

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

на правах рукописи

ВОРОБЬЕВ ВАСИЛИЙ МАКСИМОВИЧ



МНОГОВОЛНОВАЯ ДИНАМИКА НЕРАВНОВЕСНЫХ РАСПРЕДЕЛЕННЫХ

ПЛАЗМЕННЫХ СИСТЕМ

01.04.08 – физика и химия плазмы

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени  
доктора физико-математических наук

Харьков – 1993

11828.127

Работа выполнена в Харьковском государственном университете.

Научный консультант: доктор физико-математических наук,  
профессор Кондратенко Анатолий Николаевич

Официальные оппоненты: доктор физико-математических наук,  
профессор  
Моисеев Семен Самойлович  
(ИКИ РАН, г. Москва)  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
Репалов Николай Семенович  
(УНЦ "Харьковский физико-технический институт", г. Харьков)  
доктор физико-математических наук,  
профессор  
Якименко Иван Петрович  
(ИТФ АН Украины, г. Киев)

Ведущая организация: Институт Радиофизики и электроники  
АН Украины, г. Харьков

Защита состоится " 5 - *мае* 1993 г. в 17<sup>00</sup> час. на  
заседании специализированного совета Д 053.06.01 при Харьковском  
государственном университете по адресу: 310108, г. Харьков,  
пр. Курчатова, 31, ауд. 301.

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной  
библиотеке ХГУ.

Автореферат разослан " 4 - *октябрь* 1993 г.

Ученый секретарь  
специализированного совета  
доктор физ.- мат. наук

Азаренков Н. А.

ЛНБ України ім. В. Стефаника



00802693 (S)

Общая характеристика работы.

Актуальность проблемы. Изучение волновых и турбулентных движений плазмы представляет не только общезначимый интерес, но также необходимо для практического решения различных проблем управляемого термоядерного синтеза, плазменной электроники (например, создание мощных плазменных генераторов и ускорителей заряженных частиц), плазменной технологии (например, напыление плазменных покрытий) и т.д.

Исследование данной проблемы, обычно, начинают с изучения способов возбуждения в плазменных системах интенсивных колебаний. Одним из наиболее предпочтительным среди них является инжекция в плазму пучков заряженных частиц (ПЗЧ). Вопросы возбуждения и усиления колебаний в плазме ПЗЧ, как известно, составляют предмет исследований плазменной электроники, одного из направлений физики плазмы, созданного в работах А.И. Ахиезера, Я.Б. Файнберга, А.А. Рухадзе, А.Н. Кондратенко и др.

В неравновесных плазменных системах происходит, как правило, возбуждение широкого спектра неустойчивых колебаний, при этом, обычно невелики их амплитуды, начиная с которых в значительной мере проявляются нелинейные свойства плазмы. Поэтому, одним из актуальных вопросов динамики рассматриваемых систем является изучение взаимодействий возбуждаемых волн. Их эволюция протекает сложным образом и зависит от большого количества параметров и величин, характеризующих плазменную среду (например, от размеров области неустойчивости в пространстве волновых векторов, степени надкритичности системы, нелинейных механизмов ограничения неустойчивости). Следует отметить, что экспериментальное изучение волновых процессов в плазменных средах требует довольно значительных материальных и финансовых затрат.

Поэтому прежде чем переходить к экспериментам, полезно теоретически исследовать поставленную задачу с целью выяснения физических механизмов, картины динамики процессов и оценки возможных эффектов в рассматриваемой системе. К сказанному выше можно добавить также то, что в настоящее время существуют теоретические методы описания волновых движений в нелинейных средах с единой точки зрения. Это означает, что с помощью теоретической модели для изучаемой плазменной системы можно

подобрать аналоги в более простых и проще экспериментально реализуемых физических системах, например, гидродинамических, оптических и т.д.

В качестве такого метода В.Е.Захаровым и Е.А.Кузнецовым (ЖЭТФ.1971.Т.60.С.1714) был использован аппарат гамильтоновской техники, в рамках которого оказывается возможным достаточно просто получить для нормальных переменных универсальное эволюционное уравнение, описывающее динамику консервативных сред. В нем вся информация о линейных и нелинейных волновых свойствах системы содержится в спектральной зависимости частот собственных мод и матричных элементов взаимодействий.

Применение гамильтоновского формализма к описанию динамики неравновесных консервативных сред впервые было осуществлено А.М.Игнатовым (ЖЭТФ.1984.Т.87.С.1652), которому удалось построить диагональный квадратичный гамильтониан и получить укороченные уравнения, описывающие взаимодействие волн в активной среде с одним типом мод.

Оказывается возможным применить аппарат гамильтоновского формализма для описания неравновесных распределенных систем с несколькими типами собственных мод, в условиях, когда на линейной стадии неустойчивости возбуждается широкий спектр собственных мод. В этом случае процедура непосредственной диагонализации квадратичного гамильтониана представляет собой достаточно сложную проблему. Более простым и естественным, на наш взгляд, оказывается путь диагонализации исходных уравнений для физических переменных. Причем, данный способ оказывается плодотворным и для описания негамильтоновых, т.е. существенно неконсервативных (диссипативных) сред. В рамках данного метода достаточно просто и эффективно можно исследовать такие вопросы волновой динамики, как взаимодействие нарастающих колебаний, эффективные нелинейные механизмы ограничения неустойчивостей, физические следствия эволюции неравновесных систем (например, образование пространственных структур) и т.д.

С помощью аппарата гамильтоновского формализма наиболее просто удастся решить задачу описания турбулентности, одной из самых актуальных проблем в физике плазмы. Диаграммная техника, сформулированная для гамильтоновских уравнений движения, является в настоящее время наиболее корректным и последовательным способом описания сильной гидродинамической и волновой турбулентности

Целью диссертационной работы является изучение волновых процессов в неравновесных распределенных плазменных системах:

- исследование особенности взаимодействия нарастающих колебаний и вопросов управления динамикой спектра параметрических и пучково-плазменных неустойчивостей с помощью изменения начальных условий и параметров системы;

- изучение процессов формирования и эволюции пространственных структур и механизмов ограничения неустойчивостей в нелинейных слабонадпороговых средах;

- исследование влияния внешнего аддитивного и мультипликативного шума на дисперсионные характеристики и динамику спектра колебаний неравновесных систем.

