КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМ. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

УДК 539.3

ТЕРЕЩЕНКО Василь Миколайович

НЕСТАЦІОНАРНІ ЗАДАЧІ ТЕРМОПРУЖНОСТІ КУСКОВО-ОДНОРІДНИХ ТІЛ

01.02.04 - механіка деформівного твердого тіла

Автореферат

дисертації на здобуття наукового ступеня

кандидата фізико-математичних наук

Київ-1993

Робота виконана в Київському університеті ім. Тараса Шевченка

Науковий керівник кандидат фізико-математичних наук, доцент
ЛАВРЕНЮК В.І.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
ПОДІЛЬЧУК Ю. М.

кандидат фізико-математичних наук, ст.н.с.
САНЧЕНКО В. А.

Провідна установа: Інститут надтвердих матеріалів АН України

Захист відбудеться "20" жовтня 1993 р. о "15 год." на засіданні спеціалізованої вченої ради К 068.18.09 в Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою: 252127, м. Києві, просп. Глушкова, 6, КУ, факультет мех.-мат., ауд. 45.

З дисертацією можна познайомитись у бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка.

Автореферат розісланий 15 вересня 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої вченої ради
кандидат фізико-математичних
наук КОВАЛЬЧУК В.Ф.

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність роботи. Багато елементів і деталей сучасних конструкцій виготовлені із матеріалів неоднорідної та кусково-однорідної структури і в процесі виготовлення і експлуатації працюють в умовах дії значних теплових та силових полів. Так, зокрема, в процесах зварювання металів з різними термомеханічними та теплофізичними властивостями, а також в процесах виготовлення напівпровідникових структур . Тому задачі визначення нестаціонарних теплових полів та термонапруженого стану в кусково-однорідних тілах являються актуальними і практично важливими.

Повний і послідовний розвиток цього напрямку викладений в працях В. В. Болотіна, Я. И. Бурака, Я. М. Григоренка, Є. І. Грголюка, О. М. Гузя, Д. Єгера, Г. Карслоу, А. Д. Коваленка, Г. Б. Колчина, Ю. М. Коляно, І. О. Мотовиловця, А. В. Ликова, В. О. Ломакіна, Ю. М. Неміша, В. Новацького, Г. Паркуса, Ю. М. Подільчука, Я. С. Підстригача, М. П. Саврука, А. Т. Улітко, Л. П. Хорошуна та ін.

Поряд з великою ефективністю існуючих сучасних методів розв'язання задач нестаціонарної теплопровідності та термопружності кусково-однорідних тіл, можливості яких обмежуються формою контурів включень, викликають значне зацікавлення методи, які б дозволяли розв'язувати задачі з довільною формою включень і, тим самим, розширили б клас розв'язуваних задач. Одним із таких методів є метод потенціалу, на основі якого, при астосуванні апарату узагальнених функцій, виводяться граничні інтегральні рівняння. Зведення задачі до граничних інтегральних рівнянь, ядрами яких є функції Гріна, дозволяє на одиницю знизити її розмірність і тим самим, при одних і тих же обчислювальних ресурсах, розглядати більш широкий клас задач. Це є однією з переваг

1-замовлення 398

методу в порівнянні з скінченно-різничними методами та методом скінченних елементів.

Метою дисертаційної роботи є постановка та розробка ефективних методів розв'язання нестаціонарних задач теплопровідності і квазістатичних задач термопружності плоских кусково-однорідних тіл, що включає в себе:

- вивід інтегральних зображень і на їх основі граничних інтегральних рівнянь для температури, вектора переміщень та тензора напружень через потенціали з відомими щільностями по областях та потенціали простого та подвійного шару з невідомими щільностями на границях включень;
- побудову алгоритму чисельної реалізації запропонованої методики та створення на його базі пакету розрахункових програм;
- проведення апробації розробленої методики при розв'язанні конкретних практичних задач.

Наукова новизна. В роботі метод потенціалу застосовується до розв'язання нового класу задач нестаціонарної теплопровідності та термопружності кусково-однорідних тіл, з використанням апарату узагальнених функцій та функцій Гріна. Відомі інтегральні зображення розв'язків нестаціонарних задач теплопровідності поширені на кусково-однорідні тіла з кусково-гладкими контурами довільної форми. Для квазістатичної задачі темопружності кусково-однорідної півплощини, з використанням побудованих в роботі функцій Гріна для відповідної однорідної області, одержані інтегральні зображення компонент вектора переміщень та тензора напружень через термопружні і пружні потенціали по областях D, D_p з відомими щільностями та пружні потенціали простого і подвійного шару з невідомими щільностями на контурах включень. На основі методу граничних елементів розроблений алгоритм та створений пакет програм чисельної реалізації запропонованої методики. Проведено дослідження на основі одержаних розв'язків теплових полів та термонапруженого стану півплощини з прямокутними включеннями.

