ВІННИЦЬКИЙ ПОЛІТЕХНІЧНИЙ ІНСТИТУТ

На правах рукопису

ЧЬОЧЬ Вікторія Володимирівна

АПРОКСИМАЦІЙНІ МЕТОДИ МОДЕЛЮВАННЯ ТА ІДЕНТИФІКАЦІЇ ДИНАМІЧНИХ СИСТЕМ

Спеціальність 05.13.16 — застосування обчислювальної техніки, математичного моделювання та математичних методів в наукових дослідженнях

Автореферат
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата технічних наук

Вінниця—1993

Дисертація є рукописом.

Робота виконана у Відділенні гібридних моделюючих та керуючих систем в енергетиці ІПМЕ АН України.

Науковий керівник — чл.-кор. АН України, доктор технічних наук, професор **Васильєв Всеволод Вікторович.**

Офіційні опоненти:

Доктор технічних наук, професор, завідуючий кафедрою Київського інституту інженерів цивільної авіації **Волков Олександр Андрійович.**

Кандидат технічних наук, завідуючий лабораторією Інститута проблем енергозберігання АН України, **Скорик Віктор Миколайович.**

Провідна організація: Київський політехнічний інститут.

Захист відбудеться «20» 11 1993 р. о 9^00 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 068.34.01 в Вінницькому політехнічному інституті за адресою: м. Вінниця, Хмельницьке шосе, 95.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Вінницького політехнічного інституту.

Автореферат розісланий «12» 10 1993 р.

Вчений секретар спеціалізованої
вченої ради Д 068.34.01
к.т.н., доц. **КОЛОДНИЙ В. В.**

АВ-28.2003

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Автоматизація наукових досліджень, організація та проведення великомасштабних експериментів, обробка результатів масових спостережень за складними технологічними та природними процесами в сучасних умовах неможливі без інтенсивного використання методів та засобів обчислювальної техніки та математичного моделювання. Складність об'єктів дослідження, що в більшості випадків описуються нелінійними інтегро-диференціальними рівняннями в звичайних та частинних похідних, приводить до необхідності використання потужного математичного та алгоритмічного апаратів, що потребують для своєї реалізації значних обчислювальних ресурсів. Підвищення ефективності обробки інформації при розв'язанні згаданих задач потребує створення високоефективних методів та засобів цифрової обробки сигналів. Широко відомі методи аналізу систем операторного типу, такі як перетворення Лапласа, Фурьє, що зводять дослідження інтегро-диференціальних об'єктів до вивчення алгебраїчних систем при їх великій універсальності, на жаль, не дозволяють значно зменшити витрати обчислювальних ресурсів через складність переходу з операційної області в область реальних сигналів. Вивчення нестаціонарних режимів динамічних систем, а особливо неперіодичних режимів, ефективне при використанні чисельно-аналітичних методів, серед яких велику роль відіграють методи інтерполяції та апроксимації.

Робота присвячена дослідженню та розробці методів математичного моделювання задач аналізу та ідентифікації динамічних систем, що описуються системами звичайних інтегро-диференціальних рівнянь на основі узагальненої поліноміальної апроксимації, а також аналітичної апроксимації неперервних та квантованих сигналів на основі представлення їх апроксимуючими поліноміальними спектрами (АПС) різного типу. Відмінною особливістю роботи є орієнтація на використання сучасних ПЕОМ та математичного моделювання з врахуванням апріорної інформації про сигнали та системи.

Дослідження та розробки в цьому напрямку є актуальними.

Ціль та задачі дослідження. Основну ціль дисертаційної роботи складає розробка комплексу прикладних математичних методів, що орієнтовані на реалізацію засобами ПЕОМ та електронного моделювання, аналізу та ідентифікації динамічних систем, що забезпечують єдину методику аналізу, врахування апріорної інформації про сигнали та системи, розробці інженерної методики розв'язання згаданих задач.

Вказана ціль визначила необхідність розв'язання таких задач:

- розвиток апроксимаційних методів аналізу динамічних систем;
- дослідження ефективності застосування різних операторних методів та систем базисних функцій;
- розробка апроксимаційних математичних моделей задач параметричної ідентифікації елементів динамічних систем;
- розробка методів переходу від однієї системи базисних функцій та апроксимуючих поліноміальних спектрів до інших;
- розробка функціонально-модульних структур ряду моделюючих систем та пристроїв, що функціонують з використанням принципів АПС.

