-Бодмера качественно согласуется с эффективным потенциалом,полученным на основе широко используемых сейчас нуклон-нуклонных сил Скирма.

Подробно изучена классическая динамика 3 α -системы путем численного решения уравнений движения Гамильтона. С помощью анализа сечений Пуанкаре показано, что в этой системе возникают хаотические режимы движения (см. рис.1) и критическая энергия перехода к хаосу хорошо согласуется с теоретическими предсказаниями по критерию ОГК.

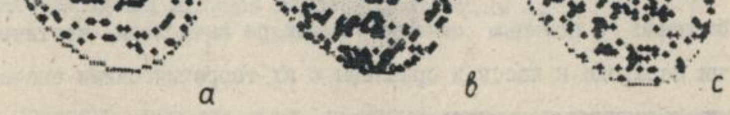


Рис. 1. Сечения Пуанкаре в плоскости (p_y , y) при x=0 для гамильтониана (1) при $E=0.3E_d$ (а); $E=0.4E_d$ (б); и E=0.5Ed (в), где Ed - энергия диссоциации 3α-системы.

Отмечены особенности развития классического хаоса по мере роста энергии в 3α-системе, связанные с использованием реалистического неполиномиального потенциала. Изучены также некоторые общие свойства линейной трехчастичной цепочки с произвольным парным взаимодействием.

В разд. 1.3 получен общий вид для ППЭ квадрупольных поверхностных колебаний сферической капли вещества. Показано, что гамильтониан такой системы является инвариантным относительно преобразований дискретной группы C_{3v} и имеет вид

$$H = \frac{1}{2}\,(p_1^2 + p_2^2) + \sum_{m+n \geq 1} C_{mn}\,(x^2 + y^2)^m \cdot (x^2 y - \tfrac{1}{3} y^3)^n , \qquad (3)$$

(m,n - неотрицательные целые числа)

где коллективные переменные x,y определяются отклонениями от сферической поверхности ядра, C_{mn} - параметры. Изучен характер классической динамики для двухпараметрического семейства C_{3v} инвариатных гамильтонианов в четвертом порядке по канонически сопряженным переменным.

Представлены результаты численного исследования квадрупольных поверхностных колебаний изотопов криптона $^{74-80}$Kr с реалистическими параметрами коллективного гамильтониана, ППЭ которых изображены на рис.2.

Численно с помощью сечений Пуанкаре вычислены критические энергии перехода к хаосу и сравнены с их теоретическими значениями, определенными по критерию ОГК.

В разд. 1.4 продолжено изучение квадрупольных поверхностных колебаний поверхности изотопов криптона и для ядер $^{74-76}$Kr при энергиях, значительно превосходящих седловую ($E \geq 10^4 E_{кр}$), найдено, что регулярный характер движения восстанавливается.

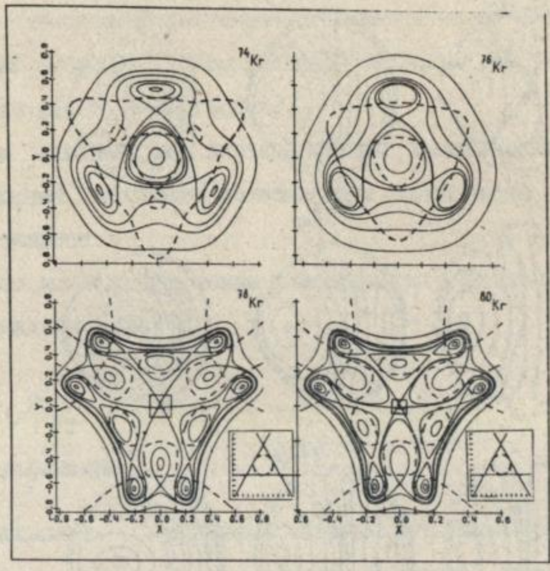


Рис. 2. ППЭ изотопов криптона (Пунктирная линия обозначает линии нулевой гауссовой кривизны).

Показано, что для всех изотопов имеется узкая переходная область энергий, в которой характер классического движения изменяется от регулярного к хаотическому (см. рис.3).

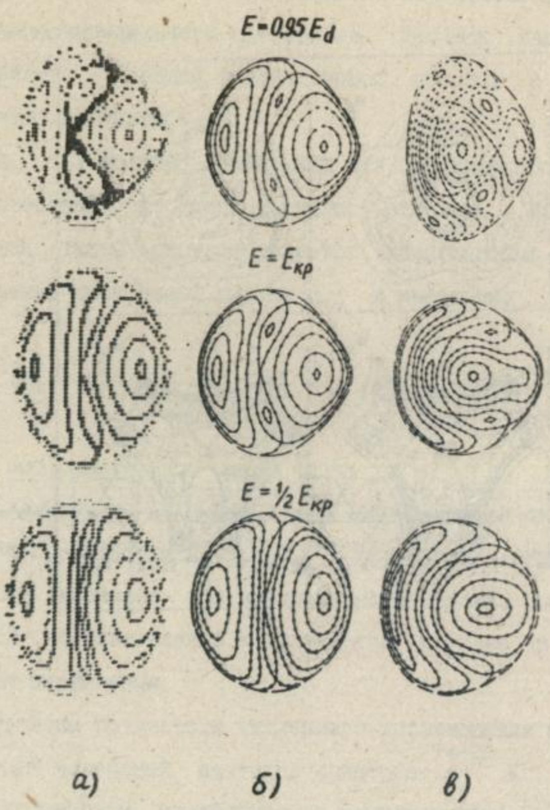


Рис. 3. Сечения Пуанкаре при различных значениях энергии для центрального минимума ^{74}Kr :
а) полученные численным интегрированием уравнений движения;
с помощью нормальных форм для гамильтониана (3);
б) 6-го порядка по переменным и в) эквивалентного 4-го.

