КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ім. Тараса Шевченка

на правах рукопису

ТАТАРИНОВ СЕРГІЙ ВАСИЛЬОВИЧ

МІНІМАКСНІ ОЦІНКИ ЛІНІЙНИХ ФУНКЦІОНАЛІВ ВІД ВИПАДКОВИХ ПОЛІВ

01.01.05 — теорія ймовірностей та математична статистика

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття вченого ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Київ — 1993

Роботу виконано на кафедрі теорії ймовірностей та математичної статистики механіко-математичного факультету Київського університету ім. Тараса Шевченка

Науковий керівник — кандидат фізико-математичних наук,
доцент М.П.Моклячук

Офіційні опоненти — доктор фізико-математичних наук,
професор П.С. Кнопов,
кандидат фізико-математичних наук,
старший науковий співробітник
А.А. Маляренко

Провідна установа — Київський політехнічний інститут

Захист відбудеться 17 січня 1994 року о 14.00 на засіданні спеціалізованої ради К 068.18.11 у Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою 252127, м.Київ, просп. Академіка Глушкова, 6, механіко-математичний факультет.

З дисертацією можна ознайомитися у бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка (вул. Володимирська,58)

Автореферат розіслано "15" грудня 1993 р.

Вчений секретар
спеціалізованої ради В.Н.Сущанський

7В 26.072

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

АКТУАЛЬНІСТЬ ТЕМИ. В дисертації досліджуються задачі оптимального лінійного оцінювання (екстраполяція, інтерполяція, фільтрація) однорідних випадкових полів. У 1939 р. А.М. Колмогоров сформулював задачу лінійного оцінювання невідомих значень стаціонарної послідовності. Він же вказав на геометричну інтерпретацію задачі лінійного оцінювання в термінах геометрії гільбертового простору та зв'язок цієї задачі з апроксімаційними та граничними задачами теорії функцій. Пізніше стало ясно, що задачі лінійного оцінювання відіграють важливу роль в статистичній теорії зв'язку, радіотехніці, теорії автоматичного регулювання. Значний вклад на розвиток математичної теорії лінійного оцінювання стаціонарних процесів внесли Н. Вінер, Х. Вольд, М.Г. Крейн, А.М. Яглом, Ю.В. Розанов. Перші результати з теорії однорідних випадкових полів отримали Цзян Цзе-пей, М.С. Пінскер, М.Й. Ядренко, М.І. Фортус. Слід визначити результати, отримані Х. Хелсоном та Д. Лоуденслегером, Ю.Д. Поповим, П.С. Кноповим, М.П. Моклячуком, А.А. Маляренком. Задачі лінійного оцінювання вони розв'язували за умови, що відомі спектральні щільності. На практиці, однак виникають задачі оцінювання невідомих значень, коли точні значення щільностей невідомі. Щоб розв'язати такі задачі знаходять параметричні чи непараметричні оцінки спектральних щільностей і застосовують класичну теорію, припускаючи, що знайдені тим чи іншим методом спектральні щільності являються істинними. Такий підхід, як показали К. Вастола і Г. Пур, може привести до значного росту величини похибки. Тому необхідно знаходити такі оцінки невідомих значень, які дають найменшу похибку для всіх щільностей з деякого класу D можливих спектральних щільностей. Такий мінімаксний підхід до задач екстраполяції та фільтрації стаціонарних процесів та однорідних випадкових полів привернув увагу багатьох дослідників. Огляд результатів з мінімаксної обробки інформації зроблений у статті Кассама С.А., Пура Г.В., "Робастные методы обработки сигналов" (ТИИЭР, 1985, т.73, N 3, с.54–110). У дисертації досліджується задача мінімаксного оцінювання лінійних перетворень однорідних випадкових полів за умови, що невідомі спектральні щільності належать опуклим множинам.

МЕТА РОБОТИ. Вишукати найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні (робастні) спектральні характеристики оптимальних лінійних оцінок функціоналів від невідомих значень однорідних випадкових полів для різних класів спектральних щільностей. Знайти вигляд найменш сприятливого однорідного поля для оцінювання функіоналу.

МЕТОДИ ДОСЛІДЖЕНЬ. Використані основні положення теорії однорідних випадкових полів, властивості операторів у гільбернових просторах, методи опуклої оптимізації, субдиференційне числення.

НАУКОВА НОВИЗНА. У дисертації розв'язані задачі оптимального лінійного оцінювання функціоналів від невідомих значень випадкового поля. Знайдені формули для обчислення величин середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальних оцінок функціоналів. Досліджені задачі екстраполяції, інтерполяції та фільтрації однорідних полів. Знайдені найменш сприятливі щільності та мінімаксні спектральні характеристики оптимальних оцінок лінійних функціоналів для різних моделей випадкових полів.

ПРАКТИЧНЕ ЗНАЧЕННЯ РОБОТИ. Отримані в дисертації теоретичні результати можуть бути використані для розв'язування задач, що виникають в статистичній радіофізиці та оптиці, голографії, метеорології, теорії розпізнавання обрязів, теорії автоматичного регулювання.

АПРОБАЦІЯ РОБОТИ. Основні результати дисертації доповідалися та обговорювалися на Республіканському семінарі з теорії ймовірностей (керівник А.А. Скороход), на II, III, IV Всесоюзних конференціях "Перспективные методы планирования и анализа экспериментов при исследовании случайных процессов и полей" (Севастополь, 1985, Гродно, 1988, Петрозаводск, 1991), на II Донецькій конференції "Вероятностные модели процессов в управлении и надежности" (Донецьк, 1990), на IV Міжнародній Вільнюській конференції з теорії ймовірностей та математичної статистики (Вильнюс, 1985).

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі наведені основні положення теорії однорідних випадкових полів. Сформульована задача оптимального лінійного оцінювання невідомих значень поля. Викладемо основні результати дисертації.

