

Академія наук України  
Інститут теоретичної фізики ім.М.М.Боголюбова

на правах рукопису

Горбар  
Едуард Володимирович

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОГО ПОРУШЕННЯ СИМЕТРІЇ В КАЛІБРУВАЛЬНИХ  
ТЕОРІЯХ ТА НАДПРОВІДНОСТІ МЕТОДОМ ЕФЕКТИВНОЇ ДІЇ

01.04.02 - теоретична фізика

Автореферат дисертації на здобуття  
вченого ступеня кандидата  
фізико-математичних наук

Київ - 1993

ЛННБ України ім.В.Стефаніка



00814060 (J)

Академія наук України  
Інститут теоретичної фізики ім.М.М.Боголюбова

на правах рукопису

Горбар  
Едуард Володимирович

ДОСЛІДЖЕННЯ ДИНАМІЧНОГО ПОРУШЕННЯ СИМЕТРІЇ В КАЛІБРУВАЛЬНИХ  
ТЕОРІЯХ ТА НАДПРОВІДНОСТІ МЕТОДОМ ЕФЕКТИВНОЇ ДІЇ

01.04.02 - теоретична фізика

Автореферат дисертації на здобуття  
вченого ступеня кандидата  
фізико-математичних наук

Київ - 1993

10 20914  
Робота виконана в Інституті теоретичної фізики  
ім.М.М. Боголюбова Академії наук України.

Наукові керівники: доктор фіз.-мат. наук  
Гусинін Валерій Павлович  
доктор фіз.-мат. наук  
Міранський Володимир Адольфович

Офіційні опоненти: доктор фіз.-мат. наук, професор  
Пашицький Ернест Анатолійович  
доктор фіз.-мат. наук  
Яцун Володимир Андрійович

Провідна організація - Харківський фізико-технічний  
Інститут

Захист відбудеться "21" червня 1993 р. о  
10 на засіданні спеціалізованої вченої ради Д016.34.01  
при Інституті теоретичної фізики ім.М.М.Боголюбова Академії  
наук України (252143, Київ-143, вул. Метрологічна, 14-б).

З дисертацією можливо ознайомитися в бібліотеці  
Інституту теоретичної фізики АН України.

Автореферат розісланий "16" листопада 1993 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої ради

В.Є. Кузьмичов

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Ідея порушення симетрії в системі з незкінченим числом ступенів вільності є однією з найважливіших фізичних ідей, інтерес до яких за останній час значно зріс. Так, в фізиці елементарних частинок одна з найбільш важливих та актуальних задач на сьогоднішній день пов'язана з дослідженням механізму порушення електрослабкої симетрії в теорії електрослабких взаємодій Вайнберга-Салама, з вивченням та аналізом динаміки порушення киральної симетрії в квантовій хромодинаміці.

На даний час особливо актуальною є задача дослідження та розробки механізму динамічного порушення симетрії, де відсутні елементарні скалярні хігсовські поля. Цей механізм, вперше відкритий в теорії надпровідності Бардіном, Купером, Шріффером, відповідає за існування в квантовій електродинаміці (КЕД) нової непертурбативної фази з порушеною киральною симетрією, він пропонується як альтернатива хігсовському механізму в Стандартній моделі електрослабких взаємодій. Після того, як було виявлено суттєво двовимірну природу надпровідності в високотемпературних надпровідниках, були запропоновані дуже цікаві сценарії надпровідності (еніонна модель, моделі надпровідності реальних локальних пар, сценарії без локального параметру порядку), які відкрили нові і дуже інтригуючі можливості реалізації механізму динамічного порушення симетрії, характерні для двовимірних систем. Як наслідок, двовимірні моделі з динамічним порушенням симетрії привертають до себе увагу все більш широкого кола дослідників.

Непертурбативний характер явища динамічного порушення симетрії потребує розробки і використання методів, які дозволяють здійснити вихід за рамки теорії збурень. Метод ефективної дії є одним з найбільш важливих та зручних. Знання ефективної дії дозволяє визначити найнижчий стан, спектр збуджень системи, характер порушення симетрії, значення локального параметру порядку, обчислити амплітуди різних квантових процесів. Метод ефективної дії має широке застосування в квантовій фізиці систем багатьох тіл, в теорії фазових переходів, в фізиці елементарних

частинок, в квантовій теорії поля в викривлених просторах.

