

КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

На правах рукопису

ПЛАЩІНСЬКА Алла Вікторівна

УДК 539.376

**РУЙНУВАННЯ ВІД ВТОМИ ТОНКИХ
ІЗОТРОПНИХ ПЛАСТИН З ВНУТРІШНІМИ
ТРІЩИНАМИ ПРИ ОСЬОВОМУ
НАВАНТАЖЕННІ**

Фах 01.02.06 — динаміка, міцність машин,
приладів та апаратури

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Київ — 1993

ЛНБ України ім.В.Стефаника



00815499 (-)

КИЇВСЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

На правах рукопису

ПЛАЦІНСЬКА Алла Вікторівна

УДК 639.376

РУЙНУВАННЯ ВІД ВТОМИ ТОНКИХ ІЗОТРОПНИХ
ПЛАСТИН З ВНУТРІШНІМИ ТРІЩИНАМИ ПРИ
ОСЬОВОМУ НАВАНТАЖЕННІ

Фах 01.02.06 - динаміка, міцність машин, приладів
та апаратури

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Київ - 1993

АВ 27.899

Робота виконана в Інституті механіки АН України

Науковий керівник : доктор технічних наук
ГОЛУБ В.П.

Офіційні опоненти : доктор технічних наук , професор
БОРОДАЧЬОВ М.М.

доктор технічних наук
НАЗАРЕНКО В.М.

Провідна організація: Інститут проблем міцності АН України
м.Київ

Захист дисертації відбудеться "11" листопада 1993 р. о
15 годині на засіданні спеціалізованої Ради Д 068.14.04
Київського політехнічного Інституту (252056, Київ-56, проспект
Перемоги, 37, КПІ - ІЗОІ Корп.І, ауд.І66

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Інституту механіки
АН України

Автореферат розіслано "9" вересня 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої Ради
кандидат технічних наук
доцент



Є.Є.Онiщенко

А Н О Т А Ц І Я

Дисертаційна робота присвячена дослідженню кінетики руйнування від втоми ізотропних пластин з тріщинами при плоскому напруженому стані. Для вирішення цієї проблеми зроблено нова постановка задачі побудови теоретичної моделі кінетики тріщин втоми в межах механіки неперервного пошкодження і на її основі побудована теорія руйнування від втоми тонких ізотропних пластин з внутрішніми тріщинами з врахуванням двостадійності процесу руйнування та закону змінення пластичної зони у вершині тріщини, що рухається.

В межах побудованих моделей отримані аналітичні вирази для залежності швидкості руху та довжини тріщини втоми від числа циклів навантаження, а також розрахована тривалість інкубаційної стадії, кінетика руйнування від втоми та довговічність тонких ізотропних пластин, послаблених концентраторами напружень різної геометричної форми.

Автор захитає

- пріоритетність концепції механіки неперервного пошкодження при побудові моделей тріщин втоми у плоских пружних тілах, що дозволять з єдиних позицій описати двостадійність процесу руйнування від втоми і врахувати вплив поточного стану матеріалу на кінетику руйнування;

- метод, за допомогою якого отримано аналітичне рішення для визначення швидкості росту тріщини втоми у нескінченній ізотропній пластині при циклічному навантаженні;

- методіку розрахунку кінетики руйнування від втоми крихких матеріалів на основі концепції сталої пластичної зони, а пластичних матеріалів - на основі концепції змінної пластичної зони.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми. В процесі експлуатування багато відповідальних деталей сучасних машин піддають під дію складного спектру зовнішніх навантажень, що змінюються в достатньо широкому діапазоні. Багаторічний досвід експлуатування таких унікальних конструкцій як літальні апарати, установки транспортного призначення, ракетні комплекси, системи трубопроводів, свідчить, що однією з причин їх завчасного виходу із ладу є крихітні руйнування від втоми. Особливо актуальна ця проблема для конструкцій, що виготовлені із високоміцних матеріалів, які мають різні концентратори напружень та ті, що зазнають вібраційне навантаження. Прикладом можуть служити авіаційні двигуни та елементи планера літака, корпуси морських судів та скріплючі колони морських свердлових платформ, внутрікорпусні пристрої атомних реакторів, теплообмінники, скріплючі вироби.

Дослідження останніх двох десятиріч в галузі механіки тріщин втоми дозволили отримати важливі теоретичні та експериментальні результати. Суттєвий внесок зробили О.С.Андрейків, В.В.Болотін, М.М.Борсдачов, В.С.Іванова, С.Коцаньда, М.О.Махутов, С.М.Морозов, В.З.Партон, Г.С.Пісаренко, П.Р.Періс, Н.О.Стріжало, В.Т.Троценко, Г.П.Черепанов, Ф.Ердоган, С.Я.Ярема та інші. Ними побудовані функціональні залежності швидкості розповсюдження тріщин втоми від розмаху коефіцієнта інтенсивності напружень, сформульовані умови початку руху тріщини та співвідношення для оцінки тривалості інкубаційної стадії. В експериментальній частині розроблено методики реєстрації кінетики тріщин втоми та оцінки циклічної тріщиностійкості, підтверджено існування пластичної зони у вершині тріщини втоми, що рухається, сформульовані закономірності впливу режиму навантаження на зростання тріщини втоми, побудовано графічні залежності швидкості росту тріщин втоми від числа циклів навантаження для широкого класу матеріалів.