- создание методов описания турбулентности в гидродинамических и волновых нелинейных средах с целью получения количественных характеристик различных турбулентных процессов;

Научная новизна. В диссертации развита нелинейная теория неравновесных плазменных систем гидродинамического типа:

Предложен метод описания таких систем, являющийся обобщением аппарата гамильтоновского формализма. Этот метод дает возможность получить, выбором подходящих нормальных переменных, эволюционное уравнение, в рамках которого рассматриваемому классу физических систем можно придать параметрическую интерпретацию. Это позволяет:

- выделить основные нелинейные механизмы ограничения неустойчивости таких сред, как двухпоточковые гидродинамического типа, системы с наличием неоднородности и неравновесности параметров;

- аналитически и численно исследовать формирование и динамику спектра реактивной и диссипативной гидродинамической пучково-плазменной неустойчивости, как на начальной, так на нелинейной стадии;

- изучить влияние внешнего аддитивного и мультипликативного шума на дисперсионные характеристики и нелинейную динамику данных систем.

Построена теория, описывающая процесс образования и эволюции вынужденных диссипативных пространственных структур (ВДПС) в слабонадпороговых нелинейных средах. Показано, что данный процесс протекает в два этапа: на начальной стадии происходит фазовая синхронизация неустойчивых мод и образуется крупномасштабная ВДПС, которая далее, после насыщения неустойчивости, подвергается либо

гексагональной, либо ромбической модуляции.

Предложены метод и аппарат диаграммной техники для описания турбулентности в нелинейных средах. В рамках такого подхода оказывается возможным провести последовательное исследование динамики гидродинамической и волновой турбулентности, вопросов взаимодействия регулярного сигнала с турбулентностью, получить количественные характеристики рассматриваемых процессов, такие, как турбулентная вязкость, нелинейные инкременты неустойчивости и т. д.

Построена теория, в рамках которой проведено исследование динамики турбулентности в нелинейных средах, находящихся под воздействием внешней случайной силы с заданными статистическими свойствами. Получено уравнение для парных корреляторов, которое может служить аналогом уравнения Дайсона в диаграммной технике Келдыша-Уайльда. Его решение позволяет найти, например, выражение для турбулентной вязкости и стационарного значения спектра энергии турбулентности в рассматриваемых системах.

Достоверность результатов диссертации :

1. Полученные при выполнении диссертационной работы результаты исследований находятся в соответствии с общими положениями современной теоретической физики.

2. Новые результаты, в соответствующих предельных случаях, переходят в ранее известные и имеют подтверждение в ряде экспериментальных работ по изучению взаимодействий ПЗ с плазмой.

Научная и практическая значимость работы.

Построенная в диссертации теория описания динамики широкого спектра колебаний в неравновесных двухпоточковых гидродинамических системах дает принципиальную возможность управления пучково-плазменными неустойчивостями на начальной стадии, определения эффективности нагрева плазмы мощными потоками электронов и ионов, исследования нелинейных механизмов ограничения неустойчивостей.

Развитая в диссертационной работе теория формирования и эволюции вынужденных диссипативных пространственных структур в слабонадпороговых нелинейных средах, способна описать динамику данного процесса в различных физических системах.

В работе предложены моментный способ описания турбулентности и аппарат диаграммной техники, позволяющие получить количественные характеристики различных процессов с участием гидродинамической и волновой турбулентности.

Апробация работы. Основные результаты диссертационной работы

докладывались на Международных конференциях по физике плазмы (США Питтсбург, 1985 ), ( Киев, 1987, 1989, 1992 ), III и IV Международных рабочих группах по нелинейным и турбулентным явлениям в физике ( Киев, 1987, 1989 ), Всесоюзных конференциях ( Львов, 1981, 1990 ), ( Ленинград, 1983 ), ( Ташкент, 1985 ), ( Алма-Ата, 1986 ), Всесоюзных семинарах по параметрической турбулентности ( Москва, ФИ РАН ), семинарах ИКИ РАН, ИТФ АН Украины, ИЯФ СО РАН, ХФТИ АН Украины, Харьковского госуниверситета, а также частично вошли в монографию А.Н.Кондратенко и В.М.Куклина "Основы плазменной электроники".

Публикации. Основное содержание диссертации опубликовано в 25 печатных работах.

Структура и объем диссертации. Диссертация состоит из введения, пяти глав основного текста, заключения и списка цитируемой литературы. Общий объем диссертации составляет 185 страниц, в том числе 47 рисунков.

Основные результаты, выносимые на защиту.

1. Взаимодействие возбуждаемых в неравновесных системах колебаний начинается на начальной стадии неустойчивости, когда каждое колебание, взятое отдельно от других, растет практически с линейным инкрементом. Это обстоятельство приводит, при прочих равных условиях, либо к ограничению роста, либо к полному подавлению неустойчивости волны с меньшим инкрементом, также дает принципиальную возможность управления спектром, например, пучково - плазменных систем, уже на начальной стадии неустойчивости, когда амплитуды нарастающих волн невелики, с помощью довольно слабой предварительной модуляции пучка ( мощность модуляции составляет порядка 5 - 15 % от мощности возбуждаемых в системе колебаний ). Исследование эффективности взаимодействия неустойчивых колебаний ( в зависимости от значений параметров, характеризующих среду ) и степени воздействия на систему различных типов модуляции пучка: скоростной, плотностной и смешанной.

2. Воздействие внешней низкочастотной ( сравнимой с линейным инкрементом ) модуляции внешнего электрического поля приводит к задержке развития пучково - плазменной неустойчивости, причем, в зависимости от того ускоряет или замедляет поле ( в среднем по времени ) частицы пучка, изменяется и характер неустойчивости на нелинейной стадии. Исследование динамики пучковой неустойчивости в холодной магнитоактивной плазме в условиях выполнения для частиц пучка черенковского и циклотронных резонансов. В такой системе

взаимодействие неустойчивых колебаний происходит более эффективно в слабом внешнем магнитном поле и приводит к подавлению волны, развивающейся в условиях аномального эффекта Доплера, в случае либо предварительно не модулированного, либо слабо модулированного на этой частоте пучка

3. Способ выбора нормальных переменных, с использованием аппарата гамильтоновского формализма, в котором неравновесность учитывается в качестве внешнего воздействия на систему и не включается в квадратичный гамильтониан. Этот способ позволяет получить динамическое уравнение для нормальных переменных, в рамках которого большому классу неравновесных физических систем можно дать параметрическую интерпретацию и, используя результаты, так называемой, S-теории ( В.Е.Захаров, В.С.Львов // УФН. 1974. Т. 114. С. 609 ), последовательно выделить основные нелинейные механизмы ограничения неустойчивости, например, для двухпоточковых систем гидродинамического типа.