Перший розділ "Максимальне значення величини похибки оптимальної оцінки" містить 4 параграфи. У п.1.1. "Оптимальні оцінки лінійних функціоналів від однорідного поля дискретного аргументу" досліджується задача лінійного середньоквадратично оптимального оцінювання функціоналів

$$A\xi = \sum_{m,n=0}^{\infty} a(m,n)\xi(m,n), \qquad A_{MN}\xi = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{N} a(m,n)\xi(m,n)$$

від невідомих значень поля $\xi(m,n)$ з класу Ξ однорідних випадкових полів, що задовольняють умовам $\mathrm{M}\xi(m,n) = 0$, $\mathrm{M}|\xi(m,n)|^2 \leq \sigma^2$, за результатами спостережень поля $\xi(m,n)$ при $(m,n) \in Z^2 \setminus Z_+^2$. Величина середньоквадратичної похибки $\Delta(\xi, \widehat{A}) = \mathrm{M}|A\xi - \widehat{A}\xi|^2$ оцінки $\widehat{A}\xi$ з класу $\mathcal{L}$ всіх лінійних оцінок функціоналу $A\xi$ залежить від послідовності $a(m,n)$, $(m,n) \in Z_+^2$ та поля $\xi \in \Xi$. Доведені такі теореми.

Теорема 1.1. Найменш сприятливе для оптимального оцінювання функціоналу $A_{MN}\xi$ випадкове поле має вигляд

$$\xi(m,n) = \sum_{u=m-M}^{m}\sum_{v=n-N}^{n} g(m-u, n-v)\eta(u,v).$$

При цьому

$$\min_{\widehat{A}_{MN}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, \widehat{A}_{MN}) = \max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A}_{MN}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, \widehat{A}_{MN}) = \sigma^2\nu_{MN}^2,$$

де ν_{MN}^2 — найбільше власне значення, а $g(u,v)$, $u = 0,1,\ldots,M$, $v = 0,1,\ldots,N$ — власний елемент, що відповідає ν_{MN}^2, самоспряженого компактного оператору Q_{MN} у просторі $\mathbf{R}^M \times \mathbf{R}^N$, який визначається матрицею з елементами

$$Q_{MN}(p,q;t,s) = \sum_{u=0}^{\min(M-p,M-t)} \sum_{v=0}^{\min(N-q,N-s)} a(p+u, q+v)\overline{a(t+u, s+v)}$$

$p,t = 0,1,\ldots,M$; $q,s = 0,1,\ldots,N$.

Теорема 1.2. Якщо послідовність $a(m,n)$, $m,n = 0,1,\ldots$, задовольняє умови

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} |a(m,n)| < \infty, \qquad \sum_{m,n=0}^{\infty} (m+1)(n+1)|a(m,n)|^2 < \infty, \quad (1)$$

то найменш сприятливе для оптимального оцінювання функціоналу $A\xi$ випадкове поле $\xi(m,n) \in \Xi$ має вигляд

$$\xi(m,n) = \sum_{u=-\infty}^{M} \sum_{v=-\infty}^{n} g(m-u, n-v)\eta(u,v).$$

При цьому

$$\min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, A) = \max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, A) = \sigma^2\nu^2,$$

де ν^2 — найбільше власне значення, а $g(u,v)$, $u,v \in Z_+$ — власний елемент, що відповідає ν^2, самоспряженого компактного оператора в просторі $l_2 \times l_2$, який визначається матрицею з елементами

$$Q(p,q;t,s) = \sum_{u,v=0}^{\infty} a(p+u, q+v)\overline{a(t+u, s+v)}, \qquad p,q,t,s = 0,1,\ldots$$

Наведені приклади, що вказують на можливість застосування теорем.

У п.1.2. "Випадкові поля в гільбертовому просторі та оцінки їх невідомих значень" досліджується задача лінійного оцінювання функціоналів

$$A\xi = \sum_{m,n=0}^{\infty} \langle a(m,n), \xi(m,n)\rangle,$$

$$A_{MN}\xi = \sum_{m=0}^{M}\sum_{n=0}^{N} \langle a(m,n), \xi(m,n)\rangle,$$

для невідомих значень поля $\xi(m,n)$ з класу Ξ однорідних випадкових полів із значеннями в гільбертовому просторі X з базисом $\{e_k\}_{k\geq1}$, що задовольнють умови

$$\mathrm{M}\xi_k(m,n) = 0, \qquad \xi_k(m,n) = \langle \xi(m,n), e_k\rangle,$$

$$\mathrm{M}\|\xi(m,n)\|^2 = \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{M}|\xi_k(m,n)|^2 \leq \sigma^2,$$

за даними спостережень поля $\xi(m,n)$ при $(m,n) \in Z^2 \setminus Z_+^2$.

Встановлене максимальне значення величини похибки

$$\Delta(\xi, \widehat{A}) = \sum_{k=1}^{\infty} \mathrm{M}|A_k\xi - \widehat{A}_k\xi|^2, \quad A_k\xi = \sum_{m,n=0}^{\infty} a_k(m,n)\xi_k(m,n)$$

оцінки $\widehat{A}\xi$, класу $\mathcal{L}$ всіх лінійних оцінок функціоналу $A\xi$. Доведені такі теореми.

Теорема 2.1.

$$\min_{\widehat{A}_{MN}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, \widehat{A}_{MN}) = \max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A}_{MN}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, \widehat{A}_{MN}) = \sigma^2 \max_{k\geq 1} \sigma^2_{k,MN}.$$

Найменш сприятливе випадкове поле для оптимального оцінювання функціоналу $A_{MN}\xi$ має компоненти

$$\xi_k(m,n) = \langle \xi(m,n), e_k \rangle = \quad \delta_{kd} \sum_{u=m-M}^{m} \sum_{v=n-N}^{n} g_d(m-u, n-v)\eta(u,v).$$

Тут $\nu^2_{k,MN}$ — максимальне власне значення, а $g_k(u,v)$, $u = 0,1,\ldots,M$, $v = 0,1,\ldots,N$ — власний елемент самосряженого компактного оператора $Q_{k,MN}$ у просторі $\mathbf{R}^M \times \mathbf{R}^N$, який визначається матрицею з елементами

$$Q_{k,MN}(p,q;t,s) = \sum_{u=0}^{\min(M-p,M-t)} \sum_{v=0}^{\min(N-q,N-s)} a_k(p+u, q+v)\times$$

$$\times\overline{a_k(t+v, s+v)}, \qquad p,t = 0,1,\ldots,M; \quad q,s = 0,1,\ldots,N; k = 0,1,\ldots,$$

$$d \in \left\{ k : \nu^2_{k,MN} = \max_{k\geq 1} \nu^2_{k,MN} \right\},$$

$\eta(u,v)$ — стандартне випадкове поле з ортогональними значеннями і нормою 1.