Методи досліджень. При проведенні досліджень та розробок по даній дисертаційній роботі використовувались методи теорії математичного та електронного моделювання, прикладної та обчислювальної математики, основні положення теорії автоматичного керування та цифрової обробки сигналів. Одержані результати експериментально перевірялися шляхом проведення обчислювального експерименту на ПЕОМ.

Наукова новизна дисертації міститься в слідуючому:

1) розвинуто апроксимаційний метод аналізу динамічних систем, що базується на представленні сигналів узагальненими поліномами з комбінованими системами базисних функцій;

2) запропоновано метод автоматичного формування апроксимаційних математичних моделей динамічних систем з програмним заданням порядку полінома, системи базисних функцій, діапазонів зміни аргумента та інших параметрів;

3) запропоновано, досліджено та розроблено метод розв'язання задач параметричної ідентифікації нелінійних елементів динамічних систем, що базуються на апроксимаційному представленні нелінійних характеристик узагальненими поліномами та описанні вхідних та вихідних сигналів апроксимуючими поліноміальними спектрами з врахуванням високочастотних та випадкових перешкод в умовах недоступності для прямого вимірювання вхідного або вихідного сигналів; методика передбачає перетворення початкових диференціальних рівнянь до еквівалентних інтегральних, що містять в собі граничні умови та формування алгебраїчних спектральних моделей у векторно-матричній формі;

4) розробка структури аналізаторів АПС та синтезаторів сигналів і моделюючих пристроїв на їх основі, сформульовані основні області використання, зокрема, для попередньої обробки та стиснення інформації.

На захист виноситься:

- апроксимаційний метод аналізу динамічних систем на основі поліноміальних спектрів в комбінованому базисі утворюючих функцій;
- метод параметричної ідентифікації нелінійних елементів динамічних систем, що використовує апроксимуючі поліноміальні спектри;
- методика апроксимації експериментальних даних результатів метеорологічних досліджень для задачі розрахунку вітрового енергетичного потенціалу;
- структури технічних систем, що використовують апроксимуючі поліноміальні спектри.

Практична цінність. Запропоновані в роботі методи поліноміальної апроксимації, операційні методи аналізу динамічних систем та методи параметричної ідентифікації нелінійних характеристик та параметрів динамічних систем використовуються в процесі виконання науково-дослідних робіт Відділення гібридних моделюючих та керуючих систем в енергетиці ІПМЕ АН України по темам "Скейлінг" та "Диск".

Апробація роботи. Основні положення та результати роботи доповідались, обговорювались та отримали задовільну оцінку на:

– Республіканському науково-технічному семінарі "Диференціальна спектроскопія виробів мікроелектроніки в задачах керування якості та надійності", м. Київ, вересень, 1992 р.;

– Республіканській науково-технічній конференції "Проблеми автоматизації діагностичного забезпечення електронних систем", м. Вінниця, грудень, 1992 р.;

– Міжреспубліканській конференції "Підвищення ефективності засобів обробки інформації на базі математичного та машинного моделювання", м. Тамбов, травень, 1993 р.;

а також наукових семінарах у Відділенні гібридних моделюючих та керуючих систем в енергетиці ІПМЕ АН України та Наукових рад АН України з проблем "Теоретична електротехніка та електронне моделювання" та "Технічна діагностика та неруйнівний контроль".

Публікації. По матеріалам дисертаційної роботи опубліковано 9 друкованих праць, в тому числі 2 авторських свідоцтва про винахід.

Структура та об'єм роботи. Дисертаційна робота складається з вступу, чотирьох розділів, заключення, списку літератури, що включає в себе 108 назв та 6 додатків. Основний текст містить 119 сторінок машинописного тексту, ілюстрований 35 рисунками та 8 таблицями.

ЗМІСТ РОБОТИ

В першому розділі приведено огляд існуючих методів поліноміальної апроксимації неперервних сигналів. Характерною особливістю всіх операторних методів є заміна інтегро-диференціальної математичної моделі в області одного аргументу еквівалентною алгебраїчною моделлю в операційній області, що значно спрощує розв'язання задач аналізу, розрахунку, ідентифікації та ін. для складних нелінійних динамічних систем.

Апроксимаційні методи, крім того, є потужним апаратом попередньої обробки та стиснення інформації, аналітичного представлення експериментальних даних та результатів вимірювань. На їх основі, крім цифрової обробки сигналів, легко розв'язуються задачі синтезу сигналів заданої форми, фільтрації сигналів та оцінювання параметрів динамічних систем.

