

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ
Київський університет ім. Тараса Шевченка

На правах рукопису

СЛЕГАНТОВ Леонід Олександрович

УДК 539.375

ДОСЛІДЖЕННЯ ПЛОСКОГО ТЕРМОНАПРУЖЕНОГО СТАНУ
ВІДЯ КРАЙОВИХ ТРИШИН В МНОГОЗВ'ЯЗНИХ ТІЛАХ

01.02.04 — механіка твердого деформівного тіла

А в т о р е ф е р а т
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ - 1993

AB 28.685

Робота виконана в Київському університеті
ім. Тараса Шевченка

Науковий керівник - доктор фізико-математичних наук,
професор А. О. КАМІНСЬКИЙ

Офіційні опоненти - доктор фізико-математичних наук,
професор Ю. М. ПОДІЛЬЧУК
- кандидат фізико-математичних наук,
Д. М. ПАРФЕНЕНКО

Провідна установа - Київський інститут інженерів
цівільної авіації

Захист дисертації відбудеться "1" XII 1993 року
о 15 годині на засіданні спеціалізованої ради
К 068.18.09 в Київському університеті ім. Тараса Шевченка
за адресою: 252127, Київ-127, проспект акад. Глушкова, 6,
Київський університет, мех.-мат. факультет, ауд. 45.

З дисертацією можна ознайомитися в науковій бібліотеці
Київського університету.

Автореферат розісланий "28" X 1993 року.

Вчений секретар
спеціалізованої ради,
кандидат фіз.-мат. наук,
доцент

В. Ф. Ковальчук

ЛННБ України ім. В. Стефаника



00802339 (P)

ЛННБ ім. В. Стефаника
АН України

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Робота присвячена дослідженню плоского термонапруженого стану біля малих крайових тріщин в багатооз'язаних пружних тілах, якій виникає як наслідок нагріву поверхонь обмежувачих тіло та берегів тріщин до певних сталих значень температури.

Актуальність роботи. Елементи конструкцій, які мають в поперечному перерізі вигляд багатооз'язаної площини, широко застосовуються в усіх галузях сучасного машинобудування. В багатьох випадках вони працюють в умовах нерівномірного нагріву при сталих значеннях температури на контурах, що обмежують ці площини, внаслідок чого поблизу отворів виникає зона підвищених напружень. В цих умовах малі крайові тріщини, або інші поверхневі дефекти, які можуть виникати, наприклад, в процесі обробки, і які є, практично, в усіх конструкціях, являють собою осередки руйнування, з яких починається розвиток магістральних тріщин: процес, наслідком якого є локальне, а згодом і глобальне руйнування конструкції. Це зумовлює необхідність враховувати дію теплових факторів під час проектування, мати можливість оцінювати вплив наявних отворів та можливих технологічних дефектів поверхні на міцність та довговічність споруди. Але, до теперішнього часу, зважаючи на відомі труднощі, що виникають при розв'язуванні двовимірних багатооз'язаних задач теорії пружності і задач крихкого руйнування пружних тіл, послаблених малими крайовими тріщинами, подібні дослідження практично не проводились. В зв'язку з цим, створення нових математичних методів та удосконалення існуючих підходів до розв'язування задач крихкого руйнування при теплових впливах, а також одержання нових числових та графічних результатів, які пов'язані з оцінкою впливу отворів та тріщин на термонапружений стан пружних тіл, становить великий науковий та практичний інтерес.

Мета роботи полягала в розробці нового ефективного підходу до розв'язування плоскої багатооз'язаної задачі теорії пружності, на основі якого можливо було б побудувати загальний розв'язок плоскої задачі термопружності для тіл, послаблених кількома отворами та малими крайовими тріщинами; одержанні ефективних розв'язків нових задач лінійної механіки

руйнування скінченних та нескінченних многозв'язних пружних тіл з малими крайовими тріщинами під дією теплових факторів, та розв'язків нових двовимірних задач стаціонарної теплопровідності, які впливають з постановки розглядуваних задач термопружності; розрахунку числових значень характеристик механіки руйнування в конкретних випадках та дослідженні закономірностей їх зміни в залежності від геометрії області при даних теплових умовах.

Загальна методика дослідження. Розв'язування двовимірної задачі термопружності для тіл з тріщинами відрізняється від розв'язування аналогічної задачі теорії пружності необхідністю визначити розподіл температури в розглядуваній області. Для побудови розв'язків задач використовується метод конформних відображень, апроксимуюча функція спеціального вигляду та розвинення функцій голоморфних в областях обмежених даними контурами в функціональні ряди по поліномах Фабера.

