ЗАПОРОЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

на правах рукописи

КОЗИН ИГОРЬ ВИКТОРОВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЫ РЕШЕНИЙ НЕКОТОРЫХ КЛАССОВ ЗАДАЧ ДИСКРЕТНОГО ПРОГРАММИРОВАНИЯ

05.13.16. - Применение вычислительной техники математического моделирования и математических методов в научных исследованиях.

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

диссертации на соискание ученой степени кандидата физико - математических наук

Запорожье - 1993

...этики им.В.М.Глушкова

Научный руководитель: академик АН Украины, доктор физико-математических наук, профессор СЕРГИЕНКО И.В.

Официальные оппоненты: доктор физико - математических наук, профессор ЕМЕЛИЧЕВ В.А.
кандидат физико-математических наук, доцент ТУРЧИНА В.А.

Ведущая организация: Институт информационных технологий и прикладной математики СО РАН

Защита диссертации состоится "24" декабря 1993 г. в 15-00 на заседании специализированного совета К 068.52.02 при Запорожском государственном университете по адресу: 330600, г.Запорожье, ул. Жуковского, 66 ауд. 55

С диссертацией можно ознакомиться в библиотеке Запорожского государственного университета.

Автореферат разослан "19" ноября 1993 г.

Учёный секретарь
специализированного совета
к.т.н., доцент СЫСОЕВ Ю.А.

Общая характеристика работы

АКТУАЛЬНОСТЬ ПРОБЛЕМЫ. Диссертационная работа посвящена исследованию математических моделей и методов решения оптимизационных задач с векторными целевыми функциями. Такие задачи являются математическими моделями выбора наиболее целесообразных вариантов, возникающих в автоматизированном проектировании, планировании, экономике и других областях. Особенностью этих задач является оценка качеества решений при наличии нескольких, как правило несоизмеримых критериев. В зависимости от постановки задачи, различные критерии входят в состав векторной целевой функции (ВЦФ) в различных комбинациях, порождая тем самым многообразие задач векторной оптимизации.

В условиях многокритериальности выбор наиболее целесообразного решения осуществляется из множества векторно-несравнимых, конкурирующих альтернатив. Создание теоретически обоснованных методов исследования множеств альтернатив с учктом своцйств этих множествпозволяет получать рациональные проекты более обоснованные, чем полученные эмпирически квалифицированными специалистами. Реализация этих методов на ЭВМ значительно уменьшает затраты квалифицированного труда в процессе принятия решения. Решения, полученные этими методами, с учетом взаимосвязи критериев, приводят к существенной экономии средств и затрачиваемых на их реализацию ресурсов. Поэтому проблема отыскания множеств альтернатив для многокритериальных задач имеет большое практическое и теоретическое значение.

Исследование свойств множеств альтенрнатив многокритериальных задач позволяет во многих случаях получить априорные оценки мощности этого множества, исключить заведомо худшие варианты решений, обосновать выбор решающих правил.

К настоящему времени разработаны различные подходы к решению многокритериальных задач. Вместе с тем решение целого ряда практических задач, в особенности дискретных, в многокритериальной постановке, требует развития новых методов, как точных, так и приближенных, позволяющих осуществлять выбор и принятие решений с учетом специфики рассматриваемой задачи.

ЦЕЛЬ РАБОТЫ - исследование свойств *множеств альтернатив* (*МА*) для многокритериальных задач линейного программирования, целочисленного линейного программирования, теории графов. Основные направления начтоящей работы состоят в следующем:

1. Исследовать проблему полноты для многокритериальной задачи линейного программирования. Установить признаки полноты этих задач.

2. Построить алгоритм отыскания ПМА для многокритериальной задачи линейного программирования.

3. Разработать методы отыскания верхних оценок мощности полного множества альтернатив для многокритериальных задач покрытия орграфа.

4. Исследовать разрешающую способность алгоритма линейной свертки для ряда дискретных многокритериальных задач.

5. Исследовать группы движений критериального пространства, сохраняющие множества альтернатив.

