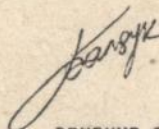


ОДЕССКИЙ ИНЖЕНЕРНО-СТРОИТЕЛЬНЫЙ ИНСТИТУТ

На правах рукописи

БАЛДУК Павел Георгиевич



РЕШЕНИЕ ПЛОСКОЙ ЗАДАЧИ НЕЛИНЕЙНОЙ ТЕОРИИ
ПОЛЗУЧЕСТИ МЕТОДОМ КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Специальность 05.23.17 - Строительная механика

Автореферат
диссертации на соискание ученой степени
кандидата технических наук

Одесса - 1993 г.

9.04



00388076 (W)

Диссертация является

Работа выполнена

институте.

НАУЧНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ

- Заслуженный деятель науки Украины,
доктор технических наук, профессор
И. Е. Прокопович

ОФИЦИАЛЬНЫЕ ОПОНЕНТЫ

- доктор технических наук, профессор
С. А. ЕЛСУФЬЕВ
- кандидат технических наук
И. Я. ПОДОЛЬСКИЙ

ВЕДУЩАЯ ОРГАНИЗАЦИЯ

- Научно-исследовательский институт автома-
тизированных систем в строительстве,
Украина, г. Киев

Защита диссертации состоится " 12 " октября 1993 г. в 14⁰⁰
часов на заседании специализированного Ученого Совета Д 068.41.01 в
Одесском инженерно-строительном институте по адресу,
270029, Украина, Одесса-29, ул. Дидрихсона, 4, ОИСИ, ауд. 210.

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Одесского
инженерно-строительного института по адресу,

Одесса, ул. Дидрихсона, 4, ОИСИ

Автореферат разослан " 10 " сентября 1993 г.

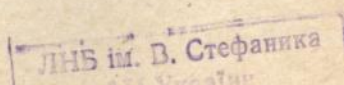
Ученый секретарь

специализированного Совета

кандидат технических наук,

доцент

Malachova Н. А. Малахова



ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность темы. Большие объемы капитального строительства требуют значительных материальных ресурсов. В нынешних экономических условиях неизбежно возникнет вопрос о переносе центра тяжести с нового строительства на техническое перевооружение и реконструкцию действующих предприятий, а проблема экономии материалов и снижения стоимости сооружений становится одной из главных. Ее можно частично решить уже на стадии проектирования, используя современные методы расчета бетонных и железобетонных конструкций, которые включают в себя учет реальных свойств строительных материалов, применение комплексной расчетной схемы, в которой сооружения рассматриваются как единые пространственные системы с учетом работы всех конструктивных элементов. Соответствующие расчеты могут быть выполнены с помощью современной вычислительной техники.

Одними из наиболее распространенных конструктивных элементов являются сжатые бетонные и железобетонные стержни, тонкостенные пластины, работающие при плоском напряженном состоянии. При их проектировании необходимо выполнять проверки, связанные с учетом влияния высоких длительно действующих напряжений, то есть требующие учета нелинейных составляющих деформаций. Поэтому в последнее время возрастает внимание, уделяемое нелинейной теории ползучести, способной охватить весь диапазон возможных изменений уровня напряжений в бетоне.

Целью настоящей работы является создание методики решения плоской задачи нелинейной теории ползучести с учетом реальных свойств деформирующихся материалов и реализация ее в расчетах железобетонных конструкций и их элементов методом конечных элементов (МКЭ).

На защиту выносятся:

- наиболее удобная матричная форма представления зависимости "напряжение-деформация" с учетом нелинейной ползучести;
- методика учета полных диаграмм деформирования материалов в матричном способе представления зависимости "напряжение-деформация";
- матрица жесткости конечного элемента, обладающего нелинейной кратковременной и длительной ползучестью;
- методика решения плоской задачи нелинейной теории ползучести методом конечных элементов;
- программный комплекс для расчета плоских железобетонных конструкций при кратковременном и длительном действии нагрузки;
- результаты расчетов элементов бетонных и железобетонных

конструкций при кратковременном и длительном действии нагрузки.

Научную новизну работы составляют:

- матричная форма представления зависимости "напряжение-деформация" с учетом нелинейной ползучести;
- методика учета полных диаграмм деформирования материалов в матричной форме записи физических соотношений;
- матрица жесткости конечного элемента, обладающая информацией о предистории деформирования;
- способ применения метода конечных элементов к решению задач (в частности, плоской задачи) нелинейной теории ползучести;
- программный комплекс для расчета плоских железобетонных конструкций при кратковременном и длительном действии нагрузки;
- результаты расчета плоских бетонных и железобетонных конструкций с учетом полных диаграмм деформирования материалов.

Достоверность основных научных положений и полученных результатов обеспечивается:

- выбором апробированных, с позиций строительной механики, расчетных схем конструкций;
- соответствием результатов решения плоской "упругого-мгновенной" задачи, полученных при помощи программного комплекса автора и промышленного вычислительного комплекса "PARSEK";
- соответствием результатов расчетов конструкций и их элементов, полученных с применением математических методов и ЭЕМ, экспериментальным данным других авторов

Практическое значения работы состоит в том, что все предложенные зависимости и разработанные методики доведены до реализации в научно-исследовательском программном комплексе позволяющем определить напряженно деформированное состояние, сложных по конфигурации, плоских неоднородных строительных конструкций при произвольном режиме изменения кратковременных и длительно действующих нагрузок, с учетом реальных параметров деформирования материалов. Это позволяет производить экспертную оценку исследуемых конструкций и заменять часть натуральных экспериментов численными.

