АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

МАРТИНЮК ОЛЕСЯ МИРОНІВНА

ДОСЛІДЖЕННЯ РОЗВ'ЯЗКІВ КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ДЛЯ ЗЛІЧЕННИХ СИСТЕМ НЕЛІНІЙНИХ ДИФЕРЕНЦІАЛЬНИХ РІВНЯНЬ

01.01.02 - диференціальні рівняння

АВТОРЕФЕРАТ

дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

КИЇВ - 1993

Робота виконана у відділі звичайних диференціальних рівнянь Інституту математики АН України.

Науковий керівник : доктор фізико-математичних наук
РОНТО М.Й.

Офіційні опоненти : доктор фізико-математичних наук
ТЕПЛИНСЬКИЙ Ю.В.

кандидат фізико-математичних наук
РОГОВЧЕНКО Ю.В.

Провідна установа : Київський державний університет
ім. Т.Г.Шевченка

Захист відбудеться "26" жовтня 1993 р. в 15 годин на засіданні спеціалізованої ради Д 016.50.02 при Інституті математики АН України за адресою :
252601, Київ-4, ГСП, вул.Терещенківська,3.

З дисертацією можна ознайомитися в бібліотеці інституту.

Автореферат розіслано "12" вересня 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради ЛУЧКА А.Ю.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Теорія нелінійних коливань та загального виду періодичних крайових задач і сьогодні залишається одним з розділів якісної теорії диференціальних рівнянь та прикладної математики, що найбільш інтенсивно розвивається. Це викликано, з одного боку, запитами практики, а з іншого - необхідністю подальшого розвитку різних питань теоретичного характеру. В теорії періодичних розв'язків широко розроблені різні методи, пов'язані з дослідженням існування та єдиності розв'язку, його стійкості, а також з наближеними методами побудови розв'язків.

Ці питання широко розглядалися у фундаментальних працях Ю.О.Митропольського, А.М.Самойленка, М.О.Перестюка, Г.М.Вайнікко, В.П.Максимова, М.В.Азбелєва, І.Т.Кігурадзе, Д.І.Мартинюка, М.П.Єругіна, М.І.Шкіля, Є.О.Гребенікова, Ю.О.Рябова, А.І.Перова, О.А.Бойчука та в роботах інших авторів.

Важливою обставиною, яка визначає складність аналізу крайових задач, є розмірність, тобто чи будуть невідомі функції, які входять в рівняння та крайові умови, елементами скінченновимірного чи нескінченновимірного простору. Ряд практичних питань з різних областей математики і математичної фізики потребують розгляду та вивчення не скінченновимірних, а зліченних систем звичайних диференціальних рівнянь, що підпорядковані певного виду крайовим умовам. Такі системи з'являються при вивченні коливань стержнів, балок, коли для аналізу відповідних математичних моделей у вигляді лінійних диференціальних рівнянь в частинних похідних застосовується метод поділу змінних Фур'є.

Ясно, що теоретична та практична цінність полягає у вивченні зліченних систем загального виду крайових задач, в тому числі і періодичних. При цьому доцільно розвивати такі методи, які були б придатними як для встановлення існування розв'язків, так і практичної побудови розв'язків зліченних систем звичайних диференціальних рівнянь. Хорошу перспективу на цьому шляху відіграє група чисельно-аналітичних методів, зокрема, чисельно-аналітичний метод послідовних наближень А.М.Самойленка. Багато розробок цього методу за останні роки з'явилося в роботах А.М.Самойленка, М.Й.Ронто, Ю.О.Митропольського, Д.І.Мартинюка, Б.П.Ткача, М.О.Перестюка, Ю.В.Теплинського, С.І.Трофимчука, В.А.Ронто, Ю.В.Роговченко, О.Д.Нуржанова, Ю.Д.Шлапака, С.В.Мартинюка, О.П.Трофимчук, які підтвердили його універсальність для різноманітних задач звичайних диференціальних рівнянь, рівнянь вищих порядків, рівнянь із запізненням, злічених систем першого порядку, рівнянь з імпульсною дією, рівнянь в частинних похідних, рівнянь з двоточковими та загального виду крайовими умовами.