Мета роботи. Метою роботи є:

- вивчення впливу ефектів поляризації вакууму на динаміку порушення киральної симетрії в квантовій електродинаміці з додатковою чотирьохферміонною взаємодією;
- дослідження порушення симетрії в Стандартній моделі електрослабких взаємодій з додатковим хігсовським полем,
- дослідження залежності надпровідних властивостей двовимірного надпровідника від концентрації числа носіїв заряду, наявності локальних зв'язаних ферміонних пар,
- вивчення температурної залежності, аналіз спектру зв'язаних станів системи,
- обчислення коефіцієнтів Де Вітта-Сілі-Джилкі (ДВСД) ядра теплопровідності, що визначають розклад ефективної дії, для немінімальних диференціальних операторів та для диференціальних операторів четвертого порядку.

Наукова новизна результатів дисертаційної роботи полягає у тому, що в ній вперше:

- вивчено вплив ефектів поляризації вакууму на фазову структуру КЕД з додатковою чотирьохферміонною взаємодією, знайдено рівняння для критичної лінії, що поділяє симетричну і несиметричну фази моделі;
- показано, що критичні індекси КЕД з додатковою чотирьохферміонною взаємодією при врахуванні ефектів поляризації вакууму суттєво відрізняються від критичних індексів в драбінному наближенні і відповідають теорії середнього поля;
- обчислено ефективну дію для зв'язаних станів в моделі електрослабких взаємодій зі складеним хігсовським полем. Показано, що вакуумний стан моделі завжди відповідає рішенням без порушення електромагнітної  $U_{em}(1)$  симетрії, а низькоенергетичний спектр збуджень відповідає спектру Стандартної моделі з одним хігсовським дублетом;
- для польової моделі двовимірного надпровідника знайдено ефективний лагранжіан, що допускає точний аналіз її надпровідних властивостей при довільних концентраціях ферміонів; отримано точні розв'язки для щільності і

хімпотенціала, які дозволяють простежити за переходом від режиму надпровідності локальних пар до режиму куперовського спарювання з сильним перекриттям між парами;

- одержано формули, які виражають залежність довжини когерентності та глибини проникнення магнітного поля в надпровідник від концентрації ферміонів;
- встановлено, що при від'ємних значеннях хімпотенціала і низьких температурах щільна відносно слабо залежить від температури; поблизу ж  $T_c$  залежність щільності від температури при довірливих значеннях концентрації числа носіїв характеризується, як і в теорії БКШ, простов кореневою залежністю;
- обчислено коефіцієнти ДВСД, що визначають розклад ефективною дії, для немінімального оператора другого порядку і для мінімального оператора четвертого порядку для просторів із скрученням; встановлено факт нетривіальної залежності коефіцієнтів розкладу від розмірності простору для немінімального оператора другого порядку.

Наукова і практична цінність. Результати дисертації можуть бути використані при побудові моделей з динамічним порушенням симетрії в теорії електрослабкої взаємодії, в моделях з технікольором, при вивченні калібрувальних теорій в режимі з сильним зв'язком і при дослідженні нової непертурбативної фази КЕД. Отримані результати стосовно залежності надпровідних властивостей двовимірних систем від густини числа носіїв можуть бути використовані при вивченні явища високотемпературної надпровідності. В свою чергу, обчислені коефіцієнти ДВСД можуть бути застосовані при вивченні фазових переходів в присутності зовнішніх полів, а також бути основою для подальшого розвитку методів квантової теорії поля в викривлених просторах.

На захист виносяться наступні основні положення:

1. Досліджено фазову структуру КЕД в додатковій чотирьохферміонній взаємодії при врахуванні ефектів поляризації вакууму. Отримано аналітичний вираз для критичної лінії, що поділяє масивну (з порушеною кіральною симетрією) і безмасову фази моделі.

2. Обчислено критичні індекси і аномальну розмірність складеного

оператора  $\hat{\Phi}$  в КЕД з додатковою чотирьохферміонною взаємодією при врахуванні ефектів поляризації вакууму. Знайдені критичні індекси суттєво відрізняються від критичних індексів в драбинному наближенні і відповідають теорії середнього поля.

3. Обчислено ефективну дію для зв'язаних станів в Стандартній моделі електрослабких взаємодій з t-кварковим конденсатом. Показано, що вакуумний стан завжди відповідає рішенню без порушення  $U_{em}(1)$  симетрії, а низькоенергетичний спектр збуджень відповідає спектру Стандартної моделі з одним хігсовським дублетом.

4. Для польової моделі двовимірного надпровідника отримано ефективну дію, що описує надпровідні властивості моделі при довільних концентраціях числа носіїв. Знайдено точні розв'язки для щільності і хімпотенціала, які дозволяють простежити за переходом від режиму надпровідності локальних пар до режиму куперовського спарювання. Отримано формули, які виражають залежність довжини когерентності та глибини проникнення магнітного поля в надпровідник від концентрації ферміонів.