Теорема 2.2. Нехай виконуються умови

$$\sum_{m,n=0}^{\infty} \|a(m,n)\|^2 < \infty, \qquad \sum_{m,n=0}^{\infty} (m+1)(n+1)\|a(m,n)\|^2 < \infty.$$

Тоді

$$\min_{\widehat{A}_{MN}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, \widehat{A}_{MN}) = \max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A}_{MN}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, \widehat{A}_{MN}) = \sigma^2 \max_{k\geq 1} \nu^2_k.$$

а найменш сприятливе випадкове поле $\xi(m,n)$ для оптимального оцінювання функціоналу $A\xi$ має компоненти

$$\xi_k(m,n) = \langle \xi(m,n), e_k \rangle = \delta_{kd} \sum_{u=-\infty}^{m} \sum_{v=-\infty}^{n} g_d(m-u, n-v)\eta(u,v).$$

Тут ν_k^2 — найбільше власне значення, а $g_k(u,v)$, $u, v = 0, 1, \dots$, власний елемент, що відповідає ν_k^2, самоспряженого компактного оператора Q_k у просторі $l_2 \times l_2$, який визначається матрицею з елементами

$$Q_k(p,q;t,s) = \sum_{u,v=0}^{\infty} a_k(p+u, q+v)\overline{a_k(t+v, s+v)}$$

$$p, t, q, s = 0, 1, \dots, \qquad d \in \left\{ k \colon \nu_k^2 = \max_{k \geq 1} \nu_k^2 \right\},$$

$\eta(u,v)$ — операторне випадкове поле з ортогональними значеннями і нормою 1.

У п.1.3. "Оптимальні оцінки функціоналів від однорідного поля неперервного аргументу" досліджується задача лінійного середньоквадратично оптимального оцінювання функціоналів

$$A\xi = \int_0^\infty \int_0^\infty a(s,t)\xi(s,t)\,ds\,dt, \qquad A_{ST}\xi = \int_0^S \int_0^T a(s,t)\xi(s,t)\,ds\,dt$$

від невідомих значень поля $\xi(s,t)$ з класу Ξ середньоквадратично неперервних однорідних випадкових полів, що задовольняють умови $\mathbf{M}\xi(s,t) = 0$, $\mathbf{M}|\xi(s,t)|^2 = \sigma^2$, за результатами спостережень поля $\xi(s,t)$ при $(s,t) \in \mathbf{R}^2 \setminus \mathbf{R}_+^2$. Доведені такі теореми.

Теорема 3.1. Нехай виконуються умови

$$\int_0^S \int_0^T |a(s,t)|\,ds\,dt < \infty, \qquad \int_0^S \int_0^T st|a(s,t)|^2\,ds\,dt < \infty. \tag{2}$$

Найменш сприятливе для оптимального оцінювання функціоналу $A_{ST}\xi$ випадкове поле має вигляд

$$\xi(s,t) = \int_{s-S}^{s} \int_{t-T}^{t} g(s-u, t-v)\,d\eta(u,v). \tag{3}$$

При цьому

$$\max_{\xi\in\Xi}\min_{\widehat{A}_{ST}\in\mathcal{L}}\Delta(\xi,\widehat{A}_{ST})=\min_{\widehat{A}_{ST}\in\mathcal{L}}\max_{\xi\in\Xi}\Delta(\xi,\widehat{A}_{ST})=\sigma^2\nu^2_{ST}.$$

Тут ν^2_{ST} — найбільше власне значення, а $g(u,v)$ — власний елемент, що відповідає ν^2_{ST}, самоспряженого компактного оператора Q_{ST} у просторі $L_2([0,s]\times[0,T])$, який визначається ядром

$$Q_{ST}(x,y;z,w)=\int_0^{\min(S-x,S-z)}\int_0^{\min(T-y,T-w)}a(x+u,y+v)\times$$
$$\times\overline{a(z+v,w+v)}\,du\,dv\qquad 0\le x,z\le S,\quad 0\le y,w\le T.$$

Теорема 3.2. Нехай виконуються умови

$$\int_0^\infty\int_0^\infty|a(s,t)|\,ds\,dt<\infty,\qquad \int_0^\infty\int_0^\infty st|a(s,t)|^2\,ds\,dt<\infty. \tag{4}$$

Найменш сприятливе для оптимального оцінювання функціонала $A\xi$ випадкове поле має вигляд

$$\xi(s,t)=\int_{-\infty}^{s}\int_{-\infty}^{t}g(s-u,t-v)\,du\,dv. \tag{5}$$

При цьому

$$\max_{\xi\in\Xi}\min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}}\Delta(\xi,\widehat{A})=\min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}}\max_{\xi\in\Xi}\Delta(\xi,\widehat{A})=\sigma^2\nu^2.$$

Тут ν^2 — найбільше власне значення, а $g(u,v)$ — власний елемент, що відповідає ν^2, самоспряженого компактного оператора Q у просторі $L_2([0,\infty)\times[0,\infty))$, який визначається ядром

$$Q(x,y;z,w)=\int_0^\infty\int_0^\infty a(x+u,y+v)\overline{a(z+u,w+v)}\,du\,dv$$

Наведені приклади застосування доведених теорем.

У п.1.4. "Векторні неперервні поля та оцінки їх невідомих значень" досліджується задача лінійного оцінювання функціоналів

$$A\xi=\sum_{k=1}^{N}\int_0^\infty\int_0^\infty a_k(s,t)\xi_k(s,t)\,ds\,dt,$$

$$A_{ST}\xi = \sum_{k=1}^{N} \int_0^S \int_0^T a_k(s,t)\xi_k(s,t)\,ds\,dt$$

від невідомих значень поля $\xi(s,t)$ з класу Ξ векторних середньоквадратично неперервних випадкових полів, що задовольняють умови

$$\mathrm{M}\xi_k(s,t) = 0, \quad \sum_{k=1}^{n} \mathrm{M}|\xi_k(s,t)|^2 \le \sigma^2, \qquad k = \overline{1,n},$$

за даними спостережень поля $\xi(s,t)$ при $(s,t) \in \mathbf{R}^2 \setminus \mathbf{R}_+^2$. Доведені такі теореми.

