

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
КИЇВСЬКИЙ ІНЖЕНЕРНО-БУДІВЕЛЬНИЙ ІНСТИТУТ

На правах рукопису

УДК 539.3

ШУЛЬГА Наталія Дмитрівна

ПОШИРЕННЯ ХВИЛЬ В ШАРУВАТИХ КОМПОЗИТАХ З
МІЖФАЗНИМИ НЕДОСКОНОЛОСТЯМИ

01.02.04 - механіка деформування твердого тіла

АВТОРЕЗЮМЕ

дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата технічних наук

Київ - 1993

Робота виконана в Київському інженерно-будівельному інституті

Науковий керівник - доктор технічних наук, професор
БАЖЕНОВ В.А.

Офіційні опоненти: доктор технічних наук, професор
СТОРОЖЕВ В.І.

кандидат технічних наук, с.н.с.
ОГЛОБЛЯ О.І.

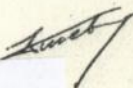
Провідна організація - Інститут прикладних проблем механіки
і математики АН України

Захист відбудеться " 12 " листопада 1993р. о 13 годині
на засіданні спеціалізованої ради К 068.05.04 Київського інженерно-будівельного інституту (252037, Київ - 37, Повітрофлотський проспект, 31)

З дисертацією можна ознайомитись в науковій бібліотеці
Київського інженерно-будівельного інституту

Автореферат розіслано " 11 " жовтня 1993р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради
кандидат технічних наук


В.Л.Дінкевич

ЛНБ України ім.В.Стефаніка



00810627 (0)

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Деформативність і міцність композитних матеріалів (КМ), їх теплофізичні, електричні і магнітні властивості, залежать головним чином від трьох факторів: властивостей матриці, властивостей наповнювача, якості границі розділу матриця - наповнювач. Під границею розділу мають на увазі область значної зміни хімічного складу композиту, яка забезпечує зв'язок матриці з наповнювачем, необхідний для структурної цілісності матеріалу. Проблеми, пов'язані зі станом поверхні розділу (для спрощення аналізу товщину області розділу прийнято вважати рівною нулеві), притаманні як полімерним (ПКМ), так і металічним (МКМ) композитним матеріалам. Незважаючи на це в теоретичних дослідженнях закономірностей поширення хвиль в шаруватих композитах постулюються умови ідеального (досконалого) механічного контакту на границях розділу компонент і в механіці композитів відсутні усталені теоретичні моделі, які дозволяють враховувати вплив недосконалостей міжфазної взаємодії на характер протікання хвильових процесів в шаруватих композитах. Дослідження цих питань актуальне і має важливе фундаментальне і прикладне значення.

Мета роботи полягає в розвитку структурної (кусково-однорідної) моделі хвильових процесів в ортотропних шаруватих КМ з міжфазними недосконалостями, розробці теорії об'ємних і поверхневих хвиль в таких матеріалах, визначенні дисперсійних характеристик хвиль та впливу на них міжфазних недосконалостей КМ.

Наукова новизна роботи полягає в розвитку структурної (кусково-однорідної) моделі поширення хвиль в регулярно-шаруватих КМ з транзотропними та ортотропними компонентами при наявності міжфазних недосконалостей, встановленні дисперсійних співвідношень для зсувних і поздовжньо-поперечних об'ємних і поверхневих хвиль, дослідженні розв'язків і форм коливань на границях зон пропускання об'ємних хвиль, кількісному та якісному аналізу дисперсійних співвідношень та встановленні їх частинних і граничних випадків, визначенні ефективних механічних властивостей дрібношаруватих КМ з міжфазними недосконалостями та швидкостей поширення плоских хвиль довільного напрямку в довгохвильовому наближенні.

Достовірність результатів та висновків дисертації забезпечується фізично логічним моделюванням шаруватих КМ з міжфазними недосконалостями, точним аналітичним розв'язком розглянутих хвильових задач, контрольованою точністю обчислень, узгодженістю ре-

зультатів з загальними фізичними закономірностями і співпаданням їх в частинних та граничних випадках з відомими в науковій літературі.

Практична цінність результатів дисертації полягає в можливості використання встановлених закономірностей поширення об'ємних хвиль в шаруватих КМ з міжфазними недосконалостями в діагностиці дефектності і якості адгезійного зв'язку міжфазних прошарків та ідентифікації результатів експериментальних досліджень шаруватих КМ з міжфазними недосконалостями ультразвуковими методами.

Апробація роботи. Основні положення і результати дисертації доповідалися і обговорювалися на Третій Всесоюзній конференції "Механіка неоднорідних структур" (Львів, вересень 1991р.), на семінарах Київського інженерно-будівельного інституту, Донецького державного університету, Інституту прикладних проблем механіки і математики АН України.

Публікації. Основні положення і результати досліджень по темі дисертації опубліковані в трьох друкованих роботах.

Структура та об'єм роботи. Дисертаційна робота складається зі вступу, трьох розділів, висновків, списку літератури і викладена на 159 сторінках друкарського тексту та 35 малюнках.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі приведено опис фізико-хімічної природи поверхень розділу в ПКМ і МКМ, огляд основних досліджень, присвячених вивченню міжфазних недосконалостей та дефектів і поширення хвиль в шаруватих композитах. Відзначається, що в теоретичних роботах з цього питання основна увага приділяється вивченню впливу дефектів типу тріщин на несучу здатність елементів конструкцій (монографії і статті В.А.Баженова, Є.О.Гоцуляка, О.І.Оглоблі, Ю.Л.Динкевича і О.В.Герашенка, Б.Л.Пелеха і В.А.Лазько, Г.П.Черепанова, роботи А.В.Андреева, Д.В.Бабица, В.В.Болотіна, Джонса, І.П.Железко, З.Х.Забельян, Б.Є.Кантора, В.І.Моссаковського, Н.І.Ободян, В.П.Трошина та інш.). Закономірності поширення пружних хвиль в шаруватих композитах вивчалось в роботах Ахенбаха, А.П.Виштака, Германа, М.О.Гуззя, В.І.Гуляєва, О.М.Підлипенця, С.М.Ритова, Сана, Све, М.О.Шульги, А.І.Ямкового та інш. в рамках структурної (кусково-однорідної моделі і умовах ідеального (досконалиго) контакту на границях роз-

ділу компонент.