МЕТОДИКА ИССЛЕДОВАНИЯ. В основу исследований были положены методология исследования полного множества альтернатив (*ПМА*) для дискретных многокритериальных задач на графах. Использовался аппарат теории реберных графов при отыскании оценок мощности ПМА многокритериальных задач покрытия орграфа и аппарат теории групп при анализе геометрических свойств множеств альтернатив.

НАУЧНАЯ НОВИЗНА. Установлен критерий полноты для многокритериальной задачи линейного программирования и, в частности, для транспортной задачи. Построен простой алгоритм для отыскания полного множества альтернатив двукритериальной задачи линейного программирования. Предложен метод отыскания верхних оценок мощности ПМА для многокритериальных задач покрытия орграфа. Получены оценки разрешающей способности алгоритма линейной свертки для дискретных многокритериальных задач. Вычислена минимальная группа преобразований пространства R^n, сохраняющая множество Парето n-критериальной задачи оптимизации.

ПРАКТИЧЕСКАЯ ЦЕННОСТЬ. Разработанные в диссертации методы могут быть использованы для решения ряда практических задач, возникающих в САПР электронной аппаратуры на этапе конструкторского проектирования, при решении экономических задач и задач, возникающих в области управления.

РЕАЛИЗАЦИЯ РЕЗУЛЬТАТОВ РАБОТЫ. Предложенные в работе методы использованы при разработке математического обеспечения для расчета эффективности новой техники с учетом многих показателей в Институте трансформаторостроения, при разработке программного обеспечения для автоматизации банковской деятельности для Агропромбанка "УКРАИНА", при разработке алгоритмов обработки финансовых документов в финотделах райисполкомов.

ПУБЛИКАЦИИ И АПРОБАЦИЯ РАБОТЫ. По теме диссертации опубликовано I6 печатных работ. Основные результаты настоящей диссертации докладывались и обсуждались на VI научной конференции "Методы математического программирования" (Свердловск I989), на VIII, IX Всесоюзных конференциях "Проблемы теоретической кибернетики" (Горький, I989, Саратов, I99I), на школах семинарах "Дискретная оптимизация" (Алушта I988,I99I), на Всесоюзном семинаре "Дискретная оптимизация. Методы и приложения" (Тбилиси I990), на 11-й Всесоюзной школе "Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования" (Кострома, I990), Республиканском семинаре по дискретной оптимизации (Ужгород, I99I), на научно-исследовательских семинарах по теории графов и их приложениям (Одесса I992,I993), а также на научных семинарах Института кибернетики АН Украины (Киев), Института информационных технологий и прикладной математики СО АН России (Омск) и др.

СТРУКТУРА И ОБЪЕМ РАБОТЫ. Диссертационная работа состоит из введения, четырех глав, заключения, списка литературы из 32 наименований и приложения, содержащего документ, отражающий внедрение результатов работы. Общий объем работы - 74 страницы (включая приложение).

СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

В ВВЕДЕНИИ обосновывается актуальность исследуемой темы, формулируются цели исследования и содержание полученных результатов, а также дается краткий обзор основных направлений исследований, близких к тематике работы. Там же даются основные определения теории многокритериальной оптимизации.

Математическая постановка задачи многокритериальной оптимизации состоит из указания искомого МА, описания условий, определяющих *множество допустимых решений* (*МДР*) $X=\{x\}$, и заданной на X *векторной целевой функции* (*ВЦФ*)

$$F(x)=(F_1(x),F_2(x),\dots,F_N(x)),$$

частные критерии которой для определенности будем предполагать минимизируемыми: $F_k(x) \rightarrow \min$, $k=\overline{1,N}$.

Допустимое решение $x^* \in X$ рассматриваемой многокритериальной задачи называется *эффективным* или *парето-оптимальным*, если не существует такого решения $x \in X$, для которого имеют место неравенства

$$F_k(x) \le F_k(x^*), \quad k=\overline{1,N},$$

причем хотя бы одно из этих неравенств строгое. Множество $\tilde{X}$ всех парето-оптимальных решений называется множеством Парето рассматриваемой многокритериальной задачи.

