

ХАРЬКОВСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

На правах рукописи

МОЧАЛИН ЕВГЕНИЙ ВАЛЕНТИНОВИЧ

ВАРИАНЦИОННЫЕ ФОРМУЛИРОВКИ И МЕТОД КОНЕЧНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ
В МЕХАНИКЕ ОПОР НА ВОЗДУШНОЙ ПОДУШКЕ

01.02.05 - Механика жидкостей, газа и плазмы

Автореферат

диссертации на соискание ученой степени
кандидата физико-математических наук

Харьков - 1993



Робота виконана в Донбасском горно-металлургическом институте;

Научный руководитель - кандидат физико-математических наук,
доцент ХАРИТОНОВ В. П.

Официальные оппоненты - доктор физико-математических наук,
профессор ЖАКИН А. И.
кандидат физико-математических наук,
доцент БУРЯК В. Г.

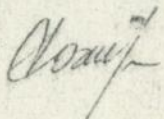
Ведущая организация - Харьковский авиационный институт.

Защита состоится "4" февраля 1994г в 15 часов на заседа-
нии специализированного ученого совета К053.06.02 Харьковского госу-
дарственного университета по адресу: 310077 г. Харьков, пл. Свободы
4, ХГУ, ауд. 6/48

С диссертацией можно ознакомиться в Центральной научной библи-
отеке Харьковского государственного университета.

Автореферат разослан "17" декабря 1993г.

Ученый секретарь
специализированного ученого
совета К053.06.02 кандидат
физико-математических наук, доцент

 А. С. Сохин

ОБЩАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА РАБОТЫ

Актуальность работы. Устройства на воздушной подушке (ВП) являются перспективным видом технологического и транспортного оборудования, к основным достоинствам которого относятся: малый коэффициент сопротивления перемещению (0.003-0.005), высокая маневренность, большая грузоподъемность при малом собственном весе, низкое удельное давление на опорную поверхность, пожаровзрывобезопасность при работе от сети сжатого воздуха. Для совершенствования устройств на ВП нужны теоретические методы расчета равновесных состояний опор на воздушной подушке, как основных элементов таких устройств, а также теоретическое описание нестационарных процессов, имеющих место при возмущенном движении опоры около положения равновесия. Последнее связано с надежностью работы гибкого ограждения (ГО) и вертикальной устойчивостью равновесия опоры. В теории устройств на ВП поток воздуха под ограждением обычно считается одномерным несжимаемым, однако отсутствуют подробные исследования влияния неоднородности и сжимаемости потока на результаты определения параметров равновесия. В динамике вертикальных колебаний опор на ВП недостаточно освещен процесс колебаний гибкого ограждения и совсем не освещен вопрос о колебаниях потока под ГО в связи с изменением давления внутри опоры и движением ограждения. Отсутствие достаточно подробного математического описания названных процессов, даже в линеаризованном виде, позволяет исследовать устойчивость опор на ВП только в квазистатической постановке. Диссертационная работа посвящена теоретическим исследованиям в этих направлениях.

Многие результаты диссертации связаны с созданием погрузчика на воздушной подушке, разработанного согласно Распоряжению Совмина УССР № 153р от 16.03.87г., приказа Минвуза УССР № 223 от 25.06.87г., хоз. договора Коммунарского горно-металлургического института с КЭОЗ ПО "Укрвузобеспечение" №2016 от 29.05.87г., а также с созданием модуля аэродинамической опоры скольжения, разработанного согласно хоз. договора Коммунарского горно-металлургического института с Каунаским станкостроительным производственным объединением № 2000 от 10.01.87.

Цель диссертационной работы заключается в следующем:

- разработать методы расчета параметров равновесных состояний опор на воздушной подушке для различных моделей потока под ГО;
- провести сравнительный анализ, позволяющий осуществить оптимальный выбор модели течения для дальнейших исследований;
- получить решение задачи о колебаниях гибкого ограждения при давлении переменном как по контуру сечения, так и во времени, с учетом

движения корпуса к которому крепится ограждение:

- получить решение линеаризованной задачи о возмущенном течении под ГО как в сопле с гибкой стенкой для обоснованной модели потока воздуха;

- на основе математического решения сформулированных задач исследовать в связи с проблемами устойчивости и надежности равновесные состояния и отдельные процессы, имеющие место при возмущенном вертикальном движении опоры на ВП.

Методика исследований. Проведен анализ материалов по теме, выполнено математическое моделирование равновесных состояний опоры на ВП, малых колебаний гибкого ограждения и потока воздуха под ограждением. Решение основных задач получено на основе вариационных формулировок, в том смысле, что искомые функции ищутся из условия равенства нулю интегралов, которые можно рассматривать как первую вариацию некоторых функционалов. При решении использованы аппроксимации и метод конечных элементов. Программы для ПК IBM AT-286 составлены на языках ФОРТРАН и СИ. Проведена экспериментальная проверка результатов.

Предмет исследования. В работе исследуются равновесные состояния опоры на ВП и динамические процессы, имеющие место при вертикальных колебаниях опоры около равновесного положения.

Научная новизна. Диссертация содержит новые результаты, заключающиеся в следующем:

- получено подробное решение задачи о равновесии опоры на воздушной подушке с учетом двумерности течения рабочей среды;

- проведен сравнительный анализ результатов расчета характеристик равновесных состояний при различных моделях сплошной среды и обосновано применение в дальнейших исследованиях одномерной сжимаемой модели потока;

- получено решение задачи о колебаниях гибкого ограждения при переменном перепаде давлений вдоль контура сечения и во времени при различных условиях закрепления;

- получено решение задачи, позволяющее рассматривать волновые процессы в газотом потоке под гибким ограждением с учетом его колебаний.

Достоверность результатов. Для проверки всех полученных решений проводились исследования их численной сходимости, сравнение с точными аналитическими решениями для упрощенных модельных задач, экспериментальная проверка отдельных результатов.

Практическое значение. С использованием разработанных методов расчета и выводов, полученных в работе по результатам численного моде-

лирования, можно на стадии проектирования определять значения и взаимосвязь основных статических и динамических параметров опор на БП в интересах создания оптимальных как по рабочим характеристикам, так и по надежности и экономичности конструкций устройств на воздушной подушке. Результаты, полученные в диссертации, использованы при создании устройств на БП, о чем имеются акты внедрения Киевского экспериментального опытного завода ПО "Укрвузобеспечение" и Каунасского СПО им. Ф.Э. Дзержинского.