Вірогідність результатів випливає із фізичного та математичного обгрунтування розглядуваних моделей і апробованих методик, забезпечується узгодженням частинних випадків з відомими в літературі результатами. Всі наукові висновки і результати роботи в межах прийнятих припущень повністю обгрунтовані.

Практична цінність. Результати розглядуваних задач можуть бути використані при розробці нових технологій зварювання металів з різними теплофізичними та термомеханічними властивостями, виготовлення сучасних інструментів з елементами кусково-однорідної структури, а також при дослідженні термомеханічних властивостей напівпровідникових структур.

Апробація роботи. Результати дисертаційної роботи доповідались і обговорювались на наукових семінарах Інституту електрозварювання ім. Є. О. Патона АН України, Інституту надтвердих матеріалів АН України, кафедри суцільних середовищ Київського університету ім Т.Г. Шевченко (м. Київ, 1990-1993).

Публікації. Основні результати дисертації викладені в працях / 1 - 4 /.

Об'єм роботи. Дисертаційна робота складається із вступу, п'яти глав, висновків, списку літератури, викладена на сторінках машинописного тексту, включаючи малюнки. Бібліографія до роботи включає найменувань.

ЗМІСТ ДИСЕРТАЦІЇ

У в с т у п і визначається актуальність розглядуваних в дисертації задач, їх місце в загальній проблемі - дослідження нестаціонарних теплових полів та термонапруженого стану плоских кусково-однорідних тіл методами математичної фізики та теорії пружності, проведено огляд літератури даного напрямку.

В першій главі, на основі теорії потенціалу, відомі інтегральні зображення температури для однорідних тіл поширюються на плоскі кусково-однорідних тіла, у випадку граничних умов першого та другого роду при дії теплових джерел і заданих початкових умовах. Розв'язання задачі зводиться до знаходження розв'язків системи граничних інтегральних рівнянь методом граничних елементів.

Інтегральні зображення для температури у випадку граничних умов першого роду матимуть вигляд:

$$\theta_0(x,t) = -k_0\int_{t_0}^{t}\int_{\Gamma} T_\Gamma(\xi,t')\,\frac{\partial G(x,\xi,t-t')}{\partial n^0(\xi)}\,d\gamma(\xi)\,dt' +$$

$$+ k_0\int_{t_0}^{t}\int_{\Gamma_p}\frac{\partial \theta_0(\xi,t')}{\partial n^0(\xi)}\,G(x,\xi,t-t')\,d\gamma(\xi)\,dt' -$$

$$- k_0\int_{t_0}^{t}\int_{\Gamma_p}\theta_0(\xi,t')\,\frac{\partial G(x,\xi,t-t')}{\partial n^0(\xi)}\,d\gamma(\xi)\,dt' + \frac{k_0}{\lambda_{t_0}}\times \tag{Ia}$$

$$\times\int_{t_0}^{t}\int_{D} W_t(\xi,t')\,G(x,\xi,t-t')\,dS(\xi)\,dt' +$$

$$+ \int\limits_{D} \Psi(\xi) G(x, \xi, t-t_0) \, dS(\xi) - \frac{k_0}{\lambda_{t0}} \int\limits_{t_0}^{t} \int\limits_{D_p} W_t(\xi, t') G(x, \xi, t-t') \times$$

$$\times \, dS(\xi) dt' - \int\limits_{D_p} \Psi(\xi) G(x, \xi, t-t_0) \, dS(\xi)$$

$$\Theta_p(x, t) = k_p \int\limits_{t_0}^{t} \int\limits_{\Gamma_p} \frac{\partial \Theta_p(\xi, t')}{\partial n^p(\xi)} G^*(x, \xi, t-t') \, d\gamma(\xi) dt' -$$

$$- k_p \int\limits_{t_0}^{t} \int\limits_{\Gamma_p} \Theta_p(\xi, t') \frac{\partial G^*(x, \xi, t-t')}{\partial n^p(\xi)} \, d\gamma(\xi) dt' + \qquad (1б)$$