ПЕРВАЯ ГЛАВА диссертации посвящена исследованию геометрической структуры множеств альтернатив многокритериальной *задачи линейного программирования* (*МЗЛП*).

Пусть векторная функция $F(\bar{x}) = (F_1(\bar{x}),\dots,F_N(\bar{x}))$, где

$$F_k(\bar{x}) = c_1^{(k)}\bar{x}_1 + \ldots + c_n^{(k)}\bar{x}_n,$$

отображает множество X в критериальное пространство R^N. В случае однокритериальной задачи критериальное пространство, разумеется, одномерно.

Векторная форма МЗЛП имеет вид

$$\bar{c}^{(k)} \cdot \bar{x} \to \min, \quad k=\overline{1,N} \qquad (1)$$

при ограничениях

$$A \cdot x = b, \quad x \geq 0 \qquad (2)$$

Допустимое решение $\bar{x}^* \in X$ ЗЛП (1)-(2) является парето-оптимальным, если не существует такого решения $\bar{x} \in X$, для которого имеют место неравенства

$$\bar{c}^{(k)} \cdot \bar{x} \leq \bar{c}^{(k)} \cdot \bar{x}^*, \quad k=\overline{1,N},$$

причем хотя бы одно из этих неравенств - строгое.

Подмножество X^0, состоящее из представителей классов эквивалентности паретовского множества $\tilde{X}$ по разбиению на прообразы ВЦФ F(x), называется *полным множеством альтернатив (ПМА)*.

Индивидуальную задачу (I)-(2) называется *полной* (*квазиполной*), если для этой задачи ПМА X^0 (ПМ $\tilde{X}$) совпадает с множеством допустимых решений X.

Доказан следующий критерий аолноты многокритериальной ЗЛП:

<u>ТЕОРЕМА I.5</u>. Если размерность множества допустимых решений индивидуальной задачи (I) - (2) равна n, то для того, чтобы эта задача была квазиполной, необходимо и достаточно чтобы выпуклая оболочка векторов $\bar{c}^{(k)}$, $k=\overline{1,N}$, содержала нулевой вектор.

Для многокритериальной *транспортной задачи* (*ТЗ*) с векторной целевой функцией

$$F(x)=(F_1(x),F_2(x),\dots,F_N(x)),$$

где

$$F_k(x)=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m} c_{ij}^{(k)} x_{ij}, \quad k=\overline{1,N} \qquad (3)$$

и ограничениями

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij}=a_i, \quad \sum_{i=1}^{m} x_{ij}=b_j, \quad x_{ij}\geq 0, \; i=\overline{1,n}; \; j=\overline{1,m}. \qquad (4)$$

справедлива

Теорема I.IO. Индивидуальная транспортная задача (8)-(9) является квазиполной в том и только в том случае, когда найдутся такие неотрицательные вещественные числа α_k, $k=\overline{1,N}$, что

$$\sum_{k=1}^{N}\alpha_k=1 \quad \text{и} \quad \sum_{k=1}^{N}\alpha_k\tilde{c}_{ij}^{(k)}=0, \qquad i=\overline{1,n}, \; j=\overline{1,m}$$

$$\text{Здесь} \quad \tilde{c}^{(k)}=c_i^{(k)}-\frac{1}{n}\sum_{p=1}^{n}c_{pj}^{(k)}-\frac{1}{m}\sum_{q=1}^{m}c_{iq}^{(k)}+\frac{1}{mn}\sum_{p=1}^{n}\sum_{q=1}^{m}c_{pq}^{(k)}.$$

На основе доказанных в первой главе работы теорем предложен алгоритм отыскания ПМА двукритериальной ЗЛП. Схема алгоритма такова:

а) находится вершина х многогранника допустимых решений $\bar{x}_1 \in X$, которая является одной из точек лексикографического оптимума задачи. Пусть для определенности $\bar{x}_1$ - точка минимума функции $F_1(\bar{x})$.