В дисертації проведена класифікація апроксимаційних методів по ряду признаків.

При розгляді питань апроксимації в роботі переслідувалась ціль використати апріорну інформацію про сигнал для підвищення точності апроксимації при обмеженому порядку апроксимуючого полінома або зменшення останнього при обмеженні похибки апроксимації; розробити уніфіковану методику апроксимації, однаково придатну для обчислювального експерименту на ПЕОМ з однієї сторони і для апаратурної реалізації з іншої, як для ортогональних так і неортогональних базисних функцій, а також неоднорідних базисних систем.

Нехай сигнал $x(t)$ задано на інтервалі зміни аргумента $[0,T]$. Любий апроксимаційний метод спирається на систему базисних або утворюючих функцій, на основі яких будується апроксимуючий поліном

$$\tilde{x}(t) = \sum_{i=0}^{m-1} X(i) \cdot s_i(t) = \tilde{X}^{*} \cdot S(t). \qquad (1)$$

Система коефіцієнтів полінома (1) (вектор $\tilde{X}$), знаходиться з мінімізації однієї з норм функції помилки $\|x(t)-\tilde{x}(t)\|$ і визначається формулою

$$\tilde{X} = W^{-1} \cdot Q, \tag{2}$$

де елементи операційної матриці спектра W та операційного вектора спектра Q визначается по формулах:

$$w_{ij} = \int_0^T r(t) \cdot s_i(t) \cdot s_j(t)dt, \quad i,j := 0,1,\dots,m-1, \tag{3}$$

$$q_i = \int_0^T r(t) \cdot x(t) \cdot s_i(t)dt. \tag{4}$$

Так як елементи матриці W залежать від системи утворюючих функцій та вагової функції (3), для кожного конкретного випадку незалежно від сигналу $x(t)$, обернена матриця W^{-1} може бути визначена попередньо.

Формула (2) утворює пряме операційне перетворення, яке ставить у відповідність сигналові $x(t)$, як функції t, вектор апроксимуючого поліноміального спектру (АПС) $\tilde{X}$, елементи якого можуть розглядатися як функція дискретного аргументу i (номер елементу), утворюючого операційний простір. Формула (1) фактично є зворотним операційним перетворенням, яке здійснює перехід від функції дискретного аргументу $X(i)$ (з операційної області) до апроксимації сигналу $\tilde{x}(t)$ (область аргументу сигналу t).

Освітлено питання вибору можливих систем підінтервалів для випадку розбиття інтервалу $[0,T]$ на m частин. Показано різницю в методах знаходження АПС для ортогональних та неортогональних систем базисних функцій.

Проаналізовано питання точності апроксимації неперервних сигналів на основі апроксимуючих диференціальних спектрів (АДС) та DT-перетворень акад. Г.Є.Пухова.

Показано, що апроксимація сигналів, що містять адитивні шумові складові, DT-методом практично нездійсненна через високу чутливість до перешкод операції багатократного диференціювання сигналу, необхідної для знаходження елементів DT-спектру. В цьому відношенні метод АДС має перевагу, так як складові вектора АДС визначаються шляхом виваженого інтегрування сигналу. Загальновідомо, що операція інтегрування слабо чутлива до шумових складових сигналу, що продемонстровано на ряді прикладів. Похибка апроксимації по методу АДС при апроксимації зашумлених сигналів не перевищує 2%.

Розглянуто метод одержання АПС сигналів, заданих масивом (таблицею).

Для запропонованої операційної моделі представлення сигналів апроксимуючими поліноміальними спектрами представлена система алгебраїчних операцій, а також операційні матриці спектрів досліджуваних сигналів, операційні матриці диференціювання та інтегрування.

Виведені формули переходу між спектрами з різними базисами, так як для широкого кола сигналів дати однозначні рекомендації по вибору порядку спектрів та типу базисних функцій не виявляється можливим. Більше того, апріорна інформація про сигнал може бути використана для раціонального вибору базисної системи та зменшення її порядку при забезпеченні заданої точності.

Другий розділ присвячений побудові математичних моделей динамічних систем, які описуються диференціальними рівняннями або системами диференціальних рівнянь.