Апробация работы. Основные результаты диссертации докладывались и обсуждались на ежегодных научно-технических конференциях Донбасского горно-металлургического института (Алчевск, 1987-1993 гг); на научном семинаре кафедры аэрогидродинамики, совместно с лабораторией опор на воздушной подушке, Харьковского авиационного института (Харьков, 1991 г); на научном семинаре кафедры теоретической механики Харьковского университета (Харьков, 1993 г).

Публикации. По теме диссертации опубликовано четыре работы и получено одно положительное решение на изобретение.

Структура работы. Диссертационная работа изложена на 250 страницах машинописного текста. Состоит из введения, четырех разделов, заключения, списка использованной литературы (103 наименования), пяти приложений и включает 54 рисунка и 14 таблиц.

КРАТКОЕ СОДЕРЖАНИЕ РАБОТЫ

Во введении обоснована цель, актуальность, новизна и практическая ценность диссертационной работы, сформулированы основные положения, выносимые на защиту.

В первом разделе работы проведен анализ существующих расчетных схем и основных допущений, используемых при теоретических исследованиях устройств на БП. Расчетные схемы определения равновесных характеристик разделены на пять характерных групп, отмечены их достоинства и недостатки. Как наиболее перспективная для исследований равновесия и вертикальных колебаний опор на БП в широком диапазоне рабочих давлений выделена расчетная схема, в которой поток под ГО считается одномерным сжимаемым невязким, а точка отрыва потока от ограждения ищется в ходе решения задачи. Однако для того, чтобы окончательно остановиться на этой схеме, необходимо исследовать влияние неоднородности потока на результаты расчета и оценить возможность использования и границы применения невязкой модели газа. Анализ основных допущений, используемых при описании вертикальных колебаний устройств на БП около положения

равновесия, показывает, что само равновесие в этом случае определяется самым упрощенным образом, без учета обтекания ГО воздухом, а динамические процессы, за исключением движения корпуса, описываются в основном квазистатически. Имеются данные о том, что учет инерционности отдельных элементов (роторов нагнетателей, воздуха в нагнетательном трубопроводе для аппаратов и больших платформ на ВП), может в некоторых случаях существенно влиять на результаты расчета вертикальной устойчивости. Однако пока нет данных о влиянии инерционности ГО и воздуха в зоне течения под ограждением на динамику опоры на ВП, за отсутствием достаточно подробного решения задачи о колебаниях ГО и решения задачи о колебаниях в газовом потоке под ограждением. Первая из этих задач актуальна также и с точки зрения надежности и ресурса опор на ВП.

Второй раздел посвящен обоснованию расчетной модели, решению задачи о равновесии и исследованию равновесных состояний опоры на ВП. В начале рассматривается вопрос об учете вязкости воздуха в потоке под ГО. При этом на основе известных экспериментальных данных о значениях характерных размеров и скоростей проведена оценка порядков вязкостных и инерционных слагаемых в полных уравнениях движения газа, и на этой основе оценена толщина пограничного слоя в окрестности минимального зазора истечения, которая при зазорах $h > 10^{-4}$ м является малой величиной первого или более высокого порядка по отношению к высоте зазора. Поэтому, с учетом известных теоретических и экспериментальных данных о стабилизирующем действии экрана на точку отрыва при обтекании цилиндра вблизи экрана, можно считать поток под ГО невязким потоком, отличным при зазорах $h > 10^{-4}$ м.

Далее рассматривается задача о равновесии опоры на ВП с гибким ограждением баллонного типа (рис.1) при следующих предположениях: те-

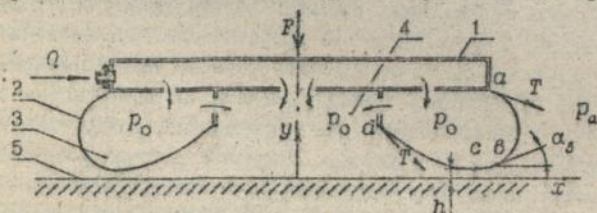


Рис.1 1-корпус-рециввер; 2-гибкое ограждение; 3-баллон; 4-воздушная подушка; 5-экран.

чение учитывается только под гибким ограждением; статическое давление P_0 в баллоне и подушке является давлением торможения; поток плоско-

ский, безвихревой, двумерный, установившийся; воздух считается невязким несжимаемым; отрыв потока от ограждения происходит в точке, где статическое давление в потоке становится равным атмосферному P_a (т.б);

гибкое ограждение моделируется цилиндрической гибкой нерастяжимой оболочкой в одноосном напряженном состоянии. В диссертации дано обоснование этим предположениям. Равновесие опоры описывается следующей системой уравнений:

$$T \frac{d^2x}{ds^2} + \Delta p \frac{dy}{ds} = 0 \quad (1), \quad T \frac{d^2y}{ds^2} - \Delta p \frac{dx}{ds} = 0 \quad (2), \quad \left(\frac{dx}{ds} \right)^2 + \left(\frac{dy}{ds} \right)^2 = 1 \quad (3),$$

$$\frac{\partial^2 \phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} = 0 \quad (4), \quad -P + 2x_a(p_0 - p_a) - 2T \left[\left. \frac{dy}{ds} \right|_{s=L} - \left. \frac{dy}{ds} \right|_{s=0} \right] = 0 \quad (5),$$

где x, y - декартовы координаты точек гибкого контура в сечении ГО; s - дуговая координата, отсчитываемая вдоль гибкого контура от точки d ; $\Delta p = p_0 - p$ - перепад давлений на контуре сечения ГО между баллоном и потоком; L - длина контура сечения ($L = s_a$); T - натяжение ГО на единицу ширины; P - нагрузка на опору на единицу ширины; ϕ - функция тока. Считаются заданными: объемный расход воздуха (на единицу ширины опоры) Q ; давления в подушке и в атмосфере p_0, p_a ; плотность ρ , длина сечения ГО L ; размеры и положение корпуса опоры y_a, y_d, x_a, x_d . На участке обтекания db уравнения равновесия ГО (1)-(3) и уравнение течения (4) решается раздельно с удовлетворением совместности путем итераций. При этом формируются вспомогательные граничные условия, фиксирующие точку отрыва b : угол наклона касательной к контуру α_b и дуговая координата s_b . Перебор этих условий производится на основе удовлетворения исходным граничным условиям, заданным длину контура L и высоту y_d , которые не фиксируются при расчетах и определяются в ходе решения. Решение уравнения (4) с помощью аппроксимации $\phi \approx \hat{\phi} = \sum_{m=1}^M C_m N_m$ и метода Галеркина, при формальном введении вариации $\delta \hat{\phi} = \sum_{m=1}^M \delta C_m N_m$, приводит к отысканию функции $\hat{\phi}$, удовлетворяющей в области течения интегральному выражению:

$$\iint_{\sigma} \left(\frac{\partial \hat{\phi}}{\partial x} \frac{\partial \delta \hat{\phi}}{\partial x} + \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial y} \frac{\partial \delta \hat{\phi}}{\partial y} \right) dx dy = \int_{\Gamma} \frac{\partial \hat{\phi}}{\partial n} \delta \hat{\phi} ds. \quad \text{Коэффициенты аппроксимации}$$

