

На правах рукопису
УДК 621.3.01

Маслій Іван Євгенович

**РОЗРОБЛЕННЯ МЕТОДІВ АНАЛІЗУ ПЕРЕХІДНИХ ПРОЦЕСІВ У СТРУМО-
ПРОВОДАХ ІЗ ЗОСЕРЕДЖЕНИМИ ТА РОЗПОДІЛЕНИМИ ПАРАМЕТРАМИ**

Спеціальність 05.09.05 - теоретична електротехніка

А в т о р е з е р а т

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата
технічних наук

Львів - 1993 р.

46 28839

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Державному університеті "Львівська політехніка".

Науковий керівник - доктор технічних наук, професор, дійсний член Академії інженерних наук: України і Нью-Йоркської академії наук
В. ЧАБАН

Офіційні опоненти - доктор технічних наук, професор, академік Міжнародної академії комп'ютерних наук і систем
І. БОГАЄНКО

- кандидат технічних наук, доцент
В. САМОТИЙ

Провідна організація - Карпатське відділення інституту геофізики АН України, м. Львів

Захист відбудеться 22 грудня 1993 р., о 10⁰⁰ год., на засіданні спеціалізованої Ради К 068.36.07 при Державному університеті "Львівська політехніка", за адресою: 290646, м. Львів-13, вул. Ст. Бандери 12, гол. корп., ауд. 114.

З дисертацією можна ознайомитись в бібліотеці Державного університету "Львівська політехніка"

Автореферат розісланий 22 11 1993 р.

Вчений секретар спеціалізованої Ради к.т.н., доц.

В. Попічко

ЛННБ ім. В. Стефаника
АН України

ЛННБ України ім.В.Стефаника



00802952 (Q)

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність проблеми. При проєктуванні і вдосконаленні сучасних електротехнічних пристроїв виникають потреби розробки нових методів аналізу перехідних процесів, які дозволяють враховувати поверхневий ефект у струмопроводах із зосередженими та розподіленими параметрами. Математичні моделі, що ґрунтуються на цих методах, повинні враховувати реальні фізичні властивості середовищ. Прагнення врахувати якомога більше число факторів, які суттєво впливають на формування поля в електротехнічних пристроях, обумовлює необхідність вибору найбільш раціональних підходів до реалізації математичних моделей на основі застосування ефективних чисельних методів розв'язання крайових задач за допомогою сучасних засобів обчислювальної техніки.

Перехідні процеси в суцільному провідному середовищі супроводжуються, як правило, інтенсивним поверхневим ефектом, який мусить бути врахований з високою точністю. В роботі розглянено ряд практично важливих задач теорії поверхневого ефекту, а саме:

- розрахунок поверхневого ефекту в струмопроводах, розміщених у феромагнітному середовищі;
- розрахунок поверхневого ефекту в струмопроводах, розміщених у діелектрику;
- розрахунок поверхневого ефекту в колах з розподіленими параметрами.

Задача врахування поверхневого ефекту в струмопроводах, розміщених в феромагнітному середовищі, є невід'ємною частиною сучасної теорії електричних машин. Цей ефект є визначальним у перехідних процесах машин спеціальної конструкції, так званих - глибокопаних, а також машин з масивними струмо- і магнітопроводами.

Задача врахування поверхневого ефекту у струмопроводах, що пролягають у діелектричному середовищі, є актуальною перш за все в електроенергетичних розрахунках при аналізі перехідних процесів у масивних шинопроводах.

Особливий інтерес до перехідних процесів у довгих лініях викликаний необхідністю вивчення комутаційних перенапруг в лініях високої напруги, а також у колах зв'язку. Крім цього, мережі з розподіленими параметрами мають широке практичне застосування. Їх використовують для передавання інформації у телеграфно-телефонно-

му ав'яку, телебаченні, радіолокації, а також для передавання енергії на великі відстані. У діапазоні надвисоких частот мережі з розподіленими параметрами застосовуються також як коливні контури або як їх елементи.

Таким чином, питання, що вирішуються в дисертації, є актуальними не тільки з теоретичної точки зору, але й мають практичне значення.

Мета роботи. Мета дисертаційної роботи - вдосконалення відомих і розроблення нових ефективних методів розрахунку поверхневого ефекту в струмопроводах із розподіленими та зосередженими параметрами, а також створення на їх основі алгоритмів і комп'ютерних програм розрахунку перехідних процесів.

Методи досліджень. У теоретичних дослідженнях використані основні положення теорії електромагнітного поля і електричних кіл із зосередженими і розподіленими параметрами, диференціального й інтегрального числення, теорії матриць і функціонального аналізу, теорії графів, а також чисельних методів у поєднанні з комп'ютерним моделюванням.