Исследована и обсуждена связь обнаруженного перехода регулярность-хаос-регулярность (R–C–R) с изменением знака и величины гауссовой кривизны соответствующих ППЭ. Сделан вывод, что явление восстановления регулярного движения имеет место для любой динамической системы с локализованной областью неустойчивости движения (см.рис.5, 1-я колонка).

Изучено влияние на характеристики классического движения высших степеней деформации колеблющейся поверхности в коллективном гамильтониане.

Детально исследована также классическая динамика C_{4v} инвариантного гамильтониана

$$H = \frac{1}{2}(p_1^2+p_2^2) + \frac{1}{2}(x^2+y^2) + bx^2y^2 + c(x^2+y^2)^2, \qquad (4)$$

(a,b – параметры)

который описывает, например, взаимодействующие поля Янга-Миллса (см. рис.6, 1-я колонка). Численно изучена структура классического фазового пространства и определены условия возникновения хаотических движений в этой системе. Полученные результаты сравнены с известными результатами из других работ.

Вторая глава посвящена применению метода нормальных форм Биркгофа-Густавсона для изучения в квазиклассическом приближении коллективной динамики в ядерных моделях, рассмотренных выше.

В разд.2.1 описана процедура приведения классического многомерного гамильтониана к нормальной форме Биркгофа-Густавсона. Получены в аналитическом виде нормальные формы Биркгофа-Густавсона и приближенные интегралы движения для гамильтонианов квадрупольных поверхностных колебаний и линейной 3α-системы.

Показано, что аналитический приближенный интеграл движения для изотопа криптона ^{74}Kr как видно из рис.3 б,в.

хорошо воспроизводит полученную с помощью сечений Пуанкаре структуру фазового пространства, но только для энергий не превышающих критическую энергию перехода от регулярного движения к хаотическому.

В разд. 2.2 предложена модификация нормальной формы Биркгофа-Густавсона, основанная на подходящем выборе канонически сопряженных переменных с использованием канонических преобразований с произвольной валентностью. В частности, для гамильтониана квадрупольных поверхностных колебаний взятого в виде

$$H= \frac{1}{2}(p_1^2+p_2^2) + \frac{1}{2}(x^2+y^2) + b(x^2y-\frac{1}{3}y^3) + c(x^2+y^2)^2, \qquad (5)$$

найдены такие канонические преобразования

$$\begin{aligned} Q_{1,2} &= (y-ip_2) \pm i(x-ip_1) \\ P_{1,2} &= (y-ip_2) \mp i(x-ip_1) \end{aligned} \qquad (6)$$

с валентностью равной мнимой единице. Для гамильтониана (5) получена модифицированная нормальная форма Биркгофа- Густавсона.

Получена также модифицированная нормальная форма для C_{4V} симметричного гамильтониана (4), исследование классической динамики которого проведено в разд. 1.4 (см. сечения Пуанкаре, изображенные на рис.6, 1-я колонка).

В разд. 2.3 обсуждены способы квантования многомерных классических гамильтоновых систем и развит новый вариант квантования на основе модифицированной нормальной формы Биркгофа-Густавсона. По классической модифицированной нормальной форме с использованием правила соответствия Вейля, которое ради удобства проведения аналитических вычислений на REDUCE запишем в виде

$$(P_\nu Q_\nu)^n \equiv (Q_\nu P_\nu)^n \Rightarrow \frac{1}{2^n} \sum_{l=0}^{n} \frac{n!}{l!(n-l)!} \prod_{j=1}^{n} (\hat{Q}_\nu \hat{P}_\nu - n+l+j) \, , \quad (7)$$

$(\nu = 1,2)$

Восстановлена квантовая нормальная форма для гамильтониана квадрупольных поверхностных колебаний (5). Получена квазиклассическая формула для его энергетического спектра

$$E(N,L) = N+1+ \frac{b^2}{12} [\, 7L^2 - 5(N+1)^2 +1 \,] + \frac{c}{2} [\, 3(N+1)^2 - L^2 +1 \,], \quad (8)$$

$N=0,1,2,3,\ldots \, ; \quad L= \pm N, \pm(N-2), \ldots$ 0 или 1.

которая в частном случае ($c=0$) дает приближенную формулу для спектра известного гамильтониана Хенона-Хейлеса.

В разд. 2.4 проведено сравнение предсказываемых квазиклассических спектров с точными квантовыми спектрами для гамильтониана квадрупольных поверхностных колебаний (5). Результаты сравнения показаны на рис.4. Как видно из этого рисунка квантование с помощью нормальных форм Биркгофа-Густавсона применимо только в области энергий, где классическое движение регулярное.