На основі проведеного аналізу дається обґрунтування актуальності теми, визначається мета дослідження, викладається короткий зміст роботи по главах, наукова новизна і практична цінність результатів, що виносяться на захист.

В дисертації розглядаються шаруваті КМ, утворені регулярним повторенням ортотропних шарів товщини h_1 і h_2 з різними механічними властивостями (регулярно-шаруваті КМ). В ортонормованій декартовій системі координат oxy_z вісь oz перпендикулярна площинам розділу шарів, а вісі ox , oy в ортогональні вісі oz площини і утворюють правосторонню систему. Вісі ox , oy , oz направлені вздовж головних напрямків ортотропії, причому в шарах товщини h_1 і h_2 головні напрямки ортотропії співпадають.

Перший розділ має чотири параграфи. В першому допоміжному параграфі приведені необхідні відомості з лінійної теорії пружних хвиль в ортотропних та трансттропних (трансверсально-ізотропних) середовищах. Для ортотропних матеріалів напруження b_{ik} , деформації e_{ik} і зміщення u_k зв'язані співвідношеннями ($x \leftrightarrow x_1$, $y \leftrightarrow x_2$, $z \leftrightarrow x_3$).

$$\sum_i \partial_i b_{ik} = \rho \partial_t^2 u_k, \quad 2e_{ik} = \partial_i u_k + \partial_k u_i, \quad (I)$$

$$b_{ii} = \sum_k c_{ik} e_{kk}, \quad b_{ij} = 2c_{3-i,j,3-i,j} e_{ij} \quad (i \neq j).$$

Густина ρ і пружні сталі c_{ij} для шарів товщини h_1 і h_2 приймають значення ρ_1 , $c_{ij,1}$ і ρ_2 , $c_{ij,2}$ відповідно.

Для трансттропних матеріалів може бути побудована більш загальна теорія хвиль ніж для ортотропних. Досягається це шляхом введення нових функцій $u_x = \partial_x U_1 + \partial_y U_2$, $u_y = \partial_y U_1 - \partial_x U_2$, $b_{xy} = \partial_x b_1 + \partial_y b_2$, $b_{yz} = \partial_y b_1 - \partial_x b_2$. Після відповідних перетворень замість вихідної системи рівнянь (I) одержуємо дві незалежні, перше з яких

$$c_{66} \Delta_{xy} U_2 + \partial_z b_2 = \rho \partial_t^2 U_2, \quad b_2 = c_{55} \partial_z U_2 \quad (2)$$

описує коливання першого класу, які відбуваються без зміни об'єму, а друга

$$c_{11} \Delta_{xy} U_1 + c_{13} \partial_z U_2 = \rho \partial_t^2 U_1, \quad \Delta_{xy} b_1 + \partial_z b_{zz} = \rho \partial_t^2 U_2, \quad (3)$$

$$b_{zz} = c_{31} \Delta_{xy} U_1 + c_{35} \partial_z U_2, \quad b_1 = c_{55} (u_z + \partial_z U_1)$$

коливання другого класу; диференціальний оператор $\Delta_{xy} \equiv \partial_x^2 + \partial_y^2$.

Більшу складність для аналізу має система (3), але при умові $(c_{11} - c_{55})(c_{33} - c_{55}) = (c_{13} + c_{55})^2$ між пружними сталими, яка має кількісне обґрунтування для конкретних матеріалів, розв'язок системи (3) виражається через скалярні функції ψ_k ($\gamma = (c_{11} - c_{55}) / (c_{13} + c_{55})$)

$$v_1 = \psi_1 + \partial_z \psi_3, \quad u_z = \gamma \partial_z \psi_1 - \gamma^{-1} \Delta_{xy} \psi_3, \quad (4)$$

які задовольняють хвильові рівняння

$$c_{11} \Delta_{xy} \psi_1 + c_{33} \partial_z^2 \psi_1 = \rho \partial_t^2 \psi_1, \quad (5)$$

$$c_{55} (\Delta_{xy} \psi_3 + \partial_z^2 \psi_3) = \rho \partial_t^2 \psi_3.$$

Для ортотропних матеріалів аналогічні по складності задачі формулюються для \sqrt{x} ів не залежних від координати x , тобто $\bar{u} = \bar{u}(0, y, z, t)$ і т.д., або координати y , тобто $\bar{u} = \bar{u}(x, 0, z, t)$ і т.д. Відповідні крайові задачі для хвиль зсуву (антиплоска деформація) і позадовжньо-поперечних хвиль (плоска деформація) для ортотропних матеріалів з точністю до позначень співпадають з задачами типу (2) і (3) для трансотропних матеріалів.

Рівняння коливань необхідно доповнити несуперечливими початковими та граничними умовами. Для періодичних процесів, які розглядаються дисертації, в початкових умовах необхідності немає (процес необмежений в часі), а граничні умови необхідні лише на площинах $z = \bar{z}$ які формулюються з трьох альтернативних пар для \bar{b}_{zx} і u_x , \bar{b}_{zy} і u_y , \bar{b}_{zz} і u_z .