Теорема 4.1. Нехай виконуються умови

$$\int_0^S \int_0^T \|a(s,t)\|\,ds\,dt < \infty, \qquad \int_0^S \int_0^T st\|a(s,t)\|^2\,ds\,dt < \infty.$$

Найменш сприятливе для оптимального оцінювання функціоналу $A_{ST}\xi$ векторне випадкове поле $\xi(s,t)$ має координати

$$\xi_k(s,t) = \delta_{kd} \int_{s-S}^{s} \int_{t-T}^{t} g_d(s-u,t-v)\,d\eta(u,v), \qquad k = \overline{1,N}.$$

При цьому

$$\max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A_{ST}\xi}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, \widehat{A_{ST}\xi}) = \min_{\widehat{A_{ST}\xi}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, \widehat{A_{ST}\xi}) = \sigma^2 \max_k \nu_{k,ST}^2,$$

де $\nu_{k,ST}^2$ — найбільше власне значення, а $g_k(u,v)$ — власний елемент, що відповідає $\nu_{k,ST}^2$, компактного оператора $Q_{k,ST}$ в $L_2([0,S]\times[0,T])$, який визначається ядром

$$Q_{k,ST}(x,y;z,w) = \int_0^{\min(S-x,S-z)} \int_0^{\min(T-y,T-w)} a_k(x+u,y+v)\times$$

$$\times\overline{a_k(z+u,w+v)}\,du\,dv,$$

$$0 \le x,z \le S, \quad 0 \le y,w \le T, \quad k = \overline{1,N} \quad d \in \left\{ k\colon \nu_{k,ST}^2 = \max_{k\ge 1} \nu_{k,ST}^2 \right\},$$

Теорема 4.2. Нехай виконуються умови

$$\int_0^\infty \int_0^\infty \|a(s,t)\|\, ds\, dt < \infty, \qquad \int_0^\infty \int_0^\infty st\|a(s,t)\|\, ds\, dt < \infty.$$

Найменш сприятливе для оптимального оцінювання функціоналу $A\xi$ векторне поле $\xi(s,t)$ має компоненти

$$\xi(s,t) = \delta_{kd} \int_{-\infty}^{s} \int_{-\infty}^{t} g_d(s-u, t-v)\, d\eta(u,v), \qquad k = \overline{1,N}.$$

При цьому

$$\max_{\xi\in\Xi} \min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}} \Delta(\xi, \widehat{A}) = \min_{\widehat{A}\in\mathcal{L}} \max_{\xi\in\Xi} \Delta(\xi, \widehat{A}) = \sigma^2 \max_k \nu_k^2,$$

де ν_k^2 — найбільше власне значення, а $g_k(u,v)$ — власний елемент, що відповідає ν_k^2, компактного самоспряженого оператра Q_k у просторі $L_2([0,\infty)\times[0,\infty))$, який визначається ядром

$$Q_k(x,y;z,w) = \int_0^\infty \int_0^\infty a_k(x+u, y+v)\overline{a_k(z+u, w+v)}\, du\, dv,$$

$$x, y, z, w \in \mathbf{R}_+$$

Наведені приклади застосування доведених теорем.

Розділ II "Мінімаксно-робастна екстраполяція випадкових полів" складається з 2 параграфів.

У п.2.1. "Мінімаксна екстраполяція випадкового поля дискретного аргументу, що спостерігається з білим шумом" розглядається задача оптимального лінійного оцінювання функціоналів

$$A\xi = \sum_{m,n=0}^{\infty} a(m,n)\xi(m,n), \qquad A_{MN}\xi = \sum_{m=0}^{M} \sum_{n=0}^{N} a(m,n)\xi(m,n)$$

від невідомих значень випадкового поля $\xi(m,n)$ за даними спостережень поля $\xi(m,n) + \eta(m,n)$ при $(m,n) \in Z^2 \setminus Z_+^2$, де $\eta(m,n)$ — некорельоване з $\xi(m,n)$ випадкове поле з ортогональними значеннями і дисперсією σ^2 (білий шум). У п.2.1.1. знайдені формули для обчислення величин середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{MN}\xi$ у тому випадку, коли відома спектральна щільність $f = f(\lambda,\mu)$ поля $\xi(m,n)$. Доведена така лема.

Лема 1.1. Якщо виконуються умови (1) і спектральна щільність $f(\lambda,\mu)+\sigma^2$ допускає канонічну факторизацію

$$f(\lambda,\mu)+\sigma^2=\left|d(e^{-i\lambda},e^{-i\mu})\right|^2,\qquad d(z,w)=\sum_{k,j=0}^{\infty}d_{kj}z^kw^j \tag{6}$$

то

$$\Delta(h(f),f)=\min_{h\in L_2^-(f+\sigma^2)}\Delta(h,f)=\|Ad\|^2-\|a\|^2,$$

$$h(f)=A(e^{i\lambda},e^{i\mu})-r(e^{i\lambda},e^{i\mu})d^{-1}(e^{-i\lambda},e^{-i\mu}), \tag{7}$$

де

$$r(e^{i\lambda},e^{i\mu})=\sum_{k,j=0}^{\infty}(Ad)_{kj}e^{i(k\lambda+j\mu)},\qquad A(e^{i\lambda},e^{i\mu})=\sum_{k,j=0}^{\infty}a(k,j)e^{i(k\lambda+j\mu)},$$

$$\|a\|^2=\sum_{k,j=0}^{\infty}|a(k,j)|^2$$

Оператор A задається співвідношенням

$$(Ad)_{kj}=\sum_{u,v=0}^{\infty}a(k+u,j+v)d_{uv}.$$

У п.2.1.2. досліджується задача оптимального оцінювання перетворень $A\xi$, $A_{MN}\xi$ у тому випадку, коли щільність $f(\lambda,\mu)$ не визначена точно, а відомо лише, що $f(\lambda,\mu)$ є елементом деякого класу $\mathcal{D}$ спектральних щільностей. Знайдено найменш сприятливі щільності $f_0(\lambda,\mu)$ та мінімаксні (робастні) спектральні характеристики оптимальних оцінок $A\xi$.