Разом з тим, ціла низка питань теоретичного та експериментального характеру в задачах механіки руйнування від втоми поки що не вирішена. Зокрема, практично відсутні моделі росту тріщини втоми, що виходять за межі апроксимаційних співвідношень. Використання коефіцієнта інтенсивності напружень в якості головного визначального параметру дозволяє по властивостям матеріала визначити кінетику

руйнування елементів конструкції. Проте структура вихідних визначаючих рівнянь є емпіричною, оскільки будується на основі обробки експериментальних даних росту тріщин. Подальший розвиток цього підходу спрямовано на розширення розрахунку характеристик тріщивості й кінетичності матеріала, на опис нелінійних ділянок діаграми руйнування від втоми і не пов'язано з побудовою "критеріальних" моделей. Практично всі існуючі підходи дозволяють вирішити тільки задачі руйнування тіл з тріщинами. Інкубаційна стадія не розглядається. Одиночні роботи, що є в цьому напрямку, використовують дво-параметричні моделі, коли інкубаційна стадія і стадія розповсюдження тріщини розглядаються з різних позицій. Не враховується також в існуючих моделях і вплив на швидкість руху тріщини втоми розміщених по поверхні тіла мікропошкоджень, в тому числі і по фронту руху тріщини.

Метою роботи є побудова теоретичної моделі руху тріщини втоми в умовах плоского напруженого стану з врахуванням двостадійності процесу руйнування та вирішення на її основі задач по розрахунку кінетики руйнування від втоми тонких пластин з концентраторами напружень.

Наукова новина роботи полягає в тому, що:

- дана постановка плоскої задачі розрахунку кінетики тріщини втоми на основі механіки неперервного пошкодження;
- побудовані моделі росту тріщини втоми в тонких ізотропних пластинах з внутрішніми тріщинами та концентраторами напружень неканонічної форми з врахуванням двостадійності процесу руйнування та закону змінювання пластичної зони у вершині тріщини, що рухається;
- отримані аналітичні вирази для залежності швидкості росту та довжини тріщини втоми від числа циклів навантаження в тонкій нескінченній пластині з врахуванням змінної і сталої довжин пластичної зони в процесі руйнування від втоми.

Достовірність поданих результатів складається в тому, що отримана структура визначаючих рівнянь моделі зародження та росту тріщини втоми не суперечить структурі відомих раніше емпіричних співвідношень. При побудові моделі та вирішенні задач використані добре відомі методи, засновані на застосуванні властивостей інтегрального перетворення Лапласа, апроксимації недовгих гамма-функцій, чисельного методу Гауса для обчислення визначених інтегралів. Результати розрахунку кінетики росту тріщини втоми та експеримен-

тальних даних узгоджуються якісно, а в кількісному відношенні є величинами одного порядку.

Практична цінність дисертаційної роботи полягає в тому, що:

- в якості базового експерименту при побудові моделі служить крива втоми гладких зразків при симетричному циклі та границя текучості матеріалу;

- сформульовані рекомендації по раціональному використанню визначальних рівнянь моделей при вирішенні задач руйнування при втомі пластин, виготовлених із крихких та пластичних матеріалів;

- розрахована тривалість інкубаційної стадії, кінетика руйнування від втоми та довговічність тонких ізотропних пластин, послаблених концентраторами напружень різної геометричної форми: круговим отвором, вузькою щілиною, центральним круговим отвором з малими радіальними тріщинами, що виходять на його контур, які моделюють силові панелі фюзеляжа та крил літака.

Отримані результати дисертаційної роботи викликають теоретичний та практичний інтерес, можуть бути використані при розв'язанні проблем прогнозування довговічності деяких елементів конструкцій, виготовлених із високоміцних матеріалів, які мають концентратори напружень різної форми, та які знаходяться під дією вібраційних навантажень (елементи авіаційних двигунів, планера літака, корпусів морських судів, скріплюючих колон морських базових платформ, внутрікорпусні пристрої атомних реакторів, теплообмінники, скріплючі вироби).

Апробація роботи. Основні положення та результати дисертаційної роботи доповідалися на XVI, XVII, XVIII наукових конференціях молодих вчених Інституту механіки АН України (1991-1993 рр.), на XXIV Науковій нараді з проблем міцності двигунів (м.Москва, 26-30 квітня 1992 р.), на конференції "Проблеми надійності і довговічності" (м.Москва, 1992 р.), на науковій нараді "Термовязкоупруго-пластические процессы деформирования в элементах конструкций" (м.Канев, 27-29 травня, 1992 р.), на IV симпозіумі "Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии" (м.Севастополь, 18-20 червня 1992 р.).

В повному обсязі дисертаційна робота обговорювалась на семінарі Відділу механіки повзучості Інституту механіки АН України під керівництвом доктора технічних наук В.П.Голуба, на семінарі "Механіка руйнування і втоми" Інституту механіки АН України під керівництвом доктора фізико-математичних наук А.О.Камінського, на семіна-

рї Інституту проблем міцності АН України під керівництвом доктора технічних наук В.О.Стрижало, на семінарі кафедри "Динаміка та міцність машин" Київського політехнічного Інституту під керівництвом професора, доктора технічних наук М.С.Можаровського.

Публікації. Основні результати досліджень по темі дисертації опубліковані в роботах [1-8].

Структура та обсяг роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, чотирьох глав, заключення, списку літератури, що містить 146 найменувань. Повний обсяг дисертації 154 сторінки, в тому числі 51 малюнок.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

В багатьох важливих елементах сучасних конструкцій в умовах дії тривалих циклічних навантажень виникають тріщини, це приводить згодом до руйнування та передчасного виходу конструкцій з робочого ладу. Виникнення тріщин в умовах втоми проходить не завдяки активному зростанню навантаження, а через розвиток відповідних пошкоджуючих процесів.