Але, не дивлячись на досить велику кількість робіт з крайових задачах для звичайних диференціальних рівнянь, питання існування та побудови розв'язків крайових задач для злічених систем нелінійних диференціальних рівнянь, побудови вкорочених систем диференціальних рівнянь і вивчення їх зв'язку з відповідними зліченними або розглянуті не в повній мірі, або не розглядалися взагалі. Тому серед нерозв'язаних питань теорії крайових задач для вказаних систем звичайних диференціальних рівнянь важливе місце займає проблема поширення та дальшого розвитку ефективних і практично зручних для реалізації методів, якими володіє зараз теорія крайових задач.

Метою роботи є узагальнення чисельно - аналітичного методу послідовних наближень для дослідження періодичних розв'язків систем нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку та розв'язків двоточкових крайових задач для злічених систем диференціальних рівнянь нормального виду, а також дослідження близькості розв'язків зліченної та вкороченої систем.

Методи досліджень базуються на розробленому А.М.Самойленко підході до дослідження розв'язків диференціальних рівнянь з допомогою чисельно-аналітичного методу послідовних наближень.

Наукова новизна результатів роботи :

- обґрунтовано чисельно-аналітичний метод послідовних наближень для злічених систем нелінійних диференціальних рівнянь другого порядку нормального виду з періодичними крайовими умо вами;

- розвинута методика побудови послідовних наближень для зліченних систем нелінійних диференціальних рівнянь першого порядку з двоточковими крайовими умовами;

- вказано алгоритм побудови вкороченої системи диференціальних рівнянь та встановлено зв'язок її розв'язку з розв'язком відповідної їй зліченної системи у випадку крайових умов, в тому числі періодичних.

Теоретична та практична цінність дисертації визначається тим, що одержані результати узагальнюють та доповнюють відповідні дослідження періодичних та крайових задачах. Розроблена методика дослідження розв'язків крайових задач для зліченних систем нелінійних диференціальних рівнянь може бути перенесена на системи вищих порядків. Запропоновані алгоритми можуть бути використані при розв'язуванні задач фізики, техніки, що зводяться до нелінійних періодичних та крайових задач.

Апробація роботи. Основні результати дисертаційної роботи доповідалися на семінарі відділу звичайних диференціальних рівнянь Інституту математики АН України (керівник - член-кореспондент АН України А.М.Самойленко), на школах-семінарах: "Нелінійні еволюційні рівняння в прикладних задачах" (16-25 вересня 1990 року, Кабардино-Балкарський державний університет, с. Приельбрусся), "Розривні динамічні системи" (17-20 вересня 1991 року, Ужгородський державний університет), "Нелінійні задачі математичної фізики та їх застосування" (2-9 жовтня 1991 року, Самаркандський державний університет ім. А.Навої), "Нелінійні задачі математичної фізики та їх застосування" (5-12 жовтня 1992 року, будинок творчості вчених, с.Кацивелі, Крим).

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в роботах [1-7].

Об'ем та структура роботи. Дисертація складається з вступу, трьох глав, заключення та списку цитованої літератури, що містить 101 найменування. Об'ем роботи складає 115 сторінок машинописного тексту.

ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі обгрунтовується актуальність теми дисертаційної роботи, формулюється мета досліджень, коротко аналізуються основні праці, що відносяться до теми дисертації та наводиться анотація основних одержаних результатів.