В третьей главе исследованы квантовые проявления классического хаоса в статистических свойствах энергетических спектров и волновых функций. Детально изучены динамические системы с двумя степенями свободы, представляющие квадрупольные поверхностные колебания и взаимодействующие поля Янга-Миллса, описываемые C_{3v} и C_{4v} инвариантными гамильтонианами (5),(4), соответственно. Показана четкая взаимосвязь между характером классического движения (регулярным или хастическим) и как формой функций распреде-

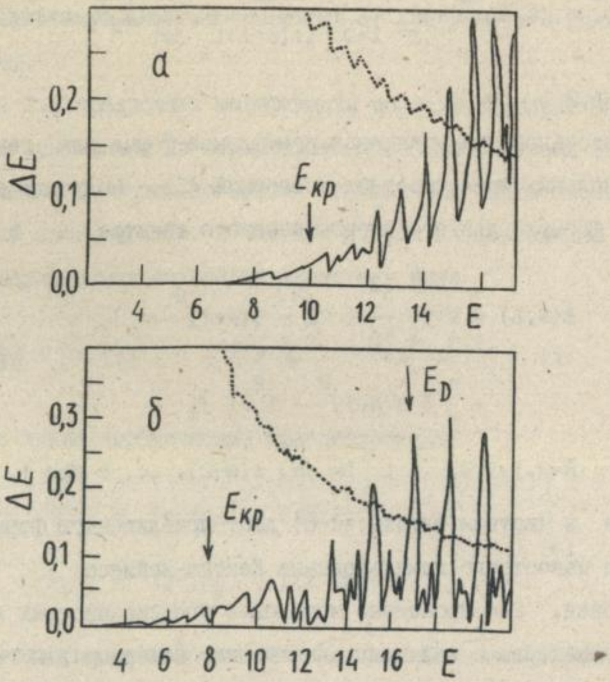


Рис. 4. Разность ΔE между квантово-механическими уровнями энергии и квазиклассическими (2.62) для гамильтониана (2.49) со следующими значениями параметров: $b=0.13247$; $c=0.00135$; $E_{кр}=10$ (а); $b=0.1$; $c=0.$; $E_{кр}=8.3$; $E_d=16.7$ (б). Верхние линии - значения расстояний между соседними уровнями энергий, E_d - энергия диссоциации.

ления расстояний между соседними энергетическими уровнями (пуассоновской или вигнеровской), так и видом функций распределения амплитуд волновых функций. Дополнительно эта взаимосвязь подтверждена обнаруженной перестройкой упомянутых выше функций распределения в зависимости от типа классического движения для C_{3v} симметричной системы в случае сложного перехода регулярность-хаос-регулярность.

В разд.3.1 обсуждена аналогия между основными результатами в теории случайных матриц и последними результатами, полученными в теории нелинейных динамических систем. Как известно, функции распределения расстояний между собственными значениями простейшей случайной матрицы из ГОА имеет вигнеровский вид

$$p(x) = \frac{\pi}{2}\, x \exp(-\frac{\pi}{4}\, x^2), \qquad (9)$$

где величина x равна отношению расстояния между ближайшими собственными значениями к среднему их значению. Из выражения (9) следует эффект расталкивания ($p(x)\to 0$, если $x\to 0$) собственных значений, который обнаружен также для квантовых спектров неинтегрируемых систем, хаотических в классическом пределе.

В этом разделе обсуждена также гипотеза об универсальном законе флуктуаций энергетических спектров для динамических систем, хаотических в классическом пределе.

В разд.3.2 численно получены квантовые спектры C_{4V} и C_{3V} инвариантных гамильтонианов (4),(5) и исследованы их статистические свойства. Изучены групповые свойства гамильтонианов, введен базисный набор функций, реализующий неприводимые представления данной дискретной группы. Проанализированы последовательности энергетических уровней, соответствующие всем неприводимым представлениям.

Энергетические спектры и волновые функции можно эффективно получить методом диагонализации соответствующих гамильтоновых матриц в следующем базисе

$$|N,L,j\rangle = \frac{1}{2} \{ |N,L\rangle + j|N,-L\rangle \}, \quad j=\pm 1, \quad L\geq 0, \qquad (10)$$

где ортонормированный базис $|N,L\rangle$ определяется с помощью соотношений (6) как

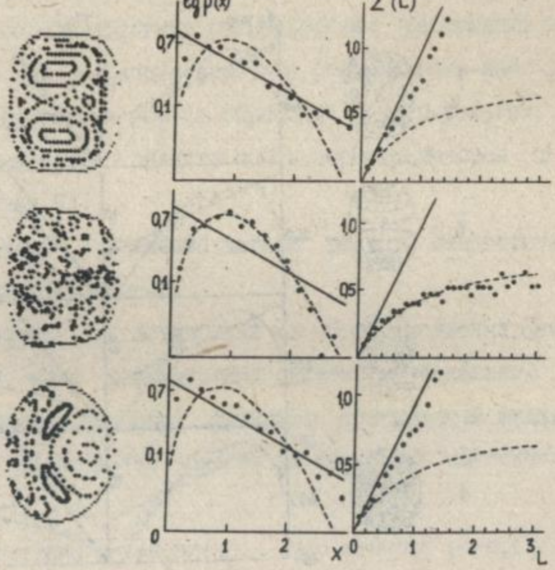
$$|N,L\rangle = [(\frac{N+L}{2})!\,(\frac{N-L}{2})!]^{-\frac{1}{2}}\, \hat{Q}_2^{\frac{N-L}{2}}\, \hat{Q}_1^{\frac{N+L}{2}}\, |0\rangle,$$

$$\hat{P}_1|0\rangle = \hat{P}_2|0\rangle = 0, \qquad (11)$$

где главное квантовое число $N=0,1,2,3,\ldots$, а орбитальное квантовое число $L=N,N-2,\ \ldots\ 1$ или 0. Показано (см. рис.5,6), что в обеих динамических системах соседние уровни квантового спектра в хаотической области обнаруживают свойство расталкивания, а функции распределения расстояний между ближайшими энергетическими уровнями имеют вигнеровский вид в полном соответствии с гипотезой об универсальном законе флуктуаций энергетических спектров. Аналогичные функции распределения для соседних уровней в области энергий, где классическое движение регулярное, хорошо аппроксимируются пуассоновским распределением