5. Вивчено рівняння Бете-Солпітера для зв'язаних станів як для нормальної, так і для надпровідної фаз.

6. Розглянуто температурну залежність щільності та хімпотенціала і показано, що при малих концентраціях ферміонів і низьких температурах щільність відносно слабо залежить від температури, а поблизу  $T_c$  залежність щільності від температури при довільних значеннях ферміонної концентрації має вигляд простої кореневої залежності.

7. Обчислено найнижчі коефіцієнти ДВСД для немінімального диференційного оператора другого порядку в викривленому просторі довільної розмірності і для мінімальних диференційних операторів другого і четвертого порядків для просторів із скрученням. Коефіцієнти ДВСД для немінімальних операторів суттєво залежать від розмірності многовиду.

Публікації. По темі дисертації опубліковано 7 робіт.

Апробація результатів. Основні результати дисертації доповідались на міжнародній конференції "Сучасні проблеми квантової теорії поля, струн та квантової гравітації" (Київ, 1992 р.), на наукових семінарах Інституту фізики АН України, Харківського

фізико-технічного інституту, Інституту теоретичної фізики АН України.

Об'єм і структура дисертації. Дисертація складається із Вступу, трьох розділів, Зв'язання, двох додатків і списку літератури. Робота викладена на 118 сторінках машинописного тексту. Список цитованої літератури складає 127 найменувань.

## ЗМІСТ РОБОТИ.

У вступі обгрунтована актуальність тематики роботи, визначено коло задач, які будуть розглядатися в дисертації і наведено її стислий зміст.

У першому розділі досліджується механізм динамічного порушення симетрії в калібрувальних теоріях. Аналізуються вплив ефектів поляризації вакууму на динаміку порушення киральної симетрії в КЕД з додатковою чотирьохферміонною взаємодією. Для Стандартної моделі електрослабких взаємодій з t-кварковим конденсатом виводиться ефективна дія для зв'язаних станів, яка описує динаміку порушення і спектр збуджень моделі.

У першому параграфі вивчається вплив ефектів поляризації вакууму на фазову структуру в КЕД з додатковою чотирьохферміонною взаємодією. Основним методом дослідження динамічного порушення симетрії є рівняння Швінгера-Дайсона, яке в евклідовому просторі має вигляд

$$\begin{aligned}
 B(p^2) = & \frac{g}{\Lambda^2} \int_0^{\Lambda^2} \frac{dk^2 k^2 B(k^2)}{k^2 + B^2(k^2)} + \int_0^{\Lambda^2} \frac{dk^2 k^2 B^2(k^2)}{k^2 + B^2(k^2)} \times \\
 & \times \left( \frac{\lambda(p^2)}{p^2} \theta(p^2 - k^2) + \frac{\lambda(k^2)}{k^2} \theta(k^2 - p^2) \right),
 \end{aligned}
 \tag{I}$$

де  $B(p^2)$  - масова функція ферміона,  $g = \frac{G_0 \Lambda^2}{4\pi^2}$  - безрозмірна константа зв'язку чотирьохферміонної взаємодії,  $\Lambda$  - параметр

об'язання,  $\lambda(p) = \frac{\alpha(\Lambda)}{1 + \frac{\alpha(\Lambda)}{3\pi} \ln \frac{\Lambda^2}{p^2}}$  - бігуха електромагнітна

константа зв'язку. Із аналізу області існування нетривіального розв'язку рівняння (I) визначена фазова структура моделі і отримано рівняння для критичної лінії в площині  $(\alpha, g)$  констант зв'язку, яка поділяє безмасову і масивну фази теорії

$$g = -\frac{3\alpha(\Lambda)}{4\pi} - \frac{(\frac{\alpha(\Lambda)}{3\pi} - 1) \Phi(-\frac{3}{4}, 4; \frac{3\pi}{\alpha(\Lambda)})}{\frac{5}{4} \Phi(\frac{1}{4}, 4; \frac{3\pi}{\alpha(\Lambda)}) + \Phi(-\frac{3}{4}, 4; \frac{3\pi}{\alpha(\Lambda)})}, \quad (2)$$

де  $\Phi(a, c; z)$  - вироджена гіпергеометрична функція. Порівняння з отриманими раніше в драбинному наближенні результатами показує, що врахування ефектів поляризації вакууму суттєво змінює вигляд критичної лінії в області великих  $\alpha(\Lambda)$ . Зокрема, нефізичне виродження, що мало місце раніше (і яке характеризується вертикальним відрізком критичної лінії  $g < \frac{1}{4}$  при  $\alpha = \frac{\pi}{3}$ , при цьому порушення симетрії не залежить від значення  $g$ ), тепер відсутнє і кожному значенню  $\alpha(\Lambda)$  відповідає єдине значення  $g$ .