Наукова новизна роботи. Розрахунок електричного поверхневого ефекту в суцільному кусково-однорідному середовищі ґрунтується на сумісному використанні методів теорії електромагнітного поля і методів теорії електричних кіл. Для поставлених задач зрішено проблему визначення крайових умов. Розроблено критерії застосування методів скінченних різниць і скінченних елементів.

Нове в роботі:

- розроблено методику розрахунку перехідного електричного поверхневого ефекту в двопровідній довгій лінії і коаксіальних кабелях;
- дано теоретичне обґрунтування явища осциляції напруги і струму в довгих лініях, достовірність висновків доведена математично і підтверджена результатами комп'ютерного моделювання;
- розроблено методику визначення крайових умов для задачі розрахунку поверхневого ефекту у струмопроводах із довільною формою поперечного перерізу, розміщених у діелектрику;
- розроблено методику розрахунку квазістационарних електромагнітних полів у суцільному кусково-однорідному середовищі методом скінченних елементів;
- показано спосіб врахування симетрії при розрахунку квазі-

стаціонарних електромагнітних полів для струмопроводів із симетричним профілем поперечного перерізу методом скінченних елементів;

- дано аналіз впливу струмів зміщення на точність розрахунку поверхневих явищ у квазістаціонарному наближенні;
- розроблено ефективні алгоритми і програми для аналізу перехідного поверхневого ефекту, які дозволяють відобразити результати розрахунків у вигляді графіків на дисплеї комп'ютера і роздрукувати в графічному режимі на принтері.

Основні положення, що виносяться на захист. За результатами роботи на захист виносяться:

1. Методика і комп'ютерна програма розрахунку поверхневого ефекту в струмопроводах, розміщених у феромагнітному середовищі.
2. Методика і комп'ютерна програма розрахунку поверхневого ефекту в струмопроводах, розміщених у діелектричному середовищі.
3. Аналіз впливу струму зміщення на точність розрахунку поверхневого ефекту у квазістаціонарному наближенні.
4. Методика визначення крайових умов для задачі розрахунку поверхневого ефекту у струмопроводах із довільною формою поперечного перерізу, розміщених у діелектрику;
5. Методика застосування методу скінченних елементів для розрахунку перехідного поверхневого ефекту в суцільному кусково-однорідному середовищі.
6. Методика розрахунку поверхневого ефекту в колах із розподіленими параметрами.
7. Теоретичне обґрунтування явища осциляції напруги і струму в довгих лініях.

Практична цінність роботи така:

- розроблені математичні моделі, алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку перехідного електричного поверхневого ефекту у струмопроводах, що пролягають у феромагнітному середовищі, можуть бути використані у математичній теорії електричних машин;

- розроблені математичні моделі, алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку перехідного електричного поверхневого ефекту у струмопроводах, що пролягають у діелектрику, можуть бути використані в електроенергетичних розрахунках розподілу електроенергії;

- розроблені математичні моделі, алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку перехідних процесів з врахуванням електричного поверхневого ефекту в колах із розподіленими параметрами можуть бути використані в практичних задачах електроенергетики, радіоелектроніки, провідного зв'язку.

Апробація роботи. Основні положення роботи доповідалися і обговорювалися на Республіканській школі-семінарі, Шацьк, 1986р.; Республіканському семінарі АН України "Математичне моделювання процесів і оптимізація динамічних кіл і електричних систем з вентильними елементами", Львів, 1993 р.; науково-технічних конференціях професорсько-викладацького складу Львівського політехнічного інституту в 1984-1988 рр. і Львівського державного університету в 1990-1993 роках.

Публікації. За основними результатами роботи опубліковано 4 друковані праці.

Структура і об'єм роботи. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів з висновками, основних результатів роботи та додатку, викладених на 201 сторінці машинописного тексту, містить список літератури із 149 найменувань та 37 малюнків.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтована актуальність теми дисертаційної роботи, коротко розглянуті існуючі методи розрахунку поверхневого ефекту, сформульовано мету роботи, її наукову новизну, вказано на основні проблеми, які потрібно було вирішити для досягнення поставленої мети. Наведено основні результати роботи, які виносяться на захист.

У першому розділі наведено порівняльний аналіз існуючих методів розрахунку поверхневого ефекту в електротехнічних пристроях. Підкреслено, що з розвитком обчислювальної техніки, ширший розвиток отримали методи теорії електромагнітного поля у поєднанні з чисельними методами.

Аналіз літературних джерел, присвячених розрахунку поверхневого ефекту, показує, що в загальному випадку такі задачі розв'язуються при значних спрощеннях. До цього часу для врахування поверхневого ефекту при проведенні досліджень перехідних процесів використовуються методи, які ґрунтуються на поділі суцільного проводу на елементарні частини меншого перерізу, в яких мож-

на було б знехтувати поверхневими явищами, і побудові розрахункових схем з використанням методів теорії електричних кіл. Ланцюгова схема не відображає з необхідною точністю фізичних процесів, тому такий метод, як правило, вимагає постановки експерименту. В загальному випадку для розв'язання просторових задач прості поняття теорії електричних кіл не підходять.