4. Динамика одномерной диссипативной пучково - плазменной неустойчивости ( реализующейся в системе холодный замагниченный пучок - столкновительная плазма ), в которой, при отсутствии предварительной модуляции пучка, взаимодействие нарастающих мод приводит к непрерывному спектру, где доминирует мода, обладающая максимальным инкрементом. Возможность получения спектра колебаний с заданными свойствами, путем воздействия на систему изменением ее параметров и предварительной модуляции пучка. Исследование эффективности генерации высших гармоник для нарастающих мод в рассматриваемой системе, при условии, когда равновесная плотность плазмы меняется во времени.

5. Теория, позволяющая выделить основные физические механизмы формирования и описать процесс эволюции вынужденных диссипативных пространственных структур (ВЛПС) в неравновесных слабонадпороговых системах, с учетом качественной перестройки ВЛПС на различных этапах неустойчивости ( образование крупномасштабной ВЛПС на начальной стадии неустойчивости, затем, после насыщения последней гексагональная и ромбическая модуляция ).

6. Количественные характеристики процесса динамики ВЛПС в таких системах, как: жидкий диэлектрик в электрическом поле ( образование на поверхности жидкости гексагонального рельефа ); активная среда с обратной инверсией ( образование сверхкоротких лазерных импульсов ).

7. Исследование влияния внешнего мультипликативного шума ( флуктуации равновесного значения плотности одной из сред ) на дисперсионные характеристики и динамику спектра неустойчивости, развивающейся в двухпоточковых системах гидродинамического типа. Показано, что наличие такого шума приводит к параметрической связи собственных мод среды и, следовательно, к появлению в системе стохастической неустойчивости ( неустойчивости параметрического типа со случайной накачкой ), которая имеет универсальный характер и приводит к дополнительной раскачке, по отношению к основной неустойчивости, преимущественно крупномасштабных возмущений.

8. Теория, основанная на моментном способе описания, и аппарат диаграммной техники для исследования динамики волновой и гидродинамической турбулентности в нелинейных средах, позволяющие получить решение для момента амплитуды поля в виде бесконечного ряда, состоящего из функций Грина и начальных амплитуд моментов с порядковым номером выше данного. При этом, оказывается возможным представить турбулентную вязкость и нелинейные ( турбулентные ) инкременты ( декременты ) неустойчивости различных процессов в виде временного ряда Тейлора.

9. Количественные характеристики ( турбулентная вязкость, нелинейные инкременты ( декременты ) неустойчивости и т.д. ) динамики изотропной гидродинамической ( волновой ) турбулентности и процесса взаимодействия регулярного образования с изначально гауссовской рассматриваемой турбулентностью. Возможность усиления слабого регулярного сигнала развитой турбулентностью в волновых и гидродинамических системах.

10. Теория, описывающая динамику турбулентности в нелинейных средах, находящихся под воздействием аддитивного шума ( внешней случайной силы с заданными статистическими свойствами. Линейное интегральное уравнение для парных корреляторов ( моментов второго порядка ) гидродинамической турбулентности, которое может служить аналогом уравнения Дайсона в диаграммной технике Келдыша- Уайльда и его решение.

II. Количественные характеристики стационарной турбулентности ( турбулентная вязкость и стационарное распределение спектральной плотности энергии турбулентности ) в одномерной ( турбулентность Бюргерса ) и двумерной гидродинамических средах, рассчитанные для различных спектральных зависимостей амплитуды коррелятора внешней случайной гауссовской силы.

Содержание диссертации. Во Введении обоснована актуальность исследований, их новизна, научная и практическая значимость, сформулированы основные результаты диссертационной работы.

В первой главе диссертации рассмотрены основные механизмы формирования спектра неустойчивых мод в некоторых нелинейных неравновесных системах (распадных и пучково-плазменных).

В разделе I.1 изучено взаимодействие неустойчивых мод, на примере системы распадного типа. Из всего широкого спектра колебаний, возбуждающихся в результате распадной неустойчивости монохроматической волны накачки выделено два канала неустойчивости, для которых получена система связанных уравнений. Ее исследование показывает, что в зависимости от характера неустойчивости (взрывная или обычная распадная), отношения линейных инкрементов каналов распада, значений начальных амплитуд и фаз нарастающих колебаний, в рассматриваемых системах возможны режимы, характеризующиеся подавлением (ускорением), одного или другого канала. Причем это явление наблюдается уже на начальной стадии, когда развитие каждого канала неустойчивости, отдельно от другого, происходит практически с линейным инкрементом. Необходимо отметить, что в случае, если энергии каналов неустойчивости имеют разные знаки (т.е. в системе одновременно развиваются обычная распадная и взрывная неустойчивости), возможна реализация режимов с особенностями, присущими одной и другой неустойчивости. Иными словами, в рассматриваемой системе имеет место "навязывание", в зависимости от значений начальных амплитуд, либо взрывной, либо обычной распадной неустойчивости.

В разделе I.2 рассмотрены вопросы управления пучковой неустойчивостью в плазменной системе с двумя собственными модами. Такая ситуация имеет место в плазменном волноводе, где независимо могут распространяться объемная ленгмювская и поверхностная волн (см., например, Кондратенко А.Н. Плазменные волноводы, М.: Атомиздат, 1976). Показано, что даже в случае, когда частота и, следовательно, линейный инкремент одной из волн (поверхностной) меньше частоты и инкремента второй (ленгмювской), довольно слабой предварительной модуляцией пучка на частоте первой волны (мощность модуляции составляет порядка 5 - 15% от мощности возбуждаемых колебаний) можно существенно подавить неустойчивость второй волны, имеющей больший инкремент. Исследована эффективность воздействия на данную систему различных типов модуляции пучка:

плотностной, скоростной и смешанной. Найдены значения основных параметров системы, таких, как, отношение инкрементов неустойчивости и начальных амплитуд волн, для которых происходит подавление неустойчивости одной либо другой волны. Отметим, что, как и ранее, подавление неустойчивости волн происходит на начальной стадии, когда развитие каждой из волн, в отдельности, с хорошей степенью точности, описывается линейной теорией.