Класичний підхід до вирішення задач тривалого руйнування складається з трьох етапів. Перший пов'язаний з визначенням початкового напруженого стану. Другий - знаходження найбільш напружених місць у конструкції та розрахунок умов виникнення мікротріщини. На заключній стадії аналізується рости та розповсюдження тріщини. Для опису руху тріщин втоми, як свідчить аналіз літературних даних, найбільш поширеними є критерії механіки тріщин та механіки неперервного пошкодження.

Механізми зародження та росту тріщин різноманітні та складні, та в цілому вони обумовлюються процесами, що проходять біля вершини вже існуючої тріщини або в околиці будь-якого іншого дефекту під дією прикладеного навантаження. Це, головним чином, треба мати на увазі при побудові моделей росту тріщин втоми.

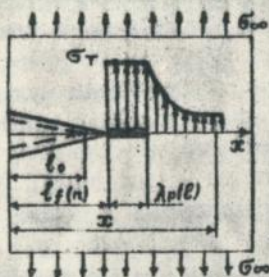
В наш час в галузі розробки моделей руйнування від втоми можна виділити два підходи. Перший - емпіричний, коли функціональна залежність між швидкістю та деякими параметрами відповідальними за руйнування від втоми встановлюється за даними обробки багатьох експериментів. Другий - теоретичний підхід, який базується на використанні еволюційних рівнянь, що задають кінетику процесів, які приводять до руйнування від втоми.

Функціональні залежності, які побудовані на основі критеріїв механіки тріщин, описують тільки стадію росту тріщини, та базуються на експериментах із зразками, що мають початкову тріщину. Більш перспективними для побудови моделей росту тріщин втоми є підхід, запропонований Качановим, заснований на концепціях механіки неперервного пошкодження і розроблений для тіл без тріщин, які знаходяться в умовах повзучості.

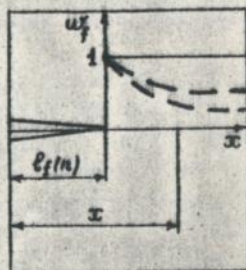
В роботі побудована модель росту тріщини втоми з врахуванням двостадійності процесу руйнування від втоми. Модель побудована на базі вирішення задачі руйнування тонкої нескінченної пластини з початковою тріщиною довжиною $2\ell_0$, яка знаходиться в умовах одноосного циклічного навантаження (мал.1)

$$\sigma_{\infty} = \sigma_a \sin 2\pi f t \quad (1)$$

де σ_a - амплітуда напруження, f - частота, t - час навантаження.



мал.1



мал.2

Система визначаючих рівнянь має вигляд

$$\begin{cases} \sigma_{ij,j} = 0 \\ \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2G} \left[\sigma_{ij} - \delta_{ij} \frac{3\mu}{1+\mu} \sigma_0 \right] \\ \varepsilon_{ik,jl} - \varepsilon_{kj,il} = \varepsilon_{s,jk} - \varepsilon_{sj,ik} \\ \sigma_{ij} v_j = P_i \\ \frac{dW_f}{dn} = C_f \left[\frac{\sigma_{eqv} H(\sigma_{eqv})}{1 - \omega_f} \right]^{k_f} \\ W_f(x, 0) = 0 \\ W_f(\ell_f(n), n) = 1 \end{cases} \quad (2)$$

(б)

(в)

Система (2а) - основні рівняння теорії пружності; (2б) - система, яка містить еволюційне рівняння, яке пов'язує швидкість накопичення пошкодження $\dot{W}_f(x, n)$ із зміною напруженого стану $\sigma_{eqv}(x, n)$, а також початкову умову; (2в) - умова руху фронту руйнування; σ_{ij} , ϵ_{ij} - компоненти тензора напружень та деформацій, відповідно; ν_j - нормаль до поверхні в точці x ; μ - коефіцієнт Пуассона; G - модуль зсуву; $H(\cdot)$ - функція Хевісайда; $n = f \cdot t$ - неперервний час.

При рішенні системи (2а) для ідеально-пружного тіла розподіл напружень в околиці вершини тріщини має вигляд

$$\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\ell}{x-\ell}} \quad (3)$$

Із (3) випливає, що напруження в вершині тріщини сингулярні. Однак, насправді, в реальних матеріалах напруження обмежені. Це пояснюється тим, що у вершині тріщини втоми формується пластична зона розміром $\lambda(\ell_f)$. В кінцевій зоні тріщини довжиною $\lambda(\ell_f)$ напруження σ_{yy} , для пружних тіл, вважається обмеженим границею текучості матеріалу σ_Y . З врахуванням пластичної зони та закону навантаження (1), закон розподілу напружень записується таким чином

$$\sigma_{yy}(x, \ell_f(n), n) = \frac{\sigma_0}{\sqrt{2}} \sqrt{\frac{\ell_f(n)}{x + \lambda[\ell_f(n)] - \ell_f(n)}} \sin(2\pi f t) \quad (4)$$

Якщо мати на увазі, що $\sigma_{eqv} = \sigma_{yy}$ та підставити (4) в систему (2б), тоді отримаємо рівняння

$$1 - [1 - W_f(x, n)]^{k_f} = (1 + k_f) C_f \left(\frac{\sigma_0}{\sqrt{2}}\right)^{k_f} \int_0^n \left[\frac{\ell_f(\tau)}{x + \lambda[\ell_f(\tau)] - \ell_f(\tau)} \right]^{k_f/2} G[\sin^2(2\pi f \tau)] d\tau \quad (5)$$