Функція стаціонарного розподілу температури, зображувана як дійсна частина комплексного потенціалу теплопровідності, визначається з відповідних граничних умов. При застосуванні дислокаційної аналогії, многозв'язна задача термопружності замінюється еквівалентною силовою задачею, в якій діючі на контурах навантаження цілком визначаються розподілом температури в розглядуваній площині. Розв'язок останньої шукається на підставі запропонованого в роботі нового підходу, у відповідності з яким будуються комплексні потенціали Колосова-Мусхелішвілі для многозв'язної області обмеженої контурами довільної форми, один з яких має крайові тріщини.

Наукова новизна. Застосування апарату функцій комплексної змінної та методу конформного відображення для розв'язування плоскої задачі теорії пружності, яке набуло розвитку у фундаментальних працях М. І. Мусхелішвілі, ефективно тільки за умови можливості побудови аналітичної функції, яка дає конформне відображення розглядуваної області на область, обмежену круговим контуром. З цієї причини спроби шукати розв'язок многозв'язної задачі за допомогою методів теорії функцій стикаються із значними математичними труднощами.

В роботі пропонується новий підхід, за яким, на основі комбінації методу Д. І. Шермана, узагальненого на випадок мно-

гозв"язної області, обмеженої довірливою кількістю простих замкнених неперетинаючихся контурів, та методу конформного відображення, многозв"язна плоска задача теорії пружності для скінченних та нескінченних тіл, може бути зведена до розв"язування однозв"язної задачі для нескінченної області, обмеженої одним, довірливо обраним, з розглядуваних контурів. При використанні методу А. О. Камінського, запропонований підхід розповсюджується на задачі лінійної механіки руйнування многозв"язних тіл з малими крайовими тріщинами.

В цей спосіб, при застосуванні дислокаційної аналогії, побудовано загальний розв"язок плоскої задачі термопружності, у відповідності з яким многозв"язна задача зводиться до однозв"язної задачі, що у випадку, коли на контур одного з отворів виходять малі крайові тріщини, ефективно розв"язується методом М. І. Мусхелішвілі при застосуванні для функції конформного відображення апроксимуючої функції спеціального вигляду, яка запропонована А. О. Камінським. При використанні функціональних рядів по поліномах Фабера, за рахунок переносу частини аналітичної роботи на чисельне визначення коефіцієнтів розвинення, значно спрощено реалізацію конформного відображення розглядуваних параметричних областей однієї на іншу. В загальному випадку одержано визначальну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно коефіцієнтів розвинення шуканих комплексних потенціалів Колосова-Мусхелішвілі в степеневі ряди, яка є регулярною в усіх розглянутих часткових випадках, що дозволяє шукати її розв"язок за методом послідовних наближень.

Одержано розв"язки нових задач лінійної механіки руйнування при тепловому впливі для скінченних та нескінченних многозв"язних двовимірних областей з малими крайовими тріщинами, а також розв"язки відповідних нових задач стаціонарної теплопровідності. На їх основі сформульовано висновки про деякі закономірності розподілу термонапружень біля тріщин в многозв"язних пружних тілах при даних теплових умовах.

Вірогідність одержаних результатів впливає з коректної постановки задач, математично обгрунтованого методу їх розв"язування, контрольованої точності розв"язку визначальних рівнянь та підтверджується відповідністю числових значень розрахованих на основі запропонованого методу для деяких част-

кових випадків відомих з літератури.

Практичне значення. Результати дослідження можуть бути використані при проектуванні конструкцій та механізмів, працюючих в умовах нерівномірного нагріву, для оцінки впливу наявних отворів і технологічних дефектів обробки поверхні на міцність та довговічність конструкцій. А саме:

- загальний розв'язок стаціонарної плоскої задачі термopружності для многозв'язаних пружних тіл (для побудови розв'язків окремих задач, в тому числі і при інших теплових умовах);

- розв'язки розглянутих в роботі задач (для дослідження характеристик руйнування пружних тіл іншої геометрії, виготовлених з інших матеріалів тощо);

- числові та графічні результати (для оцінки запасу міцності конструкцій відповідної геометрії, що працюють при відповідних теплових умовах та ін.).

Робота являється складовою частиною досліджень за комплексним планом науково-дослідної роботи кафедри механіки суцільних середовищ Київського університету ім. Тараса Шевченка (держреєстрація N 01860098772).