Означення 1.1. Спектральна щільність $f_0(\lambda,\mu)\in\mathcal{D}$ називається найменш сприятливою в $\mathcal{D}$ для оптимального оцінювання перетворення $A\xi$, якщо

$$\Delta\left(h(f^0),f^0)\right)=\max_{f\in\mathcal{D}}\Delta\left(h(f),f)\right)=\max_{f\in\mathcal{D}}\min_{h\in L_2^-(f+\sigma)}\Delta\left(h,f)\right)$$

Означення 1.2. Спектральна характеристика $h^0(e^{i\lambda},e^{i\mu})$ оптимальної оцінки перетворення $A\xi$ називається мінімаксною (робастною), якщо

$$h^0(e^{i\lambda},e^{i\mu})\in H_{\mathcal{D}}=\bigcap_{f\in\mathcal{D}}L_2^-(f(\lambda,\mu)+\sigma^2),$$

$$\min_{h\in H_{\mathcal{D}}} \max_{f\in\mathcal{D}} \Delta(h,f) = \max_{f\in\mathcal{D}} \Delta\left(h^0,f\right).$$

Лема 1.2. Спектральна щільність $f^0(\lambda,\mu)\in\mathcal{D}$ буде найменш сприятливою в $\mathcal{D}$ для оптимального оцінювання $A\xi$, якщо $f^0(\lambda,\mu)+\sigma^2$ допускає канонічну факторизайію (6) з коефіцієнтами $d=\{d_{kj},\ k,\ j=0,1,\ldots,\}$, що визначають розв'язок задачі на умовний екстремум

$$\|Ad\|^2\to\max,\qquad f(\lambda,\mu)=\left|\sum_{k,j=0}^{\infty} e^{-i(k\lambda+j\mu)}\right|^2-\sigma^2\in\mathcal{D}$$

Лема 1.3. Спектральна щільність $f^0(\lambda,\mu)\in\mathcal{D}$ буде найменш сприятливою в $\mathcal{D}$ для оптимального оцінювання $A_{MN}\xi$, якщо

$$f^0(\lambda,\mu)=\left|\sum_{k=0}^{M}\sum_{j=0}^{N} d_{kj}e^{-i(k\lambda+j\mu)}\right|^2-\sigma^2 \tag{8}$$

де $d=\{d_{kj},k=0,1,\ldots,M,j=0,1,\ldots,N\}$ — розв'язок задачі на умовний екстремум

$$\|A_{MN}d\|^2\to\max,\qquad f(\lambda,\mu)=\left|\sum_{k=0}^{M}\sum_{j=0}^{N} d_{kj}e^{-i(k\lambda+j\mu)}\right|^2-\sigma^2\in\mathcal{D}$$

Поле $\xi(k,j)+\eta(k,j)$ у цьому випадку допускає розклад рухомого середнього порядку (M,N):

$$\xi(k,j)+\eta(k,j)=\sum_{u=k-M}^{k}\sum_{v=j-N}^{j} a_{k-u,j-v}\eta(u,v) \tag{9}$$

В класі спектральних щільностей

$$\mathcal{D}_0=\left\{f(\lambda,\mu)\mid \frac{1}{4\pi^2}\iint f(\lambda,\mu)\,d\lambda\,d\mu\le P_0\right\}$$

найменш сприятлива щільність має вигляд

$$f^0(\lambda,\mu)=\left[\left|c\sum_{k,j=0}^{\infty}(Ad)_{k_j}e^{i(k\lambda+j\mu)}\right|^2-\sigma^2\right]_+. \tag{10}$$

Позначимо через $\nu_0(P_0 + \sigma^2)$ максимальне значення $\|Ad\|^2$, де d, $\|d\|^2 = P_0 + \sigma^2$, — розв'язок рівняння $Ad = \alpha\bar{d}$, $\alpha \in \mathbf{R}^1$, що визначає канонічну факторизацію (6) щільності $f(\lambda,\mu)+\sigma^2$, $f(\lambda,\mu) \in \mathcal{D}_0$. Через $\nu_0^+(P_0 + \sigma^2)$ позначимо максимальне значення $\|Ad\|^2$, коли d, $\|d\|^2 = P_0 + \sigma^2$, задають канонічну факторизацію (6) щільності $f^0(\lambda,\mu) + \sigma^2$, де $f^0(\lambda,\mu)$ — щільність (10).

Теорема 1.1. Якщо існує така послідовність $d^0 = \{d^0_{k,j},$ $k = 0,1,\dots,, j = 0,1,\dots,\}$, що $\|d^0\|^2 = P_0 + \sigma^2$ і

$$\nu_0(P_0 + \sigma^2) = \nu_0^+(P_0 + \sigma^2) = \|Ad^0\|^2,$$

то найменш сприятлива щільність в $\mathcal{D}_0$ буде щільність

$$f^0(\lambda,\mu) = \left| \sum_{k,j=0}^{\infty} d^0_{k,j} e^{-i(k\lambda + j\mu)} \right| - \sigma^2.$$

Випадкове поле у цьому випадку допускає канонічний розклад рухомого середнього

$$\xi(k,j) + \eta(k,j) = \sum_{u=-\infty}^{k} \sum_{v=-\infty}^{j} d^0_{k-u,j-v}\eta(u,v)$$

Якщо $\nu_0 < \nu_0^+$, то щільність (10), що допускає канонічну факторизацію (6) щільності $f^0(\lambda,\mu) + \sigma^2$, буде найменш сприятливою в $\mathcal{D}_0$. Мінімаксна спектральна характеристика $h^0 = h(f)$ оптимальної оцінки перетворення $A\xi$ обчислюється за формулою (7).