У другому параграфі досліджується питання впливу ефектів поляризації вакууму на характер фазового переходу і критичну поведінку теорії, обчислюється аномальна розмірність  $\gamma_m$  складеного оператора  $\bar{\psi}\psi$  і критичні індекси теорії. Критичні індекси є важливими характеристиками при дослідженні нової непертурбативної фази КЕД. Вони визначають властивості теорії в локальній границі. Обчислені раніше в драбинному наближенні без урахування ефектів поляризації вакууму критичні індекси не були постійними, а, навпаки, неперервно змінювались вздовж критичної лінії. Це було явним порушенням гіпотези універсальності в теорії фазових переходів другого роду, згідно з якою критичні індекси не повинні залежати від сили взаємодії, а тільки від структури гамільтоніану і числа ступенів вільності. Як виявляється, критичні індекси моделі при врахуванні ефектів поляризації вакууму суттєво відрізняються від критичних індексів в драбинному наближенні, вони постійні вздовж критичної лінії і відповідають теорії середнього поля. Одержане в цій моделі велике значення аномальної розмірності  $\gamma_m = 2$  можливо зіграв певну роль при

побудові моделей з динамічним механізмом порушення електрослабкої симетрії. Отримані результати були також підтверджені числовими розрахунками Кондо (1990).

В третьому параграфі розглядається модель електрослабких взаємодій з динамічним механізмом порушення електрослабкої симетрії. В цій моделі відсутній хігсовський сектор Стандартної моделі з фундаментальним скалярним полем (поки що експериментально не спостереженим), а за порушення електрослабкої симетрії відповідає наступна чотирьохферміонна взаємодія кварків і лептонів

$$\begin{aligned}
 L_{4f} = & \frac{8\pi^2}{\Lambda^2} \left[ g_{\alpha\alpha'\beta\beta'}^{(1)} (\bar{\psi}_L^{\alpha i} \psi_R^{\alpha' j}) (\bar{\psi}_R^{\beta j} \psi_L^{\beta' i}) + \right. \\
 & + g_{\alpha\alpha'\beta\beta'}^{(2)} (\bar{\psi}_L^{\alpha i} \psi_R^{\alpha' j}) (i\tau_2)^{ik} (i\tau_2)^{jl} (\bar{\psi}_L^{\beta k} \psi_R^{\beta' l}) + \\
 & \left. + g_{\alpha\alpha'\beta\beta'}^{(3)} (\bar{\psi}_L^{\alpha i} \psi_R^{\alpha' j}) (\tau_3)^{jk} (\bar{\psi}_R^{\beta k} \psi_L^{\beta' i}) \right] + \text{в.с.}, \quad (3)
 \end{aligned}$$

де  $N$  - число кольорів (в реальній ситуації  $N = 3$ ),  $g_{\alpha\alpha'\beta\beta'}^{(a)}$  ( $a = 1, 2, 3$ ) - безрозмірні константи зв'язку чотирьохферміонної взаємодії,  $\alpha, \alpha', \beta, \beta'$  і  $i, j, k, l$  відповідно визначають індекси поколінь і ізоспінові індекси, масштаб  $\Lambda$  має порядок  $\Lambda \sim 10^{15} - 10^{19}$  Гев, причому основну роль відіграють кварки третього покоління.

Для зв'язаних станів моделі, що розглядається, отримано ефективну дію, за допомогою якої досліджується динаміка порушення електрослабкої симетрії в указаній моделі: основний стан, характер порушення симетрії, спектр збуджень. Показано, що вакуум моделі завжди відповідає рішення без порушення  $U_{em}(1)$  симетрії незважаючи на те, що ковний спектр зв'язаних станів моделі співпадає зі спектром моделі з двома елементарними хігсовськими дублетами, в якій, як відомо, існує (при певному виборі параметрів) розв'язок, що порушує  $U_{em}(1)$  симетрію. Між тим, як випливає із одержаної ефективної дії, низькоенергетичний спектр збуджень розглянутої моделі відповідає спектру Стандартної моделі з одним хігсовським дублетом, причому хігсовському бозону відповідає  $\bar{t}t$  зв'язаний стан. Зауважимо також, що маси  $t$ -кварка,

хігсовського бозона (ці частинки експериментально поки що не відкриті) в моделі з складеним хігсовським полем не є вільними параметрами, а однозначно виражаються через інші параметри. Таким чином, моделі з динамічним механізмом порушення симетрії в цілком реальною альтернативою Стандартній моделі електрослабких взаємодій, в якій використовується хігсовський механізм з фундаментальним скалярним полем. Використовуючи близький метод, Харада і Кітазава (1991) отримали аналогічні результати.