б) Начиная с вершины $\bar{x}_1$, строится последовательность вершин $\bar{x}_1,\bar{x}_2,\dots,\bar{x}_s$ многогранника X такая,что:

I) вершины $\bar{x}_i$ и $\bar{x}_{i+1}$ - вершины одного ребра многогранника X;

2) каждая вновь найденная вершина принадлежит множеству $\tilde{X}$;

3) для каждой очередной вершины имеет место неравенство

$F_2(\bar{x}_{i+1}) \le F_2(\bar{x}_i)$;

4) вершины в последовательности не повторяются.

в) Процесс заканчивается как только будет достигнута точка второго лексикографического оптимума задачи .

Во ВТОРОЙ ГЛАВЕ исследуются оценки мощности ПМА для некоторых многокритериальных задач на графах. На основе теории *реберных графов* построен математический аппарат, который позволяет достаточно просто получать оценки мощности ПМА для некоторых классов двукритериальных задач покрытия на орграфах.

К *задачам покрытия* графа относятся задачи выделения суграфа с определенными топологическими свойствами. Примерами таких задач являются задача об остовном дереве, задача о покрытии графа цепями, задача о паросочетаниях и т.д. В работе представлены результаты, полученные в процессе исследования двукритериальных задач покрытия графа при условии, что один из критериев является топологическим. Для экстремальных задач на графах перечень топологических критериев имеет следующий вид :

- число компонент связности;
- степень допустимого подграфа, т.е. графа, представляющего допустимое решение;
- количество висячих вершин;
- диаметр и др.

Среди результатов работы представлены оценки мощности полного множества альтернатив для двукритериальной задачи о покрытии орграфа цепями (когда один из критериев - число компонент связности графа) и для двукритериальной задачи об остовных деревьях (когда один из критериев - степень графа).

В качестве второго критерия брался весовой критерий или критерий "узкого места", т.е. минимаксный критерий.

Для получения оценок применялась конструкция вершинного орграфа . Рассмотрим ориентированный граф $G=(V,E)$, где V - множество вершин орграфа , а E - множество дуг. Каждую вершину v орграфа G заменим дугой, начало которой совпадает с концами всех дуг, входящих в v, а конец совпадает с началами всех дуг, исходящих из v. Вершинный орграф $S(G)$ есть результат стягивания в полученном орграфе всех дуг, принадлежащих множеству дуг E, соответствующим отождествлением вершин.

Рассмотрим двукритериальную задачу покрытия взвешенного орграфа G цепями. В качестве критериев выберем число компонент связности покрытия и весовой критерий. Обозначим через $X=\{x\}$ множество всех покрытий орграфа G, и через X^o - полное множество альтернатив рассматриваемой задачи. Положим $g(x)$ - число компонент покрытия x.

Получена следующая оценка мощности ПМА в классе двукритериальных задач покрытия сильносвязного орграфа цепями:

Теорема 2.4. У всякой задачи покрытия сильносвязного орграфа цепями для мощности ПМА справедлива следующая достижимая верхняя оценка

$$|X^o| \le g(x^*) - \frac{1}{2}\sum_u |d_+(u) - d_-(u)|,$$

где x^* - оптимальное решение задачи о покрытии орграфа G с одним весовым критерием, $d_+(u)$ и $d_-(u)$ -соответственно полустепени захода и исхода вершины u в вершинном орграфе S(G), суммирование ведется по всем вершинам u орграфа S(G).

Аналогичные результаты получены для двукритериальной задачи об остовном дереве, в которой один из критериев - степень дерева, а второй - весовой критерий.

Теорема 2.5. Для задачи об иерархическом остовном дереве сильносвязного орграфа G имеет место оценка мощности ПМА :

$$|X^0| < L - \max_u \,](d_+(u) - 1)/d_-(u)[, \qquad (5)$$

где максимум берется по всем вершинам орграфа S(G), как и прежде, $d_+(u)$, $d_-(u)$ - соответственно степени захода и исхода вершины u орграфа S(G), $]a[$ - наименьшее целое в множестве $\{ x \in R : x \geq a\}$.