Проведено аналіз математичних моделей, які використовуються для розрахунку поверхневого ефекту. Вивчення питання показало, що найбільш перспективним способом врахування поверхневого ефекту, є метод сумісного використання методів теорії електромагнітного поля і методів теорії електричних кіл. Застосовуючи таку методику, одержуємо математично коректні задачі електродинаміки при довільному законі зміни електричного струму в часі. Це дозволяє проводити дослідження як перехідних, так і усталених процесів. Аналіз при цьому відрізняється простотою і наочністю.

У другому розділі моделюється поверхневий ефект в електричних проводах, розміщених у феромагнітному середовищі.

Першою розглянено задачу врахування поверхневих явищ у прямокутному проводі, розміщеному в глибокому пазі з паралельними стінками. Розрахунок здійснюється за квазістационарними рівняннями електромагнітного поля (Чабан В.Й. Методи нелінійної електротехніки. - Львів: Світ, 1990.):

$$\frac{dH}{dt} = \frac{b\mu\gamma}{a} \cdot \frac{d^2H}{dz^2}, \quad (1) \quad \frac{dH}{dz} = -\gamma \cdot E; \quad (2) \quad u = E_0 l. \quad (3)$$

де H - y -складова напруженості магнітного поля; E - x -складова напруженості електричного поля, μ - магнітна проникність середовища; γ - електропровідність середовища; E_0 - напруженість електричного поля в зоні розкриття пазу; u - напруга; a , b - відповідно ширина пазу і струмопроводу.

Початкові умови $H(0, z)$ вважаємо відомими, а крайові умови визначаємо за законом повного струму $H(t, 0) = I/a$; $H(t, h) = 0$.

Розв'язок цієї задачі шукаємо методом скінченних різниць. Зрозуміло, що рівняння, які описують розподіл поля для окремого струмопроводу, справедливі і для системи проводів лише за іншими крайовими умовами. Крайові умови для двох проводів, розміщених у глибокому прямокутному пазі, залежать від напрямку струму, який протікає в проводах. Якщо в обох проводах струм протікає в одному

напрямку, то крайові умови матимуть вигляд: $H(t,0) = (i_1+i_2)/a$; $H(t,h_1) = i_1/a$; $H(t,h) = 0$, де i_2 - струм, який протікає в верхньому проводі, i_1 - струм, який протікає в нижньому проводі.

У випадку протікання струму в провідниках у протилежних напрямках, крайові умови запишемо: $H(t,0) = (i_1-i_2)/a$; $H(t,h_1) = i_1/a$; $H(t,h) = 0$.

Для обчислення поверхневого ефекту в фігурних струмопроводах переходимо від векторів E і H до векторного A і скалярного φ потенціалів.

Оскільки ми розглядаємо лінійне ізотропне середовище, то для обчислення векторного потенціалу слід використати формулу:

$$\frac{dA}{dt} = \frac{1}{\mu \cdot \gamma} \left(\frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2} \right), \quad (4)$$

де A - поведовжня компонента вектора A , тобто $A = \bar{x}_0 A$ де \bar{x}_0 - орт; y, z - просторові координати.

Початкові умови вважаємо заданими, а крайові - визначимо згідно формул:

$$\left. \frac{dA}{dn} \right|_{\Gamma} = -\mu \cdot \frac{i}{a}; \quad (5a) \quad \left. \frac{dA}{dn} \right|_{\Gamma_2} = 0, \quad (5b)$$

де Γ - границя області інтегрування в зоні розкриття паузу; Γ_2 - границя вадовж закритої зони паузу; a - ширина розкриття паузу; n - нормаль до границі області.

Вектор напруженості електричного поля знаходимо за виразом:

$$E_{np} = - \left(\frac{dA}{dt} + \text{grad} \varphi \right). \quad (6)$$

Є два шляхи реалізації (6). Перший з них полягає у дотриманні рівності $\varphi=0$, тоді ми розраховуємо повний вектор E , а другий - в обчисленні $\text{grad} \varphi = i/s$, де i - струм, s - площа поперечного перерізу. В останньому випадку ми розраховуємо лише вихрову складову вектора E , що зумовлює зміну крайових умов. Далі приймаємо $\varphi=0$.

В режимі заданого струму $i(x, t)$ фізичний процес в тілі струмопроводу описується напругою $u(x, t)$, яка одночасно визначається значенням напруженості електричного поля E_0 на поверхності стру-

монроводу в зоні розкриття пазу (в закритих пазах через сильне нагиччення заліза вводитьс'я еквівалентна зона розкриття пазу).