Апробація роботи. Матеріали дисертаційної роботи доклалися та обговорювалися на науковій конференції ім. акад. Кравчука (м. Київ, квітень 1993 р.), семінарах відділу механіки руйнування матеріалів Інституту механіки АН України (м. Київ, 1992 - 1993 р.р.), засіданні проблемної ради механіко-математичного факультету Київського університету ім. Тараса Шевченка (вересень 1993 р.), на конференціях молодих науковців Київського університету, наукових семінарах кафедри механіки суцільних середовищ Київського університету (1991-1993 р.р.)

Основні положення, що виносяться на захист:

1. Метод розв'язування плоскої задачі термopружності для многозв'язаних областей з крайовими тріщинами;

2. Розв'язки нових задач лінійної механіки руйнування многозв'язаних пружних тіл при заданих на поверхні тіл і берегах тріщин сталих значеннях температури;

3. Результати дослідження залежності характеристик руйнування при тепловому впливі від геометрії області.

Публікації. За матеріалами дисертації опубліковано 6 наукових праць.

Структура і об'єм роботи. Дисертація складається з передмови, вступу, 4-х глав, висновків та списку літератури. Робота викладена на 165 сторінках машинопису, містить 28 малюнків та 2 таблиці. Список літератури налічує 160 назв.

ЗМІСТ РОБОТИ

Передмова відбиває важливість та актуальність питань, що складають предмет дослідження. Тут сформульовано мету роботи та основні положення, які виносяться на захист.

Вступ містить огляд наукових праць, які присвячені розв'язанню двовимірних задач теплопровідності та визначенню плоского напружено-деформованого стану, що виникає при дії теплових факторів у пружних многозв'язних тілах, послаблених отворами з криволінійними контурами та тріщинами.

В першій главі дисертації, що носить допоміжний характер, наведені основні співвідношення двовимірної задачі теплопровідності, плоскої задачі термспружності та лінійної механіки руйнування. Стисло викладено метод розв'язування однозв'язних плоских задач для тіл з тріщинами, в основі якого лежить застосування конформного відображення. Побудовано функції, які реалізують конформне відображення області, розташованої зовні одиничного кола, на зовнішність кругового та еліптичного отворів з однією або двома малими крайовими тріщинами. Побудовані функції апроксимовано поліномами спеціального вигляду. Розглянуто необхідні в подальшому відомості з теорії поліномів Фабера, та одержане їх зображення в області, обмеженій довільним криволінійним контуром, на якій виходять малі крайові тріщини.

В другій главі розглянуто плоску задачу термспружності для нескінченної многозв'язної області, обмеженої контурами довільної форми з крайовими тріщинами. Розглядається тіло ізотропне за його тепловими та пружними властивостями, деформації вважаються малими, теплофізичні та механічні властивості не залежать від температури, береги тріщин під час деформування не стикаються.

Вважається, що замкнені гладкі криволінійні контури L_m $m = \overline{1, M}$ та контур отвору L_0 разом з крайовими тріщинами

вільні від зовнішнього навантаження. В розглядуваній області дано стаціонарний розподіл температури $T(x, y) = 2 \operatorname{Re} F(z)$, де $F(z)$ - аналітична в цій області функція вигляду

$$F(z) = \sum_{m=0}^M D_m \ln(z - z_m) + F_0(z),$$

що визначається з відповідних граничних умов. В якій: D_m - деякі дійсні сталі, z_m - довільні точки всередині контурів L_m , $F_0(z)$ - функція, голоморфна в області S .

Задача полягає у визначенні голоморфних в області S функцій $\varphi_0(z)$ і $\psi_0(z)$, що задовольняють на кожному з контурів L_m , $m = \overline{0, M}$ наступним граничним умовам:

$$\varphi_0(t) + t \overline{\varphi_0'(t)} + \overline{\varphi_0(t)} = 2 f_m(t), \quad t \in L_m,$$

де

$$f_m(t) = - \sum_{m=0}^M \left\{ (t A_m + B_m) \ln |t - z_m| + \frac{t}{2} \frac{\overline{z}_m A_m + B_m}{t - \overline{z}_m} \right\}$$

- неперервні та однозначні на L_m , $m = \overline{0, M}$, функції, в яких, задовольняючи умові однозначності зміщень, слід покласти

$$A_m = - \frac{\alpha E}{2}, \quad B_m = \frac{\alpha E}{2} (z_m D_m - \beta_{1m}).$$

α - коефіцієнт теплового розширення матеріалу пружного тіла, E - модуль Юнга, β_{1m} - лишок функції $F_0(z)$ в точці z_m .