определяются по методу конечных элементов при следующих граничных условиях: $\phi = 0$ - на опорной поверхности, $\phi = Q/2$ - на ограждении,

$$\phi = \frac{Q}{2\alpha_a} \arcsin \left[\frac{2y y_a \alpha_a}{Q} \right] \text{ - при входе (на линии где } p = p_a), \quad \frac{\partial \phi}{\partial n} = - \frac{\partial \phi}{\partial x} =$$

$$= v_y = 0 \text{ - во входном сечении } (x = x_d). \text{ Использование кусочно-линейной}$$

аппроксимации для функции тока приводит к кусочно-постоянному представлению для скорости и давления в потоке. Это позволяет для определения формы ограждения на каждом шаге итераций использовать последовательно от элемента к элементу вдоль ГО аналитическое решение уравнений (1)-(3):

$$x = x_0 + T(-\sin \alpha_0 + \sin(\alpha_0 + \Delta p s/T)) / \Delta p, \quad (6)$$

$$v = v_0 + T(\cos \alpha_0 - \cos(\alpha_0 + \Delta p \vartheta / T)) / \Delta p, \quad (7)$$

с начальными условиями: $x(s_0) = x_0$; $y(s_0) = y_0$; $dx/ds|_{s_0} = \cos \alpha_0$.

В диссертации приводится полная схема решения задачи и проводится исследование сходимости в зависимости от частоты сетки конечных элементов. На основе полученного решения исследуется поле скоростей под ГО. Для этого на рисунках даны профили составляющих скорости v_x, v_y и модуля скорости v в нескольких характерных сечениях потока при разных значениях высоты y_d и рабочего давления p_0 . Рассматривается опора со следующими исходными данными: $L = 0.3\text{м}$, $x_d = 0.1\text{м}$, $(x_a - x_d)/L = 0.4$, $y_a/L = 0.3$, $p_0 = 103.323\text{кПа}$, $\rho = 1.23\text{кг/м}^3$, $Q = 0.2\text{м}^3/\text{с}$. На рис. 2 представлено изменение по сечению скорости v (в отношении к скорости при атмосферном давлении v_a) в минимальном зазоре истечения. Исследования

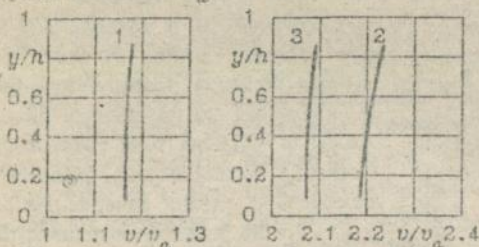


Рис. 2 1- $p_0/p_a = 1.05$, $y_d/L = 0.1$;
2- $p_0/p_a = 1.05$, $y_d/L = 0.15$;
3- $p_0/p_a = 1.2$, $y_d/L = 0.1$;

показывают, что при ровной опорной поверхности неравномерность профиля скорости по сечению не превышает 2% от ее среднего значения.

Далее во втором разделе решается задача о равновесии опоры на ВП при нескольких различных предположениях, касающихся течения под ГО. Поток

считается адиабатическим одномерным, воздух невязким сжимаемым. Для большей общности в этой задаче дается связь давления p_0 в баллоне и поддушке и массового секундного расхода воздуха G (на единицу ширины опоры) с основными характеристиками питающей сети сжатого воздуха. При этом процессы во внутренних полостях опоры и в трубопроводах сети считаются изотермическими. Остальные допущения соответствуют ранее рассмотренным. В диссертации дается обоснование всем используемым допущениям. При последних предположениях течение описывается следующими интегральными соотношениями:

$$v = \left[\left(1 - \left(\frac{p}{p_0} \right)^{\frac{\gamma-1}{\gamma}} \right) \frac{2\gamma p_0}{\rho_0(\gamma-1)} \right]^{\frac{1}{2}} \quad (8), \quad \rho v v = G/2 \quad (9), \quad \frac{p}{\rho^\gamma} = \text{const} \quad (10).$$

Для питающей сети и баллона справедливо:

$$\bar{H}_{\text{дв}} = \frac{GRT_0}{\rho_a \bar{v}_a} \ln \frac{p_0}{p_a} \quad (11), \quad p_0 = \rho_0 RT_0 \quad (12).$$

Новыми являются следующие обозначения: $\gamma = 1.4$ - показатель адиабаты; ρ_0, T_0 - плотность и тем-

температура воздуха в баллоне и подушке; $R = 287.02 \text{ м}^2 / (\text{с}^2 \cdot \text{град})$ - универсальная газовая постоянная; η_m, η_a - механический и аэродинамический КПД сети, $\bar{N}_{\text{дв}}$ - удельная мощность запитывающей сети установки (на единицу ширины опоры). Равновесие гибкого ограждения и корпуса опоры описывается уравнениями (1)-(3) и (5). Уравнения равновесия ГО на участке ab решаются численно методом конечных элементов. Для этого с помощью метода Галеркина задача формулируется в следующем виде:

$$\int_0^l \left[T \frac{dx}{ds} \frac{d\delta x}{ds} - \Delta p \frac{dy}{ds} \delta \hat{x} \right] ds = \left[T \frac{dx}{ds} \delta \hat{x} \right]_0^l \quad (13),$$

где $l = z_c$ - длина рассматриваемого участка сечения ГО, а тильдой сверху помечены аппроксимированные величины.

$$\int_0^l \left[T \frac{dy}{ds} \frac{d\delta y}{ds} + \Delta p \frac{dx}{ds} \delta \hat{y} \right] ds = \left[T \frac{dy}{ds} \delta \hat{y} \right]_0^l \quad (14).$$