Заміра крайової задачі (4), (5) варіаційною зводиться до мінімізації функціоналу :

$$X(A) = \frac{1}{2} \int_S (G \xi G + 2QA) ds + \frac{\mu i}{a} \int_{\Gamma} Adl. \quad (7)$$

$$Q = \mu i \frac{dA}{dt}; \quad G = \left(\frac{dA}{dv}; \frac{dA}{dz} \right)_t. \quad (8)$$

У випадку симетричного профілю поперечного перерізу пазу можна проводити інтегрування (7) лише для однієї половини пазу. При цьому значення інтегралів у (7) необхідно подвоїти та доповнити задачу (4), (5) крайовою умовою вздовж Γ_1 - осі симетрії пазу:

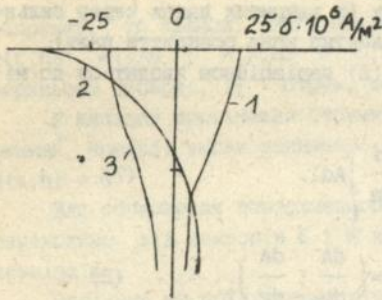
$$\left. \frac{dA}{dn} \right|_{\Gamma_1} = 0 \quad (9)$$

Розіб'ємо область інтегрування S на окремі трикутні елементи. Всередині кожного з них функцію A апроксимуємо поліномом першого порядку. Представивши (7) у вигляді суми по елементах площі, і, прирівнявши першу варіацію отриманого функціонала до нуля, після відомих перетворень одержимо систему звичайних диференціальних рівнянь:

$$D \frac{d\tilde{A}}{dt} + C\tilde{A} + F(t) = 0, \quad (10)$$

де \tilde{A} , F - глобальні матриці-стовпці дискретних значень відповідно векторного потенціалу на множині вузлів розбиття області інтегрування і граничних умов; D , C - глобальні демпферна і жорсткісна матриці. Порядок цієї системи визначається кількістю вузлів розбиття області інтегрування S на трикутні елементи.

Таким чином, алгоритм розрахунку поверхневого ефекту в пазу, що пролягає у феромагнетик, зводиться до інтегрування звичайних диференціальних рівнянь (9). Досвід показує, що тут доцільно застосовувати явні методи чисельного інтегрування. На малюнку і показано розподіл густини струму по лінії симетрії фігур-



Мал. 1.

ного пазу із симетричним профілем поперечного перерізу в моменти часу: 1 - 0,05 с.; 2 - 0,10 с.; 3 - 0,15 с. Розрахунки виконані при нульових початкових умовах. Константи середовища $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\gamma = 0,57 \cdot 10^8$ См/м, частота джерела живлення 5 Гц.

Третій розділ присвячений аналізу поверхневого ефекту в струмопроводах, розміщених у діелектричному середовищі. У круглих струмопроводах електромагнітне поле всередині провідника має осьову

симетрію.

Розрахунки здійснюємо за рівняннями Максвелла в циліндричній системі координат. Смірувавши вісь x вздовж осі струмопроводу, маємо: $\mathbf{E} = \chi_0 \mathbf{E}$, $\mathbf{H} = \alpha_0 \mathbf{H}$, де χ_0 , α_0 - лінійний і кутовий орти.

Розрахункові рівняння набувають вигляду:

$$\frac{dH}{dt} = \frac{1}{\mu\gamma} \left(\frac{d^2H}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH}{dr} - \frac{1}{r^2} H \right); \quad \frac{d(r \cdot H)}{r \cdot dr} = \gamma \cdot E. \quad (11)$$

Розглянемо три випадки: суцільний круглий струмопровід; циліндричний струмопровід і круглий двопровідний струмопровід.

Вважаємо початкові умови відомими, а крайові умови для суцільного круглого струмопроводу матимуть вигляд: $H(0, t) = 0$; $H(R, t) = i/2\pi R$. Для циліндричного струмопроводу запишемо: $H(R_1, t) = 0$; $H(R_2, t) = i/2\pi R_2$, де R_1 - внутрішній радіус, а R_2 - зовнішній радіус. Для двопровідного круглого струмопроводу, коли поверхня внутрішнього проводу покрита однорідним шаром іншого проводу, крайові умови будуть залежати від напрямку струму, який протікає по провідниках і матимуть вигляд: $H(0, t) = 0$; $H(R_1, t) = i_1/2\pi R_1$; $H(R_2, t) = (i_1 \pm i_2)/2\pi R_2$, де i_1 - струм, який протікає у внутрішньому проводі, i_2 - струм, що протікає у зовнішньому проводі.