Внедрения результатов исследования:

- в практике проектирования: в институте Украинпроектсталь-д-струкция в работах по исследованию и проектированию металлоконструкций, выполненных в 1990-1992 годах, использованы методика учета полных диаграмм деформирования материалов в матричном способе представления зависимости "напряжение-деформация" и "деформация-

напряжение", и алгоритмы для расчета МКЭ плоскостных конструкций при кратковременном и длительном действии нагрузки.

Работа выполнена в соответствии с планом научных исследований кафедры строительной механики и республиканской научно-технической программой "Длительное сопротивление бетонных и железобетонных конструкций" (приказ Минвуза УССР № 414 от 12.11.1982 ..).

Апробация. Основные результаты работы докладывались на Всесоюзном симпозиуме "Ползучесть в конструкциях" (Днепропетровск, 1982 г.); на II Всесоюзной конференции "Ползучесть в конструкциях" (Новосибирск, 1984 г.); на научно-технических конференциях ОИСИ 1983, 1984, 1988 + 1991, 1993 годов.

Основные результаты и выводы диссертации изложены в 4-х печатных работах.

Объем работы. Работа состоит из введения, четырех глав, заключения и списка использованной литературы из 142 позиций, содержит 12 таблиц, 55 рисунков и 180 страниц основного текста.

Работа выполнена на кафедре строительной механики Одесского инженерно-строительного института под руководством д.т.н., профессора Л.Е.Прокоповича.

Автор выражает глубокую благодарность д.т.н., профессору А.Ф.Яременко, за научные консультации, оказанные в процессе всей работы над диссертацией.

Содержание работы

Нелинейная наследственная теория ползучести (ННТП) бетона получила значительное развитие в трудах С.В.Александровского, Н.Х.Арутюняна, В.М.Бондаренко, П.И.Васильева, А.А.Гвоздева, И.Е.Прокоповича, Ю.Н.Работнова, И.И.Улицкого, А.Р.Ржаницина, Л.П.Трапезникова и их учеников. Двухкомпонентная теория ползучести разработана в работах П.И.Васильева, А.А.Гвоздева, А.В.Яшина.

Известно, что эти теории построены на основании экспериментальных зависимостей, позволяющих найти деформации, если известны напряжения. В линейной теории зависимости, выражающие напряжения через деформации, строятся с использованием понятия резольвенты. В ННТП этот вопрос, несмотря на работы А.А.Гвоздева, И.Е.Прокоповича, Н.И.Карпенко и других авторов, проработан еще явно недостаточно. Учету кратковременных и длительных деформаций ползучести в численных методах расчета посвящены работы Э.Вульфсон, С.Ф.Клованича, А.Ф.Яременко, В.С.Здоренко, В.П.Встинова, Н.Я.Тер-Эммануиляна, Т.А.Мухамедиева. Однако возможности расчета комбини-

рованных конструкций, выполненных из материалов обладающих ползучестью, МКЭ ограничены, из-за недостаточной проработки соответствующих методик.

В настоящей работе рассматривается вариант записи соотношений "σ-ε", по форме совпадающей с записью соотношений линейной теории, и ориентированный на решение задач НТП с применением ЭМ.

Если при вычислениях возможно ограничиться данными о напряженно-деформированном состоянии (НДС) при $t - \tau_1 > 30$ сут., то зависимость между деформациями и напряжениями можно записать так,

$$\epsilon^*(t) = \frac{F[\sigma^*(\tau_1)]}{E(\tau_1)} + F_0[\sigma^*(\tau_1)]C(t, \tau_1) + \int_{\tau_1}^t \left\{ \frac{\partial F_c[\sigma^*(\tau)]}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} \right] + \frac{\partial F_c[\sigma^*(\tau)]}{\partial \tau} C(t, \tau) \right\} d\tau. \quad (1)$$

где $E(\tau_1)$ - начальный модуль упругости; $C(t, \tau_1)$ - мера линейной ползучести; $\sigma^*(\tau)$ - напряжение; τ_1 - возраст бетона в момент начала нагружения; t - то же, в момент наблюдения; $f_c[\sigma^*(\tau)]$ и $f_c[\sigma^*(\tau)]$ - функции нелинейности полных кратковременных деформаций и деформаций ползучести.

Для решения поставленной задачи, необходимо рассматривать (1) как уравнение относительно $\sigma^*(t)$ и разыскивать его решение. Однако получить общее решение этого достаточно сложного нелинейного интегрального уравнения затруднительно. Для получения его приближенного решения сделано следующее.