У другому розділі дисертації розглядається квантовопольова модель 2D надпровідника з довільною густиною носіїв заряду. Досліджується питання про вплив реальних зв'язаних станів на властивості надпровідного фазового переходу, а також залежність надпровідних властивостей системи від концентрації ферміонів. Виходячи з мікроскопічного модельного гамільтоніану для системи фермі-частинок з притягуванням виводиться ефективна дія моделі. З умови мінімуму ефективного потенціалу і із рівняння для хімпотенціалу знаходяться точні роз'язки для щільності і хімпотенціалу, які дозволяють простежити за переходом від режиму надтекучості локальних пар до режиму куперовського спарвання. Аналізуються рівняння Бете-Солпітера для зв'язаних станів і досліджується температурна залежність основних характеристик системи.

В першому параграфі виходячи з модельного гамільтоніану двовимірної фермі-системи частинок з притягуванням з довільною густиною числа носіїв

$$H = \int d^2x \left[ -\Psi_{\sigma}^{\dagger}(x) \left( \frac{\nabla^2}{2m} + \mu \right) \Psi_{\sigma}(x) + g(1 - \delta_{\sigma\sigma_1}) \Psi_{\sigma}^{\dagger} \Psi_{\sigma} \Psi_{\sigma_1}^{\dagger} \Psi_{\sigma_1}(x) \right], \quad (4)$$

де  $\sigma, \sigma_1$  - спінові індекси,  $\mu$  - хімпотенціал, отримано наступний ефективний потенціал моделі

$$V_{\text{eff}}(\Phi) = \int d^2x |\Phi|^2 \left[ \frac{1}{g} - \frac{m}{4\pi} \left( \ln \frac{\epsilon_{\text{max}} - \mu + ((\epsilon_{\text{max}} - \mu)^2 + |\Phi|^2)^{1/2}}{(\mu^2 + |\Phi|^2)^{1/2} - \mu} \right) + \right.$$

$$+ \frac{\varepsilon_{\max} - \mu}{\varepsilon_{\max} - \mu + ((\varepsilon_{\max} - \mu)^2 - |\Phi|^2)^{1/2}} + \frac{\mu}{(\mu^2 + |\Phi|^2)^{1/2} - \mu} \Big] \Big], \quad (5)$$

де  $\varepsilon_{\max}$  - ширина зони, поле  $\Phi = g \langle 0 | \Phi_i^\dagger \Phi_i^\dagger | 0 \rangle$  - локальний параметр порядку (хвильова функція конденсату куперовських пар). Із умови мінімуму ефективного потенціалу  $\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \Phi} \Big|_{|\Phi|^2 = \Delta^2} = 0$  і із рівняння для хімпотенціалу  $\frac{\partial V_{\text{eff}}}{\partial \mu} \Big|_{|\Phi|^2 = \Delta^2} = -n$  знайдено наступні вирази для щільності і хімпотенціалу

$$\Delta^2 = \varepsilon_F \frac{\varepsilon_{\max} - \varepsilon_F}{\text{sh}^2 \frac{2\pi}{gm}}, \quad (6)$$

$$\mu = \varepsilon_F \text{cth} \frac{2\pi}{gm} - \frac{\varepsilon_{\max}}{2} (\text{cth} \frac{2\pi}{gm} - 1), \quad (7)$$

де  $\varepsilon_F = \frac{\pi n}{m}$  - енергія Фермі. Показано, що надпровідна фаза, в якій порушена  $U_{\text{om}}(I)$  симетрія, енергетично вигідна при всіх значеннях концентрації ферміонів  $n$ . Суттєво, що форма  $V_{\text{eff}}(\Phi)$  залежить від ферміонної густини  $n$ . При малих  $n$  ( $\mu < 0$ ) і малих  $\Phi$

$$V_{\text{eff}}(\Phi) \underset{\Phi \rightarrow 0}{\sim} |\Phi|^2 \left[ \left( \frac{1}{g} - \frac{m}{4\pi} \ln \frac{\varepsilon_{\max} - |\mu|}{|\mu|} \right) + \frac{m}{4\pi} \frac{|\Phi|^2 \varepsilon_{\max}^2 + 2\varepsilon_{\max} |\mu|}{8\mu^2 (\varepsilon_{\max} + |\mu|)^2} \right]. \quad (8)$$

$V_{\text{eff}}(\Phi)$  в цьому випадку описує газ бозе-частинок з відштовхуванням (додаток  $|\Phi|^4$  в (8)). Таким чином, при малих  $n$ , коли хімпотенціал від'ємний, в даній моделі реалізується режим надпровідності локальних пар, що відповідає режиму надтекучості в системі взаємодіючих бозе-частинок. При великій густині ферміонів, коли хімпотенціал уже додатний,  $V_{\text{eff}}(\Phi)$  описує режим куперовського спаривання з сильним перекриттям між парами.