Для струмопроводу із довільною формою поперечного перерізу головна складність аналізу полягає у визначенні крайових умов на поверхні струмопроводу. Тому розширимо область інтегрування, виходячи за межі площі перерізу струмопроводу на відстань R , з якої

струмопровід можна з достатньою точністю розглядати як точковий.

Досліджено двовимірну просторову задачу - коли неферромагнітний струмопровід із прямокутною формою поперечного перерізу пролягає в діелектрику. У режимі задачого струму $i(t)$ фізичний процес у тілі струмопроводу описується напругою $u(x, t)$. Напруга пов'язана зі значенням напруженості електричного поля E_0 , де E_0 відповідає точці розподілу магнітного потоку на зовнішній і внутрішній відносно струмопроводу. У даному конкретному випадку ця точка знаходиться в одному з кутів струмопроводу. Для знаходження x -складової частини векторного потенціалу A в області провідника використовуємо формулу (4).

У зоні діелектрика $\gamma=0$, і розрахунок виконуємо згідно формул:

$$\frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2} \right) = 0 ; \quad (12a) \quad \frac{dA}{dn} \Big|_{\Gamma} = - \frac{\mu i}{2\pi R} ; \quad (12b)$$

де Γ - межа області інтегрування по колу радіусу R .

Оскільки в даному випадку ми маємо рівняння з розривними коефіцієнтами із-за того, що провідність струмопроводу має скінченне значення, а діелектрика рівна нулю, то ми задалегідь шляхом граничного переходу зводимо задачу до системи алгебродиференціальних рівнянь за часом виду (10).

Початкові умови, як і раніше, вважаємо відомими. Крайові умови визначаємо згідно (12b). У випадку просторової симетрії область інтегрування можна зменшити, задаючи додаткові крайові умови за принципом симетрії.

Відступивши від умови квазістационарності, рівняння (4) ускладнюється:

$$\mu \cdot \varepsilon \cdot \frac{d^2 A}{dt^2} + \mu \cdot \gamma \cdot \frac{dA}{dt} = \frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2} . \quad (13)$$

У зоні діелектрика маємо:

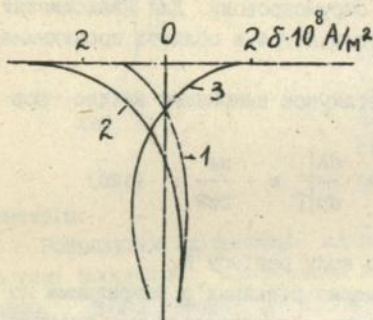
$$\varepsilon \cdot \frac{d^2 A}{dt^2} = \frac{1}{\mu} \cdot \left(\frac{d^2 A}{dy^2} + \frac{d^2 A}{dz^2} \right) ; \quad (14a) \quad \frac{dA}{dn} \Big|_{\Gamma} = - \frac{\mu i}{2\pi R} ; \quad (14b)$$

Перший доданок у лівій частині (12) дає змогу оцінити вплив струму зміщення на фізичний процес. Цей доданок ускладнює дискретні рівняння (10):

$$D_1 \frac{d^2 \tilde{A}}{dt^2} + D_2 \frac{d \tilde{A}}{dt} + CA \cdot F(t) = 0, \quad (15)$$

Де D_1 і D_2 - глобальні демпферні матриці за струмом зміщення і провідності.

Для прямокутного струмопроводу результати обчислень за формулами (4) і (12) наведені на мал. 2. Тут показано розподіл густини струму вдовж вертикальної лінії, яка проходить через середину струмопроводу, в моменти часу:



1 - 0,01 с., 2 - 0,015 с., 3 - 0,02 с. Розрахунки виконані при нульових початкових умовах. Константи середовища $\mu = 4\pi \cdot 10^{-7}$ Гн/м, $\gamma = 0,57 \cdot 10^8$ См/м, частота джерела живлення 50 Гц.

У четвертому розділі розглядаються перехідні поверхневі процеси в колах із розподіленими параметрами.

Аналіз перехідних процесів, що ґрунтується на інтегруванні відомих телеграфних рівнянь, не може забезпечити достатню точність, так як процеси при крутих фронтах хвилі і радіочастотах не можуть бути описані без врахування поверхневого ефекту.

Розглянемо коаксіальний кабель з двома масивними проводями. У циліндричних координатах вектори \mathbf{E} і \mathbf{H} для нього матимуть вигляд: $\mathbf{E} = \chi_0 \mathbf{E}_\chi + \Gamma_0 \mathbf{E}_r$; $\mathbf{H} = \alpha_0 \mathbf{H}$, де $\chi_0, \Gamma_0, \alpha_0$ - орти.