В разделе I.3 исследовано взаимодействие двух резонансно и нерезонансно возбуждающихся при пучково-плазменной неустойчивости волн. В этой ситуации даже очень сильной модуляцией пучка на частоте нерезонансной волны невозможно подавить неустойчивость резонансной моды. Типичной здесь является следующая картина: нерезонансная волна, при сильной предварительной модуляции, растет и достигает захватных амплитуд, что приводит к задержке роста резонансной волны. Затем происходит уменьшение амплитуды первой волны, перебунчировка пучка на более мелкие сгустки резонансной модой и захват его последней. Аналогичная ситуация наблюдается, когда в данной системе возбуждаются резонансные и нерезонансные колебания разной природы, что, например, имеет место в неоднородных плазменных волноводах, где существуют достаточно жесткие условия возбуждения пучком ленгмюровских колебаний (Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Основы плазменной электроники. М.: Энергоатомиздат, 1988). Это связано с тем, что резонансная неустойчивость является энергетически более выгодной, так как здесь пучок тормозится до более низких скоростей и на нелинейной стадии неустойчивости, когда нерезонансная волна уже не может отбирать энергию у пучка, последний способен еще отдавать энергию резонансной волне. В процессе отбора энергии ее амплитуда возрастает настолько, что оказывается в состоянии перестроить пучок.

В разделе I.4 изучено влияние регулярно модулированного внешнего электрического поля на развитие пучково-плазменной неустойчивости. Показано, что низкочастотная (сравнимая с линейным инкрементом) модуляция внешнего поля довольно эффективно воздействует на развитие неустойчивости, приводя к уменьшению ее эффективного инкремента, и, следовательно, к задержке роста волны. В зависимости от того ускоряет или замедляет внешнее поле (в среднем по времени) частицы пучка, изменяется и характер неустойчивости на нелинейной стадии. Исследовано, также развитие пучковой неустойчивости в холодной магнитоактивной плазме в

условиях выполнения для частиц пучка черенковского и циклотронных резонансов. Показано, что взаимодействие неустойчивых колебаний в рассматриваемой системе происходит наиболее эффективно в слабых магнитных полях. Оно приводит к подавлению волны, развивающейся в условиях циклотронного резонанса (аномальный эффект Доплера), в случае, либо предварительно не модулированного, либо слабо модулированного на этой частоте пучка, причем, как и ранее, на начальной стадии неустойчивости второй волны, возбуждающейся в условиях черенковского резонанса.

Во второй главе диссертационной работы исследована динамика и нелинейные механизмы формирования широкого спектра неустойчивых мод двухпоточковых систем гидродинамического типа.

В разделе 2.1 с использованием аппарата гамильтоновского формализма получено динамическое уравнение для нормальных переменных и найдены матричные элементы (коэффициенты нелинейных, трех и четырехволновых, взаимодействий) для рассматриваемой системы. Предложено два способа перехода от "естественных" физических к нормальным переменным. В одном из них, в качестве последних выбраны нормированные амплитуды собственных мод среды, что позволяет получить динамическое уравнение в виде, формально аналогичном стандартному, но с комплексными частотами собственных мод и матричными элементами. Второй способ предполагает учитывать неравновесность в качестве внешнего воздействия на систему и не включать ее в квадратичный гамильтониан. В такой ситуации довольно широкому классу неравновесных физических систем можно придать параметрическую интерпретацию и создать для них, так называемую S-теорию (В.Е.Захаров, В.С.Львов // УФН. 1974.Т.114.С.609). В ее рамках оказывается возможным получить замкнутую систему уравнений для собственных мод и выделить нелинейные (резонансные) механизмы, выражающиеся через полную фазу участвующих в неустойчивости мод - фазу канала неустойчивости. Они играют основную роль в ограничении роста колебаний на нелинейной стадии неустойчивости в данных системах.

В разделе 2.2 исследована нелинейная динамика спектра неустойчивости в одномерной диссипативной пучково - плазменной системе, которая может быть реализована в замагниченном волноводе, содержащем столкновительную плазму. Численным моделированием этого процесса найдено, что в отсутствие предварительной модуляции пучка взаимодействие нарастающих мод приводит к спектру, в котором

доминирующую роль играет мода с максимальным инкрементом и ее высшие гармоники. Неустойчивость здесь, в зависимости от уровня диссипации, носит, как одномодовый, так и многомодовый характер. Достаточно сильной модуляцией пучка на частоте, высшие гармоники которой не совпадают с резонансной, удается подавить развитие моды с максимальным инкрементом. Отличительной чертой данной неустойчивости является существенное влияние высших гармоник на динамику спектра, что имеет место для всех рассмотренных значений частоты столкновений. Аналитически исследован процесс генерации второй гармоники для основной моды с максимальным линейным инкрементом. Получены инкремент генерации гармоник и нелинейный эффективный инкремент неустойчивости последней. Следует отметить, что генерация высшей гармоники происходит особенно интенсивно, если ее частота кратна резонансной.

В разделе 2.3 рассмотрен один из нелинейных механизмов ограничения неустойчивости, который реализуется в двухпоточковых системах гидродинамического типа (реактивная неустойчивость) – генерация высших гармоник для основной моды с максимальным инкрементом неустойчивости, с последующим их распадом на две линейно устойчивые плазменные моды. С использованием метода, предложенного в разделе 2.1, получена система уравнений для амплитуд собственных мод системы, участвующих в данном процессе и выражения для матричных элементов нелинейных взаимодействий. Ее решение методом "стационарной" фазы (см., например, В.Е. Захаров, В.С. Львов, С.С. Старобинец // УФН. 1974. Т. II4. С.609) позволяет получить инкремент генерации, распадающей неустойчивости плазменных волн, причем последний имеет вид

$$\gamma_{\vec{k}_1, \vec{k}_2} = \Gamma_0 \left[ \frac{(\vec{k}_1 \vec{k}_2)}{k_{1,2}^2} + \frac{(\vec{k}_0 \vec{k}_{2,1}) \vec{k}_{1,2}^2}{4 k_0^2 k_{2,1}^2} \right], \Gamma_0 = \frac{u_{2\vec{k}_0}}{2\sqrt{2}} \frac{\Omega_{02}}{n_{01}} \left( \frac{n_{01}}{2n_{02}} \right)^{1/3},$$

где:  $\vec{k}_{0,1,2}$  – волновые вектора основной и плазменных мод,  $n_{01,02}$  – равновесное значение плотностей сред,  $\Omega_{02}$  – плазменная частота среды с большей плотностью,  $u_{2\vec{k}_0}$  – амплитуда второй гармоники для основной моды.