Питання про умови на міжфазних переходах досить складне і важливе - йому присвячений другий параграф. Для моделювання дефектів міжфазного з'єднання і фізико-механічних властивостей тонкого шару, який розділяє дві різні компоненти $z > \bar{z} + \varepsilon$ і $z < \bar{z} - \varepsilon$ ($2\varepsilon \rightarrow 0$) шаруватого КМ, вводиться гіпотетична міжфазна площина $z = \bar{z}$ з певними властивостями. На цій площині в залежності від конкретної фізичної ситуації можуть бути сформульовані різні умови спряження. В більшості досліджень з механіки КМ на міжфазній площині $z = \bar{z}$ постулюються умови ідеального (досконалого) контакту

$$b_{3j}(\dots, \bar{z}+0, t) = b_{3j}(\dots, \bar{z}-0, t), \quad u_j(\dots, \bar{z}+0, t) = u_j(\dots, \bar{z}-0, t) \quad (6)$$

В даній роботі приймається, що взаємодія між компонентами $z < \bar{z} - \varepsilon$ і $z > \bar{z} + \varepsilon$ КМ при наявності міжфазного тонкого прошарку з відмінними від компонент властивостями в певній мірі можна враховувати, прийнявши умови спряження на площині $z = \bar{z}$ у вигляді

$$b_{3j}(\dots, \bar{z}+0, t) = b_{3j}(\dots, \bar{z}-0, t), \quad u_j(\dots, \bar{z}+0, t) = u_j(\dots, \bar{z}-0, t) + \eta_{3j} b_{3j}(\dots, \bar{z}-0, t) \quad (7)$$

Міжфазні постійні η_{3j} мають розмірність $m^3 \cdot n^{-1}$ і для ортотропних матеріалів приймають взагалі різні значення. Для транстропних і ізотропних матеріалів $\eta_{31} = \eta_{32}$.

Викладена механічна модель вимагає опису програми визначення додаткових фізичних постійних η_{3j} , що входять до неї. Вказати необхідні експерименти для прямого визначення η_{3j} важко, посереднім чином вони можуть бути визначені, наприклад, при порівнянні теоретичних та експериментальних значень швидкостей поширення ультразвукових хвиль. Умови спряження типу (7) можна одержати, розглядаючи однорідну деформацію тонкого прошарку товщиною h_n між компонентами $z < \bar{z} - h_n/2$ і $z > \bar{z} + h_n/2$. Структуру формул (7) можна одержати також граничним переходом

$$c_{ij,n} \rightarrow 0, \quad h_n \rightarrow 0, \quad h_n/c_{\alpha\alpha,n} \rightarrow \eta_{3,\alpha-1} \quad (\alpha = 3, 4, 5) \quad (8)$$

в співвідношеннях пружності (I) для матеріалу прошарку.

В третьому та четвертому параграфі розвинута теорія плоских об'ємних хвиль в шаруватих КМ з міжфазними недосконалотями в довгохвильовому наближенні. При визначенні ефективних властивостей шаруватого КМ з міжфазними недосконалотями використовується граничний перехід (8) в відомих виразах для ефективних постійних бездефектного шаруватого КМ; в результаті знайдені формули (сумування виконується по непарних числах $q = 1, 3, \dots, Q-1$; Q - парне, $h = h_1 + h_3 + \dots + h_{Q-1}$).

$$\frac{h}{c_{33}} = \sum \left(\frac{h_q}{c_{33,q}} + \eta_{33,q+1} \right), \quad h \frac{c_{3\alpha}}{c_{33}} = \sum h_q \frac{c_{3\alpha,q}}{c_{33,q}}, \quad (9)$$

$$h \left(c_{\alpha\beta} - \frac{c_{3\alpha} c_{3\beta}}{c_{33}} \right) = \sum h_q \left(c_{\alpha\beta,q} - \frac{c_{3\alpha,q} c_{3\beta,q}}{c_{33,q}} \right),$$

$$\frac{h}{c_{44}} = \sum \left(\frac{h_{qy}}{c_{44,q}} + \eta_{32,q+1} \right), \quad \frac{h}{c_{55}} = \sum \left(\frac{h_{qz}}{c_{55,q}} + \eta_{31,q+1} \right),$$

$$h c_{66} = \sum n_q c_{66,q}, \quad h \rho = \sum h_q \rho_q$$

для ефективних пружних постійних c_{ij} і густини ρ . Розв'язок рівнянь в переміщеннях з приведеними параметрами (9) розшукуємо у вигляді плоских хвиль

$$[u_x; u_y; u_z] = \text{Re} [a_1; a_2; a_3] \exp i \omega ((n_1 x + n_2 y + n_3 z) v^{-1} - t),$$

швидкості хвиль визначаються з умови рівності нулеві визначника Крістофеля $\det [\Gamma_{ij} - \delta_{ij} v^2] = 0$ з симетричними елементами. Чисельний аналіз залежності швидкостей довгих хвиль від механічних властивостей КМ, міжфазної постійної $\bar{\eta}_{3j}$ і напрямку поширення показав: швидкість квазіпоздовжніх хвиль при поширенні вздовж шарів практично не залежить від міжфазного параметру $\bar{\eta}_{3j}$; аналогічно поводить себе і одна квазіпоперечна хвиля, тоді як швидкість другої квазіпоперечної хвилі зі збільшенням $\bar{\eta}_{3j}$ зменшується в декілька разів, причому при $\bar{\eta}_{3j} \geq 0,5$ вона практично не залежить від напрямку розповсюдження; при поширенні хвиль в перпендикулярному площинам розділу шарів напрями швидкості квазіпоздовжньої і обох квазіпоперечних хвиль зі збільшенням міжфазного параметру значно зменшуються і стають співмірними по величині; зі збільшенням міжфазного параметру зникають напрями, в яких квазіпоперечні хвилі поширюються з рівними швидкостями.