Перша глава, що включає в себе §§1-5, присвячена узагальненню та поширенню чисельно-аналітичного методу послідовних наближень на дослідження періодичних розв'язків злічених систем звичайних диференціальних рівнянь другого порядку виду

$$\ddot{x} = f(t,x,\dot{x}), \tag{1}$$

підпорядковану періодичним крайовим умовам

$$x(0) = x(T), \quad \dot{x}(0) = \dot{x}(T). \tag{2}$$

Тут $x = (x_1, \ldots, x_n, \ldots)$ - точка простору $\mathfrak{M}$ обмеженої числової послідовності в нормою $\|x\| = \sup\limits_n |x_n|$, $f(t,x) = (f_1(t,x), \ldots, f_n(t,x), \ldots)$ - неперервна, періодична по t з періодом T функція.

Права частина рівняння (1) визначена в області

$$(t,x,\dot{x}) \in (-\infty,\infty) \times D_1 \times D_2, \tag{3}$$

де D_1, D_2 - обмежені, замкнуті множини з $\mathfrak{M}$.

В області (3) функція $f(t,x,\dot{x})$ обмежена зліченним вектором $M = (M_1, \ldots, M_n, \ldots) \in \mathfrak{M}$ та задовольняє умову Ліпшица із зліченними матрицями K_1, K_2 з невід'ємними елементами

$$|f(t,x,y)| \le M,$$

$$|f(t,x',y') - f(t,x'',y'')| \le K_1|x' - x''| + K_2|y' - y''|, \tag{4}$$

$$t \in (-\infty,\infty), \quad x', x'' \in D_1, \quad y', y'' \in D_2.$$

де $|f(t,x,y)| = (|f_1(t,x,y)|, \dots, |f_n(t,x,y)|, \dots)$ і нерівності між нескінченними векторами в (4) розуміємо покомпонентно, і, крім того:

1) множина D_β точок $x_o = (x_{o1}, x_{o2}, \dots, x_{on}, \dots) \in \mathfrak{M}$, що розміщені в області D_1 разом із своїм $\beta = \frac{T}{4}M$ -околом, непорожня і, крім цього, множина D_γ, утворена $\gamma = \frac{5}{6}TM$-околом нульового вектора простору $\mathfrak{M}$, лежить в області D_2:

$$D_\beta \neq 0\ , \quad D_\gamma \subset D_2; \tag{5}$$

2) оператор, що утворений матрицею

$$Q_o = \begin{bmatrix} \frac{T^2}{4}K_1 & \frac{T^2}{4}K_2 \\ \frac{5}{6}TK_1 & \frac{5}{6}TK_2 \end{bmatrix},$$

є цілком регулярним, тобто

$$\|Q_o\| \leq g_o < 1. \tag{6}$$

В §1 вводяться лінійні оператори L, S, L^2 вигляду

$$Lf(t) = \int_0^t (f(s)-Sf(t))ds, \qquad Sf(t) = \frac{1}{T}\int_0^T f(t)dt,$$

$$L^2f(t) = \int_0^t \left[\int_0^t (f(s)-Sf(t))ds - S\left(\int_0^t (f(s)-Sf(t))ds\right)\right]dt\ .$$

З їх допомогою будується послідовність T-періодичних функцій $x_m(t,x_o)$, які задовольняють періодичні крайові умови (2) при довільному значенні параметра $x_o \in D_\beta$

$$x_m(t,x_o) = x_o + L^2f(t, x_{m-1}(t,x_o), \dot{x}_{m-1}(t,x_o)), \tag{7}$$

$$m = 1,2,\dots\ , \quad x_o(t,x_o) = x_o \in D_\beta\ .$$

Доведена рівномірна збіжність послідовності функцій (7) до граничної функції $x^*(t,x_o)$, яка буде розв'язком збуреної по відношенню до (1),(2) деякої T-періодичної крайової задачі.

Має місце наступне твердження.

ТЕОРЕМА 1. Нехай права частина $f(t,x,y)$ зліченної системи диференціальних рівнянь визначена, неперервна, періодична по t з періодом T в області (3) та приймає значення в просторі $\mathfrak{M}$, а також виконуються умови (4)-(6).