В разделе 2.4 исследована эволюция спектра диссипативной пучковой неустойчивости в плазме, равновесная плотность которой меняется со временем. Данная задача может иметь место, в рамках некоторых ограничений, при изучении вопросов транспортировки ПЗЧ в

космических плазменных образованиях. Показано, что при убывающей со временем плотности плазмы происходит возбуждение и формирование широкого спектра колебаний, имеющего резкий максимум для мод, чьи частоты совпадают с локальной плазменной. В случае нарастающей со временем плотности плазмы спектр колебаний менее широкий. Он имеет характерные максимумы для мод, чьи частоты совпадают не только с локальной плазменной, но и с высшими для последней гармониками, генерация которых идет в данном случае более интенсивно. Если пучок предварительно промодулирован, то динамика неустойчивости, в основном, определяется взаимодействием выделенных модуляцией мод и тех, которые имеют наибольший локальный эффективный инкремент. Неустойчивость, в этом случае, имеет "скачкообразный" характер, что связано с возбуждением практически только выделенных модуляцией мод, происходящих наиболее интенсивно в моменты времени, когда локальная плазменная частота становится кратной частоте модуляции.

В третьей главе рассмотрены вопросы формирования и эволюции вынужденных диссипативных пространственных структур, которые могут иметь место в неравновесных системах.

В разделе 3.1 в рамках модельного уравнения ( нелинейного уравнения Шредингера с комплексными коэффициентами ) исследован механизм образования и процесс эволюции вынужденной диссипативной пространственной структуры ( ВДПС ), возникающей при развитии в этой системе модуляционной неустойчивости монохроматической волны накачки. Показано, что здесь, в случае слабой надпороговости, реализуется эффект фазовой синхронизации неустойчивых колебаний ( установление в системе постоянных значений для фаз каналов неустойчивости ). Это в свою очередь приводит к формированию пространственной структуры поля. Примечательно, что данное явление ( синхронизация фаз и образование структуры поля ) происходит еще на линейной стадии неустойчивости, когда справедливо приближение постоянной амплитуды ( и фазы ) волны накачки. Отметим, что сформировавшаяся структура, которая является вынужденной, так как нуждается в постоянном подводе извне энергии, способна сохранять свои свойства ( амплитуду, форму и пространственный размер, который определяется эффективной шириной возбуждаемого на линейной стадии неустойчивости спектра ) в интервале времени, много большем характерного времени неустойчивости.

В разделе 3.2 описан процесс эволюции ВДПС в нелинейной диссипативной среде с нераспадным спектром, который протекает по

следующему сценарию:

- на линейной стадии модуляционной неустойчивости, имеющей место в данной системе образуется крупномасштабная (с размерами порядка  $|\Delta \vec{k}_c|^{-4}$ , где  $|\Delta \vec{k}_c|$  - ширина области неустойчивости в пространстве волновых векторов) пространственная структура;

- на нелинейной стадии происходит насыщение неустойчивости за счет "резонансных" механизмов, которые позволяют выделить S-теория;

- после нарушения фазового синхронизма спутников и накачки эволюция структуры, в значительной степени, определяется слагаемыми, описывающими "вырожденные" (по накачке) трехволновые процессы. Они приводят, при слабой надпороговости системы, когда  $|\Delta \vec{k}_c| \ll |\vec{k}_0|$ , ( $|\vec{k}_0|$  - волновое число моды максимальным инкрементом), к гексагональной модуляции образовавшейся ВЛПС. Проведено численное моделирование этого процесса, что позволило получить типичные формы крупномасштабной ВЛПС и дать картину образования гексагональных ячеек на ее поверхности.

В разделе 3.3 рассмотрен процесс эволюции ВЛПС в реальной физической системе: жидком диэлектрике, находящемся в вертикальном электрическом поле (см., например, Шлюмис М.И. // УФН, 1974. Т. 112, С. 437). Использование в данной задаче предложенного в разделе 2.1. способа перехода к нормальным переменным позволяет описать процесс образования ВЛПС стандартным эволюционным уравнением с накачкой в роли которой выступает внешнее электрическое поле (Львов В.С. Нелинейные сплюснутые волны. М.: Наука, 1987). Проведено с использованием методов S-теории его аналитическое и численное исследование, найдены количественные характеристики крупномасштабной ВЛПС (амплитуда, пространственные размеры) и дана качественная картина образования гексагонального рельефа на поверхности диэлектрика. Показано, что этот процесс начинается в области, где амплитуда крупномасштабной ВЛПС максимальна и имеет квазистационарный характер.

В разделе 3.4 изучена пространственно-временная динамика возмущений в активной среде с обратной инверсией. Показано, что в условиях слабой надпороговости возможен эффект синхронизации фаз неустойчивых мод и образование при этом пространственной структуры - узких волновых пакетов - импульсов электромагнитного поля. (Ланда П.С. Автоколебания в распределенных системах. М.: Наука, 1983). Это явление, имеет ту же природу, что и описанное в

разделе 3.1 и связано с характером развития неустойчивости в условиях слабой надпороговости системы. Численным моделированием полученной системы уравнений исследована эволюция одномерного пакета - импульса ( характерное время формирования, влияние параметров системы на его амплитуду и пространственные размеры, процессы формирования стационарной фазы канала неустойчивости ).

В главе 4 предложен метод описания и исследована динамика гидродинамической и волновой турбулентности в нелинейных средах. Получены количественные характеристики различных турбулентных процессов.

В разделе 4.1 дано изложение моментного метода применительно к описанию гидродинамической турбулентности в рамках двумерного уравнения Навье-Стокса. Данный метод позволяет, путем усреднения по ансамблю реализаций случайной функции тока получить, а затем решить бесконечную зацепляющуюся систему уравнений Кармана - Ховарта для моментов амплитуд собственных мод среды ( Монин А.С., Яглом М.М. Статистическая гидродинамика. Ч.2., М: Наука, 1967 ). Это решение для момента с произвольным номером представляет собой бесконечный ряд, состоящий из функций Грина и начальных амплитуд моментов с порядковым номером выше данного. Для исследования свойств данного ряда предложен аппарат диаграммной техники, использование которого позволяет существенно упростить вычисления количественных характеристик турбулентности, например, турбулентной вязкости. Для последней, в ряде случаев, оказывается достаточно удобным, представление в виде временного ряда Тейлора, коэффициенты которого можно выразить через матричные элементы трехволновых нелинейных взаимодействий и начальные значения амплитуд моментов. Дана физическая интерпретация эффекта отрицательной турбулентной вязкости.