ТРЕТЬЯ ГЛАВА посвящена оценке разрешающей способности *алгоритмов линейной свертки* (*АЛС*) для некоторых классов дискретных многокритериальных задач. АЛС является наиболее распространенным алгоритмом отыскания элементов ПМ для многокритериальных задач с линейной ВЦФ. Естественно, возникает вопрос о возможности отыскания всех элементов ПМ (или ПМА) в той или другой многокритериальной задаче с помощью АЛС. В частности, для ЗЛП с помощью АЛС могут быть найдены все точки ПМ (ПМА). К сожалению, далеко не для всех задач проблема отыскания ПМ (или ПМА) разрешима с помощью АЛС. Актуальным является обоснование ответа на следующий вопрос: если для данной задачи проблема нахождения ПМА X^0 неразрешима с помощью

АЛС, то какой наибольшей мощности может достигать подмножество $X_\alpha \subset X^0$, выделяемое из X с помощью АЛС. В работе получены следующие оценки разрешающей способности АЛС для отдельных классов дискретных многокритериальных задач:

Теорема 3.1. Для 2-критериальной задачи Z_2 об остовных деревьях разрешающая способность АЛС ограничена полиномом четвертой степени от числа вершин n:

$$\rho\,(2,n) \le \frac{1}{4}\cdot(n^4 - 2\,n^3 - n^2 + 2\,n) + 1.$$

Теорема 3.2. Если для всех $x \in X$ мощность $|E_x| \le n$ и $\max\limits_{e \in E} w_k(e) \le n^{c_k}$, где $c_k = \mathrm{const}$, $k=1,2$, то разрешающая способность АЛС не превосходит величины

$$\rho(2,n) \le \min\,\{\, n^{c_1+1}, n^{c_2+1}, \nu_1, \nu_2\},$$

где $\nu_k = O(n^{2k-1})$, $k=1,2$.

Заключительная ЧЕТВЕРТАЯ ГЛАВА работы посвященапроблемы выбора в условиях многокритериальности. Проблема выбора наиболее целесообразного решения в условиях многокритериальности практически всегда возникает в процессе создания автоматизированных систем управления, систем автоматизированного проектирования, прогнозирования и т.д.

Задача принятия решения - это задача отыскания "наилучшего" в каком-то смысле элемента на множестве допустимых решений (МДР) X. Выделение "наилучших" решений из X обычно происходит на основании предпочтений лица, принимающего решение. Как правило, предпочтение на X определяется заданием некоторого отношения порядка (или квазипорядка). Для задач многокритериальной оптимизации порядок на множестве X индуцируется ВЦФ $F: X \to R^r$.

Множество минимальных (максимальных) точек относительно этого порядка называется *множеством Парето* (*ПМ*) для рассматриваемой многокритериальной задачи. Следующим этапом принятия решения является выделение из множества Парето множеств альтернатив и, наконец, принятие решения.

Наиболее распространенными МА являются множество Парето $\tilde{X}$, ПМА X^o и *лексикографическое множество альтернатив* (*ЛМА*) X_{lex}, $X_{lex} \subseteq \tilde{X} \subseteq X$.

Одним из часто встречающихся приемов получения решения являются следующий. Строится некоторая свертка критериев или, в более общем случае, выбирается порядок на МДР более слабый, чем порядок, порождаемый ВЦФ F. Определяются точки оптимума по этой свертке или порядку. Эти точки и берутся в качестве искомого решения. Очень часто при задании отдельных критериев ВЦФ присутствует некоторая доля неопределенности. Например, не определено начало отсчета координат в критериальном пространстве или не определен масштаб измерения того или иного критерия. В таких случаях неопределенность, которая не сказывается на ПМ, может существенно повлиять на решение, получаемое в результате свертки критериев.

Меру неопределенности при задании векторной целевой функции определяет группа преобразований, сохраняющая отношение порядка, порождаемое этой целевой функцией на множестве X.