Після введення на кожному з гладких контурів L_m , $m = \overline{1, M}$, неперервних та однозначних допоміжних функцій $w_m(t)$, які мають задовольняти наступним рівностям

$$\varphi_0(t) - t \overline{\varphi_0'(t)} - \overline{\varphi_0(t)} = 2 w_m(t), \quad t \in L_m,$$

граничні значення функцій $\varphi_0(z)$ і $\psi_0(z)$ на кожному з контурів L_m , $m = \overline{1, M}$, подаються у вигляді:

$$\varphi_0(t) = f_m(t) + w_m(t),$$

$$\psi_0(t) = \left[\overline{f_m(t)} - \overline{w_m(t)} \right] - \quad t \in L_m$$

$$- \bar{t} \left[\overline{f'_m(t)} - \overline{w'_m(t)} \right],$$

Тоді,

$$\varphi_0(z) = \varphi_{00}(z) - \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=1}^M \int_{L_m} \varphi_0(t) \frac{dt}{t-z}, \quad z \in L_m^+$$

$$\psi_0(z) = \psi_{00}(z) - \frac{1}{2\pi i} \sum_{m=1}^M \int_{L_m} \psi_0(t) \frac{dt}{t-z},$$

і розглядувана задача зводиться до визначення регулярних всюди зовні контуру L_0 функцій $\varphi_{00}(z)$ і $\psi_{00}(z)$ в граничній умови

$$\varphi_{00}(t) + t \overline{\varphi'_{00}(t)} + \psi_{00}(t) = P(t), \quad t \in L_0$$

Це співвідношення являється граничною умовою допоміжної задачі - першої основної задачі плоскої теорії пружності для нескінченної однозв'язної області, обмеженої контуром L_0 , при деякій, поки невідомій, правій частині $P(t) = P[w_m(t)]$, яка фізично означає прикладене на L_0 деяке навантаження, що цілком визначається розподілом температури в області S .

$P[w_m(t)]$ являє собою лінійну комбінацію функцій голоморфних всередині контуру L_0 . Подаючи ці функції у вигляді рядів по поліномах Фабера, побудованих для області, обмеженої контуром L_0 , праву частину граничної умови допоміжної задачі одержимо у вигляді деякого степеневого ряду.

Тоді розв'язування допоміжної задачі ефективно проводиться методом конформного відображення (глава 1) і функції $\varphi_{00}(z)$ і $\psi_{00}(z)$ одержуються у вигляді деяких операторів

від невідомих допоміжних функцій $w_m(t)$, $m = \overline{1, M}$.
Подаючи останні у вигляді відрізка ряду Фур'є на кожному з контурів, та застосовуючи підхід А. О. Камінського, допоміжну задачу за методом рядів зводимо до регулярної системи лінійних алгебраїчних рівнянь.

Потім, підставляючи одержані вирази для $\varphi_{00}(z)$ і $\psi_{00}(z)$ в рівності, згідно яких вводились допоміжні функції $w_m(t)$, одержимо систему лінійних алгебраїчних рівнянь для визначення коефіцієнтів їх розвинення в ряди Фур'є.

Поєднуючи обидві системи, одержимо повну систему лінійних алгебраїчних рівнянь відносно невідомих коефіцієнтів розвинення в ряд функцій $\varphi_{00}(z)$ і $\psi_{00}(z)$, яка є регулярною і допускає в усіх розглянутих випадках розв'язування за методом послідовних наближень.

В третій главі дисертації вперше розглянуто задачу про термонапружений стан нескінченної площини з двома круговими отворами, коли на контур одного з них виходять дві малі колінеарні тріщини рівної довжини. На контурах отворів та берегах тріщин підтримуться сталі значення температури. Перед усім, одержано розв'язок відповідної нової задачі теплопровідності. Розв'язок задачі термопружності одержано у відповідності з її загальним розв'язком, побудованим в главі 2. Досліджено вплив відстані між центрами отворів, кута між лінією, що сполучає центри отворів та лінією тріщин, відносних розмірів отворів та довжини тріщин на коефіцієнти інтенсивності термонапружень біля кінців тріщин.

Для перевірки вірогідності запропонованого підходу та одержаних числових результатів, визначені напруження σ_{θ} на контурі другого (гладкого) отвору. Результати обчислень співставлені з даними, одержаними О. С. Космодамианським і С. О. Калосєровим іншим підходом для випадку двох гладких кругових отворів.

В цій главі розглянуто також нову задачу про термонапружений стан нескінченної площини, послабленої двома еліптичними отворами, коли на контур одного з них виходять дві малі крайові тріщини, при даних на контурах отворів та берегах тріщин сталих значеннях температури. Одержано розв'язок відповідної задачі теплопровідності. На цьому прикладі показано ефектив-

ність запропонованого підходу та зручність одержаного загального розв'язку задачі термопружності у випадку, коли контури отворів відрізняються від кругових. Досліджено вплив геометричних параметрів еліптичних отворів, відстані між ними та довжини тріщин на коефіцієнти інтенсивності напружень. У випадку, коли еліпси вироджуються в кола, одержані числові результати співпадають з результатами попередньої задачі.