Если используемые аппроксимации имеют физический смысл и определяют некоторую дискретную систему (с конечным числом степеней свободы), приближающую гибкое ограждение, то выражения (13), (14) могут быть получены с помощью вариационного принципа возможных перемещений, примененного к аппроксимирующей системе. Параметры потока на участке ab определяются с помощью соотношений (8)-(10), а удовлетворение совместности с уравнениями равновесия ГО достигается по методу итераций. На участке ab , где $\Delta p = \text{const}$, используется аналитическое решение (6), (7). На участке cb решение получается с учетом симметрии течения относительно минимального зазора при отсутствии сверхзвуковых скоростей. В качестве исходных данных задаются величины: $U_a, (y_a - y_a), x_a, x_a, L, T_0, P_0, P_a, \bar{N}_{\text{дв}}, \eta_m, \eta_a$. При решении задачи дополнительно задаются вспомогательные условия, фиксирующие точку с минимального зазора: h и z_c . При этом геометрические параметры x_a и $y_a - y_a$ получаются в ходе расчетов. Перебор h и z_c организуется из условия удовлетворения с определенной точностью заданным значениям x_a и $y_a - y_a$. В диссертации доказано, что при отсутствии сверхзвуковых скоростей в потоке значение высоты h минимального зазора лежит в пределах $y_{\text{кр}} \leq h \leq y^*$, где нижняя граница определяет для заданного расхода G (при фиксированной мощности $\bar{N}_{\text{дв}}$ расход определяется согласно (11) аэродинамическим КПД η_a , изменением которого можно моделировать управление краем подачи воздуха в опору) режим обтекания со звуковой скоростью в минимальном сечении, а верхняя граница определяет режим с отрывом потока от ГО в точке c ($p_c = P_a$). Первый из граничных режимов назван критическим, второй - бездиффузорным. В диссертации дана подробная схема решения задачи о равновесии опоры на ВП и приведено исследование сходимости в зависимости от частоты разбиения ГО на конечные элементы. Использование непрерыв-

и в (численно-аналитической), аппроксимация давления позволяет достигнуть высокой точности при малых затратах машинного времени (1-5 мин). Как частный случай получается решение задачи о равновесии опоры на ВП при одномерном несжимаемом представлении для потока под ГО.

Далее во втором разделе проводится сравнение результатов расчета равновесных характеристик опор на ВП при различных моделях потока под ограждением. Рассматривается опора с данными: $L = 0.3\text{м}$, $x_a = 0.1\text{м}$, $(x_b - x_a)/L = 0.4$, $y_a/L = 0.23$, $0.1 \leq (y_a - y_a)/L \leq 0.2$, $p_a = 103.323\text{кПа}$, $T_0 = 293\text{К}$, $1.1 \leq p_0/p_a \leq 1.2$. Для несжимаемого потока $\rho = 1.23\text{кг/м}^3$. Расход воздуха при сравнительных расчетах считается постоянным: $G = 0.2\text{кг/(с.м)}$. На рис.3 приведено изменение степени разрежения в минимальном зазоре по отношению к атмосфере в зависимости от давления в ВП и конструктивного параметра y_a для трех моделей потока. На основе проведенного анализа сделаны следующие выводы: а) при работе устройств на ВП над гладкой поверхностью под ГО можно считать одно-

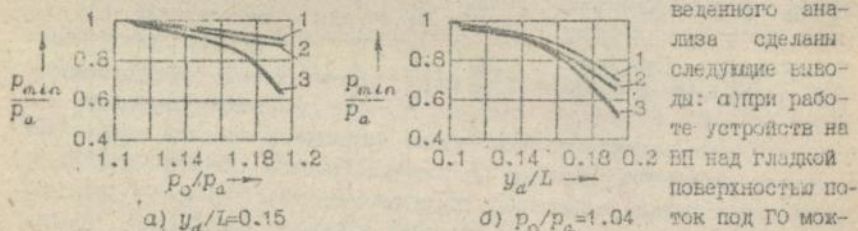


Рис.3 1- одномерный несжимаемый поток; 2- двумерный несжимаемый поток; 3- одномерный сжимаемый поток.

сво сжимаемости воздуха допустимо неучитывать только при малых давлениях в ВП и исследовании режимов работы, далеких от критического ($p = p_{кр}$). Для дальнейших исследований принимается одномерная сжимаемая вязкая модель потока под ГО.

В заключении второго раздела для сети с фиксированной мощностью ($\bar{N}_{дв}$) определяются диапазоны изменения всех основных геометрических, силовых и аэродинамических параметров равновесия опоры на ВП в зависимости от давления p_0 ($1.05 \leq p_0/p_a \leq 1.6$) и аэродинамического кпд η_a , изменение которого связано с управлением краном подачи воздуха. При этом отмечено, что при $\bar{N}_{дв} = const$, $\eta_a = const$ (параметры сети) и при фиксированной нагрузке ($F = const$), одна и та же опора может находиться в разных состояниях равновесия, которым соответствуют разные режимы обтекания ограждения. Диапазон неоднозначности расположен между режимами, которые выше названы критическим и бездиффузорным. Причем бездиффузорному режиму соответствует меньшее натяжение ГО, меньшая высота подъема корпуса (y_a), меньшее давление p_0 и больший зазор истечения h .

Это позволяет сделать предположение о том, что при свободной высоте подъема корпуса в действительности реализуется именно равновесие при бездиффузорном режиме обтекания ГО.

В третьем разделе рассматривается задача о малых колебаниях гибкого ограждения опоры на ВП. Линеаризованная система уравнений, описывающих процесс имеет вид:

$$\mu \frac{\partial^2 \bar{x}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s} \left[T \frac{\partial \bar{x}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial x}{\partial s} \right] + \Delta p \frac{\partial \bar{y}}{\partial s} + \Delta \bar{p} \frac{\partial y}{\partial s}, \quad (15)$$

$$\frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial \bar{x}}{\partial s} + \frac{\partial y}{\partial s} \frac{\partial \bar{y}}{\partial s} = 0, \quad (17)$$

$$\mu \frac{\partial^2 \bar{y}}{\partial t^2} = \frac{\partial}{\partial s} \left[T \frac{\partial \bar{y}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial y}{\partial s} \right] - \Delta p \frac{\partial \bar{x}}{\partial s} - \Delta \bar{p} \frac{\partial x}{\partial s}. \quad (16)$$

где прежние обозначения соответствуют равновесным значениям переменных величин, которые подробно определяются из решения задачи о равновесии, а чертой сверху обозначены малые динамические добавки соответствующих величин. Обозначение μ соответствует удельной массе материала ГО. Начальные условия определяются первоначальным возмущением (заданы $\bar{x}(s,0), \bar{y}(s,0), \dot{\bar{x}}(s,0), \dot{\bar{y}}(s,0)$), а граничные условия рассматриваются нескольких видов. Неподвижному корпусу соответствуют условия:

$$\bar{x}(0,t)=0, \bar{y}(0,t)=0, \bar{x}(L,t)=0, \bar{y}(L,t)=0. \quad (18)$$

При креплении ГО в точках a и d к одному жесткому корпусу весом F имеем:

$$\bar{x}(0,t)=\bar{x}(L,t)=0, \bar{y}(0,t)=\bar{y}(L,t); \left[T \frac{\partial \bar{y}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial y}{\partial s} \right]_{s=0}^{s=L} = \bar{p}_0 x_a - \frac{F}{2g} \ddot{y}_a. \quad (19)$$