$$+ \frac{k_p}{\lambda_{tp}} \int\limits_{t_0}^{t} \int\limits_{D_p} W_t(\xi, t') G^*(x, \xi, t-t') \, dS(\xi) dt' +$$

$$+ \int\limits_{D_p} \Psi(\xi) G(x, \xi, t-t_0) \, dS(\xi)$$

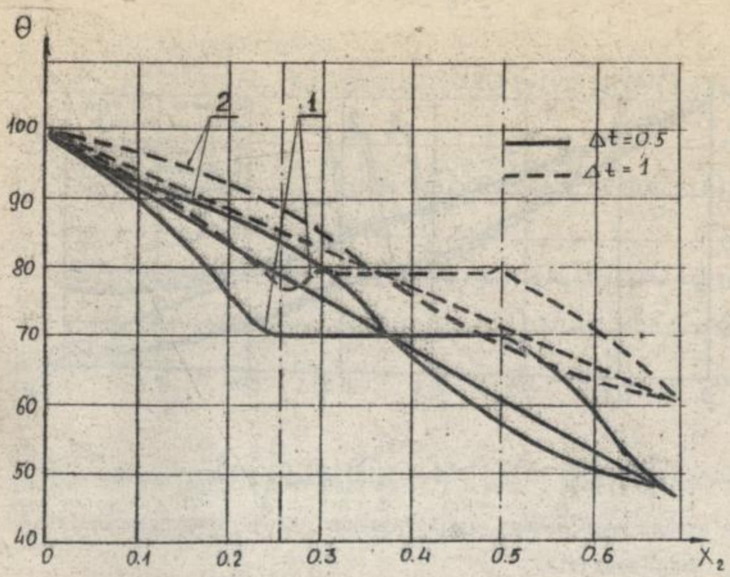
Де $n^o(\xi)$, $n^p(\xi)$-зовнішні нормалі до контурів, які обмежують матрицю D_o ($D_o = D \setminus \cup D_p$, $p=1,\dots,P$) і області включень D_p, відповідно; T_Γ - задана на границі області температура; ψ - початкова температура; W_t - теплове джерело; D - кусково-однорідна область, $D = D_o \cup D_p$, D_o -матриця, D_p- область p - го включення; P - кількість включень; Γ, Γ_p- контури, які обмежують області D і D_p, відповідно; G - функція Гріна нестаціонарної задачі теплопровідності Дирихле для однорідної області D, а G-фундаментальний розв'язок; λ_{10}, k_0, λ_{1p}, k_p - теплопровідність, температуропровідність областей D_0, D_p, відповідно.

Як видно із співвідношень (Іа), (Іб) інтегральні зображення для температури не містять теплові потенціали з невідомими щільностями по областях D і D_p. Вони містять лише інтеграли від відомих функцій та теплові потенціали простого і подвійного шару з невідомими щільностями на контурах Γ_p.

Для визначення невідомих щільностей на контурах включень, на основі співвідношень (Іа), (Іб) будуються граничні інтегральні рівняння та дискретні аналоги їх. В кінці глави запропоновано алгоритм побудови чисельних розв'зків системи рівнянь і на його базі створено пакет програм, який реалізує цей алгоритм і дає можливість досліджувати нестаціонарні теплові поля у випадку граничних умов першого та другого роду в півплощині з включеннями довільної форми, обмеженими кусково-гладкими контурами.

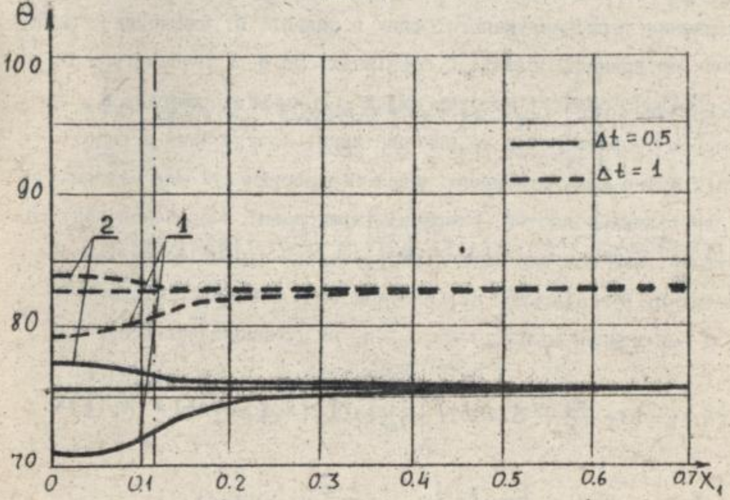
Д р у г а   г л а в а присвячена розв'язанню нестаціонарних задач теплопровідності для півплощини з прямокутними включеннями в залежності від їх кількості, розміщення в матриці, відношень теплофізичних параметрів, часу. На малюнках І,2 подано розподіл температури в півплощині з одним квадратним включенням, у випадку, якщо на границі $x_2=0$ задана постійна температура T_Γ, для відношень теплофізичних параметрів $\lambda_{\ell p}/\lambda_{1p}>1$ (крива І) і $\lambda_{1p}/\lambda_{10}<1$ (крива 2).