В четвертій главі досліджується термонапружений стан скінченної області. Ефективність запропонованого підходу показано на прикладі нової задачі про термонапружений стан еліптичної площини з центральним круговим отвором, на контур якого виходять малі крайові тріщини. На контурах площини та берегах тріщин дано сталу температуру. Розв'язано відповідну нову задачу теплопровідності. Досліджено закономірності зміни коефіцієнтів інтенсивності термонапружень біля вершин тріщин в залежності від геометричних параметрів зовнішнього контуру, його відносних розмірів в порівнянні з радіусом отвору, орієнтації півосей еліпсу відносно лінії тріщин та довжини тріщин.

Граничним переходом одержано розв'язок для еліптичної площини з гладким круговим отвором. Обчислено значення напружень σ_{θ} на обох її контурах. Одержані числові значення співставлені з результатами, які для аналогічного випадку обчислені О. С. Космодамианським і С. О. Калоєровим.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ

1. На основі підходів Д. І. Шермана і А. О. Камінського розроблено метод розв'язування многоав'язної задачі плоскої теорії пружності для однорідних пружних середовищ, які заповнюють скінченну або нескінченну область обмежену лінією, що складається з кількох простих замкнених контурів довільної форми.

2. Побудовано загальний розв'язок плоскої задачі термопружності для многоав'язних пружних тіл, послаблених малими крайовими тріщинами. В загальному випадку задачу зведено до системи лінійних алгебраїчних рівнянь, регулярної в усіх розглянутих часткових випадках.

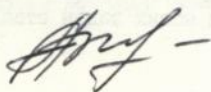
3. Розв'язано ряд нових задач стаціонарної теплопровід-

ності і термопружності для скінченних та нескінченних многозв'язаних областей з крайовими тріщинами, коли на контурах області та берегах тріщин дано сталі значення температури. Визначено коефіцієнти інтенсивності температурних напружень при різних геометричних характеристиках областей (відстань між центрами, відносні розміри та форма отворів, їх розміщення і орієнтація відносно вісі тріщин, довжина тріщин).

4. Проведено аналіз одержаних розв'язків, в результаті якого встановлено деякі закономірності зміни характеристик руйнування в залежності від геометрії області.

Публікації. Основний зміст дисертації викладено в наступних публікаціях:

1. Флегантов Л. О. Температурне поле в нескінченній многозв'язаній площині, послабленій малими тріщинами, що виходять на контур отвору. - Київ: Київ. ун-т, 1992. - 11 с. - Рос. - Деп. в УкрІНТЕІ 25.06.1992 р., №930-Ук92.
2. Флегантов Л. О. Розподіл температури в криволінійному кільці, послабленому малими тріщинами, що виходять на контур. - Київ: Київ. ун-т, 1992. - 10 с. - Рос. - Деп. в УкрІНТЕІ 20.10.1992 р., №1702-Ук92.
3. Флегантов Л. О. Концентрація термонапружень біля малих поверхневих тріщин в многозв'язаній пластині. - Київ: Київ. ун-т, 1992. - 13 с. - Рос. - Деп. в УкрІНТЕІ 18.11.1992 р., №1839-Ук92.
4. Флегантов Л. О. Малі збурення температурного поля зумовлені наявністю малих крайових тріщин в многозв'язаній пластині. - Київ: Київ. ун-т, 1992. - 13 с. - Рос. - Деп. в УкрІНТЕІ 18.11.1992 р., №1840-Ук92.
5. Флегантов Л. О. Температурні напруження біля тріщин в еліптичній пластині з круговим отвором. - Київ: Київ. ун-т, 1993. - 12 с. - Рос. - Деп. в ДНТБ України 20.05.1993 р., №933-Ук93.
6. Флегантов Л. О. Температурні напруження біля тріщин в ізотропній пластині, послабленій еліптичними отворами. - Київ: Київ. ун-т, 1993. - 11 с. - Рос. - Деп. в ДНТБ України 20.05.1993 р., №934-Ук93.



463033

АВ 28.685

Підписано до друку 7. 10. 93р. формат 60x84 1/16. Папір Друкарський.
Друк плоский. Умовн. друк арк. 1. Замовлення №1153. Тираж 102 прим.
Безкоштовно. Ділянка оперативного друку статистичного управління
Полтавської області. м. Полтава, вул. Пушкіна, 103.