Сформульовано загальну методику побудови апроксимаційної математичної моделі звичайного диференціального рівняння. Для застосування апроксимаційних методів до розвязання диференціальних рівнянь (систем диференціальних рівнянь), необхідно останні попередньо перетворити на еквівалентні інтегральні рівняння з метою виключення операцій диференціювання, які небажані через високу чутливість до похибок обчислень та низька перешкодостійкість при обробці реальних сигналів. Типова методика такого перетворення включає слідуючі етапи:

- перехід до еквівалентних інтегральних рівнянь;
- перехід до спектральних рівнянь шляхом заміни функцій спектрами. Дії над сигналами в початковому рівнянні заміняються еквівалентними алгебраїчними операціями над апроксимуючими спектрами на основі алгебри спектрів;
- вибір системи базисних функцій;
- знаходження спектрів відомих функцій та параметрів;
- розв'язання спектрального рівняння (системи рівнянь);
- відтворення розв'язку диференціального рівняння (системи) у вигляді апроксимуючого полінома (поліномів) в заданому базисі;

Детально описана процедура використання апроксимаційних математичних моделей систем звичайних диференціальних рівнянь. В матрично-векторній формі така система має вигляд:

$$\frac{dY(t)}{dt} + A \cdot Y(t) = F(t), \quad Y(0) = Y_0, \tag{5}$$

де

$$\frac{dY(t)}{dt} = \left[\frac{dy_1(t)}{dt}, \frac{dy_2(t)}{dt}, \dots, \frac{dy_n(t)}{dt}\right]^*,$$

$$Y(t) = \left[y_1(t), y_2(t), \cdots, y_n(t)\right]^*,$$

$$Y_0 = \left[y_{0_1}, y_{0_2}, \cdots, y_{0_n}\right]^*,$$

$$F(t) = \left[f_1(t), f_2(t), \cdots, f_n(t)\right]^*$$

– відповідно вектори похідних, функції, початкових умов та збуджуючої функції;

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n1} & a_{n2} & \cdots & a_{nn} \end{bmatrix}$$ – матриця коефіцієнтів системи рівнянь.

Після застосування до кожної компоненти векторів рівняння (5), як до сигналів, що залежать від t, прямого операційного перетворення на основі АПС з системою базисних функцій $S(t)$:

$$\tilde{Y} = W^{-1} \cdot Q, \tag{6}$$

$$\tilde{F} = W^{-1} \cdot Q, \tag{7}$$

$$\tilde{Y}_0 = Y_0 \cdot \tilde{E}, \tag{8}$$

де $\tilde{Y}$, $\tilde{F}$, $\tilde{Y}_0$ – апроксимуючі поліноміальні спектральні матриці векторів відповідно $Y(t)$, $F(t)$ та Y_0; W – операційна матриця АПС в базисі $S(t)$; Q_y, Q_f і E – відповідно утворюючі матриці АПС для векторів $\tilde{Y}$, $\tilde{F}$, $\tilde{Y}_0$. Елементи утворюючих матриць Q_y, Q_f – визначаються по формулах:

$$q_{yri} = \int_0^T s_i(t) \cdot y_r(t)dt, \tag{9}$$

$$q_{fri} = \int_0^T s_i(t) \cdot f_r(t)dt. \tag{10}$$

Переходячи до апроксимуючих поліноміальних спектральних матриць з наступними перетвореннями, одержимо:

$$\tilde{Y} + Pt \cdot \tilde{Y} \cdot A^{*} = \tilde{Y}_0 + Pt \cdot F. \tag{11}$$

де Pt – операційна матриця інтегрування в базисі $S(t)$.

Рівняння (11) є матричним, відносно невідомої матриці $\tilde{Y}$ порядка m $\times n$. З теорії матриць відомо, що це матричне рівняння має єдиний розв'язок, якщо квадратні матриці A та Pt не мають загальних характеристичних чисел.

Приведений вид спектрального рівняння для системи диференціальних рівнянь більш зручний порівняно із звичайним спектральним рівнянням, так як потребує використання тільки однієї операційної матриці інтегрування Pt. Більш складний вигляд самого рівняння не є перепоною для розв'язання, якщо використовувати високоінтегровані програмні комплекси, що підтримують матричну алгебру.

Показано можливість використання при цьому кількох систем базисних функцій та проведено порівнювальний аналіз похибки розв'язку задачі моделювання на прикладі диференціального рівняння ІІ-го порядку. В проведених дослідженнях виконувались обчислювальні експерименти для повного спектру розв'язків диференціального рівняння з різними коренями, різними правими частинами, різними порядками спектрів та різними системами базисних функцій. Результати обчислювальних експериментів аналізувались з метою порівняння одержаних похибок апроксимації.