Для вірогідності одержаних результатів порівнювались розв'зки одержані за допомогою даної методики з відомими аналітичними розв'язками для півплощини з включенням типу полоси, мал. 3. Аналіз результатів показав, що відносна похибка не перевищує 3%.



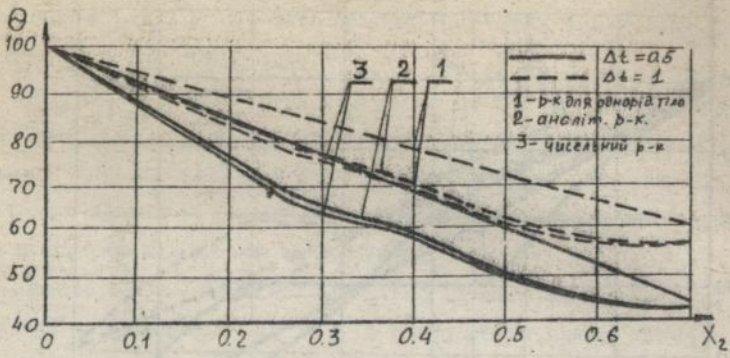
θ
100
90
80
70
60
50
40
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
X_2
2
1
Δt = 0.5
Δt = 1

Мал. I



θ
100
90
80
70
0
0.1
0.2
0.3
0.4
0.5
0.6
0.7
X_1
2
1
Δt = 0.5
Δt = 1

Мал. 2



Мал. 3

В третій главі розглядається постановка та спосіб розв'язання незв'язаних квазістатичних задач термопружності кусково-однорідних тіл.

У випадку рівних модулів Пуасона матриці D_o і включень D_p, для дослідження термонапруженого стану в області D, викликаного дією заданих на границі області Γ зовнішніх сил q_i і температури T_Γ та в середині області масових сил X_i і теплового джерела W, за допомогою теореми Бетті та використання, побудованих в роботі функцій Гріна квазістатичних задач термопружності для відповідних однорідних областей, одержані інтегральні зображення тензора напружень, які містять лише термопружні та пружні потенціали по областях D, D_p з відомими щільностями та потенціали подвійного шару з невідомими щільностями $\sigma_{ki}^{(p)} n_i$ на границях включень:

$$\sigma_{ij}(x,t) = \left(1 + \frac{E_4 - E_o}{E_o} S(D_p)\right) \Big[\int_\Gamma q_k(\xi) G_{ij}^k(x,\xi)\, d\gamma(\xi) + \int_D X_k(\xi) \times$$

$$\times\, G_{ij}^k(x,\xi)\, ds(\xi) - \frac{E_p - E_o}{E_p} \int_{D_p} X_k(\xi) G_{ij}^k(x,\xi)\, ds(\xi) +$$

$$+\frac{\gamma_0 E_p-\gamma_p E_0}{E_p}\int\limits_{D_p}\Theta_{,i}(\xi,t)G^k_{ij}(x,\xi)dS(\xi)+(\gamma_p-\gamma_0)\int\limits_{\Gamma_p}\Theta(\xi,t)\times$$

$$\times G^k_{ij}(x,\xi)d\gamma(\xi)-\frac{E_p-E_0}{E_p}\int\limits_{\Gamma_p}\tilde{\sigma}^{(p)}_{ke}(\xi,t)n_e(\xi)G^k_{ij}(x,\xi)d\gamma(\xi)+$$

$$\sigma^T_{ij}(x,t)+\gamma_0\Theta(x,t)\delta_{ij}]-(\gamma_0+(\gamma_q-\gamma_0)S(D_q))\Theta(x,t)\delta_{ij}$$