Тоді послідовність функцій $x_m(t,x_o)$ виду (7), яка залежить від x_o як від параметра та задовольняє періодичні крайові умови (2), рівномірно збігається при $m\to\infty$ разом з похідними $\dot{x}_m(t,x_o)$ відносно області

$$(t,x_o)\in[0,T]\times D_\beta$$

відповідно до граничних функцій $x^*(t,x_o)$, $\dot{x}^*(t,x_o)$

$$\lim_{m\to\infty} x_m(t,x_o) = x^*(t,x_o), \quad \lim_{m\to\infty} \dot{x}_m(t,x_o) = \dot{x}^*(t,x_o).$$

При цьому $x^*(t,x_o)$, що задовольняє при $t=0$ початкові умови

$$x(0) = x^*(0,x_o) = x_o,$$

$$\dot{x}(0) = \dot{x}^*(0,x_o) = -S(Lf(t,x^*(t,x_o),\dot{x}^*(t,x_o)))$$

і одночасно T-періодичні крайові умови (2), є розв'язком інтегрального рівняння

$$x(t) = x_o+L^2f(t,x(t),\dot{x}(t)),$$

тобто розв'язком крайової задачі

$$\ddot{x} = f(t,x,\dot{x}) - S(f(t,x^*(t,x_o),\dot{x}^*(t,x_o))),$$

$$x(0)=x(T)=x_o, \quad \dot{x}(0) = \dot{x}(T) = -S(Lf(t,x^*(t,x_o),\dot{x}^*(t,x_o))).$$

Крім цього, справедливі наступні оцінки похибок:

$$\|x_m(t,x_o)-x^*(t,x_o)\| \le \frac{T^2}{4}\frac{q^m}{1-q}\|M\|,$$

$$\|\dot{x}_m(t,x_o)-\dot{x}^*(t,x_o)\| \le \frac{5}{6}\,T\,\frac{q^m}{1-q}\|M\|, \quad m=1,2,\ldots.$$

де

$$\|x(t)\| = \sup_n \max_{t\in[0,T]} |x_n(t)|, \quad \|Q\| = \left|\frac{T^2}{4}K_1 + \frac{5}{6}TK_2\right| < 1.$$

В §2 встановлено, що гранична функція $x^*(t,x_0)$ послідовності (7) буде розв'язком T - періодичної крайової задачі (1), (2) тоді і тільки тоді, коли $x_0 \in D_\beta$ буде коренем визначального рівняння

$$\Delta(x_0) = S(f(t,\ x^*(t,x_0),\ \dot{x}^*(t,x_0))). \tag{8}$$

Тут же вивчається спеціальна задача управління, яка дозволяє побудувати збурене рівняння по відношенню до рівняння (1), для якого розв'язок деякої задачі Коші буде в той же час T-періодичним розв'язком побудованого рівняння.

<u>Т Е О Р Е М А 2.</u> Нехай виконані умови теореми 1. Тоді розв'вок $x = x^*(t)$ задачі Коші

$$\ddot{x} = f(t,\ x,\ \dot{x}), \quad x(0) = \dot{x}_0,$$

$$\dot{x}(0) = -S(Lf(t,\ x^*(t,x_0),\ \dot{x}^*(t,x_0))) = y_0,$$

де $x^*(t,x_0)$ - гранична функція послідовності (7), співпадає з періодичним розв'язком крайової задачі (1) - (3) тоді і тільки тоді, коли початкове значення x_0 є розв'язком визначального рівняння

$$\Delta(x_0) = 0 = S(f(t,\ x^*(t,x_0),\ \dot{x}^*(t,x_0))).$$

При цьому

$$x^*(t) = x^*(t,\ x_0),$$

і при всіх $m = 1,\ 2,\ \ldots$ для відхилення точного T-періодичного розв'язку $x = x^*(t) = x^*(t,\ x_0)$ зліченної системи (1) від її наближеного T -періодичного розв'язку $x_m(t,\ x_0)$ виду (7), а таком для відповідних похідних справедливі оцінки