Предполагается, что для произвольного момента времени t_m можно получить приближенное значение напряжения $\sigma^*(\xi_m)$. Тогда выражение (1) представляется в форме, аналогичной применяемой в линейной теории ползучести

$$\epsilon^*(t_m) = \frac{\sigma^*(\xi_m)}{E_m[\sigma^*(\xi_m), t_m]} - \int_{\tau_1}^{t_m} \frac{\sigma^*(\tau)}{E_m[\sigma^*(\xi_m), \tau]} L_m[\sigma^*(\xi_m), t_m, \tau] d\tau, \quad (2)$$

причем $E_m[\sigma^*(\xi_m), t_m] = E(t_m) / f_c[\sigma^*(\xi_m)]$;
 $L_m[\sigma^*(\xi_m), t_m, \tau] = E_m[\sigma^*(\xi_m), \tau] \left\{ \frac{\partial f_c[\sigma^*(\xi_m)]}{\partial \tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} \right] + f_c[\sigma^*(\xi_m)] C(t_m, \tau) \right\}$.
 Естественно, что наследственная функция $L_m[\sigma^*(\xi_m), t_m, \tau]$ и модуль деформаций $E_m[\sigma^*(\xi_m), \tau]$ определены, если в рассматриваемом отрезке времени известны напряжения, а значит и функция нелинейности. Очевидно, что (2) в таком виде является линейным интегральным

уравнением относительно $\sigma(t_k)$, и его решение может быть представлено с помощью резольвентной функции $R_H[\sigma^*(\xi_k), t_k, \tau]$ и $E_H[\sigma^*(\xi_k), \tau]$

$$\sigma^*(t_k) = E_H[\sigma^*(\xi_k), t_k] \left\{ \varepsilon^*(t_k) - \int_{t_1}^{t_k} \varepsilon^*(\tau) R_H[\sigma^*(\xi_k), t_k, \tau] d\tau \right\}. \quad (3)$$

Далее, продолжая вычислительный процесс, можно заменить в выражениях (2) и (3) значение $\sigma^*(\xi_k)$ на найденное значение $\sigma^*(t_k)$ и найти следующее приближение величины напряжения в моменты времени t_k .

Представим зависимости между деформациями и напряжениями в матричной форме. Для этого разобьем рассматриваемый отрезок времени на n промежутков в предположении, что известно приближенное значение напряжений в начале и конце каждого из этих промежутков.

$$(\varepsilon^*) = [L^*](\sigma^*), \quad (4)$$

где

$$(\varepsilon^*) = \begin{Bmatrix} \varepsilon^*(t_1) \\ \varepsilon^*(t_2) \\ \vdots \\ \varepsilon^*(t_k) \\ \vdots \\ \varepsilon^*(t_n) \end{Bmatrix}; \quad [L^*] = \begin{bmatrix} \Delta_{00}^H & & & & \\ \Delta_{10}^H & \Delta_{11}^H & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \Delta_{k0}^H & \Delta_{k1}^H & \dots & \Delta_{kk}^H & \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \\ \Delta_{n0}^H & \Delta_{n1}^H & \dots & \Delta_{nn}^H & \end{bmatrix}; \quad (\sigma^*) = \begin{Bmatrix} \sigma^*(t_1) \\ \sigma^*(t_2) \\ \vdots \\ \sigma^*(t_k) \\ \vdots \\ \sigma^*(t_n) \end{Bmatrix}; \quad (5)$$

$$\Delta_{10}^H = f_{\xi}[\sigma^*(t_1)] \left[\frac{1}{E(t_1)} - \frac{1}{E(\xi)_{t_1}^k} \right] + f_{\sigma}[\sigma^*(t_1)] [C(t_1, t_1) - C(t_1, \xi)_{t_1}^k];$$

$$\Delta_{kk}^H = f_{\xi}[\sigma^*(t_k)] \frac{1}{E(\xi)_{t_k}^k} + f_{\sigma}[\sigma^*(t_k)] C(t_k, \xi)_{t_k}^{k-k}; \quad (6)$$

$$\Delta_{1k}^H = f_{\xi}[\sigma^*(t_k)] \left[\frac{1}{E(\xi)_{t_k}^{k-1}} - \frac{1}{E(\xi)_{t_k}^{k-k}} \right] + f_{\sigma}[\sigma^*(t_k)] [C(t_k, \xi)_{t_k}^{k-k} - C(t_k, \xi)_{t_k}^{k-k-1}];$$

$$l=1, 2, \dots, n; \quad k=1, 2, \dots, n; \quad \xi_k \approx 0.5(t_{k-1} + t_k).$$

Зависимость между напряжениями и деформациями (обратную зависимость) можно записать в матричной форме, используя (4)+(6).

$$(\sigma^*) = [R^*](\varepsilon^*), \quad (7)$$

$$[R^*] = \begin{bmatrix} \eta_{00} & & & & \\ \eta_{10} & \eta_{11} & & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & & \\ \eta_{n0} & \eta_{n1} & \dots & \eta_{nn} & \end{bmatrix}. \quad (8)$$

Матрица $[R_n^*] = [L_n^*]^{-1}$ может называться резольвентной только условно, так как она зависит от закона изменения напряжений в течение рассматриваемого периода времени. Построить эту матрицу можно путем постепенного наращивания, с использованием процесса итераций на каждом шаге времени. При построении матрицы $[R_n^*]$ в качестве первого приближения следует принимать напряжения, полученные с помощью линейной теории ползучести. Процесс построения матрицы трудоемок и требует хранения в памяти ЭВМ достаточно большого количества данных. Однако предложенная матричная зависимость позволяет, на основе обычно применяемых характеристик деформативности, решать задачи нелинейной теории ползучести в перемещениях.

Предложенные зависимости (4) и (7) могут применяться для расчета статически неопределимых конструкций методом сил и методом перемещений.