Використовуючи метод розкладу по похідним для обрахування функціональних детермінантів диференціальних операторів нами знайдено кінетичну частину ефективного дії

$$\int d^2x T_{\text{kin}}(\Phi) = \int d^2x \left[ T_1(\Delta^2) |\nabla \Phi|^2 + \frac{1}{2} T_2(\Delta^2) (\nabla |\Phi|^2)^2 \right], \quad (9)$$

$$T_1(\Delta^2) = -\frac{1}{16\pi\hbar|\varepsilon_b|}, \quad (10)$$

$$T_2(\Delta^2) = -\frac{1}{16\Delta^2\pi\hbar} \left[ \frac{(2\varepsilon_p - |\varepsilon_b|)^2}{3(2\varepsilon_p + |\varepsilon_b|)^3} - \frac{1}{2|\varepsilon_b|} \right], \quad (11)$$

де  $\varepsilon_0 = -2\varepsilon_{\text{max}} \exp(-\frac{4\pi}{g\mu})$  - енергія зв'язку двухчастинкового зв'язаного стану. Знаючи кінетичну частину ефективної дії, знаходимо довжину когерентності  $\xi$  і глибину проникнення  $\lambda_b$  магнітного поля в надпровідник

$$\xi = \hbar \left[ \frac{2\varepsilon_p + |\varepsilon_b|}{8m\varepsilon_p |\varepsilon_b|} \right]^{1/2}, \quad (12)$$

$$\lambda_b = \left[ \frac{c^2}{32\pi e^2 |T_1(\Delta^2)| z \Delta^2} \right]^{1/2}, \quad (13)$$

де  $z$  - число  $\text{CuO}_2$  площин на одиницю довжини  $z \sim (10^7 - 10^8) \text{ см}^{-1}$ . Параметр Гінзбурга-Ландау  $\alpha = \frac{c}{e} \left[ \frac{2m|\varepsilon_b|}{z(2\varepsilon_p + |\varepsilon_b|)} \right]^{1/2}$  в широкому інтервалі значень  $\varepsilon_p$  дає  $\alpha \sim 10^2$ , що відповідає значенням параметру  $\alpha$  характерних для надпровідників другого роду.

Визначаючи розмір пари  $\xi_b = \hbar(m|\varepsilon_b|)^{-1/2}$ , знаходимо, що при малих  $\varepsilon_p$  (точніше  $\varepsilon_p < |\varepsilon_b|$ ) розмір пари набагато менший від кореляційної довжини ( $\xi_b \ll \xi$ ), і більший II ( $\xi_b \gg \xi$ ) при  $\varepsilon_p \gg |\varepsilon_b|$ . Таким чином, в області малих  $n$ , при  $\mu < 0$ , ми маємо пари, що слабо перекриваються і можемо казати про режим локальних пар, в той час як при великих  $n$ , коли хімпотенціал уже додатній, властивості системи більше не описуються бозе-конденсатом локальних пар (розмір пари порядку чи більше середньої відстані між ферміонами) і картина куперовського спарювання з сильним перекриттям між парами стає більш адекватною, а опис близький до теорії БКШ. Критичним параметром, що поділяє області екзотичного і нормального надпровідних станів, є величина енергії зв'язку ферміонної пари.

У зв'язку з вищесказаним принциповим питанням є питання

наявності і властивостей зв'язаних станів в моделі, що розглядається. Рівняння Бете-Солпітера для зв'язаних станів як для нормальної, так і для надпровідної фази розглянуті у другому параграфі. Показано, що для нормальної фази, на відміну від ситуації в трьох вимірах, де енергія зв'язку чисто уявна (куперовська нестабільність), в розглянутій моделі енергія зв'язаного стану має ненульову від'ємну дійсну частину. Цей факт цілком узгоджується з загальними уявленнями про безпорогове утворення зв'язаних станів у двох вимірах незалежно від форми потенціалу притягування та величини константи зв'язку. Для надпровідної фази показано, що існує зв'язаний стан з законом дисперсії  $\epsilon \sim |\tilde{k}|$ , який відповідає голдстоунівському збудженню (необхідний наслідок порушеної неперервної симетрії). Крім того, при  $\mu < 0$  існує і інший зв'язаний стан з енергією зв'язку  $|\epsilon_b| = 2(\mu^2 + \Delta^2)^{1/2}$ , що дорівнює удвоєній мінімальній енергії одночастинкового ферміонного збудження, яка при  $\mu < 0$  дорівнює  $(\mu^2 + \Delta^2)^{1/2}$ . Одержаний спектр зв'язаних станів моделі цілком відповідає спектру збуджень релятивістської 4D моделі Намбу-Йона-Лазінію, в якій також має місце співвідношення 0:1:2 для енергій безмасового, одночастинкового ферміонного і масивного скалярного збуджень.