Застосування спектральних апроксимаційних методів для моделювання диференціальних рівнянь, що містять змінні та нелінійні параметри, приводить до необхідності використання формул для знаходження АПС добутку двох і більше сигналів.

Диференціальне рівняння із змінними коефіцієнтами має вигляд :

$$\frac{d^k y(t)}{dt^k}+\sum_{i=0}^{k-1} a_{k-i}(t)\cdot\frac{d^i y(t)}{dt^i}=f(t), \tag{12}$$

$$\left.\frac{d^r y(t)}{dt^r}\right|_{t=0}=y_0^{(r)}, \quad r:=0,1,\cdots,k-1.$$

Члени цього рівняння містять добутки похідних різних порядків та функцій $a_i(t)$, які називаються змінними коефіцієнтами.

Існує декілька систем базисних функцій, для яких спектральні формули добутку можна спростити. Першою з таких систем є система блочно-імпульсних функцій. В цій системі добуток двох будь-яких різних базисних функцій тотожньо рівні нулю.

При моделюванні диференціальних рівнянь із змінними коефіцієнтами на основі апроксимуючих імпульсних спектрів (АІС) може бути використана комбінація блочно-імпульсних та АІС спектрів (блочно-імпульсних – для змінних коефіцієнтів та АІС – для похідних та інтегралів різного порядку). Приведені приклади моделювання таких рівнянь.

Показана можливість використання даних методів у випадку моделювання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

Третій розділ присвячений питанням застосування апроксимаційних математичних моделей при розв'язанні задач параметричної ідентифікації елементів динамічних систем.

У розділі приведено короткий огляд існуючих методів параметричної ідентифікації. Поставлена задача параметричної ідентифікації нелінійного елемента на основі АПС сигналів та характеристик.

Описана методика побудови операційної математичної моделі задачі параметричної ідентифікації. Задачею ідентифікації характеристики нелінійного елемента звичайно вважають аналітичну апроксимацію функції $y=f(x)$, де x - вхідний, а y - вихідний сигнали елемента.

Частіше всього для розв'язання задачі ідентифікації використовують гармонічні сигнали, при цьому сама нелінійна характеристика представляється будь-яким показниковим поліномом. При цьому використовуються методи Фурьє-аналізу, що передбачає періодичний характер сигналів на полюсах елемента.

Задача ідентифікації може ефективно розв'язуватись і у випадку аперіодичних сигналів будь-якого вигляду, якщо застосувати для представлення сигналів апроксимуючі поліноміальні спектри. Аналітична апроксимація нелінійної характеристики також може бути здійснена різними узагальненими поліномами.

Як системи утворюючих функцій $S(t)$ може використовуватись широкий клас функцій (ортогональних або неортогональних), в тому числі показникових експоненціальних, тригонометричних, імпульсних (Уолша, Радемахера, блочно-імпульсних та ін.).

Розглянуто метод параметричної ідентифікації нелінійних характеристик електронних ланцюгів, що базується на представленні вхідних та вихідних сигналів апроксимуючими поліноміальними спектрами в базисі $S(t)$, а нелінійної характеристики - апроксимуючим поліноміальним спектром в базисі $S_f(x)$. В окремих випадках нелінійна характеристика представляється апроксимуючими диференціальними або експоненціальними спектрами, а вхідні та вихідні сигнали - апроксимуючими імпульсними або диференціальними спектрами.

Функція $f(x)$ може бути представлена у вигляді

$$f(x) = \sum_{k=0}^{n-1} F(k) \cdot s_{fk}(x), \tag{13}$$

де $f(x)$ - нелінійна залежність, яку необхідно знайти; F - апроксимуючий поліноміальний спектр (коефіцієнти полінома) виду

$$F = \left[F_0, F_1, \cdots, F_{n-1}\right]^*,$$

k - цілочисельний індекс (k = 0,1,...,n-1); n - порядок полінома; $x(t)$ - вхідний сигнал; система базисних функцій задається вектором виду

$$S_f(x) = \left[s_{f0}(x), s_{f1}(x), \cdots, s_{f\,m-1}(x)\right]^*.$$

Представимо вхідний та вихідний сигнали елемента апроксимуючими поліноміальними спектрами (АПС) в деякому базисі $S(t)$:

$$\begin{aligned} x(t) &\cong \tilde{X}^* S(t), \\ y(t) &\cong \tilde{Y}^* S(t), \end{aligned} \tag{14}$$

де $\tilde{X}, \tilde{Y}$ - апроксимуючі поліноміальні спектри відповідно вхідного та вихідного сигналів.