Если задача решается в напряжениях, то благодаря треугольной форме матрицы $[L_n^*]$, при разыскании значения $\sigma(t_k)$, величины напряжений в предыдущие моменты времени $\sigma^*(t_1), \dots, \sigma^*(t_{k-1})$ известны. Соответствующая строка матрицы является нелинейным уравнением относительно напряжения $\sigma^*(t_k)$

$$\Delta_{kk}^n \sigma^*(t_k) = \varepsilon^n(t_k) - \sum_{i=0}^{k-1} \Delta_{ki}^n \sigma^*(t_i). \quad (9)$$

Последнее слагаемое учитывает историю изменения НДС в промежутке времени $t_i + t_{k-1}$. Если задача решается в перемещениях, то для определения деформаций $\varepsilon^n(t_k)$ в момент времени t_k можно воспользоваться уравнением, подобным уравнению (9)

$$\eta_{kk}^n \varepsilon^n(t_k) = \sigma^n(t_k) - \sum_{i=0}^{k-1} \eta_{ki}^n \varepsilon^n(t_i). \quad (10)$$

Другое дело, что определить элементы матрицы $[R_n^*]$ удается лишь путем последовательных приближений, с использованием матрицы $[L_n^*]$ и формулы (8), поскольку элементы η_{ki}^n , формирующие последнее слагаемое, оказываются зависящими от напряжений $\sigma(t_k)$. Поэтому, чтобы сформировать уравнение (10), необходимо хранить не только деформации и напряжения в предыдущие моменты времени, но и наращивать матрицу $[R_n^*]$. С этой точки зрения решение задач НТП методом сил предпочтительней.

При рассмотрении неоднородного тела, на каждом шаге во времени приходится решать системы нелинейных уравнений типа (9) или (10).

Особенности применения предложенных зависимостей проанализированы на примере определения усилий в стержневой раме, выз-

важных изменением температуры среды.

Применительно к МКЭ зависимость (3) удобно представить в виде

$$\sigma^*(\epsilon^*) = E_n[\sigma^*(t), \epsilon^*] \left\{ 1 - \int_0^t R_n^*[\sigma^*(t), t, \tau] d\tau \right\} \epsilon^*(\epsilon^*), \quad (11)$$

где $R_n^*[\sigma^*(t), t, \tau]$ - резольвента ядра интегрального уравнения (2). С учетом (11) и применяемого в линейной теории ползучести допущении о постоянстве во времени и равенстве коэффициентов поперечных деформаций μ в упругой стадии и стадии ползучести, физические зависимости плоской задачи для изотропного и однородного тела в МКЭ записываются так (для конечного элемента e)

$$(\sigma^*)^* = (1 - \tilde{R}_n^*) [D] (\epsilon^*)^*, \quad (12)$$

$[D]$ -матрица преобразования вектора деформаций $(\epsilon^*)^*$ в вектор напряжений $(\sigma^*)^*$ другой задачи при $t = \tau_1$; $(1 - \tilde{R}_n^*)$ - приведенный резольвентный интегральный оператор :

$$(1 - \tilde{R}_n^*) = E_n[\sigma^*(t), \epsilon^*] / E(\tau_1) \left\{ 1 - \int_0^t R_n^*[\sigma^*(t), t, \tau] d\tau \right\}. \quad (13)$$

С учетом того, что $(\epsilon^*)^* = [B] (U^*)^*$

$$(\sigma^*)^* = (1 - \tilde{R}_n^*) [D] [B] (U^*)^*, \quad (14)$$

где $[B]$ - градиентная матрица, $(U^*)^*$ - вектор узловых перемещений.

Матрица жесткости конечного элемента (МККЭ), обладающего нелинейной ползучестью, определяется соотношением

$$[K^*]^* = (1 - \tilde{R}_n^*) [K]^*. \quad (15)$$

В отличие от линейной задачи теории ползучести, МККЭ, обладающего нелинейной ползучестью, зависит не только от упругих и длительных характеристик деформативности, но и от напряжений, действующих в этом конечном элементе. Поэтому даже при рассмотрении НДС однородного и изотропного тела, упрощение задачи получить нельзя и приходится решать систему нелинейных интегральных уравнений.

Матричное представление деформаций ползучести (4), (7) позволяет свести задачу к итерационному решению систем алгебраических уравнений и построить МККЭ любой формы по определенному алгоритму. В этом случае зависимость между векторами перемещений $(U^*)^*$ и узловых сил $(P)^*$ имеет вид

$$[K^*]^* (U^*)^* = (P)^*.$$

Матрица жесткости $[K^*]^*$, учитывающая кратковременные деформации и

нелинейную ползучесть материала КЭ, - точная, нижняя, треугольная. Ее порядок зависит от порядка матрицы $[K]^*$

$$[K^*]^* = [R_n^*][K]^*, \quad (16)$$

$$[K^*]^* = \begin{bmatrix} \bar{\eta}_{00}[K]^* & & & & \\ \bar{\eta}_{10}[K]^* & \bar{\eta}_{11}[K]^* & & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \bar{\eta}_{\zeta 0}[K]^* & \bar{\eta}_{\zeta 1}[K]^* & \dots \bar{\eta}_{\zeta r}[K]^* & & \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \\ \bar{\eta}_{n0}[K]^* & \bar{\eta}_{n1}[K]^* & \dots \bar{\eta}_{n\zeta}[K]^* & \dots \bar{\eta}_{nn}[K]^* \end{bmatrix}, \quad (17)$$