В третьому параграфі розглянуто температурну залежність щільності і хімпотенціалу, яка визначається наступними рівняннями

$$\epsilon_{\text{max}} - \mu \int_{-\mu}^{\mu} \frac{1}{(u^2 + \Delta^2)^{1/2}} \operatorname{th} \frac{(u^2 + \Delta^2)^{1/2}}{2T} = \frac{4\pi}{g_m} \quad (14)$$

$$\epsilon_{\text{max}} - \mu \int_{-\mu}^{\mu} \left[ 1 - \frac{u}{(u^2 + \Delta^2)^{1/2}} \operatorname{th} \frac{(u^2 + \Delta^2)^{1/2}}{2T} \right] = 2\epsilon_2 \quad (15)$$

Показано, що підхід щільності  $\Delta(T)$  і хімпотенціалу  $\mu(T)$  до їх граничних значень  $\Delta_0$  і  $\mu_0$  при нульовій температурі суттєво більш гладкий при  $\mu_0 < 0$ , ніж при  $\mu_0 > 0$ , що якісно узгоджується з експериментальними даними, які вказують на дуже слабку

температурну залежність щільності і мале значення  $\frac{\rho}{m} = \frac{\epsilon_F}{\pi}$ . Залежність щільності від температури поблизу критичної точки характеризується, як і в теорії БКШ, простою кореневою залежністю  $\rho \sim (T_c - T)^{1/2}$  для усіх значень ферміонної густини  $n$ .

Третій розділ дисертації присвячений обчисленню коефіцієнтів ДВСД асимптотичного розкладу ядра теплопровідності. Ці коефіцієнти мають важливе фізичне значення, тому що визначають розклад однопетлевої ефективної дії (базуючись на знанні ефективної дії для розглянутих моделей в першому і другому розділі було отримано багато важливої інформації), функціональних детермінантів, характеризують ультрафіолетові розбіжності теорії, визначають аксіальні та конформні аномалії, відіграють важливу роль в спектральній геометрії многовидів. Існуючі в літературі методи обчислення коефіцієнтів ДВСД не дозволяють виконувати їх обчислення в явно коваріантній формі і для довільних операторів у викривлених просторах. В третьому розділі розвинуто метод обчислення коефіцієнтів ДВСД для найбільш складного випадку немінімальних диференціальних операторів, а також для операторів в просторі зі скрученням, і обчислено найнижчі коефіцієнти Де Вітта-Сілі-Джилкі.

В першому параграфі, узагальнюючи метод, що базується на коваріантному розширенні техніки псевдодиференціальних операторів, на випадок немінімальних операторів (операторів, чия старша ступінь похідних не зводиться до ступені оператора Лапласа), обчислено найнижчі коефіцієнти ДВСД  $E_0, E_2$  для немінімального диференціального оператора другого порядку

$$H^{\mu\nu} = -g^{\mu\nu} \square + a \nabla^{\mu} \nabla^{\nu} + X^{\mu\nu}, \quad (16)$$

де  $\nabla^{\mu}$  - коваріантна похідна, яка поряд із зв'язністю Крістофеля містить також і калібрувальну зв'язність внутрішнього простору,  $X^{\mu\nu}$  - матриця у загальному випадку не тільки по лоренцевим індексам  $\mu$  і  $\nu$ , але також і по індексам внутрішнього простору. Немінімальні оператори типу (16) виникають при вивченні калібрувальних полів у викривленому просторі, в квантовій гравітації, при квантуванні калібрувальних полів в присутності

фонових полів. Обчислення проведені у просторі довільної розмірності  $n$ , що дозволило виявити нетривіальну залежність коефіцієнтів розкладу таких операторів від розмірності простору  $n$ . Факт наявності нетривіальної залежності коефіцієнтів ДВОД від  $n$  був раніше відомий лише для диференціальних операторів четвертого порядку.