В работе вычислены группы преобразований критериального пространства R^r, сохраняющие наиболее распространенные множества альтернатив. В частности имеют место:

Теорема 4.6. Группа преобразований на R^n, сохраняющих множество Парето, изоморфна прямому произведению $S_n \times D$, где S_n - группа перестановок n элементов и D - группа преобразований вида

$$(x_1, x_2, \ldots, x_n) \longrightarrow (\Phi_1(x_1), \Phi_2(x_2), \ldots, \Phi_n(x_n)),$$

где $\Phi_1(x_1), \Phi_2(x_2), \ldots, \Phi_n(x_n)$ - возрастающие функции соответствующих переменных.

Теорема 4.7-9. Группа сдвигов пространства R^n сохраняет множество альтернатив, порождаемое алгоритмами линейной свертки, лексикографическое множество альтернатив и лексиминный порядок.

В ЗАКЛЮЧЕНИИ сформулированы основные результаты и выводы диссертации, которые выносятся на защиту:

I. Свойство полноты (квазиполноты) обобщено на случай многокритериальной задачи линейного программирования. Исследована геометрическая структора множеств альтернатив многокритериальной ЗЛП. Доказана квазиполнота N-критериальной ЗЛП при $N \geq 2$.

2. На основе результатов исследования геометрической структуры ПМА многокритериальной ЗЛП предложен простой симплекс-алгоритм отыскания ПМА двукритериальной ЗЛП с удельно-полиномиальной трудоемкостью.

3. Исследованы свойства реберных и вершинных орграфов. Установлен ряд связей между свойствами орграфа и свойствами его реберного и вершинного орграфа.

4. На основе полученных свойств орграфов построены оценки

мощности ПМА для некоторых классов двукритериальных задач на орграфах.

5. Исследована разрешающая способность АЛС для дискретных многокритериальных задач. Установлены оценки разрешающей способности АЛС для некоторых модельных задач дискретной оптимизации.

6. Рассмотрена проблема принятия решения в условиях многокритериальной неопределенности. Установлен ряд алгебраических свойств множеств альтернатив и порядков, возникающих в процессе исследования задач многокритериальной оптимизации.

7. Вычислена минимальная группа движения множества Парето для многокритериальных задач. Установлены некоторые групповые инварианты основных множеств альтернатив.

Основные результаты диссертации опубликованы в следующих работах:

I. Козин И.В., Перепелица В.А. Об оценках разрешающей способности алгоритмов линейной свертки // Основы теории вычислений: Сб. аннот. докладов VI Международной конференции - Казань: Казанский ун-т, I987. - С. 26.

2. Козин И.В. Признаки существования гамильтоновых циклов в орграфах // Проблемы теоретической кибернетики: Тезисы докладов VIII Всесоюзной конференции, Горький, I988. - С. I73.

3. Козин И.В. Алгебраические модели зацеплений в R^3 // Тезисы докладов IX Всесоюзной геометрической конференции, Кишинев, I988. - С. 42.

4. Козин И.В., Перепелица В.А. Об оценках разрешающей способности алгоритмов линейной свертки. Деп. в УкрНИИНТИ, 1989. Р.ГАСНТИ 27.47.19. - 16 с.

5. Козин И.В., Максишко Н.К. Исследование одного класса многокритериальных задач об остовных деревьях // Теория и программная реализация методов дискретной оптимизации: Сб. науч. тр. - Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР, 1989. - С. 40-43.

6. Козин И.В., Максишко Н.К., Перепелица В.А. К проблеме нахождения множеств альтернатив для многокритериальных задач дискретного программирования // Методы и программы решения оптимизационных задач на графах и сетях: Тез. докл. IV Всесоюз. совещ. - Новосибирск: ВЦ СО АН СССР, 1989. - Ч.2. - С. 51 - 53.