В другому розділі вивчаються об'ємні та поверхневі хвилі зсуву в регулярно шаруватих КМ з міжфазними недосконалотями в рамках с-руктурної (кусово-однорідної) моделі. В розв'язку рівнянь (2) типу біжучої хвилі

$$[U_2(x, y, z, t); \bar{b}_2(x, y, z, t)] = \text{Re} [h^2 U_2(z); c_{66} h \bar{b}_2(z)] \exp i (k_1 x + k_2 y - \omega t)$$

функція $U_2(z)$ повинна задовільняти рівняння

$$U''(z) + \omega_2^2 U(z) = 0, \quad (10)$$

причому $\bar{b}_2(z) = \bar{c}_{55} h U_2'(z)$, а також $\omega_2^2 = (\rho \omega^2 - k^2 c_{66}) / c_{55}$, $k^2 = k_1^2 + k_2^2$. Розв'язок рівнянь (10) для кожного шару має

вигляд ($q = 1, 2, n$ - ціле число)

$$V_2(z) = A_{2n-2+q}^{(1)} \frac{\sin \alpha_{2,q}(z - z_{2n-2+q})}{c_{55,q} \bar{\alpha}_{2,q}} + A_{2n-2+q}^{(2)} \cos \alpha_{2,q}(z - z_{2n-2+q}) \quad (II)$$

$$z_{2n-3+q} < z < z_{2n-2+q}$$

Тут і далі використовуються безрозмірні величини $\bar{c}_{ij,q} = c_{ij,q}/c_{00}$, $\bar{\eta}_s = \eta_s c_{00}/h$, $\bar{\rho}_q = \rho_q/\rho_{00}$, $\bar{\omega} = \omega h \sqrt{\rho_{00}/c_{00}}$, $\bar{\kappa} = \kappa h$, $\bar{\alpha}_{j,q} = \alpha_{j,q} h$, причому ρ_{00} і c_{00} мають розмірність густини і пружних сталей, $h = h_1 + h_2$.

З умови спряження (?) на площинах розділу компонент одержуємо систему алгебраїчних рівнянь

$$\vec{A}_{2n+1} = M_s(\bar{\alpha}_{2,2}) \vec{A}_{2n}, \quad \vec{A}_{2n} = M_s(\bar{\alpha}_{2,1}) \vec{A}_{2n-1} \quad (I2)$$

Елементи передаточних матриць $M_s(\bar{\alpha}_{2,q})$ порядку 2×2 виражаються через механічні і геометричні параметри КМ, частоту $\bar{\omega}$ і хвильове число $\bar{\kappa}$; вектори $\vec{A}_n = \cos[A_n^{(1)}, A_n^{(2)}]$. Якщо невідомі розшукувати у вигляді

$$\vec{A}_{2n} = \alpha_s^n M_s(\bar{\alpha}_{2,1}) \vec{X}_s, \quad \vec{A}_{2n-1} = \alpha_s^n \vec{X}_s \quad (I3)$$

де α_s і \vec{X}_s - власні числа і вектори передаточної матриці $M_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = M_s(\bar{\alpha}_{2,2}) M_s(\bar{\alpha}_{2,1})$, то загальний розв'язок нескінченної системи (I2) запишеться у вигляді

$$\vec{A}_{2n} = \sum_m Q_m \alpha_{s,m}^n M_s(\bar{\alpha}_{2,1}) \vec{X}_{s,m}, \quad \vec{A}_{2n-1} = \sum_m Q_m \alpha_{s,m}^n \vec{X}_{s,m},$$

причому постійні Q_m повинні визначатися з граничних умов. З умови існування нетривіального розв'язку системи однорідних рівнянь $(M_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) - \alpha_s E_2) \vec{X}_s = 0$ для визначення α_s і \vec{X}_s одержуємо характеристичне рівняння

$$\alpha_s^2 - 2b_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) \alpha_s + 1 = 0, \quad (I4)$$

коефіцієнт якого $b_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})$ залежить від механічних і структурних параметрів, частоти і хвильового числа.

Оскільки коефіцієнт $b_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})$ для пружних матеріалів завжди дійсний, то рівняння (I4) має або дійсні відмінні від ± 1 різні корені (при $|b_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})| > 1$), або комплексні і рівні

за абсолютною величиною одиниці (при $|\delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})| < 1$); при $\delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = \pm 1$ характеристичні числа передаточної матриці $M_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})$ будуть кратними і рівними $+1$ (при $\delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = 1$) або -1 (при $\delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = -1$). В усіх випадках згідно з теоремою Вієта $\alpha_{s,1}\alpha_{s,2} = 1$.

Об'ємні хвилі, які не затухають в усій необмеженій області, будуть існувати при умові

$$-1 < \delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) < +1, \quad (I5)$$

яка і визначає зони пропускання об'ємних хвиль. Заміною невідомої $\alpha_s = \exp i h \zeta_s$ рівняння (I4) зводиться до вигляду

$$\cos h \zeta_s = \delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) \quad (I6)$$

однозначний розв'язок якого в зонах (I5), згідно з правилом відбору мо., визначається формулою

$$h \zeta_s = (-1)^{N_s-1} \arccos \delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) + 2\pi [N_s/2], \quad (I7)$$

в якій N_s - порядковий номер зони пропускання хвиль, $[N_s/2]$ - ціла частина $N_s/2$. Додатні значення $h \zeta_s$, тобто $\alpha_s = \exp i h \zeta_s$ відповідають хвилям, які поширюються в додатньому напрямі вісі Oz , тоді як $\alpha_s = \exp(-i h \zeta_s)$ відповідають хвилям, що поширюються в від'ємному напрямі вісі Oz . При $\bar{\eta}_{31} = 0$ дисперсійне співвідношення (I6) переходить в відоме співвідношення для матеріал з ідеальним міжфазним спряженням; в граничному випадку $\bar{\eta}_{31} \rightarrow \infty$ (I6) вироджується в дисперсійні рівняння $\bar{\alpha}_{2,q} \sin h_q \bar{\alpha}_{2,q} = 0$ для хвиль зсуву в шарах товщини h_q . Якщо (I6) спростити в відповідності до $h_2 \rightarrow 0$, $h_2/c_{55,2} \rightarrow \eta_{31}$, то одержимо дисперсійне співвідношення $\cos h_1 \zeta_s = \cos \alpha_{2,1} h_1 - 0,5 \bar{\eta}_{31} \bar{c}_{55,1} \bar{\alpha}_{2,1} \sin h_1 \bar{\alpha}_{2,1}$ для однокомпонентного матеріалу.