У другому параграфі обчислено найнижчі коефіцієнти ДВОД у випадку простору із скрученням для операторів  $A_1 = -\tilde{\square} + B^\mu \tilde{\nabla}_\mu + \chi$ ,  $A_2 = \tilde{\square}^2 + \nu^{\mu\nu} \tilde{\nabla}_\mu \tilde{\nabla}_\nu + N^\mu \tilde{\nabla}_\mu + \chi$  (значок тільди означає, що всі величини визначені у просторі із скрученням)

$$E_2(x|A_1) = (4\pi)^{-n/2} \left[ \frac{1}{6} \tilde{R} - \chi + \frac{1}{2} \tilde{\nabla}_\mu B^\mu - \frac{1}{4} B_\mu B^\mu - \frac{1}{6} \tilde{\nabla}_\mu T^{\alpha\mu} \alpha - \right. \\ \left. - \frac{1}{24} T^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda} + \frac{1}{12} T^{\alpha\mu} \alpha T^\beta_{\mu\beta} + \frac{1}{12} T^{\mu\nu} \lambda T^\lambda_{\mu\nu} \right], \quad (17)$$

$$E_2(x|A_2) = (4\pi)^{-n/2} \frac{\Gamma(\frac{n-2}{4})}{2\Gamma(\frac{n-2}{2})} \left[ \frac{1}{6} \tilde{R} + \frac{1}{2n} \nu^\alpha \alpha - \frac{1}{6} \tilde{\nabla}_\mu T^{\alpha\mu} \alpha - \right. \\ \left. - \frac{1}{24} T^{\mu\nu\lambda} T_{\mu\nu\lambda} + \frac{1}{12} T^{\alpha\mu} \alpha T^\beta_{\mu\beta} + \frac{1}{12} T^{\mu\nu} \lambda T^\lambda_{\mu\nu} \right], \quad (18)$$

де  $\tilde{R}$  - скалярна кривизна,  $T^{\mu\nu\lambda}$  - тензор скручення. В літературі раніше були одержані найнижчі коефіцієнти ДВОД лише у випадку повністю антисиметричного скручення і тільки для операторів другого порядку. Слід також окремо відзначити, що важливою перевагою розвинутого методу є його алгоритмічний характер, що дозволяє виконувати обчислення коефіцієнтів ДВОД на комп'ютері.

У Заклученні сформульовані основні результати дисертації. В додатках приведено метод розкладу по степеням похідних (Додаток 1), який використовується при обчисленні ефективної дії, і формули, що визначають ферміонний зміст зв'язаних станів в моделі електрослабких взаємодій зі складеним хігсовським полем (Додаток 2).

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ ПУБЛІКОВАНІ  
В НАСТУПНИХ РОБОТАХ:

1. Горбар Э.В. О фазовой диаграмме в квантовой электродинамике с дополнительным четырехфермионным взаимодействием // УФЖ.- 1990.- Т.35, №.6.- С.982-987.
2. Горбар Э.В., Сауседо Э. О квантовой электродинамике с дополнительным четырехфермионным взаимодействием: критический индекс и аномальная размерность // УФЖ.- 1991.- Т.36, №.9.- С.1287-1292.
3. Горбар Э.В. О динамике модели электрослабых взаимодействий с  $t$  - кварковым конденсатом // Ядерная физика.- 1991.- Т.53, вып.4.- С.1034-1044.
4. Gusynin V.P., Gorbar E.V. Local Heat Kernel Asymptotics for Nonminimal Differential Operators // Phys. Lett.- 1991.- v.B270.- P.29-36.
5. Gusynin V.P., Gorbar E.V., Romankov V.V. Heat Kernel Expansion for Nonminimal Differential Operators and Manifolds with Torsion // Nucl. Phys.- 1991.- v.B362.- P.449-471.
6. Горбар Э.В., Гусынин В.П., Локтев В.М. Эффективный лагранжиан 2D сверхпроводника с произвольной плотностью носителей // Сверхпроводимость: физика, химия, техника.- 1993. - Т.6, вып.3. - С.483-502.
7. Горбар Э.В., Гусынин В.П., Локтев В.М. Спаривание и сверхпроводящие свойства 2D ферми-систем с притяжением между частицами // Физика низких температур. - 1993.- Т.19, № II.- С.1183-1195.

ГОРБАР ЕДУАРД ВОЛОДИМИРОВИЧ

Дослідження динамічного порушення симетрії в калібрувальних теоріях та надпровідності методом ефективної дії

---

Зам.- 370      Формат 60x90/16      Обл.-вид.арк.- 0,96  
Підписано до друку 29.10.93р.      Тираж 100 екз.

---

Поліграфічна дільниця ІТФ АН України



AB 28914

**AB 28.914**