$$\|x^*(t) - x_m(t,x_o)\| \leqslant \frac{T^2}{4}\,\frac{q^m}{1-q}\,\|M\|\ ,$$

$$\|\dot{x}^*(t) - \dot{x}_m(t,x_o)\| \leqslant \frac{5}{6}\,T\,\frac{q^m}{1-q}\,\|M\|,$$

$$m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots$$

В §3 вводиться у розгляд наближене визначальне рівняння виду

$$\Delta_m(x_o) = S(f(t,\ x_m(t,x_o),\ \dot{x}_m(t,x_o))),$$

яке відрізняється від точного визначального рівняння (8) тим, що замість $x^*(t,x_o)$ в ньому фігурує m-те наближення $x_m(t,x_o)$, яке на практиці завжди можна побудувати.

Доведено твердження, яке дає достатні умови існування T-періодичного розв'язку рівняння (1).

В §4 знайдені необхідні умови для знаходження розв'язку T - періодичної крайової задачі (1), (2), а саме умови, необхідні для того, щоб деяка підобласть області D_β містила б точку x_o^*, яка при t=0 визначає початкове значення $x^*(0) = x_o^*$ точного розв'язку $x^*(t)$ розглянутої періодичної задачі. При цьому точне початкове значення для похідної в точці t=0 задається формулою

$$\dot{x}(0) = -\ S(Lf(t,x^*(0,x_o^*),\dot{x}^*(0,x_o^*))).$$

<u>Т Е О Р Е М А 3.</u> Припустимо, що задача (1)-(3), задовольняє умови (4)-(6).

Тоді для того, щоб деяка область $D_4 \subset D_\beta$ містила б точку $x_o = x_o^*$, яка при t=0 визначає початкове значення $x^*(0)=x_o$ періодичного розв'язку $x=x^*(t)$ задачі (1) - (3), необхідно, щоб для всіх m і довільного $\bar{x}_0 \in D_4$ виконувалася нерівність

$$\|\Delta_m(\bar{x}_0)\| \leq \sup_{x_0 \in D_4} \left\{ \left(1 + \frac{q}{1-q}\right) \|K_1\| \, \|\bar{x}_0 - x_0\| + \right.$$

$$\left. + \left\| \frac{T^2}{6} K_1 \cdot \frac{2T}{3} K_2 \right\| \frac{q}{1-q} \|M\| \right\}.$$

Тут же викладено чисельний алгоритм наближеного вибору початкової точки періодичного розв'язку.

В §5 міститься приклад, на якому ілюструються основні теоретичні положення. Розглядається зліченна нелінійна система другого порядку з періодом T=п. Побудовано в аналітичному вигляді перші наближення. Чисельно знайдено наближене початкове значення п-періодичного розв'язку по коренях наближеного визначального рівняння $\Delta_0(x_0)=0$.

У другій главі вивчається двоточкова крайова задача для зліченної системи диференціальних рівнянь нормального вигляду першого порядку, а саме:

$$\dot{x} = f(t, x), \tag{9}$$

$$Ax(0) + Cx(T) = d, \quad \det C \neq 0, \tag{10}$$

де $x = (x_1, x_2, \ldots, x_n, \ldots)$, $d = (d_1, d_2, \ldots, d_n, \ldots)$ — точки простору $\mathfrak{M}$ обмеженої числової послідовності з нормою $\|x\| = \sup_n |x_n|$, $\|d\| = \sup_n |d_n|$. Функція $f(t,x) = (f_1(t,x), \ldots, f_n(t,x), \ldots)$ неперервна по t в області

$$(t, x) \in (0, T) \times D, \tag{11}$$

яка приймає значення в просторі $\mathfrak{M}$, D — обмежена, замкнута множина з $\mathfrak{M}$. Матриці A, C зліченні, причому для C існує обернена матриця C^{-1}.