В разделе 4.2 полученные выше результаты применены для исследования процесса взаимодействия регулярного образования и однородной изначально гауссовской одномерной ( двумерной ) гидродинамической турбулентности, в среде, описываемой уравнениями Бюргера и Навье-Стокса. В пренебрежении собственной нелинейностью регулярного образования получено выражение для турбулентной вязкости в виде временного ряда Тейлора. Первое слагаемое в нем, линейно пропорциональное по времени, аналогично полученному ранее ( Moiseev S.S., Toor A.V., Yanovsky V.V. // Physica D. 1984. V. 2. P. 187 ). Исследование данного выражения позволяет найти область

в пространстве волновых векторов, где возможно усиление слабого регулярного сигнала турбулентностью. Следует отметить, что наиболее существенный вклад в коэффициент усиления вносят спектральные участки турбулентности с волновыми векторами, близкими к основному (несущему) волновому вектору регулярного образования. Вследствие того, что коэффициенты ряда Тейлора имеют разные знаки, можно сделать вывод о том, что динамика рассматриваемого процесса носит осцилляторный характер.

В разделе 4.3 моментный способ, представленный выше, использован для описания волновой турбулентности в рамках уравнения Захарова (Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1974. Т. 17. С. 431) для нелинейной консервативной среды с нераспадным спектром. Показано, что здесь можно выделить три группы моментов амплитуд собственных мод и получить для них, соответственно, три блока линейных, бесконечных интегро-дифференциальных уравнений. Это дает возможность представить решение задачи об эволюции волновой турбулентности в виде бесконечного ряда, аналогичного описанному ранее, в разделе 4.1. Исследование данного решения, позволяет сделать вывод о том, что в рассматриваемой среде процессы, связанные с появлением в системе неустойчивости и перекачки энергии по спектру возможны только при выполнении условий распада по частотам и волновым векторам собственных мод системы. Получено выражение для нелинейного турбулентного инкремента (декремента) неустойчивости в виде временного ряда Тейлора. Разработан аппарат диаграммной техники, позволяющий существенно упростить анализ коэффициентов данного ряда и провести, в некоторых случаях, его суммирование.

В разделе 4.4 исследовано взаимодействие волнового пакета и изначально гауссовской волновой турбулентности в рассмотренной выше среде. Показано, что данному процессу можно придать интерпретацию параметрической неустойчивости, в которой начальное значение амплитуды аномального коррелятора играет роль накачки. При этом аналогичная величина для нормального коррелятора дает нелинейный сдвиг к частотам собственных мод системы. Найдена область в пространстве волновых векторов, где возможно усиление волнового пакета турбулентностью. В рассматриваемой ситуации, при пренебрежении собственной нелинейностью пакета, ряд Тейлора для инкремента усиления удается просуммировать и получить, что его максимальное значение имеет вид

$$\gamma_{\vec{k}} = \sqrt{|\Gamma_{\vec{k}}|^2 + \Omega_{\vec{k}}^2}$$

где:  $\Gamma_{\vec{k}} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{x} G_{\vec{x}} W(\vec{k}, \vec{x}, -\vec{x}, -\vec{k})$  - накачка,  $\Omega_{\vec{k}} = \int_{-\infty}^{+\infty} d\vec{x} n_{\vec{x}} W(\vec{k}, \vec{k}, \vec{x}, \vec{x})$  - нелинейный сдвиг частоты,  $G_{\vec{x}}; n_{\vec{x}}$  - соответственно, начальные амплитуды аномального и нормального корреляторов.

В главе 5 рассмотрены влияние внешнего мультипликативного и аддитивного шума на дисперсионные характеристики, формирование спектра колебаний неравновесных плазменных систем и динамика образующейся в результате этого воздействия турбулентности.

В разделе 5.1 исследована линейная динамика двухпоточковых систем гидродинамического типа в условиях, когда плотность одной из сред имеет флуктуирующую во времени добавку. Использование аппарата гамильтоновского формализма, предложенного в разделе 2.1 позволяет получить систему динамических уравнений для нормальных переменных ( амплитуда собственных мод ), в которой, вследствие наличия шума, существует параметрическая связь мод между собой. Это обстоятельство приводит к появлению в рассматриваемой системе стохастической неустойчивости. Усреднение полученных уравнений, проведенное с применением формулы Фурупу - Новикова ( Кляшкин В.И. Статистическое описание динамических систем с флуктуирующими параметрами. М.: Наука, 1975 ), показало, что первые моменты амплитуд собственных мод системы устойчивы, а все вторые - неустойчивы. Последнее обстоятельство позволяет сделать вывод об универсальном характере рассматриваемой неустойчивости. Найдена спектральная зависимость инкрементов вторых моментов и проведено численное моделирование динамики неустойчивости, при которой происходит раскачка преимущественно длинноволновых возмущений.

В разделе 5.2 рассмотрены вопросы взаимодействия нарастающих колебаний при развитии пучковой неустойчивости в плазме с конечным уровнем шума. Воздействие данного внешнего шума, который в рассматриваемой системе, является аддитивным, приводит к довольно существенной задержке роста неустойчивых колебаний, причем данный эффект имеет место на начальной стадии неустойчивости, носит универсальный характер, справедлив для реактивной, диссипативной гидродинамической и пучковой неустойчивости в условиях выполнения для частиц пучка циклотронных резонансов. Заметное уменьшение эффективного линейного инкремента существенно улучшает управление

данными неустойчивостями с помощью предварительной модуляции пучка, так как, в этих условиях роль регулярной модуляции на частоте усиливаемого сигнала может стать определяющей. Проведенное численное моделирование динамики упомянутых выше неустойчивостей позволяет получить их количественные характеристики и найти область значений параметров системы (начальные значения амплитуд мод, их инкременты, интенсивность и спектральные свойства шума), где управление неустойчивостью происходит наиболее эффективно.