Для случая одной подвижной точки ($t.a$) и одной неподвижной точки ($t.d$), что имеет место в устройствах с частичной разгрузкой воздушной подушкой, граничные условия имеют вид:

$$\bar{x}(0,t)=0, \bar{x}(L,t)=0, \bar{y}(0,t)=0; \left[T \frac{\partial \bar{y}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial y}{\partial s} \right]_{s=L} = \bar{p}_0 x_a - \frac{F}{2g} \ddot{y}_a. \quad (20)$$

Используя конечно-элементное разбиение контура сечения ГО, полученное при решении задачи о равновесии, аппроксимируя динамические добавки координат гибкого контура и перепада давлений аналогично равновесным значениям соответствующих переменных, аппроксимируя также переменную добавку натяжения T , можно исходя из уравнений (15), (16) с помощью метода Галеркина получить следующую формулировку задачи о колебаниях ГО:

$$\int_0^L \left\{ \mu \frac{\partial^2 \hat{x}}{\partial t^2} \hat{\alpha} \hat{x} + T \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \frac{\partial \hat{\alpha} \hat{x}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \frac{\partial \hat{\alpha} \hat{x}}{\partial s} - \Delta \hat{p} \frac{\partial \hat{y}}{\partial s} \hat{\alpha} \hat{y} - \Delta \bar{p} \frac{\partial \hat{y}}{\partial s} \hat{\alpha} \hat{x} \right\} ds = \\ = \left[\left(T \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \right) \hat{\alpha} \hat{x} \right]_0^L, \\ \int_0^L \left\{ \mu \frac{\partial^2 \hat{y}}{\partial t^2} \hat{\alpha} \hat{y} + T \frac{\partial \hat{y}}{\partial s} \frac{\partial \hat{\alpha} \hat{y}}{\partial s} + \bar{T} \frac{\partial \hat{y}}{\partial s} \frac{\partial \hat{\alpha} \hat{y}}{\partial s} + \Delta \hat{p} \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \hat{\alpha} \hat{y} + \Delta \bar{p} \frac{\partial \hat{x}}{\partial s} \hat{\alpha} \hat{y} \right\} ds = \quad (21)$$

$$= \left[\left(T \frac{\partial U}{\partial \dot{q}_i} + \bar{T} \frac{\partial U}{\partial \dot{\bar{q}}_i} \right) \delta \dot{q}_i \right]_0^t$$
 , которая пока не замкнута, так как добавка натяжения является переменной и требуется учет уравнения связи (17). Применение вариационного принципа Даламбера-Лагранжа к определенной аппроксимации координат ГО дискретной механической системе приводит также к выражениям (21), однако при этом выясняется требуемый вид аппроксимации величины \bar{T} , которая является множителем Лагранжа при учете уравнения (17), из которого при этом автоматически получается требуемое число уравнений голономных связей, определяемых аппроксимациями равновесной формы и динамических добавок координат контура сечения ГО. Поскольку коэффициенты аппроксимации динамических добавок переменных величин являются функциями времени, то применение метода конечных элементов приводит к системе обыкновенных дифференциальных уравнений вида

$$\dot{A}Z + BZ = G \quad (22).$$

Использование для интегрирования по времени трехслойной неявной схемы Ньюмарка, отличающейся высокой устойчивостью (на первом шаге используется двухслойная схема метода трапеций), позволяет получить из (22) линейную алгебраическую систему

$$\left\{ \frac{4}{(\Delta t)^2} A + B \right\} Z^{(2)} = - \left\{ \frac{4}{(\Delta t)^2} A \left[Z^{(0)} - 2Z^{(1)} \right] + B \left[Z^{(0)} + 2Z^{(1)} \right] - \left[G^{(0)} + 2G^{(1)} + G^{(2)} \right] \right\},$$

где индексы сверху (0), (1), (2), обозначают моменты времени $t-2\Delta t$,

$t-\Delta t$, t . Полученную систему можно записать короче: $\dot{A}Z^{(2)} = G$. (23)

Вектор неизвестных Z содержит узловые значения аппроксимаций: $Z = \{ \bar{x}_1, \bar{y}_1, \bar{T}_1, \bar{x}_2, \dots, \bar{y}_{M-1}, \bar{T}_{M-1}, \bar{x}_M, \bar{y}_M \}$, причем учет граничных условий сокращает вектор Z на несколько элементов в зависимости от вида граничных условий. Предложенный метод принципиально дает возможность исследовать колебания ГО в комплексе с нестационарными процессами в потоке и в баллоне и области ВП, а также с движением корпуса. Но если движение корпуса учитывается через граничные условия ((19) либо (20)), то для учета процессов в потоке и во внутренних полостях опоры нужно получить подходящее решение соответствующих задач и дополнить вектор неизвестных Z узловыми добавками перепада давлений $\Delta \bar{p}_i = \bar{p}_o - \bar{p}_i$, а систему (23) дополнить необходимым числом замыкающих уравнений. В диссертации исследования колебаний ГО проводились отдельно. При этом добавка давления \bar{p}_o в баллоне и в ВП и узловые добавки давления в потоке под ГО \bar{p}_i , входящие в правую часть системы (22), задавались из различных соображений как известные функции времени. Нулевые значения $\Delta \bar{p}_i$ соответствуют задаче об определении собственных частот ограждения, задание зависимости $\bar{p}_o = a_p \sin(\omega_p t)$ либо $\bar{p}_i = a_p \sin(\omega_p t)$ позволяет рассматривать спроектированные устойчивую работу опоры на ВП вынужденные колебания ГО,

вызванные либо пульсациями давления в сети, либо вибрациями корпуса. В диссертации показано, что при устойчивой работе опоры все обнаруженные закономерности, касающиеся колебаний ограждения при частотах ω_p, ω_y близких к собственным частотам ограждения, проявляются в одинаковой мере независимо от частоты и амплитуды (в пределах малых изменений) узловых давлений в потоке \bar{p}_l . В первом случае это объясняется наличием свободного участка ба, а во втором случае - большой массой корпуса в сравнении с массой ГО.