Для перетворення $A_{MN}\xi$ щільність (10) має вигляд

$$f^0(\lambda,\mu) = \left[\left| c \sum_{k=0}^{M} \sum_{j=0}^{N} (A_{MN}d)_{k,j} e^{i(k\lambda + j\mu)} \right|^2 - \sigma^2 \right]_+ \qquad (11)$$

Позначимо через $\nu_0^{MN}(P_0 + \sigma^2)$ найбільше значення $\|A_{MN}d\|^2$, де d, $\|d\|^2 = P_0 + \sigma^2$, розв'язки рівнянь $A_{MN}d = \alpha\bar{d}$, $\widetilde{A_{MN}}d = \beta\bar{d}$, $\alpha, \beta \in \mathbf{R}^1$, що задають канонічну факторизацію (6) щільності $f^0(\lambda,\mu) + \sigma^2$. Через $\nu_0^{+MN}(P_0 + \sigma^2)$ позначимо максимальне значення $\|A_{MN}d\|^2$, коли d, $\|d\|^2 = P_0 + \sigma^2$, задають канонічну факторизацію (6) щільності $f^0(\lambda,\mu) + \sigma^2$, де $f^0(\lambda,\mu)$ — щільність (11).

Теорема 1.2. Якщо існує така послідовність $d^0 = \{ d^0_{k_j}, 0 \leq k \leq M, 0 \leq j \leq N \}$, що $\|d^0\|^2 = P_0 + \sigma^2$, $\nu_0^{MN}(P_0+\sigma^2) = \nu_0^{+MN}(P_0+\sigma^2) = \|A_{MN}d^0\|^2$, то найменш сприятливою в $\mathcal{D}_0$ буде щільність (9). Випадкове поле $\xi(k,j) + \eta(k,j)$ у цьому випадку допускає канонічне зображення рухомого середнього (9) порядку (M,N). Якщо ж $\nu_0^{MN} < \nu_0^{+MN}$, то щільність (11), що допускає канонічну факторизацію (6) щільності $f^0(\lambda,\mu) + \sigma^2$ буде найменш сприятливою в $\mathcal{D}_0$.

У п.2.1.3. показано, що для множини спектральних щільностей

$$\mathcal{D}_{P,Q} = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid \frac{1}{4\pi^2} \iint f(\lambda,\mu)\cos(p\lambda)\cos(q\mu)\,d\lambda\,d\mu = P_{pq}, \right.$$

$$\left. 0 \leq p \leq P, 0 \leq q \leq Q \right\}$$

найменш сприятлива щільність має вигляд

$$f^0(\lambda,\mu) = \left[\left| \sum_{k,j=0}^{\infty} (Ad)_{k_j} e^{i(k\lambda + j\mu)} \right|^2 \times \left| \sum_{p=0}^{P} \sum_{q=0}^{Q} C_{pq} e^{-i(k\lambda+j\mu)} \right|^{-2} - \sigma^2 \right]_+$$

У п.2.1.4., 2.1.5. встановлено, що для множини спектральних щільностей

$$\mathcal{D}_v^u = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid v(\lambda,\mu) \leq f(\lambda,\mu) \leq u(\lambda,\mu), \frac{1}{4\pi^2} \iint f(\lambda,\mu)\,d\lambda\,d\mu \leq P_0 \right\}$$

що описує "смугову" модель випадкових полів, найменш сприятлива щільність має вигляд

$$f^0(\lambda,\mu) = \max\left\{ v(\lambda,\mu), \min\left\{ u(\lambda,\mu), \left| c \sum_{k,j=0}^{\infty} (Ad)_{k_j} e^{i(k\lambda+j\mu)} \right|^{-2} - \sigma^2 \right\}\right\},$$

а для множин щільностей

$$\mathcal{D}_{1\varepsilon} = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid \frac{1}{4\pi^2} \iint |f(\lambda,\mu) - v(\lambda,\mu)|\,d\lambda\,d\mu \leq \varepsilon \right\}$$

що описує модель "ε-околу" у просторі L_1, найменш сприятлива щільність має вигляд

$$f^0(\lambda,\mu) = \max\left\{ v(\lambda,\mu), \left| c \sum_{k,j=0}^{\infty} (Ad)_{k_j} e^{i(k\lambda+j\mu)} \right|^2 - \sigma^2 \right\}.$$

Доведені теореми, аналогічні теоремам 1.1., 1.2.

У п.2.2. "Мінімаксна екстраполяція випадкового поля неперервного аргументу" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання перетворень

$$A\xi = \int_0^\infty \int_0^\infty a(s,t)\xi(s,t)\,ds\,dt, \qquad A_{ST}\xi = \int_0^S \int_0^T a(s,t)\xi(s,t)\,ds\,dt,$$

невідомих значень середньоквадратично неперервного випадкового поля $\xi(s,t)$ за даними спостережень поля при $(s,t) \in \mathbf{R}^2\backslash^2_+$. Знайдені формули для обчислення величини середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{ST}\xi$ у тому випадку, коли спектральна щільність $f(\lambda,\mu)$ поля допускає канонічну факторизацію. Знайдені найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні (робастні) спектральна характеристики оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{ST}\xi$ для таких класів спектральних щільностей: $\mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_{1\varepsilon}$, $\mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{2\varepsilon}$. Множина

$$\mathcal{D}_\varepsilon = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid (1-\varepsilon)v(\lambda,\mu) + \varepsilon u(\lambda,\mu), \frac{1}{4\pi^2}\iint f(\lambda,\mu)\,d\lambda\,d\mu = P \right\},$$

де $v(\lambda,\mu)$ — відома, а $u(\lambda,\mu)$ — невідома спектральні щільності, описує модель "ε-забруднення" випадкових полів. Множина

$$\mathcal{D}_{2\varepsilon} = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid \frac{1}{4\pi^2}\iint |f(\lambda,\mu) - v(\lambda,\mu)|^2\,d\lambda\,d\mu \le \varepsilon \right\}$$

описує модель "ε-околу" у просторі L_2.

Розділ III "Мінімаксна фільтрація випадкових полів" складається з 3 параграфів.