Підставляючи співвідношення (14) в (13), одержимо

$$\tilde{Y}^{*}S(t) \approx \sum_{i=0}^{m-1} F(i)\, s_{fi} \cdot (\tilde{X}^{*} \cdot S(t)). \qquad (15)$$

АПС нелінійної характеристики елемента, одержаний у випадку мінімізації середньоквадратичної похибки апроксимації, задовольняє матричному рівнянню виду

$$V\tilde{F} = \tilde{Y}, \qquad (16)$$

де $\tilde{F}$ - АПС нелінійної характеристики, що підлягає ідентифікації в базисі $S_f(t)$, $\tilde{Y}$ - АПС вихідного сигналу $y(t)$ в базисі $S(t)$; V - ідентифікаційна матриця виду

$$V = [Z_k]_{k=0}^{m-1}, \qquad (17)$$

де Z_k - вектор АПС в базисі $S(t)$ сигналів

$$z_k(t) = S_{fk}(x(t)). \qquad (18)$$

З врахуванням сказаного визначимо

$$V = W^{-1} Q_f, \qquad (19)$$

де Q_f - матриця з елементами виду

$$q_{fki} = \int_{0}^{T} s_{fk}(t) \cdot s_i(t)dt, \qquad (20)$$

W - операційна матриця АПС в базисі $S(t)$.

З врахуванням того, що $m \neq n$, матриця V є прямокутною, а розв'язок системи рівнянь (16) - некоректною задачею лінійної алгебри; вектор АПС знаходиться з умови

$$\tilde{F} = V^{+} \cdot \tilde{Y}, \qquad (21)$$

де V^{+} - матриця, псевдообернена відносно V.

Нелінійна характеристика, яку треба знайти, визначається у відповідності із співвідношенням (13).

Описаний метод розв'зання ідентифікаційної задачі є достатньо загальним і допускає широкий вибір та комбінацію різних систем базисних функцій $S(t)$ та $S_f(x)$.

Метод проілюстровано рядом прикладів.

Ідентифікація характеристик нелінійних елементів динамічних систем в умовах, коли вхідний та вихідний сигнали реєструються на реально діючому об'єкті, може бути ускладнена тим, що вхідний та (або) вихідний сигнали недосяжні безпосередньому вимірюванню і повинні задовольняти певним обмеженням, що задані у вигляді систем диференціальних рівнянь та нерівностей. АПС можуть бути застосовані і в цьому випадку, якщо рівняння ідентифікаційної задачі доповнити спектральною мат~матичною моделлю вказаних обмежень. Розглянутий метод може знайти застосування в системах автоматизації наукових досліджень для розв'язання з..дач діагностики та ідентифікації блоків нелінійних ланцюгів та систем.

Розроблена методика ідентифікації параметрів лінійних динамічних систем по функціях відгуку. При цьому лінійна динамічна система описується диференціальним рівнянням виду:

$$\frac{d^n y(t)}{dt^n} + \sum_{i=0}^{n-1} a_{n-i} \cdot \frac{d^i y(t)}{dt^i} = f(t), \tag{22}$$

$$y(0) = y_0, \frac{d^k y(0)}{dt^k} = y_0^{(k)}, \quad k := 1,\dots,n-1,$$

де $f(t)$, $y(t)$ – передбачаються заданими, а коефіцієнти $a_1,\cdots,a_n$ – необхідно визначити.

Переходячи в операційну область і розв'язу чи векторно-матричне рівняння відносно a_k, одержимо

$$A = J^+ \cdot \left(Pt_{(n)} \cdot \bar{F} + \bar{\Phi} - \bar{Y}\right), \tag{23}$$

де $Pt_{(n)}$– операційна матриця n-кратного інтегрування, $\bar{\Phi}$ - АПС полінома $j(y_0^{(k)},t)$; $A=[a_k,a, \dots,a_k]^*$; J – ідентифікаційна матриця коефіцієнтів, стовбчиками якої є $J^{(k)} = Pt_{(k)} \cdot \bar{Y}$; J^+ - матриця, псевдообернена до J.

Одержана формула є розв'язком поставленої задачі. Її вид є інваріантним до системи базисних функцій, і вона може застосовуватись з будь-якою із систем, що використовуються.

Необхідно відмітити, що при розв'язанні ідентифікаційних задач розглянутого виду доцільно використовувати операційні матриці кратного інтегрування, а не відповідні порядки операційної матриці інтегрування першого порядку.