Враховуючи взаємозв'язок \mathbf{E}_r і \mathbf{H}_χ з інтегральними величинами електромагнітного поля, одержано рівняння, яке описує розподіл напруги в кабелі (Чабан В.Й. Методи нелінійної електротехніки. - Львів: Світ, 1990.):

$$-du/dx = E_\chi(R_1) - E_\chi(R_2) + L_0 di/dt \quad (16)$$

де L_0 - зовнішня погонна індуктивність кабелю. Для врахування вплива витіснення струму в тілі струмопроводу, необхідно обчислювати значення $E_\chi(R_1)$ і $E_\chi(R_2)$, що пов'язано з інтегруванням рів-

нянн поля в тілі ступопродову. Нехтучи струмом зміщення в про-
воді, значення $E_x(R_1)$ і $E_x(R_2)$ знаходимо на основі рівняння:

$$E(r) \Big|_{r=R_1, R_2} = \frac{1}{\gamma} \cdot \left(\frac{dH\alpha}{dr} + \frac{H\alpha}{r} \right) \Big|_{r=R_1, R_2} \quad (17)$$

Для обчислення $H\alpha$ використовується формула:

$$\frac{dH\alpha}{dt} = \frac{1}{\mu\gamma} \cdot \left(\frac{d^2H\alpha}{dx^2} + \frac{d^2H\alpha}{dr^2} + \frac{1}{r} \frac{dH\alpha}{dr} - \frac{1}{r^2} \cdot H\alpha \right) \quad (18)$$

Початкові умови $H\alpha(r, x, 0)$ вважаємо відомими, а крайові умови
знаходимо на основі закону повного струму:

$$H\alpha \Big|_{\substack{r=0 \\ r=R_2}} = 0; \quad H\alpha \Big|_{\substack{r=R_1 \\ r=R_2}} = \frac{i(x, t)}{2\pi r} \Big|_{\substack{r=R_1 \\ r=R_2}}; \quad \frac{dH\alpha}{dx} \Big|_{\substack{x=0 \\ x=l}} = 0. \quad (19)$$

тут l - довжина кабеля. Остання крайова умова відповідає відсут-
ності вихрових струмів у зосереджених колах, що прилягають до ка-
беля.

Для розрахунку просторово-часового розподілу струму сдержано
рівняння:

$$L_c C_o \frac{d^2 i}{dt^2} + g_o C_o \frac{di}{dt} = \frac{d^2 i}{dx^2} + g_o f + C_o \frac{df}{dt}, \quad (20)$$

де $f = E_x(R_1) - E_x(R_2)$.

Граничні умови знаходимо згідно:

$$\frac{di}{dx} \Big|_{x=0, l} = - \left(C_o \frac{du}{dt} + \epsilon_o u \right) \Big|_{x=0, l} \quad (21)$$

Напруга на початку кабеля $u(0, t) = U(t)$, як правило, задана
джерелом живлення. На кінці кабеля її визначаємо, виходячи із
рівнянь зосередженого навантаження $u(l, t) = L di/dt + Ri + u_c$,
 $i(l, t) = C du/dt$, де R, L, C - опір, індуктивність і ємність; u_c -
напруга на конденсаторі.

Розв'язок рівняння на першому часовому кроці здійснюємо за
формулою:

$$di(0, x)/dt = - du(0, x)/(L_0 dt) = \varphi(x). \quad (22)$$

Розглянемо коаксіальний кабель, внутрішня жила якого є суцільним проводом, а зовнішня - складається з переплетених тонких проводів. У цьому випадку фізичний процес у внутрішній жилі описується рівняннями квазістационарного електромагнітного поля, а в зовнішній жилі та у діелектрику - рівняннями кіл із розподіленими параметрами. Відсутність поверхневого ефекту в зовнішній жилі дозволяє знайти $E_x(R_2)$ в формулі (16) за законом Ома: $E_x(R_2) = R_0 i$, тут R_0 - погонний опір зовнішньої жили. Тоді (16) перепишемо:

$$-du/dx = E_x(R_1) + R_0 i + L_0 di/dt \quad (23)$$

Відповідно (20) набуде вигляду:

$$L_0 C_0 \frac{d^2 i}{dt^2} + a \frac{di}{dt} = \frac{d^2 i}{dx^2} - g_0 E_x(R_1) - C_0 \frac{dE_x(R_1)}{dt} - g_0 R_0, \quad (24)$$

де $a = g_0 L_0 + R_0 C_0$.

Рівняння (24) описує просторово-часовий розподіл струму для такого кабелю. Вирізи (17), (18), (24) при граничних умовах (19), (21), з початковими (22) утворюють повну систему диференціальних рівнянь коаксіального кабелю з одним масивним струмопроводом.

Розглянемо двопровідну довгу лінію, яка має проводи радіусу R і відстань між проводами - D . З достатньою точністю можна припустити, що в двопровідній лінії збігаються геометричні і електричні осі проводів. У цьому випадку розподіл напруги в лінії знаходимо за формулою:

$$-du/dx = 2E_x(R) + L_0 di/dt \quad (25)$$

тут $L_0 = \mu \ln(D/R)/\pi$ - зовнішня індуктивність лінії. Величина $2E(R)$ - відображає дію внутрішніх індуктивності і опору двох проводів.