У п.3.1. "Мінімаксна фільтрація однорідного поля з білим шумом" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання перетворень

$$A\xi = \sum_{k,j=0}^{\infty} a(k,j)\xi(-k,-j), \qquad A_{MN}\xi = \sum_{k=0}^{M}\sum_{j=0}^{N} a(k,j)\xi(-k,-j)$$

однорідного випадкового поля $\xi(k,j)$ за результатами спостережень поля $\xi(k,j) + \eta(k,j)$ при $k \le 0$, $j \le 0$, де $\eta(k,j)$ — некорельоване з $\xi(k,j)$ випадкове поле з ортогональними значеннями (білий шум).

Знайдені формули для обчислення величин середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{MN}\xi$ коли відома спектральна щільність $f(\lambda, \mu)$ поля $\xi(k, j)$. Визначені найменш сприятливі спектральні щільності та мінімаксні (робастні) спектральні характеристики оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{MN}\xi$ в класах $\mathcal{D}_0$, $\mathcal{D}_{PQ}$, $\mathcal{D}_{-0}$, $\mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_{1\varepsilon}$, $\mathcal{D}_{2\varepsilon}$.

У п.3.2. "Мінімаксні фільтри для випадкових полів дискретного аргументу" досліджується задача оптимального оцінювання перетворень $A\xi$, $A_{MN}\xi$ однорідного випадкового поля $\xi(k, j)$, що має щільність $f(\lambda, \mu)$, за результатами спостережень поля $\xi(k, j) + \eta(k, j)$, де $\eta(k, j)$ — некорельване з $\xi(k, j)$ однорідне випадкове поле, що має щільність $g(\lambda, \mu)$. Знайдені формули для обчислення величин середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{MN}\xi$, а також найменш сприятливі щільності $f^0 \in \mathcal{D}_f$, $g^0 \in \mathcal{D}_g$ і мінімаксні спектральні характеристики таких класів щільностей: $\mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_0$, $\mathcal{D}_v^u \times \mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_\varepsilon$, $\mathcal{D}_{1\varepsilon} \times \mathcal{D}_{1\varepsilon}$.

У п.3.3. "Мінімаксна фільтрація неперервного випадкового поля" розв'язана задача оптимального лінійного оцінювання перетворень

$$A\xi = \int_0^\infty \int_0^\infty a(s,t)\xi(-s,-t)\,ds\,dt,$$

$$A_{ST}\xi = \int_0^S \int_0^T a(s,t)\xi(-s,-t)\,ds\,dt$$

середньоквадратично неперервного випадкового поля $\xi(s, t)$, що має щільність $f(\lambda, \mu)$ за результатами спостережень поля $\xi(s, t) + \eta(s, t)$, $s \leq 0$, $t \leq 0$, де $\eta(s, t)$ — некорельоване з $\xi(s, t)$ неперервне однорідне поле, що має щільність $g(\lambda, \mu)$. Встановлені формули для обчислення середньоквадратичних похибок та спектральних характеристик оптимальних оцінок перетворень $A\xi$, $A_{ST}\xi$. Знайдені найменш сприятливі щільності $f^0(\lambda, \mu) \in \mathcal{D}_f$, $g^0(\lambda, \mu) \in \mathcal{D}_g$ та мінімаксні спектральні характеристики оптимальних оцінок $A\xi$, $A_{ST}\xi$ для таких класів щільностей: $\mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_{1\varepsilon}$, $\mathcal{D}_{2\varepsilon_1} \times \mathcal{D}_{2\varepsilon_2}$.

Розділ IV "Мінімаксна інтерполяція випадкових полів" містить 3 параграфи. У п.4.1. "Мінімаксна інтерполяція однорідних полів дискретного аргументу" досліджується задача оптимального лінійного оцінювання перетворення

$$A_{MN}\xi = \sum_{k=0}^{M} \sum_{j=0}^{N} a(k,j)\xi(k,j)$$

однорідного випадкового поля $\xi(k,j)$ за результатами спостережень поля $\xi(k,j)$ при $k \in Z \setminus \{0,1,\ldots,N\}$, $j \in Z \setminus \{0,1,\ldots,N\}$. За допомогою класичного методу А. Н. Колмогорова знайдені формули для обчислення величини середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальної оцінки $A_{MN}\xi$ за умови, що відома щільність $f(\lambda,\mu)$ поля $\xi(k,j)$. Якщо щільність поля невідома, то використовується мінімаксний підхід до задачі оцінювання перетворення $A_{MN}\xi$. Знайдені найменш сприятливі щільності та мінімаксні спектральні характеристики для таких класів щільностей:

$$\mathcal{D}_{-0} = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid \frac{1}{4\pi^2} \iint f^{-1}(\lambda,\mu)\, d\lambda\, d\mu \geq P \right\},$$

$$\mathcal{D}_v^{u-} = \left\{ f(\lambda,\mu) \mid \frac{1}{4\pi^2} \iint f^{-1}(\lambda,\mu)\, d\lambda\, d\mu = P, \right.$$

$$\left. 0 \leq v(\lambda,\mu) \leq f(\lambda,\mu) \leq u(\lambda,\mu) \right\}.$$

У п.4.2. "Інтерполяція випадкових полів, що спостерігаються з шумом" досліджується задача оптимального оцінювання перетворення $A_{MN}\xi$ випадкового поля $\xi(k,j)$ за даними спостережень поля $\xi(k,j) + \eta(k,j)$ при $k \in Z \setminus \{0,1,\ldots,N\}$, $j \in Z \setminus \{0,1,\ldots,N\}$, де $\eta(k,j)$ — некорельоване з $\xi(k,j)$ однорідне поле. Знайдені формули для обчислення величини середньоквадратичної похибки та спектральної характеристики оптимальної оцінки $A_{MN}\xi$ за умови, що відомі щільності $f(\lambda,\mu)$, $g(\lambda,\mu)$ поля $\xi(k,j)$ та $\eta(k,j)$. Знайдені найменш сприятливі щільності $f^0(\lambda,\mu) \in \mathcal{D}_f$, $g^0(\lambda,\mu) \in \mathcal{D}_g$ та мінімаксні спектральні характеристики для таких класів щільності: $\mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_0$, $\mathcal{D}_\varepsilon \times \mathcal{D}_v^u$, $\mathcal{D}_{2\varepsilon} \times \mathcal{D}_{1\varepsilon}$.