Проведено дослідження точності запропонованого методу, які оцінюють похибку задачі ідентифікації в межах 1%.

Детальна методика може бути використана для розв'язання проблеми ідентифікації параметрів динамічної системи на основі функції відгуку, коли точно не визначено порядок системи. В цьому випадку можуть бути одержані апроксимації вектора невідомих коефіцієнтів при різних передбачуваних порядках динамічної системи.

В реальних динамічних системах безінерційні нелінійні елементи частіше всього включені в складну структурну схему або є елементами схеми заміщення реальних нелінійних динамічних пристроїв. В цих випадках вхідний та (або) вихідний сигнали можуть бути недосяжними для безпосереднього вимірювання. В роботі розглянута методика математичного моделювання ідентифікаційних задач в цих умовах.

В кінці розділу наведено приклади, які демонструють значну перешкодостійкість запропонованого методу. В описаному методі знаходження апроксимуючих спектрів сигналів проводиться шляхом інтегрування сигналу на деякому діапазоні зміни аргументу. Це дозволяє припустити, що вплив шумових складових буде незначним. У випадку високочастотного шуму повинна виконуватись умова $\omega T >> 1$, де ω - мінімальна частота шуму. Обчислювальні експерименти це підтвердили.

Аналіз результатів обчислювальних експериментів розглянутих прикладів показує, що похибка апроксимації характеристики не перевищує 2%, в тому числі і у випадку зашумленого вихідного сигналу.

Четвертий розділ містить матеріали, присвячені питанням практичного застосування розглянутих вище методів при розв'язанні ряду практичних задач. Розглянуто задачі синтезу технічних систем стиснення інформації про динамічні об'єкти. Описані прийоми використання АПС для розробки синтезаторів сигналів заданої форми та побудови елементів сенсорних систем. Проведена аналітична апроксимація функціональних залежностей зареєстрованих в ході експериментів (на прикладах визначення вітрового енергетичного потенціалу та опису експериментальної залежності процесів розмагнічування магнітних матеріалів з урахуванням магнітної в'язкості).

Одержано операційно-спектральні моделі динамічних елементів систем імітації обстановки в тренажерах.

В додатках до роботи приведено ілюстративні та довідкові матеріали, що полегшують практичне застосування розроблених в дисертації методів апроксимації та ідентифікації та лістінги програм

розв'язання ідентифікаційних задач, а також довідки та акти про використання окремих результатів дисертаційної роботи.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ТА ВИСНОВКИ ПО РОБОТІ

Основним результатом дисертаційної роботи є розробка ефективних методів моделювання та ідентифікації динамічних систем, основаних на представленні сигналів апроксимуючими поліноміальними спектрами.

Зокрема, одержані слідуючі наукові та практичні результати.

1. Проведено порівнювальний аналіз різних методів апроксимації неперервних та заданих системою відрахунків сигналів з точки зору операційних методів аналізу та показано, що пошук апроксимуючих поліноміальних спектрів таких сигналів здійснюється за єдиною методикою.

2. Розглянуто особливості знаходження АПС при ортогональних та неортогональних системах базисних функцій та приведені рекомендації по вибору таких систем на основі апріорної інформації про сигнал.

3. Одержано формули перетворення АПС та операційних матриць інтегрування при зміні систем базисних функцій.

4. Запропоновано розширення системи базисних функцій імпульсного типу, яке приводить до кусочно-параболічної апроксимації сигналів, що володіє більш високою точністю.

5. На основі порівняння особливостей операційних моделей динамічних систем детально розроблена методика побудови узагальнених спектральних моделей звичайних диференціальних рівнянь з постійними та змінними коефіцієнтами з використанням АПС, інваріантна до вибору системи базисних функцій, показано, що найбільш просто такі рівняння моделюються для випадку АДС, АЕС та АІС.

6. Запропонована методика моделювання крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь.

7. Розроблено методи моделювання задач параметричної ідентифікації динамічних систем (лінійного виду з постійними та змінними коефіцієнтами), показано, що вони можуть бути використані для розв'язання задач еквівалентування динамічних систем з мінімізацією середньоквадратичної похибки апроксимації;

8. Розроблено метод параметричної ідентифікації моделей типу Вінера, Гаммерштейна та інші, коли не всі сигнали, необхідні для розв'язання задачі ідентифікації доступні для безпосереднього спостереження.