Для проверки устойчивости и точности полученного численного решения проводится его сравнение с полученным в диссертации аналитическим решением для колебаний упрощенной модельной системы, состоящей из подвижного в вертикальном направлении жесткого корпуса, присоединенного к опорной поверхности с обеих сторон двумя парами шарнирно-сочлененных пластин (рис. 4). Внутри имеется повышенное (пульсирующее) давление p_0 ,

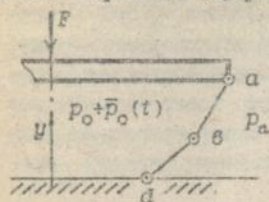


Рис. 4

снаружи - постоянное давление p_a . Численное решение этой задачи автоматически следует из рассмотренного общего решения при использовании граничных условий (20), двух-элементной линейной аппроксимации координат ГО и постоянном по дуге перепаде давлений. Сравнение показывает, что при шаге по времени в одну сороковую периода собственных колебаний системы, численное решение через

20 периодов отличается от аналитического на доли процента как для свободных колебаний ($\bar{p}_0 = 0$), так и для вынужденных колебаний ($\bar{p}_0 = a_p \sin(\omega_p t)$). В диссертационной работе выполнено также исследование численной сходимости решения задачи о колебаниях ГО в зависимости от частоты разбиения на конечные элементы, где кроме установления самого факта сходимости показывается, что требования к частоте разбиения при решении рассматриваемой динамической задачи не превышают аналогичных требований, обусловленных точностью определения равновесных параметров опоры на ВП.

Для подтверждения достоверности теоретических результатов исследования колебаний ГО в диссертации проводится эксперимент по определению собственных частот цилиндрической оболочки под нормальной нагрузкой в виде перепада давлений. Модель в сечении соответствует рис. 4, однако вместо шарнирно-сочлененных пластин имеется оболочка из двухслойной капроновой ткани с каучуковым покрытием (ТУ ЗВ-105469-74), которая используется для изготовления гибких ограждений устройств на ВП. Вместо пульсаций давления p_0 , после помещения модели в вибростенд, ко-

лебания оболочки возбуждаются вибрациями подвижного корпуса, осуществляемыми по автоматически поддерживаемой частотной программе при постоянном уровне виброскорости возбуждения ($L_0=100$ дБ). Сигналы с оболочки снимаются датчиком и с помощью регистрирующей аппаратуры и самописца представляются в виде виброграмм по уровню виброскорости. Всплескам уровня соответствует резонансы на собственных частотах. На рис.5 приведена виброграмма при следующих данных для модели: $L=0.235$ м, $(y_a - y_d) = 0.2$ м, $\mu=0.7$ кг/м², $P_0/P_a = 1.15$.

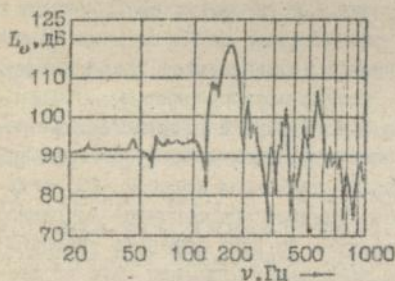


Рис.5

Теоретические значения трех первых собственных частот: $\nu_1 = 180$ Гц, $\nu_2 = 330$ Гц, $\nu_3 = 560$ Гц. Между теорией и экспериментом имеется хорошее качественное и количественное согласование, что говорит об адекватности моделирования рассматриваемого процесса.

добавок координат и натяжения в различных характерных точках сечения ГО при свободных колебаниях и при резонансах на трех первых частотах, а также определены диапазоны изменения собственных частот для всех режимов равновесного обтекания ГО в зависимости от расходно-напорных характеристик и геометрических конструктивных параметров опоры. На этой основе сделан целый ряд выводов, которые будут перечислены позднее в перечне основных результатов диссертационной работы.

В четвертом разделе рассматриваются малые колебания воздуха в потоке под гибким ограждением. Расчетная схема приведена на рис.6.

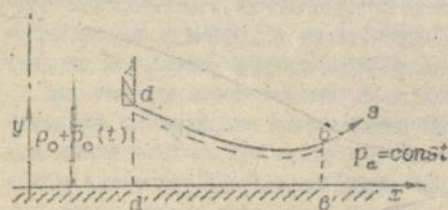


Рис.6

Решается задача о колебаниях газодинамических параметров в плоском одномерном потоке между неподвижной нижней стенкой $a'b'$ и колеблющейся около известного положения гибкой верхней стенкой db . Во входном сечении давление колеблется около известного значения P_0 , в выходном постоянно и равно атмосферному P_a . В качестве дополнительного предположения дуговая координата точки отрыва потока $\alpha_s=1$ считается неизменной в процессе малых колебаний, что вполне при-

В диссертации приведены графики изменения динамических

графики изменения динамических

емлемо в рамках одномерной модели потока. В диссертации показано, что особенности обтекания гибокого ограждения (большие градиенты скорости в окрестности минимального зазора) делают неэффективным применение традиционных численных методов газодинамики (характеристик, конечных разностей), а применение метода конечных элементов, при разнообразии в выборе аппроксимаций, имеет с этой точки зрения и по ряду других причин явные преимущества. В качестве основы для такого подхода выводится модифицированный вариационный принцип, который заключается в том, что в истинном движении газа в рассматриваемой задаче функционал

$$\int_0^{\ell} \left[\frac{\partial x}{\partial s} \gamma \rho w + p \frac{\partial y}{\partial s} \right] v ds - p y v \Big|_{s=0}^{s=\ell} + \int_0^{\ell} \left[\frac{\partial x}{\partial s} \left(\frac{\gamma \partial p}{\rho \partial t} + \frac{\partial y}{\partial t} \right) + y \frac{\partial v}{\partial s} \right] p ds,$$

где w - ускорение в потоке, имеет стационарное значение по отношению к вариациям скорости (δv) и давления (δp). В диссертации показана эквивалентность такой формулировки нестационарным уравнениям количества движения и неразрывности. Из условий стационарности функционала, после учета адиабатичности и линеаризации, получим следующую систему:

$$\int_0^{\ell} \left\{ \frac{\partial x}{\partial s} \gamma \rho \frac{\partial \bar{v}}{\partial t} + \gamma \rho v \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} + \gamma \rho \frac{\partial v}{\partial s} \bar{v} + \rho v \frac{\partial v}{\partial s} \bar{v} + \left[\frac{\gamma v}{\alpha^2} \frac{\partial v}{\partial s} - \frac{\partial y}{\partial s} \right] \bar{p} - p \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} \right\} \delta \bar{v} ds - \int_0^{\ell} (p \bar{v} + \bar{p} v) \frac{\partial \delta \bar{v}}{\partial s} ds = - \left[(p \bar{v} + \bar{p} v) \delta \bar{v} \right]_{s=0}^{s=\ell},$$

$$\int_0^{\ell} \left\{ \frac{\gamma}{\rho \alpha^2} \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + \frac{\partial x}{\partial s} \frac{\partial \bar{p}}{\partial t} + v \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} + \frac{v y}{\rho \alpha^2} \frac{\partial \bar{p}}{\partial s} + \left[\frac{\partial y}{\partial s} + \frac{y}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial s} \right] \bar{v} - \left(\frac{2 v y (\partial \rho / \partial s)}{\rho \alpha^3} + \frac{v y (\partial \rho / \partial s)}{\rho^2 \alpha^2} \right) \bar{p} + v \frac{\partial \bar{v}}{\partial s} + \left[\frac{v}{\rho} \frac{\partial \rho}{\partial s} + \frac{\partial v}{\partial s} \right] \bar{v} \right\} \delta \bar{p} ds = 0, \quad (24)$$