В разделе 5.3, на основе метода, предложенного в главе 4, построена теория, позволяющая описать динамику турбулентности в нелинейных средах, находящихся под воздействием случайной силы, которая имеет смысл внешнего аддитивного шума с заданными статистическими свойствами. Получена бесконечная система зацепляющихся уравнений для амплитуд нормальных мод, усреднение которой, с использованием формулы Фуруцу - Новикова, приводит к уравнению для парных корреляторов, аналогичному уравнению Дайсона в диаграммной технике Келдыша - Уайльда. Его решение можно представить в виде бесконечного ряда, состоящего из функций Грина и степеней коррелятора внешней случайной силы. В качестве примера рассмотрена динамика турбулентности в одномерной и двумерной гидродинамических средах и получены количественные характеристики (турбулентная вязкость; стационарное, т.е. реализующееся при  $t \rightarrow \infty$ , значение спектральной плотности энергии турбулентности), рассчитанные для различных спектральных распределений амплитуды коррелятора внешней случайной силы.

В заключении перечислены основные результаты диссертационной работы:

1. При возбуждении в неравновесной системе нескольких колебаний, их взаимодействие начинается на начальной стадии неустойчивости, когда каждое колебание, взятое отдельно от других, растет практически с линейным инкрементом. Это взаимодействие колебаний определяется двумя факторами: отношением их линейных инкрементов и начальных амплитуд. При равных начальных амплитудах подавляется волна с меньшим инкрементом. Если ее амплитуда существенно превосходит амплитуду волны с большим инкрементом (отношение амплитуд зависит от отношения инкрементов), то в этом случае возможны режимы, характеризующиеся подавлением (или задержкой) неустойчивости первой или второй волны.

2. Воздействие внешнего регулярно модулированного (на

на развитие пучковой неустойчивости приводит к уменьшению, на начальной стадии, ее эффективного инкремента, а также ( в зависимости от того, ускоряет или замедляет внешнее поле, в среднем по времени, частицы пучка ) к изменению характера неустойчивости на нелинейной стадии. При этом роль фазовой, и амплитудной модуляции по влиянию на динамику роста колебаний практически одинакова.

3. Предложен способ выбора нормальных переменных, в котором неравновесность считается внешним воздействием на систему и, следовательно, не включается в квадратичный гамильтониан. Этот способ позволяет получить стандартное динамическое уравнение с накачкой. В его рамках большому классу неравновесных физических систем ( плазменных, оптических, гидродинамических и т.д. ) можно дать интерпретацию параметрической неустойчивости и, используя результаты, так называемой, S - теории, выделить основные нелинейные механизмы ограничения неустойчивостей и исследовать динамику широкого спектра нарастающих мод.

4. Численное моделирование динамики одномерной диссипативной пучково-плазменной неустойчивости дает сложную картину эволюции широкого спектра нарастающих мод, где доминирующую роль играет мода с максимальным инкрементом. Тем не менее, предварительной модуляцией пучка на частоте, высшие гармоники которой не совпадают с резонансной, удается подавить развитие моды с максимальным инкрементом и получить спектр колебаний с заданными свойствами. Следует отметить, что отличительной чертой данной неустойчивости является существенное влияние высших гармоник на динамику ее спектра, причем этот эффект имеет место для всех рассмотренных значений частоты столкновений. Изучено влияние неравновесности параметров плазмы, например, изменение во времени равновесного значения ее плотности, на динамику спектра диссипативной пучковой неустойчивости.

5. Аналитически исследована эффективность одного из нелинейных механизмов ограничения реактивной двухпоточковой неустойчивости - возбуждения второй гармоники для моды с максимальным инкрементом и последующего распада первой на две линейно устойчивые плазменные моды. С использованием метода "стационарной" фазы получены выражения для инкрементов генерации второй гармоники, распадающей неустойчивости плазменных мод и нелинейного эффективного инкремента неустойчивости основной моды.

6. Рассмотрены механизмы формирования и нелинейная динамика вынужденных диссипативных пространственных структур (ВЛПС) в неравновесных слаборазрывных системах. Показано, что причиной образования структуры является фазовая синхронизация неустойчивых мод (установление стационарного значения для, так называемой фазы канала неустойчивости), происходящая на начальной стадии неустойчивости.

7. Исследован процесс формирования и эволюции ВЛПС в нелинейных средах с нераспадным спектром при развитии здесь модуляционной неустойчивости. Показано, что в условиях слабой надпороговости данный процесс протекает в два этапа: на начальной стадии образуется крупномасштабная ВЛПС, которая, после насыщения неустойчивости, за счет "резонансных" механизмов, подвергается качественной перестройке (гексагональной, ромбической модуляции). Получены количественные характеристики рассматриваемого процесса, который реализуется в жидком диэлектрике под воздействием электрического поля (образование на поверхности жидкости гексагонального рельефа), в активной среде с обратной инверсией (образование сверхкоротких импульсов - пакетов электромагнитного поля).

8. Предложены моментный способ и аппарат диаграммной техники для описания турбулентности в нелинейных средах. В рамках этого подхода оказывается возможным получить решение для момента амплитуды поля с произвольным номером в виде бесконечного ряда, коэффициенты которого содержат функции Грина и начальные значения амплитуд моментов с порядковым номером выше данного. Найдены количественные характеристики (турбулентная вязкость, нелинейные инкременты (декременты) неустойчивости и т.д.) различных волновых процессов с участием турбулентности. Рассмотрена динамика взаимодействия регулярного образования (волнового пакета) и однородной, изотропной, изначально гауссовской гидродинамической (волновой) турбулентности. Получен эффект усиления слабого сигнала развитой турбулентностью, найдены характеристики и дана физическая интерпретация этого процесса.

9. Исследовано влияние внешнего шума, как мультипликативного, так и аддитивного, на дисперсионные характеристики и динамику неустойчивых колебаний в неравновесных двухпоточковых системах. Показано, что наличие мультипликативного шума приводит, вследствие образования параметрической связи мод между собой, к появлению

в системе дополнительной стохастической неустойчивости, причем последняя имеет универсальный ( для всех собственных мод системы ) характер. Найдена спектральная зависимость инкремента данной неустойчивости, которая, как показано в работе, наиболее эффективно раскачивает длинноволновые возмущения.