яке пов'язує напружений стан в вершині тріщини з величиною пошкодження в точці x на фронті руху тріщини в якій-завгодно момент часу n . Вираз (5) з врахуванням критерія руйнування (2в) та двостадійності процесу руйнування для залежності довжини тріщини втоми ℓ_f від числа циклів можна привести до вигляду

$$1 - (1 + k_3) C_3 \left(\frac{G_0}{\sqrt{2}} \right)^{k_3} \int_0^{n_*} \left[\frac{l_0}{l_3(n) + \lambda(l_0) - l_0} \right]^{\frac{k_3}{2}} G[\sin^{k_3}(2\pi\tau)] d\tau =$$

$$= (1 + k_3) C_3 \left(\frac{G_0}{\sqrt{2}} \right)^{k_3} \int_{n_*}^{n_1} \left[\frac{l_3(\tau)}{l_3(n) + \lambda[l_3(\tau)] - l_3(\tau)} \right]^{\frac{k_3}{2}} G[\sin^{k_3}(2\pi\tau)] d\tau, \quad (6)$$

де n_* - час початку руху тріщини; $G(\cdot) = \sin(2\pi\tau) H(\sin(2\pi\tau))$.
В (6) також покладено, що на Інкубаційній стадії $\lambda(l_3) = \lambda(l_0)$.

Для часу початку руху тріщини втомі n_* , якщо мати на увазі, що $n = n_*$, отримуємо рівняння

$$n = \frac{1}{(1 + k_3) C_3 (\tilde{\sigma} e q v)^{k_3} \int_0^{0,5} \sin^{k_3}(2\pi\tau) d\tau}, \quad (7)$$

$$\tilde{\sigma} e q v = \tilde{\sigma} e q v / \sin(2\pi f t).$$

Щоб вирішити рівняння (6) в аналітичному вигляді за допомогою де-кількох замін, зробимо перехід від розмірних величин до безрозмірних, від оригіналів до зображень. Використаємо при цьому методику, що була запропонована В.І.Астафьевим. В цьому разі рівняння (6) зводиться до рівняння Вольтерра першого роду

$$1 - \frac{1}{2\nu} \frac{d_* \beta}{[z - (1-\mu)\xi]^{k_3/2}} = \frac{\gamma}{2\nu} \int_1^z \left[\frac{\xi}{z - (1-\mu)\xi} \right]^{\frac{k_3}{2}} G[\sin^{k_3}(2\pi n_R \psi(\xi))] \psi(\xi) d\xi \quad (8)$$

в рівнянцевим ядром відносно функції $\xi^{k_3/2} \psi'(\xi)$. Тут $z = \delta'(\alpha)$; $\xi = \delta'(\alpha_1)$; $\psi(\xi) = \alpha_1$; $d\alpha_1 = \psi'(\xi) d\xi$;

$$\beta = \gamma \int_0^{0,5} \sin^{k_3}(2\pi n_R \alpha_1) d\alpha_1; \quad \gamma = \frac{k_3}{2}; \quad \alpha = n/n_R; \quad d_* = n_*/n_R;$$

$$\delta' = l/l_0; \quad \rho = \lambda/l_0; \quad \lambda[l_3(\tau)] - \rho[\delta'(\alpha)] = \mu \cdot \delta(\alpha); \quad \mu = 0,56\alpha^2/\sigma_*$$

$$\gamma = \left[\int_0^{0,5} \sin^{k_3}(2\pi\tau) d\tau \right]^{-1}$$

Використавши далі перетворення Лапласа та формулу Діріхле для обчислення подвійних інтегралів, рівняння (8) можна записати у вигляді

$$\frac{1}{p} - \frac{1}{2^v} \frac{\alpha_* \beta p^{\nu-1}}{e^{p(1-N)}} \Gamma[1-\nu, p(N-1)] = \frac{\gamma \Phi(p) p^{\nu-1}}{2^v e^{-pN\epsilon}} \Gamma(1-\nu, pN\epsilon). \quad (9)$$

Для перетворення Лапласа $\Phi(p)$ від функції $\xi^\nu \psi'(\xi)$ маємо

$$\Phi(p) = \frac{(pN)^{-1} - (pN)^{\nu-1} e^{p(N-1)} \Gamma[1-\nu, p(N-1)]}{2^v \gamma p^\nu (pN)^{-1} e^{pN\epsilon} \Gamma(1-\nu, pN\epsilon)} \quad (10)$$

де $\Gamma[\cdot]$ та $\Gamma(\cdot)$ - неповні гамма-функції. В (10) також покладено, що при $z=1$, $\alpha_* = (2N)^\nu \beta^{-1}$

Якщо використати для неповних гамма-функцій апроксимації, що мають вигляд

$$\Gamma[1-\nu, p(N-1)] \leq [p(N-1)]^{-\nu} e^{-p(N-1)} \frac{p(N-1)}{p(N-1)+\nu} \quad (11)$$

$$\Gamma(1-\nu, pN\epsilon) \leq (pN\epsilon)^{-\nu} e^{-pN\epsilon} \frac{pN\epsilon}{pN\epsilon+\nu}$$

тоді для кінцевого рішення рівняння (9) маємо

$$\Phi(p) = \frac{2^v}{\gamma p} (N\epsilon)^{\nu-1} \nu \quad (12)$$

Зробимо перехід від рішення в зображеннях (12) до оригіналів

$$\frac{d\delta(\alpha)}{d\alpha} = \frac{1}{2^v} \frac{\gamma}{\nu} N^{\nu-1} \delta(\alpha) G[\sin k\alpha, (2\pi N\epsilon \alpha)] \quad (13)$$

далі до розмірних величин, та отримуємо рівняння для швидкості росту тріщин.