Інтегральне зображення для визначення невідомих щільностей матиме вигляд:

$$\tilde{\sigma}^{(q)}_{ij}(x,t)=\frac{E_q}{E_0}\Big[\int\limits_{\Gamma}q_k(\xi)G^k_{ij}(x,\xi)d\gamma(\xi)+\int\limits_{D}X_k(\xi)G^k_{ij}(x,\xi)\times$$

$$\times dS(\xi)-\frac{E_p-E_0}{E_p}\int\limits_{D_p}X_k(\xi)G^k_{ij}(x,\xi)dS(\xi)+\frac{\gamma_0 E_p-\gamma_p E_0}{E_p}\times$$

$$\times\int\limits_{D_p}\Theta_{,i}(\xi,t)G^k_{ij}(x,\xi)dS(\xi)+(\gamma_p-\gamma_0)\int\limits_{\Gamma_p}\Theta(\xi,t)G^k_{ij}(x,\xi)\times \qquad (3)$$

$$\times n_k(\xi)d\gamma(\xi)-\frac{E_p-E_0}{E_p}\int\limits_{\Gamma_p}\tilde{\sigma}^{(p)}_{ke}(\xi,t)n_e(\xi)G^k_{ij}(x,\xi)d\gamma(\xi)+$$

$$+\sigma^T_{ij}(x,t)+\gamma_0\Theta(x,t)\delta_{ij}\Big]$$

де G^{k}_{ij} – це функції Гріна задачі пружності. Напруження σ^{T}_{ij} являють собою таке зображення:

$$\sigma^{T}_{ij}(x,t) = \frac{k_0}{\lambda_{t0}}\left\{\int_{t_0}^{t}\int_{D} W_t(\xi,t')\,G^{*}_{ij}(x,\xi,t-t')\,dS(\xi)\,dt' - \right.$$

$$-(\lambda_{tp}-\lambda_{t0})\left\{\frac{1}{\lambda_{tp}}\int_{t_0}^{t}\int_{D_p} W_t(\xi,t')\,G^{*}_{ij}(x,\xi,t-t')\,dS(\xi)\,dt' + \right.$$

$$+\frac{[(\lambda_{tp}-\lambda_{t0})A_p-(A_p-A_0)\lambda_{tp}]}{\lambda_{tp}(\lambda_{tp}-\lambda_{t0})}\int_{t_0}^{t}\int_{D_p}\frac{\partial\theta(\xi,t')}{\partial t'}\,G^{*}_{ij}(x,\xi,t-t')\times$$

$$\left.\left.\times dS(\xi)\,dt' - \int_{t_0}^{t}\int_{\Gamma_p}\frac{\partial\theta(\xi,t')}{\partial n(\xi)}\,G^{*}_{ij}(x,\xi,t-t')\,d\gamma(\xi)\,dt'\right\}\right\} + \qquad (4)$$

$$+\int_{t_0}^{t}\int_{\Gamma} T_{\Gamma}(\xi,t')\,G^{\Gamma}_{ij}(x,\xi,t-t')\,d\gamma(\xi)\,dt' +$$

$$+\int_{D}\Psi(\xi)\,G^{*}_{ij}(x,\xi,t-t_0)\,dS(\xi)$$

де G^{*}_{ij} , G^{Γ}_{ij} - функції Гріна квазістатичних задач термопружності однорідного тіла, якщо температура є розв'язком нестаціонарних задач теплопровідності Дирихле або Неймана.

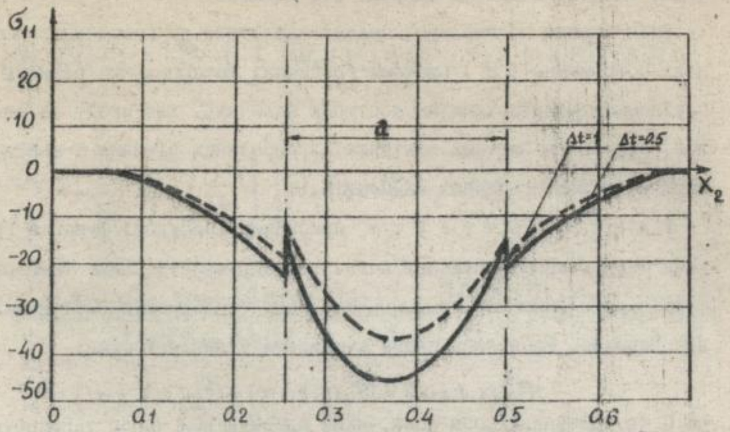
Розв'язання поставленої задачі зводиться до виведення на основі зображення (3) системи граничних інтегральних рівнянь з невідомими щільностями на контурах включень, для якої, як аналог, будується система лінійних алгебраїчних рівнянь з невідомими у вузлах граничних елементів.