$$p(x) = \exp(-x)\ , \qquad (12)$$

$$p(x) \to 1, \text{ если } x \to 0.$$



а б в

рис.5.Корреляция между характером классического движения и статистическими свойствами квантового спектра в переходе R-C-R для гамильтониана (5) (b^2/c=13). а) - карты Пуанкаре; б)-распределение расстояний между соседними уровнями p(x) ; в)-дисперсия Σ^2(L). Внизу $E_{кр1}$=90.(1-я регулярная область). Посредине $E_{кр2}$ =1.8, $E_{кр2}$ =1895 (хаотическая область) Вверху $E_{кр2}$ =14.2 (2-я регулярная область).

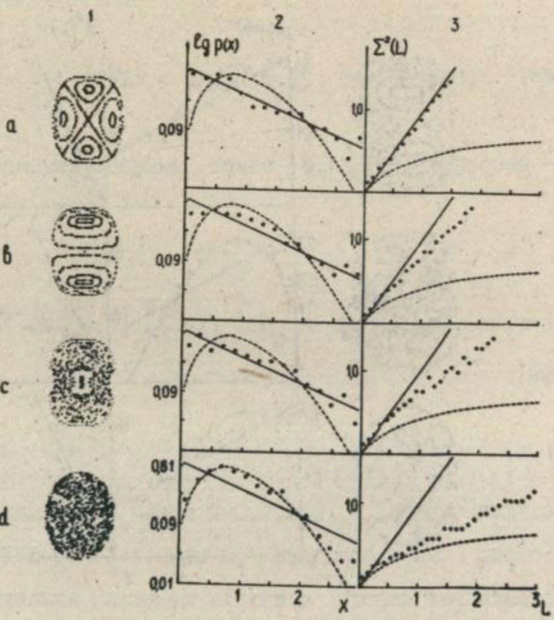


рис.6.Сечения Пуанкаре (колонка 1) для гамильтониана (4); логарифмы функций распределения расстояний между соседними уровнями (колонка 2) с соответствующими дисперсиями (колонка 3) для квантового аналога гамильтониана (4). Сплошные линии изображают логарифм функции распределения Пуассона и соответствующую дисперсию, штриховые - Вигнера.

Показана важная роль учета симметрии гамильтониана при изучении статистических свойств энергетических спектров.

Обнаружены также четкие корреляции между типом классического движения и формой функции распределения расстояний между соседними уровнями для сложного перехода регулярность-хаос-регулярность, где пуассоновская кривая переходит в вигнеровскую, а затем во второй регулярной области опять перестраивается в пуассоновскю (см. рис.5).

Обсуждены некоторые численные детали расчета энергетических спектров методом диагонализации.

В разд.3.3 изучены статистические свойства волновых функций для рассмотренных выше динамических систем и показано, что статистические свойства волновой функции, описывающей индивидуальное состояние, существенно зависят от характера классического движения.

Численными расчетами установлено, что функции распределения p(x) коэффициентов разложения x(i) волновой функции

$$|E\rangle = \sum_i x(i)\,|i\rangle \qquad (13)$$

по базисному набору $|i\rangle=\{N,L,j\}$ в хаотической области энергий качественно близки к ожидаемой гауссовой кривой и резко отличаются от подобных функций распределения в регулярной области энергий. Таким образом, "хаотическая" волновая функция примерно равномерно распределена по базисному набору, а регулярная волновая фукция локализована на небольшом числе базисных состояний (рис.7).

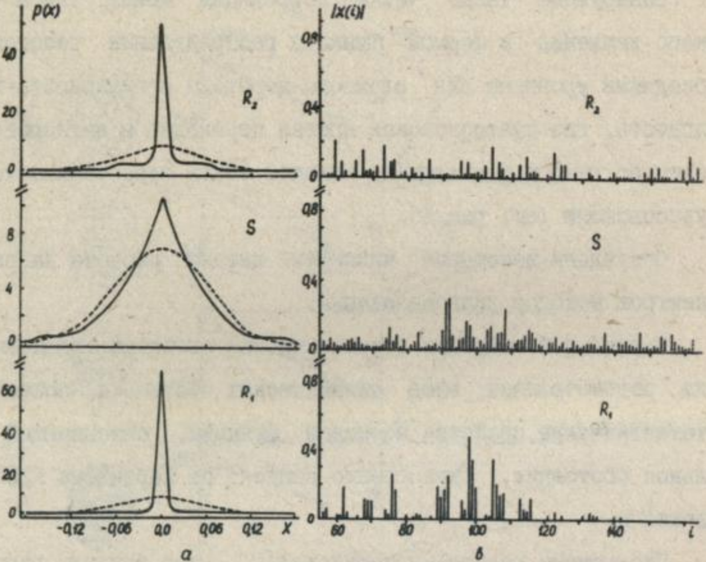


рис.7. а) Функция распределения коэффициентов разложения волновой функции по базису (10) для перехода R-C-R в гамильтониане (5). Штриховая линия -нормированное распределение Гаусса. б)Величина коэффициентов разложения x(i) в зависимости от номера базисного состояния i. (для состояния k=86).