Аналіз розв'язку на границях зон пропускання об'ємних хвиль показав, що на границях $\delta_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = +1$ мають місце симетричні - симетричні коливання

$$u_2(z) = \tilde{A}_q^{(2)} \cos \alpha_{2,q} (z - z_{2n-3+q} - h_q/2), \quad z_{2n-3+q} < z < z_{2n-2+q} \quad (I8)$$

та антисиметричні - антисиметричні коливання

$$u_2(z) = \tilde{A}_q^{(1)} \frac{\sin \alpha_{2,q} (z - z_{2n-3+q} - h_q/2)}{c_{55,q} \bar{\alpha}_{2,q}}, \quad z_{2n-3+q} < z < z_{2n-2+q} \quad (I9)$$

тоді як на границях зон $b_s(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = 1$ мають місце симетричні - антисиметричні коливання

$$v_2(z) = \tilde{A}_2^{(1)} \frac{\sin \alpha_{2,2}(z-nh+h_2/2)}{c_{55,2} \bar{\alpha}_{2,2}}, \quad nh-h+h_1 < z < nh; \quad (20)$$

$$v_2(z) = \tilde{A}_2^{(2)} \cos \alpha_{2,1}(z-nh+h-h_1/2), \quad nh-h < z < nh-h+h_1$$

Та антисиметричні - симетричні коливання

$$v_2(z) = \tilde{A}_2^{(2)} \cos \alpha_{2,2}(z-nh+h_2/2), \quad nh-h+h_1 < z < nh; \quad (21)$$

$$v_2(z) = \tilde{A}_1^{(1)} \frac{\sin \alpha_{2,1}(z-nh+h-h_1/2)}{c_{55,1} \bar{\alpha}_{2,1}}, \quad nh-h < z < nh-h+h_1$$

Частота $\bar{\omega}$ і хвильове число \bar{k} для кожної з форм коливань (18) - (21) зв'язані незалежними один від одного співвідношеннями. Цей аналіз дозволяє не тільки розщепити рівняння границь зон пропускання, але і вказати, які форми коливань відбуваються на кожній з них.

Для дослідження поверхневих хвиль лівівського типу в регулярно-шаруватих КМ з міжфазними недосконалотями розглядається напівобмежена область $z > 0$ з властивостями КМ. Поряд з умовами спряження (7) на вільній границі $z = 0$ виконується умова $b_2(x, y, 0, t) = 0$. Після підстановки в усі ці умови розв'язку (II) одержимо нескінченну систему рівнянь ($n = 1, 2, \dots$)

$$\bar{A}_{2n+1} = M_s(\bar{\alpha}_{2,2}) \bar{A}_{2n}, \quad \bar{A}_{2n} = M_s(\bar{\alpha}_{2,1}) \bar{A}_{2n-1}, \quad A_1^{(1)} = 0,$$

яка шляхом представлення невідомих \bar{A}_n у вигляді (13) приводиться до трьох рівнянь

$$X_s^{(1)} = 0, \quad M_s^{12}(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) X_s^{(2)} = 0, \quad (M_s^{22}(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) - \alpha_s) X_s^{(2)} = 0.$$

Звідси випливають дисперсійні співвідношення для хвиль типу Лява в шаруватих КМ з міжфазними недосконалотями

$$M_s^{12}(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1}) = 0, \quad |M_s^{22}(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})| < 1,$$

причому $\alpha_s = M_s^{22}(\bar{\alpha}_{2,2}, \bar{\alpha}_{2,1})$.

Дисперсійне співвідношення для об'ємних хвиль проаналізовано чисельно в широкому діапазоні значень міжфазного параметра $\bar{\eta}_{31}$. В матеріалах з міжфазними недосконалотями на відміну від матеріалів з ідеальними умовами спряження шарів не існує напрямку, в якому поширюються хвилі всіх частот. Характерною особливістю впливу міжфазного параметру $\bar{\eta}_{31}$ на розташування зон пропускання є їх сильне звуження зі збільшенням $\bar{\eta}_{31}$. Виявити ці вузькі зони, особливо при високих частотах, можливо лише по аналізу титлів рухів (18) - (21) на границях зон пропускання об'ємних хвиль. Зі збільшенням міжфазного параметру $\bar{\eta}_{31}$ зменшуються частоти, при яких має місце пропускання хвиль (другі і т.д. зони пропускання опускаються вниз по частоті). При збільшенні $\bar{\eta}_{31}$ границі зон пропускання асимптотично наближаються до гіпербол, які визначаються дисперсійним співвідношенням для нормальних хвиль зсуву в шарах товщиною h_1 і h_2 .

В третьому розділі досліджуються поздовжні поперечні хвилі в шаруватих КМ з міжфазними недосконалотями. Розв'язок хвильових рівнянь (5) відносно потенціалів Ψ_j вибирається в вигляді біжучих хвиль

$$[\Psi_1(x, y, z, t), \Psi_3(x, y, z, t)] = \text{Re} [h^2 \Psi_1(z); h^3 \Psi_3(z)] \exp i(k_1 x + k_2 y - \omega t),$$

що приводить до звичайних диференціальних рівнянь відносно амплітудних множників $\Psi_1(z)$, $\Psi_3(z)$

$$\Psi_j'' + d_j^2 \Psi_j = 0$$

при позначеннях $d_1^2 = (\rho \omega^2 - k^2 c_{11}) / c_{33}$, $d_3^2 = (\rho \omega^2 - k^2 c_{55}) / c_{55}$. Їх розв'язок для кожного із шарів має вигляд

$$\Psi_1(z) = A_{2n-2+\varphi}^{(1)} \cos d_{1,\varphi} (z - z_{2n-3+\varphi}) + A_{2n-2+\varphi}^{(3)} \frac{\sin d_{1,\varphi} (z - z_{2n-2+\varphi})}{d_{1,\varphi}}, \quad (22)$$

$$\Psi_3(z) = A_{2n-2+\varphi}^{(2)} \frac{\sin d_{3,\varphi} (z - z_{2n-3+\varphi})}{d_{3,\varphi}} + A_{2n-2+\varphi}^{(4)} \cos d_{3,\varphi} (z - z_{2n-3+\varphi}),$$

$$z_{2n-3+\varphi} < z < z_{2n-2+\varphi}.$$

На основі виразів (4) і (1) для зміщень і напружень через потенціали Ψ_j з умов спряження (7) на міжфазних площинах одержуємо