где $[R_n^*]$ - приведенная резольвентная матрица;

$$\bar{\eta}_{\zeta k} = \eta_{\zeta k} E^{-1} t_{\zeta} / E_0, \quad \text{при } \zeta=0, 1, \dots, n; \quad k=0, 1, \dots, n.$$

Матрица $[K]^*$ является матрицей жесткости упругой задачи и относится к моменту t_{ζ} начала приложения нагрузки или введения вынужденных смещений узлов. Блоки $\bar{\eta}_{\zeta k}[K]^*$ блочной матрицы $[K^*]^*$ относятся к моментам времени t_{ζ} и учитывают влияние нелинейной ползучести. Поскольку во всех приведенных рассуждениях присутствует матрица жесткости абстрактного конечного элемента упругой задачи, то приведенный алгоритм построения матрицы $[K^*]^*$ является общим, не зависящим от характера напряженного состояния.

Уравнения равновесия, учитывающие реакции в дополнительных связях, наложенных на узлы и внешние узловые силы, а также условие неразрывности перемещений позволяют построить общую систему уравнений

$$[K^*](U^*) = (P). \quad (18)$$

Порядок глобальной матрицы жесткости $[K^*]$ плоской задачи нелинейной теории ползучести - $2m \times 2m$, где m - количество узлов, включая узлы с наложенными связями; n - количество промежутков в рассматриваемом периоде времени $t_1 - t_n$. Векторы (P) и (U^*) состоят из $2m$ величин узловых сил и искомых перемещений узлов в соответствующие моменты времени.

С учетом в (18) соответствующих кинематических граничных условий получается скорректированная общая система уравнений

$$[G^*](Z^*) = (P). \quad (19)$$

Решение системы (19) позволяет для моментов времени t_1, t_2, \dots, t_n определить перемещения узлов (Z^*) , либо реакции в наложенных связях.

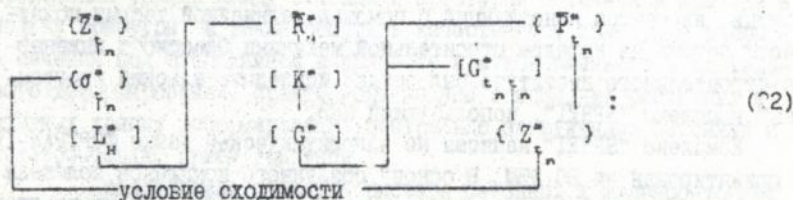
Порядок системы (19) будет в n -раз больше, чем при расчете на кратковременное действие нагрузки. Но так как в соответствии с (19) матрица $[G^*]$ также блочная, нижняя, треугольная, то решение системы уравнений (19) может быть выполнено ит рационально в рекуррентной форме. На каждой итерации необходимо последовательно решить n -систем уравнений, аналогичных системе уравнений упругой задачи

$$[G_{t_n}^*](Z_{t_n}^*) = (P_{t_n}^*) - (P_{t_n}^*), \quad (20)$$

где $(P_{t_n}^*)$ - дополнительный вектор узловых сил, учитывающий влияние деформаций ползучести, накопленных в предыдущие моменты времени

$$(P_{t_n}^*) = \sum_{i=0}^{n-1} [G_{t_i}^*](Z_{t_i}^*). \quad (21)$$

Схему итерационного алгоритма решения системы уравнений (19) можно представить так,



$(Z_{t_n}^*)$ - является решением первого приближения.

Алгоритм решения (20), (24) приводит к необходимости хранения в памяти ЭВМ векторов $(Z_{t_i}^*)$, содержащих перемещения узлов в предыдущие моменты времени t_i ($i=0, 1, \dots, n-1$). Все остальные векторы и матрицы могут вычисляться на каждой итерации заново, либо, при соответствующих возможностях ЭВМ, храниться в памяти.

Изложенное позволяет построить алгоритм расчета конструкций при нагрузках, и вызывающих разрушения. При действии нагрузок, близких к разрушающим, необходимо привлечение п лнх диаграмм, учитывающих нисходящую ветвь деформирования. Для опи лнх диаграмм использованы аналитические зависимости, полученные Н.И.Карпенко, Т.А.Мухамедиевым, А.Н.Петровым, М.А.Сапожниковым.

В процессе длительного деформирования полные относительные деформации сжатого бетона $\epsilon^*(t_n)$ складываются из двух составляющих: кратковременной трансформированной $\epsilon_{tr}^*(t_n)$ деформации и деформации ползучести $\epsilon^*(t_n, t_0)$. Зная результаты решения уравнения (20), определяется $\epsilon^*(t_n)$, $\epsilon^*(t_n, t_0)$ и записывается

$$\varepsilon_{k_p}^T(t_n) = \varepsilon^*(t_n) - \varepsilon^*(t_n, t_0). \quad (23)$$

Определив для данного времени t_n параметры вершины $\hat{\varepsilon}_b(t_n)$, $\hat{\varepsilon}_b(t_n)$ корректируется (трансформируется) эталонная диаграмма, и определяется $v_b(t_n)$.