Глава четверта присвячена побудові функцій Гріна незв'язаних квазістатичних задач термопружності, якщо температура є розв'язком нестаціонарних задач теплопровідності Неймана або Дирихле. Розв'язки задач шукаються у вигляді суми:

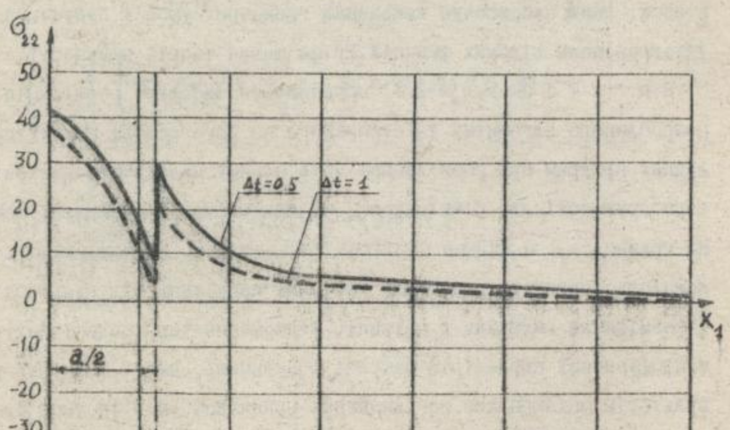
$$G^{*}_{ij}(x,\xi,t-t') = G'_{ij}(x,\xi,t-t') + G''_{ij}(x,\xi,t-t')$$

де G'_{ij} є частинний розв'язок, який одержується через термопружний потенціал переміщень методом Гудьєра, а G''_{ij} є загальний розв'язок, який забезпечує виконання граничних умов і будується інтегруванням відомих функцій Гріна задач теорії пружності.

В п'ятій главі проводиться чисельна реалізація розробленого алгоритму та створеного на його основі пакету прикладних програм при розв'язанні незв'язаних квазістатичних задач термопружності для півплощини з прямокутними включеннями, якщо на границі $x_2 = 0$ задана постійна температура. Досліджувалась залежність характеру розподілу теплових напружень від кількості і розміщення включень в матриці, відношення термомеханічних та теплофізичних параметрів матриці і включень, часу. Точність результатів оцінювалась по виконанню граничних умов та умов ідеального термомеханічного контакту, при цьому відносна похибка не перевищувала 0.01%. На малюнках 4, 5 зображено розподіл напрружень σ_{11}, σ_{22} у квадратному включенні зі стороною а, на глибині d = a, для ліній, які проходять через середини включень, вздовж осей координат OX_2 і OX_1, відповідно.