где α - местная скорость звука в потоке при равновесии опоры. Частичная дискретизация по пространственному переменному s и применение метода конечных элементов приводят систему (24) к системе обыкновенных дифференциальных уравнений вида $CZ + BZ = G$. (25)

Из решения задачи о равновесии по разработанной в диссертации схеме (для одномерного сжимаемого потока) имеются равновесные форма Г0 и распределение давления и скорости (плотности и местной скорости звука) в потоке, необходимые для формирования матриц C и B. Вектор правой части G составляется с учетом граничных условий задачи, которые при известном законе $\bar{p}_0 = \bar{p}_0(t)$ имеют вид: $\bar{p}(\ell, t) = 0$, $\bar{p}(0, t) = \bar{p}_0(t)$, $[\bar{p} \bar{v} + \bar{p} \bar{v}]_{s=0} = p_a \bar{v}_a(t) + \bar{p}_0(t) y_a$, $[\bar{p} \bar{v} + \bar{p} \bar{v}]_{s=\ell} = p_a \bar{v}_a(t)$, (26) где индексами "0", "a" обозначены значения величин в сечениях $s=0$ и $s=\ell$. В условия (26) входят законы изменения динамических добавок ординат

токов b и d . В вектор G включены также задаваемые из отдельных соображений законы изменения всех узловых значений \bar{U} на участке ds . Таким образом, при исследовании колебаний в воздушном потоке возмущенное движение ГО считается заданным. При этом вектор неизвестных Z содержит коэффициенты аппроксимации динамических добавок давления \bar{p} и скорости \bar{v} . Однако, как было отмечено ранее, систему (25) можно объединить с системой (22), описывающей движение ГО. Тогда в общий вектор неизвестных включается и узловое значение добавок координат ГО, и коэффициенты аппроксимации добавок скорости и давления в потоке, а после применения схемы интегрирования по времени, включаются и добавки натяжения ГО с одновременным учетом аппроксимированных уравнений связи. Таким образом, позаботившись о совместимости аппроксимаций, можно совместно рассматривать оба процесса заодно с движением корпуса. Если считать давление и плотность в баллоне и в ВП постоянными в каждый отдельный момент времени, что справедливо при небольших абсолютных размерах этих областей (характерно для технологических устройств на ВП), то вместо задания $\bar{p}_0 = \bar{p}_0(t)$ можно учесть массообмен в указанных областях с помощью уравнения $\dot{m}_0 / \dot{m} = G^+ - 2G^-$, где m_0 - масса воздуха в областях с давлением p_0 , G^+ - расход воздуха в опору из сети, $2G^-$ - расход воздуха под ограждение. С учетом линеаризации это уравнение приводится к виду:

$$\frac{V_0}{2a_0^2} \dot{\bar{p}}_0 + \rho_a v_a \bar{v}_a + \frac{v_a v_a}{a_0^2} \bar{p}_0 = -\rho_0 x_a \dot{\bar{v}}_a - \rho_a v_a \bar{v}_a \quad (27)$$

где V_0 - объем воздуха в рассматриваемой области при равновесии. Дополнив систему (25) уравнением (27) вместо учета граничных условий в точке d ($s=0$), можно определять \bar{p}_0 в ходе решения задачи.

Из условия $\det(\lambda G + B) = 0$ можно определять собственные частоты в потоке и исследовать его устойчивость. Эволюционные исследования колебаний в потоке проводятся в диссертации на основе применения к интегрированию системы (25) трехслойной неявной схемы Ньюмарка (на первом шаге используется метод трапеций), что дает

$$\left[\frac{2}{\Delta t} G + B \right] Z^{(2)} = -2BZ^{(1)} - \left[-\frac{2}{\Delta t} G + B \right] Z^{(0)} + \left[G^{(2)} + 2G^{(1)} + G^{(0)} \right],$$

или короче: $\bar{A} Z^{(2)} = \bar{G}$. (28)

Распределение пульсационных добавок давления и скорости на каждом временном шаге определяется решением линейной системы (28) с постоянной матрицей коэффициентов \bar{A} . Точность и устойчивость полученного решения (при различных аппроксимациях) исследуются в диссертации на основе сравнения с аналитическим решением для акустической задачи о распространении граничного возмущения давления в плоском канале с параллельны-

ми стенками в котором имелось безградиентное течение воздуха. В результате доказывалась высокая точность метода и делался ряд выводов о зависимости устойчивости решения от соотношения степени аппроксимирующих полиномов и числа элементов. Проведены также исследования численной сходимости решения в зависимости от числа элементов при кусочно-линейной аппроксимации. В результате доказана сходимость метода и достаточность разбиения на элементы, полученного при решении равновесной задачи.

На основе полученного решения, путем численного моделирования, в диссертации проводятся исследования волновых процессов в зоне течения под гибким ограждением с учетом процессов сжатия-расширения воздуха в области ВП и в баллоне. Построены диаграммы изменения давления и скорости во входном сечении (dd') и в окрестности минимального зазора при колебаниях ГО как твердого тела (в вертикальном направлении без изменения формы) и при колебаниях ГО только в окрестности зазора. Сделан вывод, что масштаб пульсаций давления и скорости в потоке и в поддушке определяется возмущениями в ближайшей окрестности минимального зазора. В этой же области наблюдаются и наибольшие амплитуды изменения давления и скорости. Проводятся также исследования по изменению нижней собственной частоты колебаний в потоке при различных давлениях p_0 , разных геометрических параметрах опоры и разных значениях аэродинамического кид сети, определяющего расход воздуха при данном давлении. На рис.7 приведена диаграмма изменения первой собственной частоты колебаний в

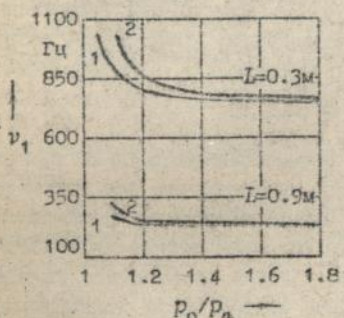


Рис.7 1- $\eta_a=0.2$; 2- $\eta_a=0.5$.