Показано, что тип классической динамики в полной мере определяет поведение энтропии - количественной меры распределенности волновой функции

$$S = - \sum |x(i)|^2 \ln|x(i)|^2 \quad , \qquad (14)$$

которая для хаотических состояний практически постоянная, а для регулярных состояний энтропия и меньше по величине и имеет немонотонную зависимость от энергии, что иллюстрируется рис.8.

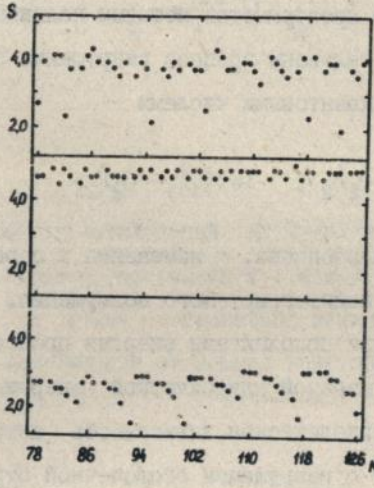


рис.8. Зависимость энтропии S от номера состояния к для сложного перехода R-C-R в гамильтониане (5) а) первая регулярная область , в) область энергий, соответствующая хаотическому классическому движению, с) вторая регулярная область. Параметры b и c такие же , как и для рис.7.

Кроме того, подобные корреляции обсуждаемых функций распределения и энтропии и их трансформация в соответствии с изменением характера классического движения выявлены в окрестности перехода регулярность-хаос- регулярность для динамической C_{4V}-системы.

В четвертой главе продолжено исследование C_{4v} и C_{3v} симметричных гамильтоновых систем (4),(5), зависящих от двух параметров, и детально изучены особенности в поведении энергетических спектров и волновых функций, появляющиеся в процессе перехода регулярность-хаос. Проанализировано обнаруженное явление множественного возникновения квазипересечений энергетических уровней в окрестности критической энергии перехода к классическому хаосу. Обсужден метод численного решения стационарного уравнения Шредингера в координатном пространстве методом понижения размерности.

В разд. 4.1 исследованы процесс разрушения оболочечной структуры, определяемой квантовыми числами

$$N=\langle\hat{Q}_1\hat{P}_1+\hat{Q}_2\hat{P}_2\rangle,\quad L=\langle\hat{Q}_1\hat{P}_1-\hat{Q}_2\hat{P}_2\rangle \qquad (15)$$

невозмущенного гамильтониана, и изменения в поведении энтропии (14) по мере роста неинтегрируемого возмущения.

Показано, что при приближении энергии произвольного квантового состояния к критической классической энергии перехода к хаосу нарушается квазипериодическая зависимость энтропии от энергии, что свидетельствует о разрушении оболочечной структуры, и наблюдается монотонное увеличение энтропии с выходом на плато при энергиях значительно превосходящих критическую. Показано также разрушение аналогов классических интегралов движения, что приводит к невозможности классифицировать состояния квантовыми числами (15) (рис.9).

Таким образом, получена устойчивая корреляция между существованием оболочечной структуры и фазовым портретом классической динамики, определяемым известной теоремой КАМ.

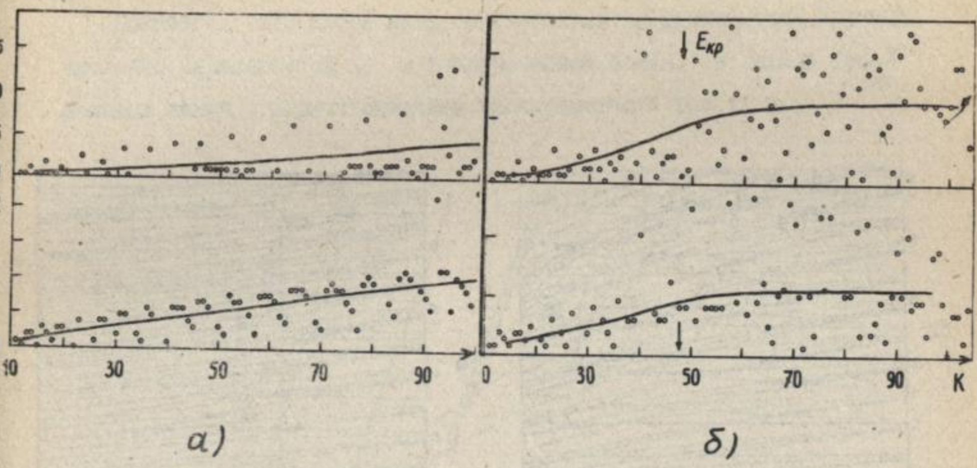


рис.9. Зависимость отклонений $\Delta N = N - \langle N \rangle$ и $\Delta L = L - \langle L \rangle$ от номера квантового состояния k : а) w=3.9 б) w=13. Здесь $w = b^2/c$, а точки $\circ$ обозначают величины отклонений ΔN и ΔL в зависимости от номера квантового состояния.

Вблизи перехода регулярность-хаос обнаружены множественные квазипересечения энергетических уровней, которые являются причиной разрушения квантовых чисел.

В разд. 4.2 изучено поведение энергетических уровней одинаковой симметрии в зависимости от параметров для двухпараметрических семейств C_{4v} и C_{3v} инвариатных гамильтонианов (4),(5). Тщательно численно исследованы квазипересечения в окрестности перехода регулярность-хаос (см. рис.10).