9. Запропоновано та розроблено методику синтезу сигналів спеціальної заданої форми, яка основана на використанні АПС з різними системами базисних функцій;

10. Запропоновані рекурсивні структури аналізаторів поліноміальних спектрів з комбінованими системами базисних функцій, що враховують апріорну інформацію про сигнали.

11. Запропоновано методи аналітичної апроксимації експериментальних даних, що задані цифровими масивами з допомогою АПС с різними системами базисних функцій, методи перевірено шляхом обчислювального експерименту на ПЕОМ стосовно апроксимації характеристик намагнічування та магнітної в'язкості нових феромагнітних матеріалів, а також стосовно апроксимації результатів метеорологічних спостережень.

12. Розроблена ефективна методика розподілу сигналу на апріорі відомі складові та дані рекомендації по її використанню для розв'язання задачі побудови координатографів та датчиків оцінки параметрів руху в роботобудуванні.

Методи моделювання динамічних систем та розв'язання задач параметричної ідентифікації, що базуються на запропонованих в роботі апроксимаційних чисельно-аналітичних моделях можуть застосовуватись при розв'язанні задач контролю, технічної діагностики та оцінки технічного стану складних динамічних систем з неперервними та кусочно-неперервними сигналами в області радіоелектроніки, приладобудування та інформаційно-вимірювальної та обчислювальної техніки.

ПУБЛІКАЦІЇ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. А. с. 1234846 СССР, МКИ^3 G 06 F 15/332. Арифметическое устройство для быстрого преобразования Фурье / Каневский Ю.С., Куц Н.Е., Некрасов Б.А., Чечь В.В. - Опубл. 01.02.86. Бюл. N 20.

2. А. с. 1325511 СССР, МКИ^3 G 06 F 15/353. Устройство для цифровой фильтрации / Выжиковски Р., Каневский Ю.С., Чечь В.В. - Опубл. 22.03.87. Бюл. N 27.

3. Васильев В.В., Симак Л.А., Чечь В.В. Преобразование аппроксимирующих полиномиальных спектров сигналов при изменении систем образующих функций.//Электронное моделирование, 1993, т.15, N 2. - С.12-16.

4. Васильев А.В., Васильев В.В., Симак Л.А., Чечь В.В. Полиномиальные аппроксимации в задачах параметрической идентификации элементов непрерывных динамических систем.//Электронное моделирование, 1993, т.15, N 4. - С.40-46.

5. Васильев А.В., Козлюк В.Н., Чечь В.В. Математическая модель ветрового энергетического потенциала.//Техническая электродинамика, 1993, N 2. - С.13-16 .

6. Васильев А.В., Чечь В.В. Аппроксимационные методы оценивания и идентификации сигналов динамических систем.//Повышение эффективности средств обработки информации на базе математического и машинного моделирования: Тез. докл. межреспубликанской конф. (17–20 мая 1993.г., г. Тамбов). – Тамбов: ТВВАИУ, 1993. – С. 407–408.

7. Васильев А.В., Чечь В.В. Параметрическая идентификация электронных цепей на основе аппроксимирующих дифференциальных и полиномиальных спектров.//Дифференциальная спектроскопия изделий микроэлектроники в задачах управления качества и надежности: тез. докл. научно-технического семинара. (29.09-01.10.1992 г., г. Киев). - Киев: КПИ, 1992 г. - С. 11-12.

8. Чечь В.В. Параметрическая идентификация нелинейных элементов динамических систем.//Проблемы автоматизации диагностического обеспечения электронных систем: тез. докл. республиканской научно-технической конф. (декабрь, 1992 г., г.Винница), 1993.

9. Чечь В.В. Аппроксимационные методы и модели анализа и идентификации динамических систем с сосредоточенными параметрами. Киев, 1993. - 48 с. - (Препр./АН Украины. Отделение гибридных моделирующих и управляющих систем в энергетике ИПМЭ;).

Особистий внесок автора. У роботах, написаних у співавторстві, автору належать: (1, 2) - структура блоків зв'язку з об'єктом та експериментальна перевірка работи, (3) - розробка методики та постановка обчислювального експеримента; (4, 6, 7) - розробка математичної моделі ідентифікації в умовах перешкод та недосяжності для вимірювання деяких сигналів; (5) - розробка апроксимаційного метода для обробки даних експериментальних досліджень.

Підписано до друку 6.10. . Обсяг 1 д.а.
Формат 60 x 84 1/16. Замовлення 1151 . Тираж 100.
Друкарня АЗСУ.