Припустимо, що права частина рівняння (9) задовольняє умову обмеженості зліченним вектором $M = (M_1, M_2, \ldots, M_n, \ldots)$, $M_i > 0$ і умову Ліпшица із зліченною матрицею K з невід'ємними елементами

$$|f(t,x,y)| \leq M,$$

$$|f(t,x') - f(t,x'')| \leq K|x'-x''|, \qquad (12)$$

$$t \in (0,T),\ x',x'' \in D,$$

де $|f(t,x)| = (|f_1(t,x)|, \ldots, |f_n(t,x)|, \ldots)$ і нерівність між нескінченновимірними векторами в (12) розуміємо покомпонентно.

Серед двоточкових крайових задач (9), (10) виділимо клас таких, для яких параметри M, K, T, A, C, d, а також область визначення (11) задовольняють деякі додаткові умови, а саме:

1) множина D_β точок $x_0 = (x_{01}, x_{02}, \ldots, x_{0n}, \ldots) \in \mathfrak{M}$, що містяться в області D, разом із своїм β-околом, де $\beta = \frac{T}{2}M + \beta_1$, $\beta_1 = |C^{-1}d - (C^{-1}A + E)x_0|$, непорожня:

$$D_\beta \neq \emptyset ; \qquad (13)$$

2) оператор, утворений матрицею

$$Q_0 = \frac{T}{n}\begin{bmatrix} K_{11} & \ldots & K_{1n} & \ldots \\ K_{21} & \ldots & K_{2n} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \\ K_{n1} & \ldots & K_{nn} & \ldots \\ \ldots & \ldots & \ldots & \ldots \end{bmatrix},$$

є цілком регулярним, тобто

$$\|Q_0\| \leq g < 1. \qquad (14)$$

В §6 вводиться у розгляд послідовність функцій $x_m(t,x_0)$, що залежить від зліченного параметра $x_0=(x_{01},\ldots,x_{0n},\ldots)$ вигляду

$$x_m(t,x_0)=x_0+Lf(t,x_{m-1}(t,x_0))+\frac{t}{T}\left[C^{-1}d-(C^{-1}A+B)x_0\right]. \qquad (15)$$

Встановлена рівномірна збіжність цієї послідовності в нормі простору обмежених числових послідовностей $\mathfrak{M}$ до граничної функції $x^*(t,x_0)$.

Доведено, що функція $x^*(t,x_0)$ буде одночасно розв'язком "збуреної" задачі Коші

$$\dot{x} = f(t,x) + \Delta(x_0),$$
$$x(0) = x_0,$$

і збуреної крайової задачі

$$\dot{x} = f(t,x) + \Delta(x_0),$$
$$Ax(0) + Cx(T) = d,$$

де збурена функція

$$\Delta(x_0)=\frac{1}{T}\left[C^{-1}d - (C^{-1}A + B)x_0\right] - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x^*(t,x_0))dt. \qquad (16)$$

Оцінено відхилення $x^*(t,x_0)$ від $x_m(t,x_0)$ для всіх $m=1,2,\ldots$

В §7 розглянуто зв'зок існування розв'язку заданої крайової задачі (9), (10) з існуванням нулів визначальної функції $\Delta(x_0)$ вигляду (16). Необхідні і достатні умови того, щоб гранична функція послідовності (15) була розв'язком заданої крайової задачі (9), (10), дає наступне твердження.