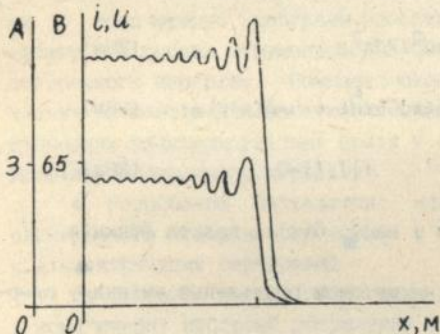
Тоді рівняння, яке описує просторово-часовий розподіл струму у лінії, матиме вигляд:

$$L_0 C_0 \frac{d^2 i}{dt^2} + a \frac{di}{dt} = \frac{d^2 i}{dx^2} - 2g_0 E(R) - C_0 \frac{dE(R)}{dt} - g_0 R_0, \quad (26)$$

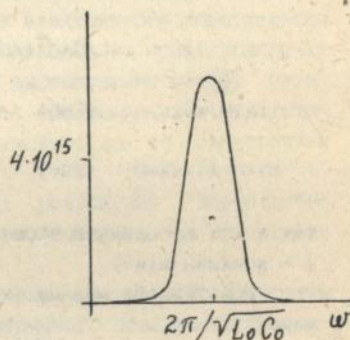
де $a = g_0 L_0 + R_0 C_0$.

В усіх випадках при розрахунку перехідних процесів у довгих лініях з допомогою явних, неявних і аналітичних методів, при крутих фронтах хвилі було виявлено ефект осциляції кривих напруги і струму (мал. 3). До цього часу такий ефект пояснювався різними авторами похибками обчислень або дисперсійними властивостями лінії, що не в повній мірі відображає фізичні процеси в довгій лінії.

Розглянемо випадок вмикання довгої лінії на постійне джерело живлення. У лінії виникає біжуча електромагнітна хвиля. Під дією електричного поля на фронті хвилі між провідниками проходить струм зміщення. Таким чином утворюється замкнене коло струму. У міру просування хвилі - коло збільшується. У контурі, охопленому



Мал. 3.



Мал. 4.

цим колом, утворюється магнітний потік, лінії якого лежать в площині перпендикулярних до осей проводів. При переміщенні хвилі на довжину dx за час dt магнітний потік збільшується на величину $d\Phi = L_0 di dx$. Приріст потоку $d\Phi$ в контурі індуктує електрорушійну силу самоіндукції du_1

$$du_1 = -(L_0 di/dt) dx, \quad (27)$$

діючи проти напрямку поширення хвилі. Саме ця електрорушійна сила, завдяки наявності індуктивності і ємності в довгій лінії, приводить до виникнення коливань струму і напруги в довгій лінії, оскільки відомо, що енергія магнітного і електричного полів цих

елементів не може змінюватися скачком при комутації в колі.

У зв'язку з тим, що ефект осциляції залежить лише від індуктивності і ємності лінії, то розглянемо лінію без втрат, тим самим виключаючи явище дисперсії. Лінія без втрат - це своєрідний коливний контур без втрат. При вмиканні джерела живлення з постійною напругою $u = u_0$, в лінії виникають негаснучі коливання, зумовлені електрорушійною силою самоіндукції та погонними індуктивністю та ємністю, що і приводить до утворення коливань напруги і струму в лінії.

Для спрощення розрахунків будемо розглядати розімкнуту на кінці лінію. Рівняння для визначення закону зміни струму $i(x, t)$ матимуть вигляд:

$$L_0 C_0 d^2 i / dt^2 = d^2 i / dx^2; \quad (28a)$$

$$i(x, 0) = 0; \quad (28b) \quad di(x, 0) / dt = u_0 \delta(x) / L_0; \quad (28в)$$

$$di(0, t) / dx = 0; \quad (28r) \quad i(l, t) = 0, \quad (28d)$$

тут x, t - координати простору і часу, $\delta(x)$ - дельта функція, l - довжина лінії.

Розв'язавши задачу (28) за методом розділення змінних, одержимо:

$$i(x, t) = 4u_0 / (\pi \omega L_0) \sum_{n=0}^{\infty} 1 / (2n+1) \cdot \sin(\lambda_n \omega t) \cos(\lambda_n x). \quad (29)$$

Бикористовуючи рівняння (27), (29) і другий закон Кірхгофа, одержимо розв'язок для напруги:

$$u(x, t) = u_0 + 4u_0 / \pi \sum_{n=0}^{\infty} 1 / (2n+1) \cdot \cos(\lambda_n \omega t) \sin(\lambda_n x) \quad (30).$$

Рівняння (29) і (30), а також результати розрахунків на комп'ютері підтверджують, що в довгій лінії при крутому фронті падаючої хвилі виникають коливні процеси, зумовлені електрорушійною силою самоіндукції і погонними індуктивністю та ємністю.