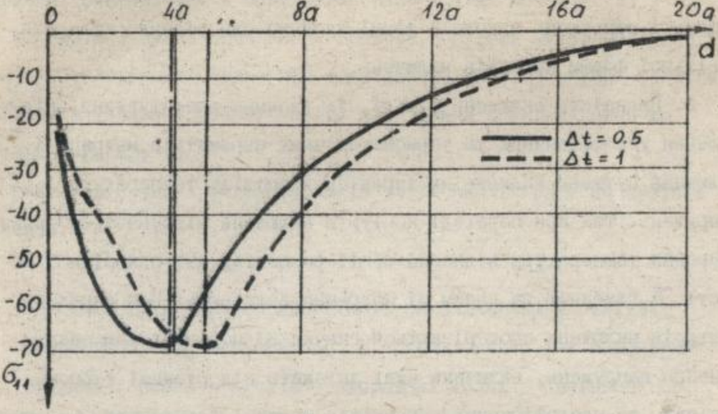


Мал. 4

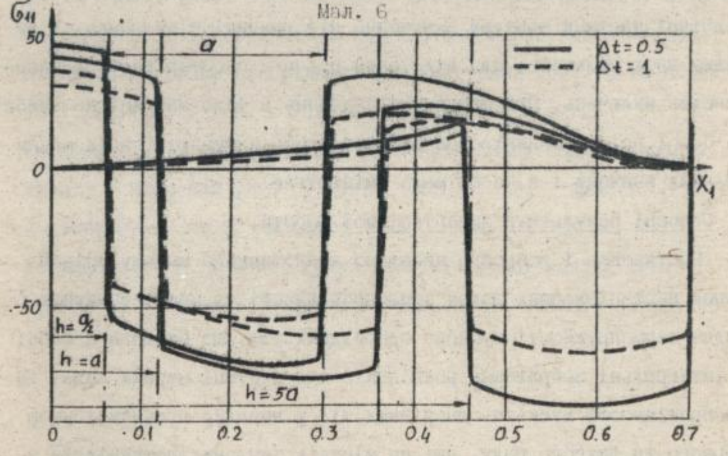


Мал. 5

Залежність характеру розподілу напружень σ_{11} від глибини занурення d квадратного включення та відстані h між двома квадратними симетрично розташованими відносно осі OX_2 і зануреними на глибину d=0.26 включеннями зображено на малюнках 6, 7 відповідно.



Мал. 6



Мал. 7

У висновках проводиться аналіз основних результатів одержаних в роботі.

1. Запропоновані інтегральні зображення температури, вектора переміщень і тензора напружень та одержані з них граничні інтегральні рівняння дозволяють визначити значення температури, переміщень і напружень в кожній точці кусково-однорідного тіла для довільної форми контурів включень.

2. Наявність включень в тілі, їх взаємне розташування, відношення теплофізичних та термомеханічних параметрів матриці і включень суттєво впливає на характер розподілу температури і напружень. Так при переході контурів включень відбувається деяке збурення температури відносно лінії розподілу для однорідної області. З глибиною та часом ці збурення затухають. При переході контурів включень спостерігаються скачки відповідних компонент тензора напружень, величина яких залежить від різниці термомеханічих та теплофізичних параметрів матриці і включень , а також відстані частини контуру включення від границі півплощини. У випадку двох включень, для відстаней $h < a/2$ спостерігається взаємовплив включень. При зануренні включень в тіло матриці на глибині $d = 1$ всі компоненти тензора напружень набувають своїх максимальних значень і з часом мало змінюються.

<u>Основні результати дисертаційної роботи.</u>

Постановка і розробка чисельно-аналітичного методу розв'язання нестаціонарних задач теплопровідності та квазістатичних задач термопружності кусково-однорідних тіл, що включає в себе:

- інтегральні зображення розв'язків для нестаціонарних задач теплопровідності кусково-однорідних тіл у випадку граничних умов першого та другого роду, які не містять теплових потенціалів з невідомими щільностями по області;

- побудову функції Гріна квазістатичної задачі термопружності для однорідної півплощини, якщо температура являється розв'язком задач теплопровідності Неймана і Дирихле;
- інтегральні зображення розв'язків для квазістатичних задач термопружності кусково-однорідної півплощини, з використанням побудованих в роботі функцій Гріна, які не містять термопружних і пружних потенціалів з невідомими щільностями по області;
- алгоритм і пакет прикладних програм побудови чисельних розв'язків розглядуваних задач при дослідженні нестаціонарних теплових полів та термонапруженого стану півплощини з включеннями довільної форми;
- результати чисельних розв'язків та їх аналіз ряду конкретних задач.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНІ В СТАТТЯХ:

1. Лавренюк В. І., Терещенко В. Н. Исследование нестационарных тепловых полей в кусочно-однородных телах / Киевский гос. ун-т.- Киев, 1991. - 17 с.- Деп. в УкрНИИНТИ 16.10.91. № 1371.
2. Лавренюк В. І., Терещенко В. М. Нестаціонарні задачі термопружності кусково-однорідних тіл / Киевский гос. ун-т. - Киев, 1991. - 17 с. - Деп. в УкрНИИНТИ 16.10.91. № 1372.
3. Терещенко В. М. Функції Гріна нестаціонарних задач термопружності / Киевский ун-т. - Киев, 1992 - с. - Деп. в УкрНИИНТЭИ 22.09.92. № 1462.
4. Терещенко В. М. Фкнуції Гріна квазістатичної задачі термопружності // Вычисл. и прикл. математика. - 1993.- выпуск 76.

УБЕНТЗ,1993,зам.396,тир.100