систему алгебраїчних рівнянь

$$M(\bar{c}_{ij,1})\vec{A}_{2n+1} = \hat{M}(\bar{c}_{ij,2})S(h_2)\vec{A}_{2n}, \quad M(\bar{c}_{ij,2})\vec{A}_{2n} = \hat{M}(\bar{c}_{ij,1})S(h_1)\vec{A}_{2n-1},$$

яка заміною невідомих зводиться до вигляду $M(\bar{c}_{ij,2})\vec{A}_{2n} = \vec{B}_{2n}$, $M(\bar{c}_{ij,1})\vec{A}_{2n-1} = \vec{B}_{2n-1}$

$$\vec{B}_{2n+1} = M_{ps}(\bar{c}_{ij,2}, h_2)\vec{B}_{2n}, \quad \vec{B}_{2n} = M_{ps}(\bar{c}_{ij,1}, h_1)\vec{B}_{2n-1}. \quad (23)$$

Елементи передаточної матриці $M_{ps}(\bar{c}_{ij,q}, h_q) = \hat{M}(\bar{c}_{ij,q})S(h_q)M(\bar{c}_{ij,q})$ для i, j -го пару залежать від механічних властивостей, товщини шарів, частоти і хвильового числа; $\vec{A}_n = \text{col}[A_n^{(1)}, \dots, A_n^{(4)}]$, $\vec{B}_n = \text{col}[B_n^{(1)}, \dots, B_n^{(4)}]$. Загальний розв'язок системи (23) буде мати вигляд

$$\vec{B}_{2n} = \sum_{m=1}^4 Q_m \alpha_{ps,m}^n M_{ps}(\bar{c}_{ij,1}, h_1) \vec{X}_{ps,m}, \quad \vec{B}_{2n-1} = \sum_{m=1}^4 Q_m \alpha_{ps,m}^n \vec{X}_{ps,m}. \quad (24)$$

Величини α_{ps} і \vec{X}_{ps} визначаються з однорідної системи рівнянь $(M_{ps} - \alpha_{ps} E_4) \vec{X}_{ps} = 0$. Характеристичне рівняння матриці $M_{ps} = M_{ps}(\bar{c}_{ij,2}, h_2)M_{ps}(\bar{c}_{ij,1}, h_1)$ буде зворотним $\alpha_{ps}^4 + a_1 \alpha_{ps}^3 + a_2 \alpha_{ps}^2 + a_3 \alpha_{ps} + 1 = 0$ і заміною $\alpha_{ps} + \alpha_{ps}^{-1} = 2 \nu_{ps}$ зводиться до квадратного $4\nu_{ps}^2 + 2a_1 \nu_{ps} + a_2 - 2 = 0$. Якщо корені останнього рівняння позначити через $\nu_{ps,1}$, $\nu_{ps,2}$, то всі чотири характеристичні числа будуть визначатися з двох квадратних рівнянь

$$\alpha_{ps}^2 + 2\nu_{ps,1} \alpha_{ps} + 1 = 0, \quad \alpha_{ps}^2 + 2\nu_{ps,2} \alpha_{ps} + 1 = 0, \quad (25)$$

корені яких позначимо через $\alpha_{ps,1}$, $\alpha_{ps,3}$ і $\alpha_{ps,2}$, $\alpha_{ps,4}$ відповідно.

В залежності від значень $\nu_{ps,1}$ і $\nu_{ps,2}$ можливі три випадки значень коренів рівнянь (25). При дійсних $\nu_{ps,j}$ за абсолютною величиною менших одиниці

$$-1 < \nu_{ps,j} < +1, \quad \text{Im } \nu_{ps,j} = 0 \quad (26)$$

корені рівнянь (25) будуть комплексними і за абсолютною величиною рівними одиниці. При дійсних $\nu_{ps,j}$ за абсолютною величиною більшими одиниці корені рівнянь (25) будуть дійсними, причому два з них (будемо позначати їх $\alpha_{ps,1}$ і $\alpha_{ps,2}$) за абсолютною величиною меншими одиниці, а два інших ($\alpha_{ps,3} = \alpha_{ps,1}^{-1}$, $\alpha_{ps,4} = \alpha_{ps,2}^{-1}$) за абсолютною величиною більшими одиниці. Тільки ці два випадки мають

місце при поширенні хвиль зсуву. При поширенні позадозвонно-поперечних хвиль може мати місце і третій випадок: при комплексних $\epsilon_{ps,j}$ корені $\alpha_{ps,1}, \dots, \alpha_{ps,4}$ рівнянь (25) також комплексні, причому два з них ($\alpha_{ps,1}, \alpha_{ps,2}$) за абсолютною величиною менші одиниці, а два інших ($\alpha_{ps,3}, \alpha_{ps,4}$) - більші одиниці. Умова (26) визначає зони пропускання об'ємних хвиль. В цих зонах рівняння (25) заміною $\alpha_{ps} = \exp i h \zeta_{ps}$ зводяться до вигляду $\cos h \zeta_{ps} = \epsilon_{ps,j}$ і їх розв'язок має аналогічну (17) форму

$$h \zeta_{ps} = (-1)^{N_j-1} \arccos \epsilon_{ps,j} + 2\pi [N_j/2].$$

Аналіз розв'язків для об'ємних хвиль на границях зон пропускання показав: при $\epsilon_{ps,1} = \epsilon_{ps,2} = +1$ зміщення U_1 симетричне, а U_2 антисиметричне відносно середини шарів h_1 і h_2 (SS - коливання) або зміщення U_1 антисиметричне, а U_2 симетричне відносно їх середини (AA - коливання); при $\epsilon_{ps,1} = \epsilon_{ps,2} = -1$ зміщення U_1 симетричне, а U_2 антисиметричне відносно середини шарів товщиною h_1 , тоді як у шарах товщиною h_2 зміщення U_1 антисиметричне, а U_2 симетричне відносно їх середини (SA - коливання) або зміщення U_1 антисиметричне, а U_2 симетричне відносно середини шарів товщиною h_1 , тоді як в шарах товщиною h_2 зміщення U_1 симетричне, а U_2 антисиметричне відносно їх середини (AS - коливання). Частота і хвильове число для кожного з типів рухів зв'язані незалежними одне від одного співвідношеннями, що значно спрощує аналіз структури зон пропускання хвиль.