7. Козин И.В. Задача коммивояжера как задача целочисленного квадратичного программирования // Республ. семинар по дискретной оптимизации : Тезисы докладов - Киев: Ин-т кибернетики им. В.М. Глушкова АН УССР, 1990. - С.39-40.

8. Козин И.В., Перепелица В.А. Алгоритм нахождения полного множества альтернатив двукритериальной задачи линейного программирования // Системы программного обеспечения решения задач оптимального планирования: Тезисы докладов 11 Всесоюзной школы, г.Кострома, 1990 - М: ЦЭМИ АН СССР, 1990. - С. 62-63.

9. Kozin, I.V. About cvasicompletness of multicriterial problem of linear programming. XV International conference Mathematical Optimization - Theory and Application. Eisenach, Germany, 1990, pp. 10-14.

10. Perepelitsa V.A., and Kozin, I.V. About solving

capability of the linear agregation algorithm. Technische Hochschule Ilmenau, DDR, Intern. tagung, Math. optim. und anvendungen, Eisenach, 1989, pp. 137-140.

11. Козин И.В., Перепелица В.А. Об алгоритмах с оценками для задачи о лесах с дробно-линейной целевой функцией // Проблемы теоретической кибернетики: Тез. докл. XI Всесоюзн. конф. - Волгоград: Волгогр. гос. ун-т, 1990. - С.56.

12. Козин И.В. О квазиполноте многокритериальной задачи линейного программирования // Математическое программирование и приложения: Тезисы докладов научной конференции - Свердловск: Ин-т математики и механики УО АН СССР, 1991. - С. 82-83.

13. Козин И.В. Проблема выбора решения в задачах многокритериальной оптимизации // САПР-93: Нов. инф. технологии в науке, образовании и бизнесе: Тез. докл. XX Международной конф. - Гурзуф, 1993. - С.63-64.

14. Козин И.В., Баштанник О.И. Автоматизированное документирование баз данных // САПР-93: Нов. инф. технологии в науке, образовании и бизнесе: Тез. докл. XX Международной конф. - Гурзуф, 1993. - С.92.

15. Kozin, I.V. Problem of the Optimal Solution Choice in Multiobjective Optimization Models // International 93 Lviv Conference "Applied Modelling & Simulation". Summaries of accepted communications. Lviv, 1993, pp. 10-11.

16. Козін І.В. Про оцінки потужності повної множини альтернатив для деяких двокритеріальних задач на графах // ДАН України, в печати.

Подписано к печати 10.10.93 г. Формат 60x84/16

г. Запорожье, зак. N 1203, тир. 100экз.

[illegible] of the linear [illegible]
[illegible] Ukraine, [illegible]
[illegible]. 1989, pp. [illegible]

11. Козин И.В., Перепелица В.А. Об алгоритмах с оценками для задачи о [illegible] с дробно-линейной целевой функцией // Проблемы теоретической кибернетики: Тез. докл. XI Всесоюзн. конф. - Волгоград: Волгогр. гос. ун-т, 1990. - С.66.

12. Козин И.В. О сложности многокритериальной задачи линейного программирования // Математическое программирование и приложения: Тезисы докладов научной конференции. - Свердловск: Ин-т математики и механики УО АН СССР, 1991. - С. 88-89.

13. Козин И.В. Проблема выбора решения в задачах многокритериальной оптимизации // САПР-92: Нов. инф. технологии в науке, образовании и бизнесе: Тез. докл. XI Международной конф. - Гурзуф, 1992. - С.63-64.

14. Козин И.В., [illegible] О.Н. Автоматизированное документирование баз данных // САПР-93: Нов. инф. технологии в науке, образовании и бизнесе: Тез. докл. XX Международной конф. - Гурзуф, 1993. - С.90.

15. Kozin I.V. Problem of the Optimal Solution Choice in Multiobjective Optimization Problem // International '93 [illegible] Conference "Applied Modelling & Simulation". Summaries of accepted communications. Lviv, 1993, pp. 10-11.

16. Козін І.В. Про оцінки [illegible] алгоритмів для [illegible] на графах // ДАН України, в печаті.