Т Е О Р Е М А 4. Нехай права частина $f(t, x)$ системи (9) визначена, неперервна в області (11) і виконуються умови (12)-(14). Тоді для того, щоб розв'язок $x = x^*(t)$ задачі Коші

$$\dot{x} = f(t, x),$$
$$x(0) = x_0,$$

був і розв'язком крайової задачі (9), (10), необхідно і достатньо, щоб початкове значення x_0 було розв'язком визначального рівняння

$$\Delta(x_0) = \frac{1}{T}\left[C^{-1}d - (C^{-1}A + B)x_0\right] - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x^*(t, x_0))dt = 0. \qquad (17)$$

Крім цього, в даному випадку $x^*(t)=x^*(t,x_0)$ і при всіх $m=1$, 2, 3, ... для відхилення точного розв'язку $x = x^*(t) = \dot{x}^*(t,x_0)$ крайової задачі (9), (10) від її наближеного $x_m(t,x_0)$ вигляду (15) має місце нерівність

$$|x^*(,x_0) - x_m(t,x_0)| \leqslant \frac{T\pi}{6}\left\{\frac{q^m}{1-q}|M| + |K|\frac{q^{m-1}}{1-q}|\beta_1|\right\}.$$

В §8 існування розв'язку крайової задачі (9), (10) досліджується за коренями наближеного визначальноо рівняння вигляду

$$\Delta_m(x_0) = \frac{1}{T}\left[C^{-1}d - (C^{-1}A + B)x_0 - \frac{1}{T}\int_0^T f(t, x_m(t,x_0))\right],$$

яке одержуємо з (17), але замість $x^*(t,x_0)$ в ньому фігурує $x_m(t,x_0)$.

Знайдено достатні умови існування розв'язків крайової задачі (9), (10).

В наступному параграфі задані необхідні умови того, щоб деяка підобласть області визначення правої частини містила точку x_0^*, яка при $t=0$ задає початкове значення $x^*(0) = x_0^*$ точного розв'язку $x^*(t)$ крайової задачі (9), (10).

Ілюстративний приклад, що розглядається в § 10, показує застосування вище викладених теоретичних положень. Розглядається злічена крайова задача першого порядку, для якої чисельно знайдено початкове значення та побудовано перше наближення розв'язку в аналітичному вигляді.

В третю главу включені результати, які стосуються до дослідження зв'язку розв'язків зліченної системи диференціальних рівнянь з розв'язками відповідних їм укорочених систем.

Спочатку в § 11 близькість розв'язків зліченної

$$\dot{x} = f(t,x) + \Delta(x_o), \qquad x(0) = x_o \tag{18}$$

і вкороченої

$$\frac{dv}{dt} = f^1(t,v+0) + \Delta^1(y_o+0), \qquad v(0) = y_o \tag{19}$$

систем досліджується для збуреної задачі Коші у випадку системи диференціальних рівнянь нормального виду. Тут

$$f^1(t,\ v+0) = P_n f(t,\ v+0) = (f_1(t,\ v+0),\ \ldots,\ f_n(t,\ v+0),\ 0,\ldots),$$

де P_n - проектор, який нескінченному вектору x $(x_1, \ldots, x_n, x_{n+1}, \ldots)$ ставить у відповідність вектор

$$P_n x = (x_1,\ldots,x_n,0,\ldots).$$

Зазначимо, що функція $f(t,x)$ задовольняє введену у розгляд К.П.Персидським посилену умову Коші відносно змінної $x = (x_1, x_2,\ldots,x_n,0,\ldots)$.

Справедливе наступне твердження про близькість розв'язк'в початкових задач для зліченної (18) та вкороченої (19) систем диференціальних рівнянь.

<u>Т Е О Р Е М А</u> 5. Нехай права частина $f(t,x)$ зліченної системи диференціальних рівнянь (18) в області $(t,x)\in[0,+\infty]$ і функція $\Delta(x_o)$ в області $x_o\in D_o$ задовольняють умову Ліпшица і при $n\to\infty$ $K_{22}\to 0$, $L_{2n}\to 0$, тобто функції $f(t,x)$ і $\Delta(x_o)$ задовольняють посилену умову Коші.