Ю. Построена теория, основанная на моментном способе и аппарате диаграммной техники и позволяющая описать динамику турбулентности в нелинейных средах, находящихся под воздействием внешней случайной силы с заданными статистическими свойствами. В рамках этой теории получено и решено уравнение для парных корреляторов ( моментов второго порядка ), которое может служить аналогом уравнения Лейсона в диаграммной технике Келдыша-Уайльда. Его решение дает возможность найти количественные характеристики стационарной гидродинамической турбулентности ( турбулентную вязкость, стационарное распределение спектральной плотности энергии и т.д.)

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Воробьев В.М., Кондратенко А.Н. Об управлении пучковой неустойчивостью в ограниченных плазменных системах // Укр. физ. журн. 1982. Т.27. С.1523.

2. Воробьев В.М., Кондратенко А.Н. О взаимодействии колебаний при распадной неустойчивости // Физика плазмы. 1986. Т.12. С.756.

3. Воробьев В.М. Кондратенко А.Н. О взаимодействии распадных систем с энергией разных знаков // Там же. 1987. Т.13. С.996.

4. Воробьев В.М., Кондратенко А.Н., Куклин В.М. Влияние регулярного внешнего поля и шума на развитие неустойчивости в пучково-плазменной системе // Радиотехника и электроника. 1986. Т.31. С.767.

5. Воробьев В.М., Кондратенко А.Н., Сидоренко Ю.В. О взаимодействии колебаний в неравновесной магнитоактивной плазме // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1988. Т.31. С.675.

6. Воробьев В.М., Гирка В.А., Кондратенко А.Н. О влиянии плазменных флуктуаций на управление пучковой неустойчивостью // Укр. физ. журн. 1985. Т.30. С.713.

7. Воробьев В.М., Нагучев О.Ю., Кузнецова А.И., Павлик С.И.

Транспортировка декомпенсированного электронного пучка в редкой плазме // Препринт ИКИ АН СССР. 1989. Пр - 1557.

8. Воробьев В.М. О выборе нормальных переменных для неустойчивых консервативных сред // Журнал технической физики. 1992. Т. 62. Вып. 8. С. 172.

9. Воробьев В.М. Взаимодействие мод в двухпоточковых системах гидродинамического типа // Изв. ВУЗов. Физика. 1990. Т. 33. N 12. С. 72.

10. Vorobyev V.M., Kondratenko A.N. Nonlinear Theory of Oscillation Spectra Excitation of Hydrodynamic Beam Instability. Proc. III Int. Conf. of Plasma Physics. Kiev. 1987. Naukova Dumka. Part 3. P. 250.

11. Воробьев В.М., Двинин Ю.Г., Кондратенко А.Н. Формирование спектра колебаний при диссипативной пучковой неустойчивости // Физика плазмы. 1988. Т. 14. С. 1127.

12. Воробьев В.М., Двинин Ю.Г., Кондратенко А.Н. О развитии диссипативной пучковой неустойчивости в плазме с изменяющейся плотностью // Радиотехника и электроника. 1988. Т. 33. С. 2427.

13. Воробьев В.М., Куклин В.М. О механизме возникновения пространственных структур в диссипативных неравновесных средах // Письма в ЖТФ. 1987. Т. 13. Вып. 22. С. 13.

14. Vorobyev V.M., Kuklin V.M. The Hexagonal Modulation of Structures in Parametrically Nonequilibrium Media // Nonl. World. Proc. of the IV Int. Workshop on Nonlin. and Turb. Proc. in Physics. Kiev, 1989, Naukova Dumka, Vol. I. P. 203.

15. Vorobyev V.M., Kuklin V.M., Panchenko I.P., Chernousenko V.M. Mechanism Restricting Growth of Indiced Dissipative Structures in Nonequilibrium Media // Препринт ИТФ АН УССР. 1988. ИТР 88-61Е.

16. Воробьев В.М., Полонская А.И. Модуляционная неустойчивость волн в неравновесных средах, описываемых уравнением Ландау - Гинзбурга // Укр. физ. журн. 1988. Т. 33. С. 1860.

17. Воробьев В.М., Куклин В.М. Возникновение пространственных структур при развитии параметрических неустойчивостей / В сб. Взаимодействие и самовоздействие волн в нелинейных средах. Часть I, Душанбе, 1988, С. 139.

18. Vorobyev V.M., Chernousenko V.M., Kuklin V.M., Panchenko I.P. Space Dissipative Structures // Nonlinear World, Singapore. 1990. V. 2. P. 776

19. Vorobyev V.M., Chernousenko V.M., Kuklin V.M., Panchenko I.P.

Shortwave Packets - Pulses Arising in Active Media // Препринт ИТФ АН УССР. 1988. ИТР 88-59Е.

20. Vorobyev V.M., Chernousenko V.M., Kuklin V.M., Panchenko I.P. On Generations of Dissipative Structures in Parametric Unstable Systems // Nonl. and Turb. Proc. in Phys. Proc. of III Intern. Workshop, Kiev, 1987. V.2. P. 219.

21. Воробьев В.М. Динамика нелинейных консервативных систем под действием случайной накачки // Препринт Запорожского госуниверситета, Новосибирск, Изд. ИЯФ СО АН СССР. 1991. N 91-1.

22. Vorobyev V.M. Moment Description of Wave Turbulence // Contr. Papers of Workshop on Turb. and Nonlin. Proc. in Plasma, Kiev. 1992. P. 132.

23. Vorobyev V.M., Kondratenko A.N. Stream Instability Dynamics in Media of Fluctuating Density // Proc. of IV Intern. Workshop. on Nonlin. and Turb. Proc. in Physics. Kiev Naukova Dumka. 1989. V. I. P. 199.

24. Воробьев В.М., Добровольский Г.А. О динамике гидродинамической турбулентности // Изв. РАН. Физика атмосферы и океана. 1993. Т. 29. N 3. С. 426.

25. Воробьев В.М. О моментном описании волновой турбулентности // ЖЭТФ. 1993. Т. 104. Вып 1(7). С. 2330.

Ответственный за выпуск

Кондратенко А.Н.

Подписано к печати \_\_\_\_\_ . Формат 60х84 1 / 16

уч. изд. л. \_\_\_\_\_ Тираж 100 экз. Заказ № \_\_\_\_\_

-----  
Подразделение оперативной полиграфии Запорожского ЦНТЭИ  
330002, г. Запорожье, пр. Ленина 77.





AB 28.127