Для дослідження поверхневих хвиль релеєвського типу в регулярно-шаруватих КМ з міжфазними недосконалостями розглядається напівобмежена область $z > 0$ з властивостями КМ. Поряд з умовами спряження (7) на вільній границі $z = 0$ виконуються умови $b_1(x, y, 0, t) = 0, b_{zz}(x, y, 0, t) = 0$. Після підстановки розв'язку (22) в усі ці умови одержимо нескінчену систему рівнянь ($n = 1, 2, \dots$)

$$\vec{B}_{2n+1} = M_{ps}(\bar{c}_{ij,2}, h_2) \vec{B}_{2n},$$

$$\vec{B}_{2n} = M_{ps}(\bar{c}_{ij,1}, h_1) \vec{B}_{2n-1}, \quad (27)$$

$$B_1^{(1)} = 0, \quad B_1^{(3)} = 0$$

Розв'язок цієї системи виражається формулами (24) при $Q_3 = Q_4 = 0$ і умовах $|\alpha_{ps,1}| < 1$, $|\alpha_{ps,2}| < 1$, які забезпечують затухання зміщень і напружень при $z \rightarrow \infty$. Два останні рівняння системи (27) набувають вигляду

$$Q_1 \alpha_{ps,1} X_{ps,1}^{(1)} + Q_2 \alpha_{ps,2} X_{ps,2}^{(1)} = 0, \quad (28)$$

$$Q_1 \alpha_{ps,1} X_{ps,1}^{(3)} + Q_2 \alpha_{ps,2} X_{ps,2}^{(3)} = 0.$$

З умов існування нетривіального розв'язку системи (28) після скорочення на $\alpha_{ps,1}$, $\alpha_{ps,2} \neq 0$ одержимо рівняння

$$X_{ps,1}^{(1)} X_{ps,2}^{(3)} - X_{ps,2}^{(1)} X_{ps,1}^{(3)} = 0, \quad (29)$$

яке разом з умовами $|\alpha_{ps,1}| < 1$, $|\alpha_{ps,2}| < 1$ і буде дисперсійним співвідношенням для визначення залежності між частотою $\bar{\omega}$ і хвильовим числом \bar{k} (для трансструпних матеріалів $k_1 = k \cos \alpha$, $k_2 = k \sin \alpha$) поверхневих хвиль редеевського типу.

Аналіз дисперсійного співвідношення в областях запирання об'ємних хвиль (при дійсних значеннях характеристичних чисел $\alpha_{ps,1}$ і $\alpha_{ps,2}$) значно простіше, як при комплексних $\alpha_{ps,1}$ і $\alpha_{ps,2}$, оскільки в останньому випадку розв'язок рівняння (29) треба шукати в комплексній області значень \bar{k} .

В четвертому параграфі цього розділу розглянуто частинний випадок поширення поздовжньо-поперечних хвиль поперек структури матеріалу. В цьому практично найбільш важливому випадку дисперсійні співвідношення розпадаються на незалежні

$$\cosh h_{ii} \xi_{ii} = \cos k_{ii,1} h_{i,1} \cos k_{ii,2} h_{i,2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\bar{c}_{ii,1} \bar{k}_{ii,1}}{\bar{c}_{ii,2} \bar{k}_{ii,2}} + \frac{\bar{c}_{ii,2} \bar{k}_{ii,2}}{\bar{c}_{ii,1} \bar{k}_{ii,1}} \right) - \quad (30)$$

$$- \bar{\eta}_{3,6-i}^2 (\bar{c}_{ii,1} \bar{k}_{ii,1} \bar{c}_{ii,2} \bar{k}_{ii,2}) \sin k_{ii,1} h_{i,1} \sin k_{ii,2} h_{i,2} -$$

$$- \bar{\eta}_{3,6-i} (\bar{c}_{ii,1} \bar{k}_{ii,1} \sin k_{ii,1} h_{i,1} \cos k_{ii,2} h_{i,2} + \bar{c}_{ii,2} \bar{k}_{ii,2} \sin k_{ii,2} h_{i,2} \cos k_{ii,1} h_{i,1}),$$

які описують поперечні хвилі ($i = 4, 5$) і поздовжні хвилі ($i = 3$). При $\bar{\eta}_{3,6-i} = 0$ формули (30) переходять в відомі дисперсійні співвідношення для матеріалів з ідеальним спряженням шарів. В граничному випадку $\bar{\eta}_{3,6-i} \rightarrow \infty$ (30) вироджується в частотні рівняння $\sin k_{ii,q} h_q = 0$ товщинних коливань шарів товщиною h_1 і h_2 при вільних від напружень граничних поверх-

них. Якщо (30) спростити згідно з умовами $h_2 \rightarrow 0$, $\bar{c}_{ij,2} \rightarrow 0$, $h_2/c_{ii,2} \rightarrow \eta_{3,2}$, то одержимо дисперсійне співвідношення

$$\cos h \zeta_{ii} = \cos K_{ii,1} h_1 - 0,5 \bar{\eta}_{3,6} \bar{c}_{ii,1} \bar{K}_{ii,1} \sin K_{ii,1} h_1.$$