В случае, когда $(P_n) \neq (P_{n-1})$, записывается

$$(P_n) = (P_{n-1}) \pm (\Delta P_{n1}) \pm (\Delta P_{n2}) \pm \dots \pm (\Delta P_{nk}). \quad (24)$$

Первоначально, в раз уточняется значение $v_b^{*p}(t_n)$ задачи кратковременного деформирования, при этом количество ступеней нагрузки n определяется сходимостью вычислительного процесса. Потом, имея $v_b^{*p}(t_n)$ в качестве первого приближения, находится $v_b(t_n)$. Другими словами, чередуется последовательность решений системы уравнений (19), сначала при мгновенно-ступенчатом изменении нагрузки в момент времени t_n , затем для фиксированной внешней нагрузки с учетом деформаций, накопленных в предыдущие моменты времени.

С целью изучения развития во времени НДС железобетонных и бетонных элементов конструкций с помощью нелинейной теории ползучести бетона на кафедре строительной механики Одесского инженерно-строительного института был создан исследовательский программный комплекс "SPREI", использующий МКЭ.

Комплекс "SPREI" написан на алгоритмическом языке ФОРТРАН-IV и ориентирован на ЕС-ЭЕМ. В основу созданного комплекса положены фрагменты программ и алгоритмы разных авторов. Он состоит из трех самостоятельных частей, связанных между собой посредством передачи информации через магнитный диск.

Программа "OPTGRI" предназначена для автоматического генерирования и оптимизации конечно-элементной сетки для произвольной двумерной области. Результатом работы программы "INVARK" являются все необходимые для упругого расчета матрицы.

Программа "ANALIZ", основная научно-исследовательская часть комплекса, предназначена для определения НДС бетонных и железобетонных конструкций, находящихся в плоском напряженном или плоском деформированном состоянии, с учетом кратковременного и длительного действия нагрузки.

При помощи программного комплекса "SPREI" произведен расчет НДС коротких железобетонных стержней при различных уровнях кратковременных и длительнодействующих сжимающих нагрузок. Полученные данные сравнивались с экспериментальными данными других авторов.

Большинство расчетов производилось применительно к бетонным и железобетонным призмам размерами 10x10x40 см. из опытов В.Ф.Мазура.

В них рассматривалась пространственная комбинированная система "стальной оголовник - железобетонная призма", частным случаем которой является бетонная призма.

Проверить сопоставимость пространственной и плоской расчетных схем позволили вычисления, выполненные для призм в упругой постановке промышленным программным комплексом "PARSEK" и комплексом "SPREI". Окончательно выбрана плоская расчетная схема, соответствующая случаю плоской деформации.

Расчет бетонных и железобетонных призм на длительное действие нагрузки состоял из 2-х этапов. На первом этапе для времени t_0 решается задача кратковременного нагружения - нагрузка прикладывается ступенями до достижения величины длительно действующей, принятой для этой серии призм. После этого для фиксированной нагрузки решается задача длительного деформирования. При этом ЧДС призмы определяется для 7-8 моментов времени.

Анализируя данные можно сделать вывод о существенном перераспределении усилий между бетоном и арматурой с течением времени в пользу арматуры, а также отметить качественное изменение эпюры σ в сечении под оголовником в процессе кратковременного и длительного деформирования, практически полное совпадение расчетных и опытных кривых деформирования центрально нагруженных бетонных и железобетонных призм (рисунок 1).

Предлагаемая методика расчета бетонных и железобетонных стержней позволила получить близкую к экспериментальной картину деформаций во всех сечениях рассчитываемых элементов, места возможного появления и развития трещин и оценить несущую способность стержней.

С целью проверки методики расчета железобетонных конструкций на кратковременные нагрузки, использованной в "SPREI", был выполнен расчет модели стеновой панели под действием вертикальной, кратковременно действующей нагрузки / опыта ВИСИ /. Полученные в результате всех расчетов предельная нагрузка, нагрузка трещинообразования, зона появления первых трещин, а также предполагаемый характер разрушения, полностью согласуются с опытом (таблица 1). Это подтверждает правильность методики расчета железобетонных конструкций на кратковременное нагружение, предложенной в диссертационной работе и реализованной в программном комплексе.

Рис. I

Результаты расчетов бетонных призм на длительное действие нагрузки: из опытов В.Ф.Мазура: а) сравнение опытных и расчетных значений полных продольных относительных деформаций центрально сжатых призм; б) развитие эпюры напряжений σ_y в среднем сечении внецентрен сжатых призм.