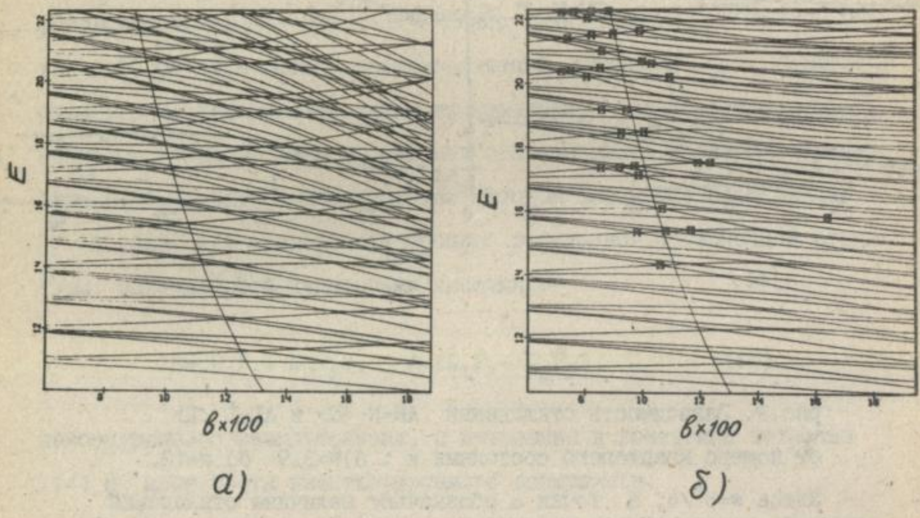


рис.10. Энергетические спектры гамильтониана (5) в зависимости от значения параметра b :а) квазиклассический спектр, вычисленный по формуле (8) и б) точный квантовый спектр. Квадратики отмечают квазипересечения.

Показано, что любая пара сближающихся энергетических уровней численно пересекается не в изолированной точке, а вдоль параллельных линий в параметрическом пространстве (рис.11).

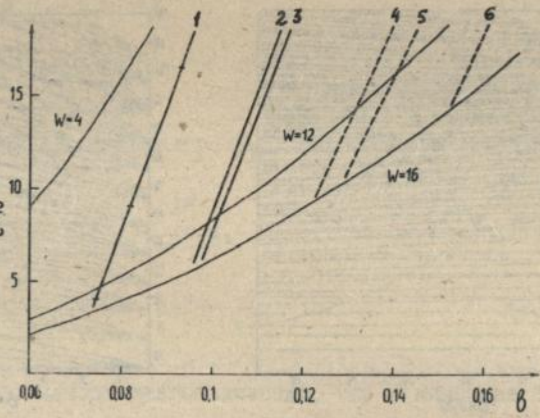


рис.11.Линии максимального сближения пар энергетических уровней а зависимости от параметров (b,c). Пары отмечены цифрами : 1) для k=71 и 72, 2) для k=40 и 41, 3) для k=60 и 61, 4) для k=34 и 35, 5) для k=39 и 40, 6) для k=47 и 48. Прямые 1, 2 и 3 соответствуют максимальному сближению (квазипересечению) при энергиях ниже критической энергии $E_{кр}$, а прямые 4, 5 и 6 – выше критической энергии $E_{кр}$ перехода к хаосу. Кривые, соответствующие разным значениям w, обозначают границы параметров, отвечающих различной топологии ППЭ гамильтониана (5).

В рамках теории возмущений и с помощью прямых численных расчетов проведен анализ поведения квазипересекающихся уровней и их волновых функций в окрестности этих линий в пространстве параметров.

Множественное возникновение квазипересечений в квантовом спектре вблизи энергий перехода к классическому хаосу обнаружено для всех типов энергетических уровней C_{3v} и C_{4v} симметричных динамических систем (см. рис.12).

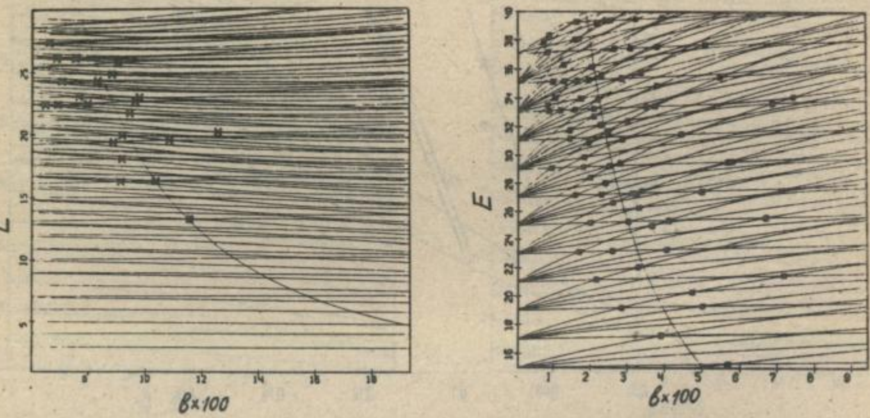


рис.12.Энергетический спектр гамильтониана (5) в зависимости от значения параметра b (A_1-тип) и гамильтониана (4) от значения параметра b (b/c=999) (справа).

Выдвинута гипотеза, что возникновение множественных квазипересечений в окрестности перехода регулярность-хаос является универсальным квантовым проявлением хаоса для классически неинтегрируемых систем.