Таким чином, рішення рівняння (6) зводиться до системи рівнянь

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dl_f}{dn} &= \left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f \frac{(\sigma_a)^{k_f}}{[2\lambda(l_f)]^{k_f/2-1}} (l_f)^{\frac{k_f}{2}} G[\sin^{k_f}(2\tilde{\pi}n)] \\ n_* &= \left[\left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f (\sigma_{eqv})^{k_f} \int_0^{0.5} \sin^{k_f}(2\tilde{\pi}\tau) d\tau \right]^{-1} \end{aligned} \right. \quad (I4)$$

або з врахуванням заміни $2\sigma_a \sqrt{\pi l_f} = \Delta K$

$$\left\{ \begin{aligned} \frac{dl_f}{dn} &= \left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f \frac{(\Delta K)^{k_f}}{(2\sqrt{\pi})^{k_f} [2\lambda(l_f)]^{k_f/2-1}} G[\sin^{k_f}(2\tilde{\pi}n)] \\ n_* &= \left[\left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f (\sigma_{eqv})^{k_f} \int_0^{0.5} \sin^{k_f}(2\tilde{\pi}\tau) d\tau \right]^{-1} \end{aligned} \right. \quad (I5)$$

Найбільш характерною особливістю побудованої теорії є врахування впливу пошкоджень, що накопичилися по фронту руху тріщини втомі на її швидкість (мал.2). Особливість отриманих рішень відзначається також тим, що швидкість росту тріщин втомі залежить від закону зміни довжини пластичної зони в процесі руху тріщини. Тут розглянуто два випадки, коли довжина пластичної зони стала та змінна величини.

Припустимо, що довжина пластичної зони визначається початковою довжиною тріщини. Тоді якщо використати для $\lambda(l_0)$, наприклад, співвідношення

$$\lambda(l_0) = \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_y}\right)^2 \frac{l_0}{3} \quad (I6)$$

аналогічне по структурі рішенню Райса для втомі, після нескладних перетворень отримуємо рівняння для швидкості росту тріщини у вигляді

$$\frac{dl_f}{dn} = \left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f \left(\frac{\Delta K}{2\sqrt{\pi}}\right)^{k_f} \left(\frac{\sigma_a}{\sigma_y}\right)^{2-k_f} \left(\frac{2l_0}{3}\right)^{1-\frac{k_f}{2}} G[\sin^{k_f}(2\tilde{\pi}n)] \quad (I7)$$

які є узагальненням відомих емпіричних співвідношень.

В більшості випадків, коли змінюється довжина тріщини, змінюється також і довжина пластичної зони. Закони зміни пластичної зони можуть бути отримані із співвідношень, отриманих по моделі Дагдейла, поправки на пластичність Ірвіна, по співвідношенню Райса для руйнування від втоми, та інші.

Якщо пластична зона $\lambda(\ell_f)$ змінюється за законом, який був отриманий із моделі Дагдейла, тоді структура рівняння для швидкості тріщини із системи (15) перетворюється до вигляду

$$\frac{d\ell_f}{dn} = \left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f \left(\frac{\Delta K}{2\sqrt{R}}\right)^{k_f} \left[2\ell \left(\sec\left(\frac{\pi}{2} \cdot \frac{\sigma_a}{\sigma_y}\right) - 1\right)\right]^{\frac{k_f-1}{2}} \cdot C \left[\sin^{k_f}(2\pi n)\right] \quad (18)$$

або у наближеному вигляді

$$\frac{d\ell_f}{dn} = \left(1 + \frac{1}{k_f}\right) \ell_f \frac{(\Delta K)^2}{4\pi(\sigma_y)^{2-k_f}} C \left[\sin^{k_f}(2\pi n)\right] \quad (19)$$

Для вирішення задач механіки руйнування від втоми на основі запропонованого підходу, необхідно визначити значення границі текучості матеріала σ_y та характеристики опору руйнуванню від втоми C_f та k_f . Ці параметри визначаються із стандартних експериментів при осьовому навантаженні гладких циліндричних зразків, оскільки всі точки гладкого зразка є рівномірними, а інкубаційна стадія співпадає з повним руйнуванням. Це було доведено також експериментами на гладких зразках з круглою, квадратною, плоскою формами поперечного перетину, де інкубаційна стадія дорівнювала 96-98% загальної довговічності і практично не залежить від рівня напружень, та геометрії зразків.

Система визначаючих рівнянь для знаходження коефіцієнтів C_f і k_f має вигляд

$$\left\{ \begin{array}{l} \sigma_{eqv} = \sigma_{yy} = \sigma_a \cdot \sin(2\pi ft) \\ \frac{d\omega_f}{dn} = \begin{cases} C_f \left(\frac{\sigma_{eqv}}{1 - \omega_f} \right)^{k_f}, & \sin(2\pi ft) \geq 0 \\ 0, & \sin(2\pi ft) < 0 \end{cases} \\ \omega_f(n=0) = 0 \\ \omega_f(n=n_R) = 1 \end{array} \right. \quad (20)$$

Із (20) знаходимо рівняння для числа циклів до руйнування гладкого зразка

$$n_R = \frac{1}{(1+k_f) C_f (\sigma_a)^{k_f} \int_0^{0.5} \sin^{k_f}(2\pi \tau) d\tau} \quad (21)$$

Розглянемо можливості побудованої моделі на прикладі рішення задач руйнування від втоми тонких ізотропних пластин з різними концентраторами напружень для двох класів матеріалів: крихких (ЭП-718, $T=20^\circ\text{C}$, $C_f = 1.7 \cdot 10^{-12} [\text{МПа}^{k_f} \cdot \text{цикл}]^{-1}$, $k_f = 2.59$, $\sigma_Y = 700 \text{ МПа}$) та пластичних (ХН-55 МВЦ, $T=750^\circ\text{C}$, $C_f = 1.7 \cdot 10^{-33} [\text{МПа}^{k_f} \cdot \text{цикл}]^{-1}$, $k_f = 10.88$, $\sigma_Y = 315 \text{ МПа}$) Для матеріала ЭП-718 застосовувалася концепція сталого, а для ХН 55 МВЦ – змінної пластичної зони.