У цьому випадку в довгій лінії, при підключенні її до джерела живлення з частотою рівною $\omega = 2\pi / \sqrt{L_0 C_0}$, повинен виникнути резонанс.

На мал. 4 подано залежність перенапруги осциляції від частоти джерела живлення.

ОСНОВНІ ВИСНОВКИ І РЕЗУЛЬТАТИ

1. Розроблено математичні моделі розрахунку перехідного електричного поверхневого ефекту у струмопроводах, що пролягають у феромагнітному середовищі за умови, що магнітна проникність сталі рівна безмежності $\mu \rightarrow \infty$.

2. Стосовно методу скінчених різниць, розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку електричного поверхневого ефекту для провідників, розміщених у феромагнітному середовищі, поперечний переріз яких має правильні геометричні форми.

3. Стосовно методу скінчених елементів, розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку електричного поверхневого ефекту у фігурних струмопроводах без обмеження на конфігурацію їх поперечного перерізу. Показано спосіб застосування методу скінчених елементів для врахування симетрії при розрахунку квазістационарних електромагнітних полів у струмопроводах із симетричним профілем поперечного перерізу.

4. Розроблено математичні моделі розрахунку перехідного електричного поверхневого ефекту у струмопроводах, що пролягають у діелектричному середовищі.

5. Стосовно методу скінчених різниць, розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку електричного поверхневого ефекту в провідниках, розміщених у діелектричному середовищі, поперечний переріз яких має правильні геометричні форми.

6. Стосовно методу скінчених елементів, розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку електричного поверхневого ефекту в провідниках, розміщених в діелектричному середовищі, без обмеження на конфігурацію їх поперечного перерізу. Для прямокутного струмопроводу показано спосіб зведення задачі до системи алгебро-диференціальних рівнянь за часом.

7. На прикладі перехідного електричного поверхневого ефекту у провідниках, що пролягають в діелектрику, шляхом комп'ютерного симулювання показано, що в межах прийнятних технічних частот, розрахунки оправдано здійснювати у квазістационарному наближенні.

8. Розроблено математичні моделі розрахунку перехідного електричного поверхневого ефекту в колах із розподіленими параметрами.

9. Розроблено алгоритми і комп'ютерні програми розрахунку перехідних процесів із врахуванням електричного поверхневого ефекту в двопровідній довгій лінії та коаксіальних кабелях.

10. Теоретично обґрунтовано звище осциляції електромагнітних хвиль в довгій лінії. Достовірність висновків доведена математично і підтверджена результатами комп'ютерного моделювання.

11. Розрахунок поверхневого ефекту в колах із зосередженими і розподіленими параметрами доцільно здійснювати за явним принципом чисельного інтегрування.

12. Алгоритми інтегрування алгебро-диференціальних рівнянь стану використовують найсучасніші методи операцій із слабозаповненими матрицями, що надає комп'ютерним програмам високої швидкості, а також дає велику економію оперативної пам'яті.

Публікації по темі дисертації

1. Чабан В.И., Маслій І.В. Вариационный алгоритм расчета вытеснения тока в пазах электрических машин // Электричество, 1991, N 1, с. 72-75.

2. Tchaban V., Semenova S., Maslij I. Skin-effect in power lines // Modeling, Simulation and Control - 1982. - Vol. 1. - N3. - pp. 47-50.

3. Маслій І.В. Розрахунок перехідного скін-ефекту в стр. проводах методом скінченних елементів. - Деп. в ДНТБ України № 1903-Укр3.

4. Маслій І.В. Явище осциляції напруги і струму при розрахунку перехідних процесів в довгих лініях. - Деп. в ДНТБ України № 1902-Укр3.

Особистий внесок автора у роботи, які написані в співавторстві: (1) розробка алгоритму розрахунку, написання програм і розрахунок поверхневого ефекту в пазах електричних машин; (2) визначення крайових умов, розробка алгоритму розрахунку поверхневого ефекту в довгих лініях і програмна реалізація.

Маслій

Підп. до друку 12.11.91. Формат 60x84^I/16
Папір друк. № 2. Офс. друк. Умовн. друк. арк. 12
Умовн. фарб.-відо. 12 Умовн. видав. арк. 12
Тираж 100 прим. Зам. 236. Безплатно

ДУЛП 290646 Львів-13, Ст. Бандери, 12

Дільниця оперативного друку ДУЛП
Львів, вул. Городоцька, 286

464620

AB 28839

AB 28.839