У п.4.3. "Мінімаксна інтерполяція неперервних випадкових полів" розв'язана задача оптимального оцінювання перетворення

$$A_{ST}\xi = \int_0^S \int_0^T a(s,t)\xi(s,t)\, ds\, dt$$

неперервного випадкового однорідного поля $\xi(s,t)$ за результатами спостережень поля $\xi(s,t) + \eta(s,t)$, $s \in \mathbf{R} \setminus [0,S]$, $t \in \mathbf{R} \setminus [0,T]$, де $\eta(s,t)$ — некорельоване з $\xi(s,t)$ неперервне однорідне випадкове поле. Знайдені формули для обчислення величини похибки та спектральної характеристики оптимальної лінійної оцінки перетворення $A_{ST}\xi$ за умови, що відомі щільності $f(\lambda,\mu)$, $g(\lambda,\mu)$ поля $\xi(s,t)$ та $\eta(s,t)$. Знайдені найменш сприятливі щільності $f^0(\lambda,\mu) \in \mathcal{D}_f$, $g^0(\lambda,\mu) \in \mathcal{D}_g$ та мінімаксні спектральні характеристики для таких класів щільностей: $\mathcal{D}_0 \times \mathcal{D}_0$, $\mathcal{D}_v^u \times \mathcal{D}_\epsilon$, $\mathcal{D}_{2\epsilon} \times \mathcal{D}_{1\epsilon}$.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ ДИСЕРТАЦІЇ ОПУБЛІКОВАНІ В ТАКИХ РОБОТАХ:

1. Татаринов С.В. О минимаксном оценивании линейных преобразований случайных полей. Киев, 1984. 25с. Деп. в УкрНИИНТИ 03.10.84, N 1612.

2. Татаринов С.В. О минимаксном оценивании линейного функционала от случайного поля// Тезисы докладов IY Международной Вильнюсской конференции по теории вероятностей и математической статистике. Вильнюс, 1985. Т.3. С.176.

3. Татаринов С.В. Об оценке линейного преобразования случайного поля// Тез. докл. II Всесоюзной конф. "Перспективные методы планирования и анализа экспериментов при исследовании случайных процессов и полей". М., 1985. Ч.1. С.88.

4. Татаринов С.В., Моклячук М.П. О минимаксном оценивании линейных преобразований случайных полей со значениями в гильбертовом пространстве// Теория вероятностей и математическая статистика. 1986. Вып. 35. С. 111-118.

5. Татаринов С.В. Об одной оценке линейного функционала и экстраполяции случайного поля// Вычислительная и прикладная математика. 1986. Вып. 59. С.

6. Моклячук М.П., Татаринов С.В. О робастной интерполяции однородного случайного поля// Тез. докл. III Всесоюзной конф. "Перспективные методы планирования и анализа экспериментов при исследовании случайных процессов и полей". М., 1988. Ч.1. С.73-74.

7. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Минимаксные оценки преобразования случайного поля// Тез. докл. II Донецкой конф. "Вероятностные модели процессов в управлении и надежности". Донецк. 1990. С.48.

8. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Минимаксная фильтрация однородных случайных полей с белым шумом// Вычислительная и прикладная математика. 1991. Вып. 73. С. 78-93.

9. Моклячук М.П., Татаринов С.В. О минимаксной фильтрации однородных случайных полей // Теория вероятностей и математиче-

ская статистика. 1991. Вып. 44. С. 105-115.

10. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Робастная фильтрация однородных случайных полей// Тез. докл. IY Всесоюзной конф. "Перспективные методы планирования и анализа экспериментов при исследовании случайных процессов и полей". М., 1991. Ч.1. С. 49-50.

11. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Минимаксная фильтрация однородных случайных полей, возмущаемых белым шумом// Тез. докл. IY Всесоюзной школы-семинара "Статистический и дискретный анализ данных и экспертное оценивание". Одесса. 1991. С. 76-78.

12. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Про задачу мінімаксної екстраполяції однорідних випадкових полів// Вісник КДУ. сер. фіз-мат. наук. 1992. N 4. С. 52-64.

13. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Про задачу робастної фільтрації однорідних випадкових полів// Теорія ймовірностей та математична статистика. 1992. Вип. 46. С. 104-114.

14. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Робастная экстраполяция однородных случайных полей// Тез. докл. конф. "Методы распознавания изменений в случайных процессах и полях". Киев. 1992. С. 58-59.

15. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Про задачу лінійного прогнозу однорідних випадкових полів// Теорія ймовірностей та математична статистика. 1992. Вип. 47. С. 118-129.

ская статистика. 1991. Вып. 44. С. 105-117.

10. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Робастная фильтрация однородных случайных полей// Тез. докл. IУ Всесоюзной конф. "Вероятностные методы планирования и анализа экспериментов при исследовании случайных процессов и полей". М., 1991. Ч.1. С. 49-50.

11. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Минимаксная фильтрация однородных случайных полей, возмущаемых белым шумом// Тез. докл. IУ Всесоюзной школы-семинара "Статистический и дискретный анализ данных и экспертное оценивание". Одесса. 1991. С. 76-78.

12. Моклячук М.П., Татарінов С.В. Про задачу мінімаксної екстраполяції однорідних випадкових полів// Вісник КДУ, сер. фіз-мат. наук. 1992. № 4. С. 77-84.

13. Моклячук М.П., Татарінов С.В. Про задачу робастної фільтрації однорідних випадкових полів// Теорія ймовірностей та математична статистика. 1992. Вип. 46. С. 109-114.

14. Моклячук М.П., Татаринов С.В. Робастная экстраполяция однородных случайных полей// Тез. докл. конф. "Методы распознавания изменений в случайных процессах и полях". Киев. 1992. С. 58-59.

15. Моклячук М.П., Татарінов С.В. Про задачу лінійного прогнозу однорідних випадкових полів// Теорія ймовірностей та математична статистика. 1992. Вип. 47. С. 115-120.