Досліджувалася кінетика росту тріщин втоми в пластині з початковою прямолінійною щільною довжиною $2 l_0$ (мал. 3а). Тривалість інкубаційного періоду визначалася із рівняння

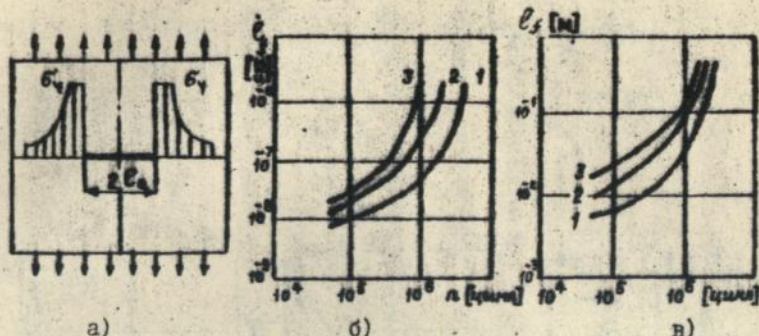
$$n_* = \left[(1+k_f) C_f \sigma_Y^{k_f} \int_0^{0.5} \sin^{k_f}(2\pi n) dn \right]^{-1} \quad (22)$$

Структура рівняння для швидкості росту тріщини втоми по концепції $\lambda(l_0) = \text{const}$, коли враховується поправка на пластичність Гріна, має вигляд

$$\frac{dl_f}{dn} = \left(1 + \frac{1}{k_f}\right) C_f \frac{(\Delta K)^{k_f}}{(2\sqrt{\pi})^{k_f} \left[\frac{\sigma_a}{\sigma_Y}\right]^{k_f-2} \rho^{k_f-1}} \left[\sin^{k_f}(2\pi n) \right] \quad (23)$$

При $\lambda(\ell_s) = \text{const}$

$$\frac{d\ell_s}{dn} = \left(1 + \frac{1}{k_s}\right) C_3 \frac{(\Delta K)^2 \sigma_y^{k_s-2}}{4\pi} \quad (24)$$



мал.3

З зростанням рівня напружень (мал.3б, $\ell_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ м

$\sigma_a = 300$ (1), 400 (2); 500 (3) [МПа]) та зростанням початкової довжини тріщини (мал.3в, $\sigma_a = 300$ МПа, $\ell_0 = 5 \cdot 10^{-3}$ (1); 10^{-2} (2); $1,5 \cdot 10^{-2}$ (3) [м]) зростає і швидкість росту тріщини.

При рішенні задачі про руйнування пластини з гладким круговим отвором радіуса R , тривалість інкубаційної стадії дорівнює

$$n_* = \left[\left(1 + \frac{1}{k_s}\right) C_3 (3\sigma_a)^{k_s} \int_0^{\ell_0} \sin^{k_s}(2\pi n) dn \right]^{-1} \quad (25)$$

При визначенні кінетики росту тріщини зроблено припущення, що за час інкубаційної стадії зароджується тріщина довжиною $\ell_0 = 0,1 \cdot 10^{-3}$ м. Залежність для швидкості росту тріщини при $\lambda(\ell_s) = \text{const}$ має вигляд (23), а коли $\lambda(\ell_s) = \text{var}$

$$\frac{d\ell_s}{dn} = \left(1 + \frac{1}{k_s}\right) C_3 \frac{(\Delta K)^{k_s} \sigma_y^{k_s-2}}{(2\sqrt{\pi})^{k_s} \sigma_a^{k_s-2} \ell_s^{\frac{k_s-1}{2}}} C [\sin^{k_s}(2\pi n)] \quad (26)$$

Якщо кількість тріщин дорівнює $k = 1$, тоді

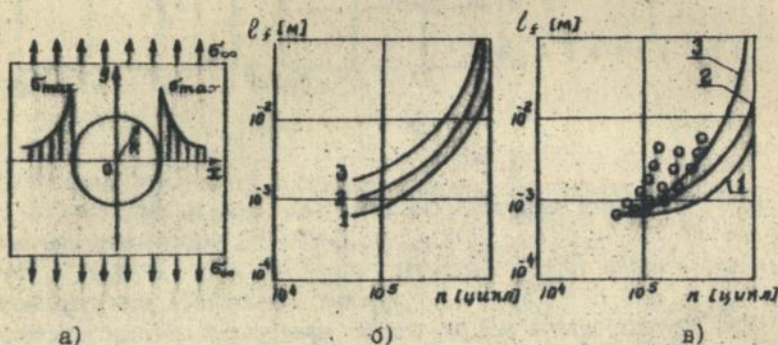
$$\Delta K = \sigma_a \sqrt{2\pi R} \cdot \sqrt{\frac{1-\Delta^2}{\Delta}} \left[\frac{1}{2} (1+\Delta) \right] \left\{ 5 + \frac{4S^2}{(2+S)^2} \right\} \quad (27)$$

$$= 2 \left[\frac{1}{2} (1 + \Delta) \right]^{-2} + \frac{\delta^4 + 8\delta^3 + 8\delta^2}{(2 + \delta)^4} \left. \right\}$$

а при $k = 2$

$$\Delta K = G_a \sqrt{2\pi R} \sqrt{\frac{1 - \Delta^2}{2\Delta}} \left\{ 5 - 2 \left[\frac{1}{2} (1 + \Delta^2) \right]^{-1} + \frac{(1 - \Delta^2)^2}{(1 + \Delta^2)^2} \right\}$$

$$\Delta = (1 + \delta)^{-1}, \quad \delta = \frac{\ell}{R} \quad (28)$$



мал. 4

Якщо зростає радіус отвору, тоді процес руйнування від втоми проходить більш інтенсивно (мал. 4б, $R = 0,5 \cdot 10^{-3}$ (1); 10^{-3} (2); $1,5 \cdot 10^{-3}$ (3) [м]; $G_a = 300$ МПа). Результати обчислень якісно збігаються з експериментальними даними (мал. 4в, $G_a = 250$ (1);

300 (2); 350 (3) [МПа]; $R = 0,25 \cdot 10^{-3}$ м).