Тоді для довільного розв'язку рівняння (18) з початковим значенням $x_o = (x_{o1}, x_{o2}, \ldots, x_{on}, \ldots)$ таким, що $\|x_o\| =$

$= \|(0, \ldots, 0, x_{on+1}, x_{on+2}, \ldots)\| \to 0$ при $n\to\infty$, для відхилення розв'язку $y(t)$ злічленної системи (18) від розв'язку $v(t)$ вкороченої системи (19) має місце оцінка

$$\|y(t)-v(t)\| \leq \frac{(\varphi_2(t)\lambda_2-\varphi_1(t)\lambda_1\|z_o\|K_{2n}}{\lambda_2-\lambda_1} + \frac{\varphi_2(t)-\varphi_1(t)}{\lambda_2-\lambda_1} q_n K_{2n} +$$

$$+ \frac{\varphi_1(t)(\lambda_2-K_{1n})-\varphi_2(t)(\lambda_1-K_{1n})}{\lambda_2-\lambda_1} L_{2n}\|z_o\|,$$

де

$$\bar{q}_n = q_n + \gamma_n, \quad \|f^2(t,v(t)+0\| \leq q_n, \quad \|\Delta^2(y_o+z_o)\| \leq \gamma_n,$$

$$\lambda_{1,2} = \frac{(K_{1n}+K_{2n}) \pm \sqrt{(K_{1n}-K_{4n})^2 + 4K_{2n}K_{3n}}}{2},$$

і при $n\to\infty$ справедливе граничне твердження

$$\|y(t)-v(t)\| \xrightarrow[n\to\infty]{} 0.$$

В наступному параграфі розглядається зв'язок розв'язків злічленної крайової задачі (9), (10) з розв'язком вкороченої крайової задачі.

Основні положення дисертації опубліковані в роботах:

1. Ронто Н.И., Мартынюк О.М. Исследование периодических решений счетных систем второго порядка// Укр. мат. журн. -1991.- 44, № 1.- С. 83-93.
2. Мартынюк О.М. О взаимосвязи решений счетных и "укороченных"

систем дифференциальных уравнений для одной начальной задачи //Аналитические методы исследования нелинейных дифференциальных систем. Киев : Ин-т математики АН Украины, 1992.- С.45-52.

3. Мартынюк О.М. О решении двухточечной краевой задачи для счетных систем //Нелинейные краевые задачи математической физики и их приложения.- Киев : Ин-т математики АН Украины, 1992.- С.68-70.

4. Мартынюк О.М. О решении краевой задачи для счетных систем дифференциальных уравнений //Нелинейные проблемы дифференциальных уравнений и математической физики - вторые Боголюбовские чтения.- Киев : Ин-т математики АН Украины, 1992.- С. 96-97.

5. Мартынюк О.М. О численно-аналитическом методе для счетных периодических систем второго порядка //Нелинейные проблемы теории дифференциальных уравнений.- Киев: Ин-т математики АН УССР, 1991.- С.49-59.

6. Мартынюк О.М. Использование численно - аналитического метода применительно к счетным системам дифференциальных уравнений // Школа-семинар "Разрывные динамические системы", Ужгород, 17-20 сент. 1991 г.: Тез.докл.-Киев: О-во "Знание", 1991.- С. 39-40.

7. Мартынюк О.М., Мартынюк С.В. Исследование периодических решений счетных систем дифференциальных уравнений второго порядка //Нелинейные эволюционные уравнения в прикладных задачах.- Киев: Ин-т математики АН УССР, 1991.- С. 88-90.

Підп.до друку 19.07.93. Формат 60x84/16. Папір друк. Офс.друк.
Ум. друк. арк. 1,16. Ум. фарбо-відб. 1,16. Обл.-вид.арк. 0,75.
Тираж 100 пр. Зам.276 Безкоштовно.

Віддруковано в Інституті математики АН України
252601 Київ 4, ГСП, вул. Терещенківська, 3