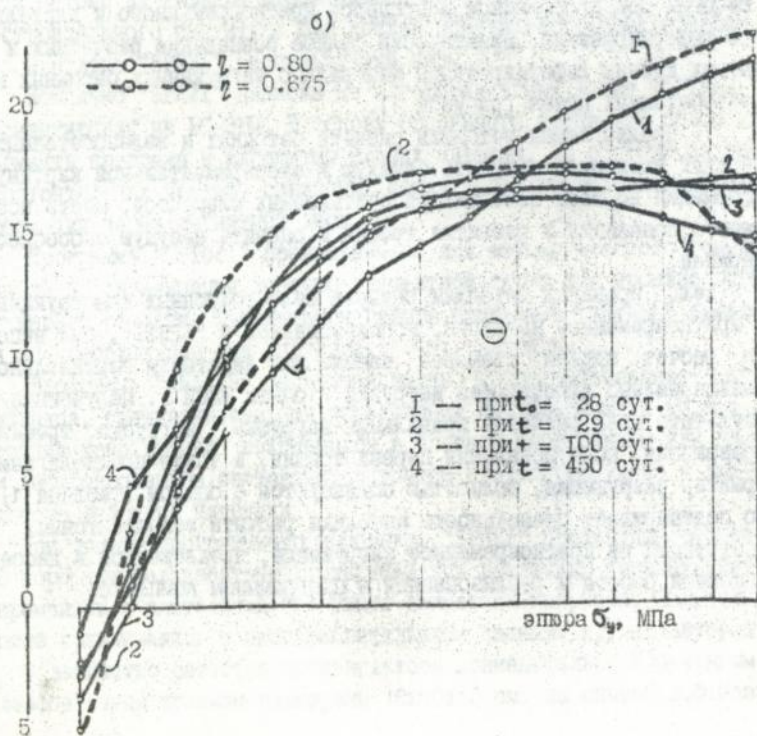
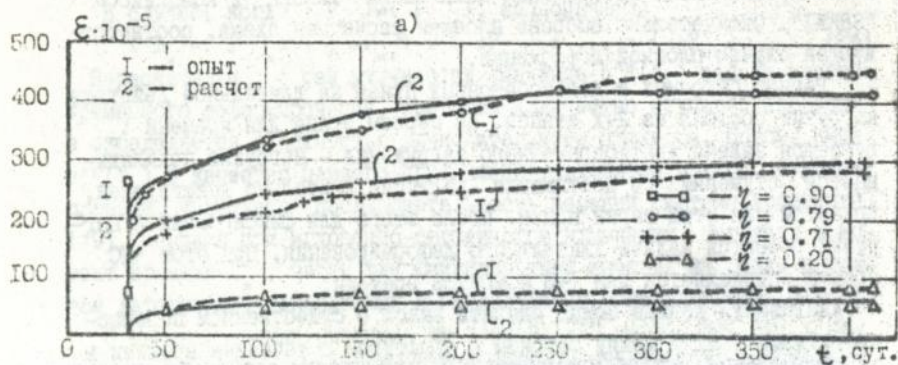


Таблица 1.

Сравнение основных результатов расчета стеновой панели комплексом "SPREI" с сытными данными ВИСИ.

N образца	Нагрузка третинообразования			Предельная нагрузка	
	R_T (МПа)			$R_{пр}$ (МПа)	
	Опыт /ВИСИ/	Расчет/ВИСИ/	SPREI	Опыт /ВИСИ/	SPREI
1	145	90.6	120	480	480
2	155			530	

ОСНОВНЫЕ ВЫВОДЫ

1. При решении плоской задачи в перемещениях и использовании допущения о постоянстве во времени коэффициента пог. речной деформации МКЭ, учитывающая нелинейную ползучесть материала, определяется с помощью приведенного резольвентного интегрального оператора (13, 15), применяемого к МКЭ упругой задачи. Таким образом расчет конструкций, выполненных из неоднородных материалов, обладающих нелинейной ползучестью, в МКЭ сводится к решению систем нелинейных интегральных уравнений, записанных относительно перемещений узлов.

2. Матричное представление деформаций ползучести позволяет свести решение плоской задачи к решению систем нелинейных алгебраических уравнений и сформулировать следующее общее правило построения МКЭ. Матрица жесткости оказывается блочной, нижней, треугольной. Блоки, являющиеся МК упругой задачи, умножаются на соответствующие элементы приведенной резольвентной матрицы. Порядок матрицы жесткости учитывающей ползучесть, увеличивается по сравнению с упругой задачей в n раз (n -количество промежутков в рассматриваемом периоде времени). Естественно, что и порядок общей системы уравнений возрастает в n раз, что резко усложняет задачу.

3. Разработан алгоритм, позволяющий свести определение узловых перемещений к последовательным решениям n систем уравнений, имеющих тот же порядок, что и в случае упругой задачи, но содержащих дополнительный вектор узловых сил, учитывающий влияние деформаций ползучести, накопленных в предыдущие моменты времени. Указанный алгоритм, в сочетании с известным методом переменных параметров, позволяет получить приближенное решение уравнений МКЭ.

4. Разделение полных деформаций бетона на нелинейные кратко-

временные, нелинейные быстросплеткающие и длительные деформации ползучести позволяет, при определении элементов матрицы характеристик деформативности, учесть полную диаграмму, включая нисходящую ветвь, влияние разгрузки и градиента деформаций. Использование полных диаграмм деформирования материалов, в том числе арматурной стали, учет эффекта трещинообразования путем изменения координат расчетной схемы дает возможность исследовать не только НДС, но и несущую способность элементов строительных конструкций.

5. Предложенные в диссертации зависимости и методики реализованы в научно-исследовательском программном комплексе, позволяющем выполнить расчеты плоских строительных конструкций на кратковременное и длительное действие нагрузки с учетом реальных свойств материалов.

6. Определено НДС в сечениях коротких бетонных и железобетонных стержней, нагруженных кратковременной и длительно действующей, центрально и внецентренно сжимающей нагрузкой. Сравнение расчетных и опытных данных позволяет сделать вывод о достаточной точности разработанной методики, учитывающей полные диаграммы деформирования материалов. На основе анализа полученных решений для центрально сжатых стержней выявлено существенное перераспределение напряжений в бетоне по сечениям, находящихся вблизи мест приложения нагрузки. Развитие эпюры напряжений в этих сечениях в многом позволяет объяснить характер разрушения этих стержней, наблюдаемый в опытах. В железобетонных стержнях прослежено перераспределение усилий между бетоном и арматурой по сечениям. Для внецентренно сжатых стержней, с высоким уровнем нагрузки, расчет определяет место и картину разрушения.