воздушном потоке под ГО (бездиффузорный режим) для опоры со следующими общими данными: $x_a/L=0.33$, $(x_a-x_d)/L=0.6$, $(y_a-y_d)/L=0.15$, $p_a=103.323\text{кПа}$, $T_0=293^\circ\text{К}$, $N_{\text{дв}}=15.5\text{кВт/м}$, $\eta_m=0.9$.

Заметное влияние на частоты подачи воздуха оказывает только при малых давлениях в опоре. При фиксированной длине ГО (L) наибольшее влияние на частоты колебаний в потоке оказывает изменение размера (x_a-x_d) . Очень значительно могут изменяться частоты при изменении геометрического масштаба, при этом с ростом абсолютного

размера области течения, частоты слабее меняются с увеличением давления p_0 . Для небольших опор частоты, будучи больше по абсолютной вели-

чине, могут при повышенных расходах меняться на 50% от малых до больших давлений в опоре.

В приложениях 1-3 даны аналитические решения модельных задач, с которыми сравниваются численные решения, и вывод уравнения неразрывности для одномерного течения газа в канале переменного сечения с гибкой стенкой. В приложениях 4,5 представлены протокол испытаний и акт приемки головного образца опытной партии погрузчиков на ВП, акт внедрения результатов диссертационной работы и акт внедрения модуля аэродинамической опоры скольжения.

ОБЩИЕ РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ ПО РАБОТЕ

В соответствии с выбранным направлением исследования, на базе вариационных формулировок с использованием аппроксимаций и метода конечных элементов, получены и обоснованы новые, отличившиеся большой общностью, решения ряда задач механики опор на воздушной подушке. В результате исследования сделан ряд выводов.

1. При высотах минимального зазора истечения $h \geq 0,1 \cdot 10^{-2}$ м поток воздуха под ГО допустимо считать невязким.

2. В случае работы опоры на ВП над ровным гладким основанием поток воздуха под ограждением можно рассматривать как одномерный.

3. Влияние свойства сжимаемости воздуха в потоке возрастает во всех случаях с увеличением отношения p_0/p_a , и при $p_0/p_a \geq 1,1$ его учет может привести к существенным погрешностям в определении равновесных параметров опоры на ВП (особенно аэродинамических). Сжимаемость воздуха необходимо учитывать также и при малых давлениях p_0 , когда рассматриваются режимы обтекания ГО с существенным разрежением в минимальном зазоре.

4. Из решения стационарной задачи о равновесии опоры на ВП при отсутствии сверхзвуковых скоростей в потоке следует, что все параметры равновесия лежат в диапазоне, граничные значения которого соответствуют двум характерным режимам обтекания ГО: а) отрыв потока происходит в минимальном зазоре, $p_{min} = p_a$, диффузорный участок отсутствует (бездиффузорный режим); б) скорость в минимальном зазоре равна скорости звука, $p_{min} = p_{кр} = p_0 [2 / (\gamma + 1)]^{1 / (\gamma - 1)}$ (критический режим).

5. Одна и та же опора (все конструктивные параметры фиксированы) под одной и той же нагрузкой и при фиксированных параметрах питающей сети может находиться (по результатам решения задачи о равновесии) в разных состояниях равновесия, каждому из которых соответствует свой режим обтекания ГО - от бездиффузорного до критического. Таким обра-

зом, стационарной задаче о равновесии свойственна неоднозначность решения.

6. Среди всех решений задачи о равновесии опоры на ВП из отмеченного диапазона неоднозначности, бездиффузорному режиму соответствуют минимальные значения ряда энергетических характеристик, а критическому режиму - максимальные значения. Это позволяет высказать предположение о том, что именно бездиффузорный режим является устойчивым (когда не зафиксирована высота "всплыва" корпуса).

7. Малые пульсации давления воздуха внутри опоры, так же как и вибрация корпуса, происходящие с частотами близкими к нескольким первым собственным частотам ограждения, приводят к резонансным проявлениям в нем. При этом любые малые колебания давлений в потоке под ГО, при устойчивой работе опоры, не изменяют ни масштаба ни характера резонансных проявлений в гибком ограждении.

8. Вибрации гибкого ограждения механически (через точки закрепления) не приводят к заметным колебаниям корпуса опоры на ВП.

9. Амплитуды динамических добавок натяжения при втором и третьем резонансах могут существенно превышать соответствующие первой частоте значения. Для перемещений справедливо обратное.

10. Во всех случаях при колебаниях ГО наибольшие амплитуды изменения натяжения имеют место вблизи наружного крепления к корпусу.

11. Изменением разности высот между точками наружного и внутреннего крепления ГО к корпусу можно не изменяя габаритов и грузоподъемности опоры существенно менять собственные частоты ограждения.

12. Собственные частоты колебаний газодинамических параметров в потоке под ограждением при малых давлениях в подушке более чувствительны к изменению подачи (расхода) воздуха, чем при больших.

13. В наибольшей степени собственные частоты в потоке зависят от длины зоны течения, которую можно заметно изменить раздвигая точки крепления ГО при фиксированной его длине, либо с ее одновременным увеличением.

14. Масштаб возмущения давления и скорости в потоке при колебаниях ограждения с частотами далекими от собственных частот в потоке, определяется амплитудой изменения высоты минимального зазора истечения.

Основное содержание диссертации опубликовано в работах:

1. Мочалин Е.В. Применение метода конечных элементов для расчета равновесия аэростатической опоры // Известия вузов. Машиностроение. - 1989. - №2. - с.23-28.

2. Мочалин Е.В. Определение формы гибкого ограждения и газодинамических параметров аэростатической опоры в равновесном состоянии для

И 611479

исследования вертикальной устойчивости // Известия вузов.Машиностроение. - 1990. - №. - с.24-29.

3. Мочалин Е.В. Колебания гибкого ограждения в задаче об устойчивости аэростатической опоры // Известия вузов.Машиностроение. - 1992. - №7-9. - с.111-116.

4. Мочалин Е.В. Колебания гибкого ограждения аэростатической опоры. - ДПИ. - Алчевск: 1992. - 28с. Деп. в УкрИНТЭИ 08.06.92 №43-Ук92.

5. Положительное решение на заявку №4.111.703/11 (092656) от 28.10.1998г. Стенд для испытания грузовых опор на воздушной подушке (соавтор Харитонов В.П.).

*С.И. Харитонов, заявку 201, № 203,
22.11.93г.*