для однокомпонентного матеріалу з міжфазними недосконалотями. В довгохвильовому наближенні ($\zeta_{ii} h \ll 1$, $\bar{K}_{ii,1} \ll \frac{1}{h}$) дисперсійне співвідношення (30) набуває вигляду $\bar{\omega}/\zeta_{ii} = \sqrt{\bar{c}_{ii}/\bar{\rho}}$, де \bar{c}_{ii} і $\bar{\rho}$ визначаються за формулами (9) для ефективних параметрів. При кількісному аналізі дисперсійних співвідношень (30) основна увага зосереджувалася на вивченні поведінки дисперсійних кривих в залежності від міжфазного параметра $\bar{\eta}_{3j}$. Виявлено, що зі збільшенням $\bar{\eta}_{3j}$ зони пропускання хвиль звужуються і виводяться в дискретний спектр власних частот незалежних товщинних коливань шарів товщини h_1 і h_2 ; при $\bar{\eta}_{3j} \gtrsim 5$ третя і наступні зони пропускання визначаються цими частотами (в деяких випадках частоти пропускання приблизно рівні їм при $\bar{\eta}_{3j} = 1$). В другій зоні пропускання при $\bar{\eta}_{3j} \gtrsim 10$ також спостерігається вузька частотна полоса пропускання, але вона не може бути пояснена з точки зору граничного переходу до великих $\bar{\eta}_{3j}$. Особливість чисельного визначення вузьких зон пропускання хвиль при великих $\bar{\eta}_{3j}$ полягає в тому, що знаходження їх за умовою (30) вимагає обчислень з малим кроком по частоті $\bar{\omega}$. Цього вдається уникнути, переходячи до аналізу частотних співвідношень для SS-, AA-, SA-, AS - коливань при $K = 0$. Верхня частота першої зони пропускання при великих значеннях міжфазної постійної може бути визначена з низькочастотного наближення дисперсійного співвідношення (30) і рівна $\bar{\omega} \approx 2\sqrt{\bar{c}_{ii}/\bar{\rho}}$, де \bar{c}_{ii} і $\bar{\rho}$ знаходяться по континуальній теорії. При великих $\bar{\eta}_{3j}$ вона не залежить від пружних властивостей компонентів і рівна $\sqrt{2/\bar{\rho}} \bar{\eta}_{3j}^{-1}$. Дисперсія хвиль стає помітною при частотах, що наближаються до верхньої або нижньої (за виключенням першої зони) частоти границь зон. Поза цими діапазонами частот хвилі поширюються практично без дисперсії і тому їх групова швидкість дорівнює фазовій, яку легко знайти по дисперсійним залежностям.

Основні результати і висновки дисертації полягають в наступному:

I. Розвинута структурна теорія поширення хвиль в регулярно-шарува-

тих ортотропних і транстропних композитних матеріалах з міжфазовими недосконалостями.

2. Одержані дисперсійні співвідношення для об'ємних і поверхневих хвиль зсуву; встановлено чотири типи рухів на границях зон пропускання об'ємних хвиль; виконано якісний і кількісний аналіз залежності зон пропускання об'ємних хвиль від механічних параметрів і ступеня міжфазних недосконалостей в результаті якого виявлено: зі збільшенням міжфазного параметра зони пропускання хвиль сильно звужуються і асимптотично наближуються до дисперсійних кривих нормальних хвиль зсуву в шарах композиції; зі збільшенням частоти зони пропускання чисельно значно простіше визначити по дисперсійних залежностях для форм рухів на границях зон.
3. Вивчені об'ємні та поверхневі повздовжньо поперечні хвилі, одержані дисперсійні співвідношення для них, встановлені чотири типи рухів на границях зон пропускання об'ємних хвиль; проаналізовані об'ємні хвилі, які поширюються перпендикулярно площинам розділу шарів, в результаті чого виявлено: зі збільшенням міжфазного параметру $\bar{\eta}_{3j}$ третя і наступні зони пропускання хвиль звужуються і вироджуються в дискретний спектр власних значень незалежних товщинних коливань шарів товщини h_1 і h_2 ; в другій зоні пропускання при $\bar{\eta}_{3j} \gg 10$ також спостерігається вузька частотна полоса пропускання, але її не можна пояснити з точки зору граничного переходу до великих $\bar{\eta}_{3j}$; дисперсія хвиль стає помітною при частотах, які близькі до верхньої або нижньої (за виключенням першої) частоти границь зон, а поза цими діапазонами частоти хвилі поширюються практично без дисперсії.
4. Визначені ефективні параметри шаруватих композитів з міжфазними недосконалостями (континуальна теорія першого порядку) і швидкості поширення плоских хвиль довільного напрямку в довгохвильовому наближенні і при цьому виявлено: швидкість квазіповздовжньої хвилі при поширенні вздовж шарів практично не залежить від величини міжфазного параметру $\bar{\eta}_{3j}$; аналогічно веде себе і одна квазіпоперечна хвиля, тоді як швидкість другої квазіпоперечної хвилі зі збільшенням $\bar{\eta}_{3j}$ зменшується в декілька разів; при поширенні хвиль перпендикулярно площинам розділу шарів швидкості квазіповздовжньої і обох квазіпоперечних хвиль зі збільшенням міжфазного параметру значно зменшуються; при збільшенні міжфазного параметру зникають вироджені напрями, в яких квазіпоперечні хвилі поширюються з однаковими швидкостями.

Основні положення дисертації викладено в публікаціях:

1. Скорости распространения длинных волн в слоистых композитах с тонкими прослойками // Сопротивление материалов и теория сооружений. Вып. 55. - 1989. - С. 6 - 10 (співавт. Баженов В. А.)
2. Распространение волн поперек структуры слоистого материала с межфазными прослойками // Сопротивление материалов и теория сооружений. Вып. 56. - 1990. - С. 3 - 7 (співавт. Баженов В. А.)
3. Влияние межфазных дефектов на скорости упругих волн в слоистых композитах // Тезисы докл. III Всесоюз. конф. (Львов, 19 - 22 сент. 1991г.). - Львов. ИПММ АН УССР. - 1991. - С. 368.

Мурин

Подписано к печати 23.06.1993г. Формат 60x84/16
Бумага офсетная Усл.-печ. лист. 1,0. Уч.-изд. лист. 1,0.
Тираж 100. Заказ 725. Бесплатно

Поляграф. уч.-к Института электродинамики АН Украины
252057, Киев-57, проспект Победы, 56.

463356

AB 28.291

AB 28.291