7. Полученные при расчете стеновой панели на действие кратковременной нагрузки результаты (предельная нагрузка, нагрузка трещинообразования, зона появления первых трещин и предполагаемый характер разрушения) полностью согласуются с опытными данными. Основные положения диссертации опубликованы в следующих работах:

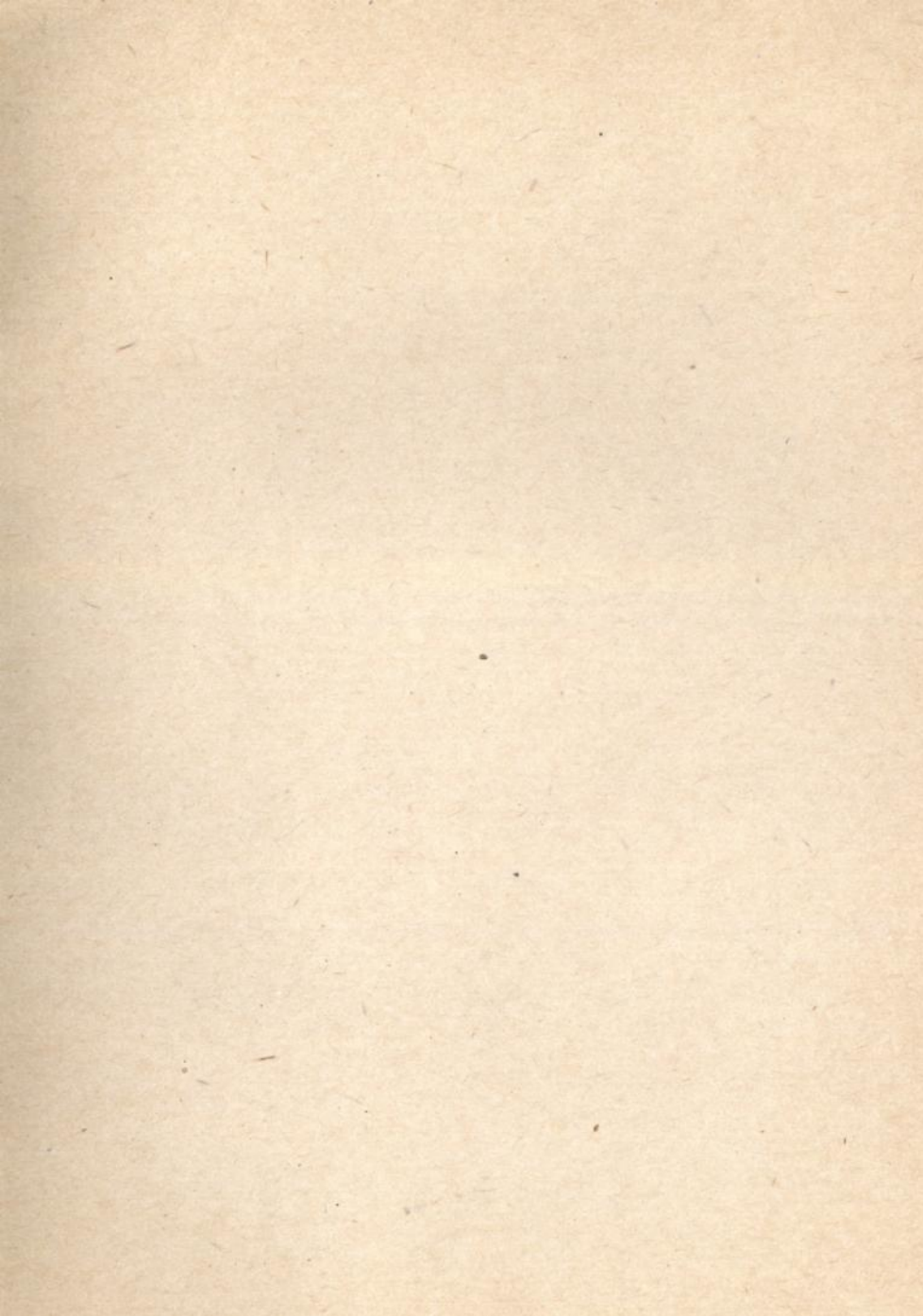
1. Балдук П.Г., Прякопович И. Е., Яременко А.Ф. Применение метода конечных элементов к решению задач линейной и нелинейной теории ползучести. -Тезисы докладов I Всесоюзного симпозиума "Ползучесть в конструкциях". -Днепропетровск, 1982, -с.10-11.

2. Балдук П.Г., Яременко А.Ф. Представление зависимостей "деформация-напряжение" и "напряжение-деформация" в нелинейной теории ползучести. -Тезисы докладов II Всесоюзной конференции

"Ползучесть в конструкциях". -Новосибирск, 1984. -с.105.

3. Балдук П.Г. Расчет сжатых железобетонных стержней методом конечных элементов с учетом нелинейной ползучести бетона. -В сб.науч.тр.ОИСИ. -Киев.:УМК ВО, 1989. -с.81-34.

4. Прокопович И.Е., Яременко А.Ф., Балдук П.Г. О построении зависимостей между напряжениями и деформациями нелинейной теории ползучести .. Изв.вузов. Строительство и архитектура. -Новосибирск, 1985, N 6, -с.25-29.



AB 28.071