Вирішені задачі руйнування від втоми пластин з круговим отвором та однією, двома, та системою малих симетрично розташованих радіальних тріщин, що виходять на його контур (мал. 5).

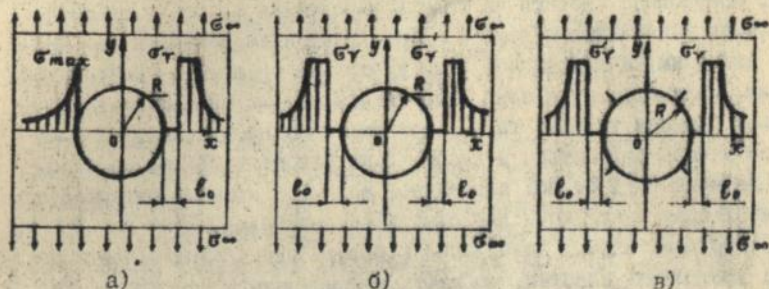
Якщо $k = 1$, $k = 2$, тоді вирази для ΔK співпадають з (27), (28), відповідно.

При $k > 3$

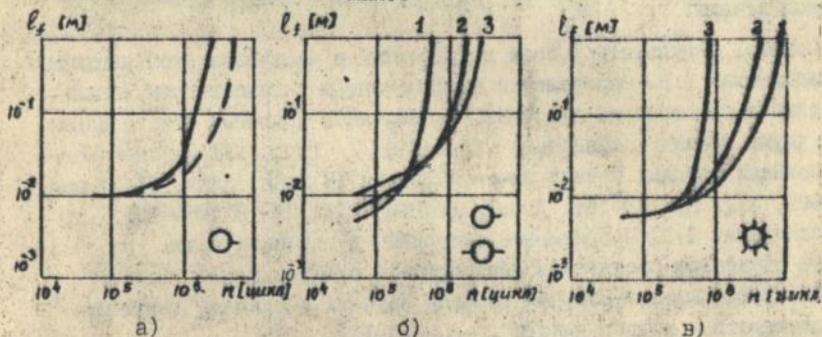
$$\Delta K = G_a \sqrt{2\pi R} \sqrt{\frac{1 - \Delta^{2k}}{k\Delta}} \left[\frac{1}{2} (1 + \Delta^k) \right]^{\frac{2}{k} - 1}$$

$$\cdot \left\{ \delta - 2 \cdot \left[\frac{1}{2} (1 + \Delta^k) \right]^{-\frac{1}{2}} \right\} \quad (29)$$

де $\delta = \frac{l_c}{R}$; $\Delta = (1 + \delta)^{-1}$



МАЛ. 5



МАЛ. 6

При рішенні задачі, коли на контур отвору виходить одна тріщина, розглядалися два випадки: коли враховується поява другої тріщини (---) і без врахування (—) (мал.6а). При малому числі тріщин, що виходять на контур отвору $k = 1, 2, 3$ тріщини з меншою початковою довжиною зростають швидше (мал.6б;

$l_c = 5 \cdot 10^{-3}(1); 10^{-2}(2); 1,5 \cdot 10^{-2}(3)$ [м]; $\sigma_a = 300$ МПа). Зі збільшенням кількості тріщин $k = 5, 8 \dots$ і т.д. швидкість росту тріщини збільшується (мал.6в; (1) - $k = 1$; (2) - $k = 2$; (3) - $k = 3$). Якщо на контур отвору виходить система тріщин, тоді для цього отвору характерні тіж самі ефекти, що характерні і для гладкого отвору.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Дана постановка плоскої задачі тривалого руйнування від втоми на основі концепції механіки неперервного пошкодження з врахуванням двоетапності процесу руйнування.

2. Побудована теоретична модель зародження та росту тріщини втоми, яка узагальнює відомі емпіричні співвідношення та яка враховує закон зміни пластичної зони у вершини тріщини. Розглянуто випадки, коли пластична зона стала величиною, що залежить від початкової довжини тріщини та від прикладеного напруження, та коли пластична зона змінюється з часом. Дани рекомендації що до використання концепції сталої пластичної зони для крихких матеріалів, а змінної пластичної зони для пластичних матеріалів.