В разд. 4.3 рассмотрен самосогласованный метод расчета энергетического спектра и волновых функций стационарного уравнения Шредингера в координатном пространстве на примере двумерной динамической системы, описываемой C_{3v} инвариантным гамильтонианом (5). Предложено вместо диагонализации гамильтоновой матрицы в осцилляторном базисе решать бесконечную систему обыкновенных дифференциальных уравнений от одной переменной, к которой всегда можно свести уравнение Шредингера. Например, для состояний E-типа соответствующая система в полярных координатах имеет вид

$$\hat{D}_1\{u_1\}-\beta\{u_4+u_2\}=0,$$

$$\hat{D}_2\{u_2\}+\beta\{u_5-u_1\}=0,$$

$$\hat{D}_4\{u_4\}+\beta\{u_7-u_1\}=0, \qquad (16)$$

$$\hat{D}_5\{u_5\}-\beta\{u_8-u_2\}=0,$$

$$\ldots\ldots\ldots\ldots \qquad \beta=\tfrac{1}{3}br^3,$$

где дифференциальный оператор $\hat{D}_L$ определяется следующим образом

$$\hat{D}_L=\frac{d^2}{dr^2}+2[E-U_L(r)], \qquad (17)$$

$$U_L(r)=\frac{L^2}{2r^2}+\frac{r^2}{2}+cr^4-\frac{1}{8r^2}. \qquad (18)$$

В отличие от метода диагонализации, где в качестве базиса используются как правило осцилляторные функции, в самосогласованном численном приближении "обрезание" базисной системы функций производится по одной (угловой) переменной, а по другой (радиальной) ведется точное численное интегрирование. Это приводит к согласованию базисных функций с видом гамильтониана и к уменьшению ресурсов ЭВМ. Приведены две вычислительные схемы реализации предлагаемого метода.

В заключении приведем основные результаты, полученные в диссертационной работе.

1. Показано существование и детально изучены новые хаотические режимы движения в атомных ядрах на примере двух ядерных моделей : а) коллективные квадрупольные поверхностные колебания изотопов криптона $^{74-80}$Kr, параметры гамильтонианов которых получены из экспериментальных данных и б) ядро углерода в виде линейной 3α-цепочки с реалистическим потенциалом взаимодействия между α-частицами.

2. Исследованы некоторые общие свойства линейной системы, состоящей из трех частиц с произвольным потенциалом взаимодействия и показано, что гамильтониан такой системы в кубическом приближении принимает известную форму Хенона-Хейлеса только для C_{3v} - инвариантных гамильтонианов.

3. Обнаружено в неинтегрируемых гамильтоновых системах новое явление - восстановление регулярного характера движения при больших энергиях. Другими словами, для гамильтоновых двумерных динамических систем с локализованной областью неустойчивости классического движения имеет место переход регулярность-хаос-регулярность, R-C-R, (детально исследованный для поверхностных колебаний изотопов криптона $^{74-76}$Kr).

4. Показано, что аналитический метод предсказания классического хаоса по критерию отрицательной гауссовой кривизне (ОГК) поверхности потенциальной энергии для исследованных ядерных систем хорошо согласуется с прямыми численными расчетами с помощью сечений Пуанкаре. Для гамильтонианов, ППЭ которых имеет несколько локальных минимумов, предложено критерий ОГК дополнить анализом приближенных интегралов движения, получаемых в рамках метода нормальных форм Биркгофа-Густавсона.

5. Предложена модификация нормальной формы Биркгофа-Густавсона и на ее основе дан новый вариант квантования двумерных классических гамильтоновых систем. Показана полезность канонических преобразований с произвольной валентностью.

6. Получены аналитические квазиклассические формулы для спектра квадрупольных поверхностных колебаний при помощи развитого метода квантования. Показано, что эти формулы с большой точностью воспроизводят квантовый спектр в области энергий, где классическое движение регулярное, а в области классического хаоса их предсказание резко ухудшается.

7. Показано, что классический хаос отчетливо проявляется в статистических свойствах квантового спектра, которые идентичны статистическим свойствам собственных значений случайной матрицы из гауссового ортогонального ансамбля. В частности, функция распределения расстояний между соседними энергетическими уровнями C_{3v} (квадрупольные поверхностные колебания ядер) и C_{4v} (взаимодействующие классические поля Янга-Миллса) инвариантных гамильтонианов имеет пуассоновский или вигнеровский виды в зависимости от типа - регулярного или хаотического- классического движения.

8. Обнаружено также, что статистические свойства спектра гамильтониана квадрупольных поверхностных колебаний претерпевают в полном соответствии с гипотезой об универсальном законе флуктуаций энергетических спектров перестройку в зависимости от характера классического движения при условиях, когда имеет место сложный переход R-C-R.

9. Изучены групповые свойства C_{3v} и C_{4v} гамильтонианов и показана решающая роль симметрии гамильтонианов на статистические свойства их энергетических спектров; эффект расталкивания соседних уровней наблюдается только для последовательности уровней, принадлежащей какому-нибудь одному из представлений группы исследуемого гамильтониана.

10. Показано, что статистические свойства волновых функций C_{3v} и C_{4v} - инвариантных гамильтонианов коррелируют с типом классического движения. Получены резко отличающиеся функции распределения для регулярных и хаотических волновых функций, и это различие четко прослежено на сложном переходе R-C-R.

11. Установлено, что энтропия - количественная мера степени распределенности волновой функции - тоже коррелирует с классическим режимом движения; в хаотической области энергий энтропия практически постоянна, а в регулярной области энтропия меньше по

величине и немонотонна, что связано с высокой и зависящей от состояния степенью локализации волновой функции.