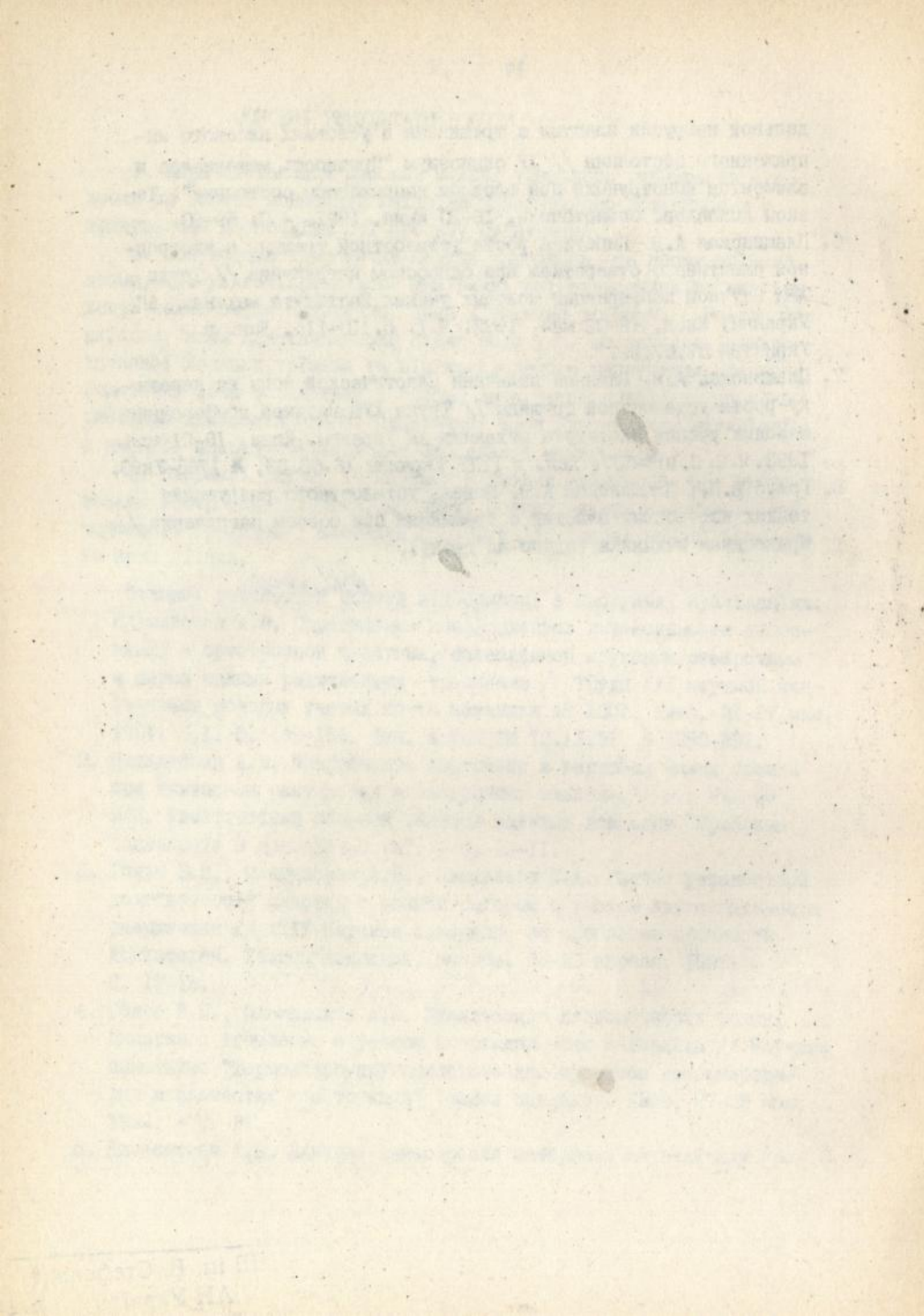
3. Вирішені задачі визначення кінетики руйнування від втоми тонких ізотропних пластин, що мають концентратори напружень, які моделюють скріплючі елементи конструкцій, силові панелі фюзеляжу та крил літака.

Основні результати роботи відображені в наступних публікаціях:

1. Плащинская А.В. Определение коэффициентов интенсивности напряжений в ортотропной пластине, ослабленной круговым отверстием и двумя малыми радиальными трещинами // Труды XVI научной конференции молодых ученых Ин-та механики АН УССР, Киев, 21-27 мая, 1991. Ч. I. С. 149-154. Деп. в ВИНИТИ 12.11.91 № 4259-В91.
2. Плащинская А.В. Напряженное состояние в вершинах малых трещин при двухосном растяжении анизотропных пластин. - М.: Изд-во МАИ. Тематический сборник тезисов научных докладов "Проблемы надежности и долговечности". - С. 10-11.
3. Голуб В.П., Плащинская А.В., Пантелеев Е.А. Расчет усталостной долговечности пластин с концентратором с учетом двухстадийности разрушения // XXIV Научное совещание по проблемам прочности двигателей. Тезисы докладов. Москва, 26-30 апреля, 1992. - С. 17-18.
4. Голуб В.П., Плащинская А.В. Циклическая долговечность тонких пластин с трещинами с учетом поврежденности материала // Научное совещание "Термовязкоупругоэластические процессы деформирования в элементах конструкций" Тезисы докладов, Киев, 27-29 мая, 1992. - С. 21.
5. Плащинская А.В. Влияние анизотропии материала на величину пре-

- дельной нагрузки пластин с трещинами в условиях плоского напряженного состояния // IY симпозиум "Прочность материалов и элементов конструкций при сложном напряженном состоянии". Тезисы докладов. Севастополь, 18-20 июня, 1992. - С. 59-60.
6. Плащинская А.В. Кинетика роста усталостной трещины в изотропной пластине с отверстием при одноосном нагружении // Труды ХУП научной конференции молодых ученых Института механики АН Украины, Киев, 19-22 мая, 1992. Ч.1. С.110-115. Деп. в УкрИНТЭИ 07.07.92.
7. Плащинская А.В. Влияние величины пластической зоны на кинетику роста усталостной трещины // Труды ХУШ научной конференции молодых ученых Института механики АН Украины. Киев, 18-21 мая, 1993. Ч.2. С.103-107. Деп. в ГНТБ Украины 16.08.93, № 1765-Ук93.
8. Голуб В.П., Плащинская А.В. Модель усталостного разрушения тонких изотропных пластин с трещинами при осевом нагружении // Прикладная механика (здано до друку).

В.П. Голуб



466180

AB 27.899