12. На примере двухпараметрического семейства гамильтонианов по мере роста неинтегрируемого возмущения исследован процесс разрушения оболочечной структуры энергетического спектра, определяемой квантовыми числами интегрируемой части гамильтониана. Обнаружена устойчивая корреляция между структурой классического фазового пространства и существованием оболочечной структуры. Показано, что причиной разрушения квантовых чисел - аналогов классических интегралов движения - являются квазипересечения энергетических уровней в области перехода регулярность-хаос.

13. Обнаружено новое квантовое проявление классического хаоса - возникновение множественных квазипересечений в энергетическом спектре двумерных гамильтоновых систем в области перехода от регулярного движения к хаотическому. Показано, что эти квазипересечения имеют место не в изолированных точках, а вдоль линий в пространстве параметров гамильтониана.

14. Предложен численный метод решения стационарного уравнения Шредингера с самосогласованным выбором базисных функций.

Основные результаты диссертации опубликованы в работах:

1. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю. Чеканов Н.А. О существовании хаоса в линейной 3α -системе// В Материалах Междунар. сов. по теории малочастичных и кварк-адронных систем.-М.: Наука, 1987-с.25.

2. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю. Чеканов Н.А. Некоторые динамические свойства линейной трехчастичной цепочки// Препринт ХФТИ 88-36, Харьков- 1988-5с.

3. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Тарасов В.Н., Чеканов Н.А. Стохастическая динамика квадрупольных колебаний изотопов крипто-

на//Препринт ХФТИ 88-43,М.: ЦНИИатоминформ, 1988-12с.

4. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Тарасов В.Н., Чеканов Н.А. Переход регулярность-хаос-регулярность и статистические свойства энергетических спектров// В Материалах международного семинара "Геометрические аспекты квантовой теории ". Дубна, 2-4 сентября, 1988, стр. 341-352.

5. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Тарасов В.Н., Чеканов Н.А. Нелинейные квадрупольные колебания изотопов криптона// Прогр. и тезисы 38 сов. по ядерн. спектроскопии и и структ. атомн. ядра. - Л.:Наука, 1988-583с.

6. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Чеканов Н.А. Стохастическая динамика коллективных движений ядер в потенциалах с несколькими локальными минимумами// Прогр. и тезисы 38 сов. пр ядер. спектроскопии и и структ. атомн. ядра.- Л.:Наука, 1988-226с.

7. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю. Тарасов В.Н., Инопин Е.В., Чеканов Н.А. и др. Стохастическая ядерная динамика// ФЭЧАЯ - 1989-т.20,вып.4-с.878-929.

8. Чеканов Н.А. Квазиклассический метод квантования поверхностных квадрупольных колебаний ядра//Прогр. и тезисы 39 сов. по ядер. спектроскопии и структуре атомного ядра.- Л.:Наука, 1988.

9. Bolotin Yu.L., Gonchar V.Yu., Tarasov V.N., Chekanov N.A. The transition regularity-chaos- regularity and statistical properties of energy spectra// Phys.Lett.-1989-v.A135-p.29-32.

10. Чеканов Н.А. Квантование нормальной формы Биркгофа-Густавссона// ЯФ-1989-т.50,вып,8-с.344-346.

11. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Виницкий С.И., Чеканов Н.А. Динамический хаос в линейной 3α-системе // ЯФ-1989-т.50,вып.6(12) -с.1563-1570.

12. Bolotin Yu.L., Gonchar V.Yu., Tarasov V.N., Chekanov N.A.

The transition regularity-chaos-regularity and statistical properties of wave function// Phys.Lett. -1990 -v.A144,n.8,9 -p.459-461.

13. Болотин Ю.Л., Виницкий С.И., Гончар В.Ю., Чеканов Н.А. и др. Проявление стохастичности в спектрах некоторых гамильтоновых систем с дискретной симметрией// ЯФ-1990-т.52,вып.2(8)-с.588-600.

14. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Тарасов В.Н., Чеканов Н.А. Статистические свойства энергетических спектров простейших электромагнитных систем//ВАНТ, сер. ядерн.-физические исследования-1988-вып.1(9)-с.49-52.

15. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Тарасов В.Н., Чеканов Н.А. Разрушение оболочечной структуры в процессе перехода регулярность-хаос// ЯФ-1990-т.52, вып.3(9)-с.669-678.

16. Gonchar V.Yu., Chekanov N.A., Markovski B.L. et al. The program of analytical calculation of the normal Birkhoff-Gustavson form// Preprint JINR E11-90-564, Dubna-1990-16p.

17. Bolotin Yu.L., Chekanov N.A., Gonchar V.Yu., et al. Quantum spectra of non-integrable classical systems in transition to chaos region// Preprint JINR e4-90-566, Dubna -1990 -16p.

18. Chekanov N.A.., Gonchar V.Yu., Markovski B.L., Vinitsky S.I. Normal form and approximate integrales of two dimensional Hamiltonian// Preprint JINR E4-90-565, Dubna-1990-12p.

19. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Тарасов В.Н., Чеканов Н.А. и др. Квантовые проявления классической стохастичности// Препринт ОИЯИ Р4-90-143,Дубна- 1990-28с.

20. Болотин Ю.Л., Гончар В.Ю., Грановский М.Я., Чеканов Н.А. Стохастическая динамика квадрупольных колебаний атомных ядер и нормальные формы Биркгофа- Густавсона // ВАНТ, сер. ядерн.-физические иссл.-1990- вып.8(16)-с.38-42.

Подписано в печать 25.05.93. Формат 60x84/16. Офсетная печать.
Усл.п.л. 2,0. Уч.-изд.л. 2,0. Тираж 100. Заказ 297.

Харьков-310108, ротапринт ХФТИ.