АКАДЕМІЯ НАУК УКРАЇНИ
ОРДЕНА ТРУДОВОГО ЧЕРВОНОГО ПРАПОРА
ІНСТИТУТ МАТЕМАТИКИ

На правах рукопису

ТИХОНЕНКО МИКОЛА ЯКОВИЧ

НАБЛИЖЕНИЙ РОЗВ'ЯЗОК КРАЙОВИХ ЗАДАЧ ТЕОРІЇ АНАЛІТИЧНИХ ФУНКЦІЙ ТА ІХ ЗАСТОСУВАНЬ

(01.01.01 - математичний аналіз,
01.01.02 - диференціальні рівняння)

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття вченого ступіня
доктора фізико-математичних наук

КИЇВ 1993

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана на кафедрі обчислювальної математики Одеського державного університету ім. І.І.Мечникова.

Офіційні опоненти:

1. Доктор фізико-математичних наук, професор Габдулхаєв Білсур Габдулхаєвич
2. Доктор фізико-математичних наук, професор Лучка Антон Юрієвич
3. Доктор фізико-математичних наук, професор Черський Юрій Йосипович

Провідна організація - Харківський державний університет, Міністерство народної освіти України, м.Харків.

Захист відбудеться "8" лютого 1994 р. в 15 годин на засіданні Спеціалізованої Ради Д 016.50.01 по фізико-математичним наукам (математика) при Інституті математики АН України за адресою: 252601, Київ-4, ГСП, вул. Терещенківська, 3.

З дисертацією можливо ознайомитися в науковій бібліотеці Інституту математики АН України.

Автореферат розіслано "5" січня 1994 р.

Вчений секретар Спеціалізованої Ради Д.В.ГУСАК

АВ-29.044

Актуальність теми. Широкий круг прикладних задач математичної фізики, теорії пружності, термопружності і теплопровідності, гідродинаміки і аеромеханіки, дифракції і дифузії, електростатики і фільтрації грунтових вод, теорії автоматичного регулювання і масового обслуговування та інш. приводиться до знаходження розв'язків крайових задач (КЗ) теорії аналітичних функцій або до тісно зв'язаних з ними сингулярних інтегральних рівнянь (СІР) та рівнянь типу згортки (РТЗ). Як відомо, розв'язки КЗ, СІР та РТЗ в замкненому вигляді можливо побудувати лише в дуже рідких часткових випадках і навіть в цих випадках доведення результата до числа зустрічається з великими труднощами.

Указані обставини обусловили ту велику увагу, яка уділяється питанням розробки та обгрунтуванню методів наближеного розв'язку КЗ, СІР та РТЗ. Початок роботи в цьому напрямкі поклали дослідження М.О.Лаврентьєва, С.Г.Міхліна, Х.Мультоппа, які потім були продовжені С.М.Білоцерковським, Б.Г.Габдулхаєвим, В.В.Івановим, І.К.Ліфановим, А.І.Лучкою, З.Пресдорфом, Г.М.Вайнікко, В.В.Генделем, І.Ц.Гохбергом, В.Д.Діденко, Б.Зільберманом, В.О.Золотаревським, О.Ф.Матвеєвим, Б.І.Мусаєвим, Д.Г.Санікідзе, О.І.Фельдманом, М.А.Шешко, Д.Еллiотом, Д.Ердоганом та їх послідовниками і учнями.

Як відомо, повне лінійне СІР (без залежності від структури сингулярного ядра) являє собою оператор, який являється сумою характеристичного та компактного або малого по нормі оператора. Характеристичному оператору відповідає певна КЗ теорії аналітичних функцій, котра по структурі являється більш простим оператором, чим оператор відповідний СІР. Звичайно, звуження класів розглядуємих операторів приводить до збагачення їх новими властивостями. І, звичайно, цінними властивостями будуть або ті, які уловлюють якості, не притамані операторам з більш широкого класу, або ті, які хоч і мають місце в більш широкому класі, але ніким не встановлені. Тому дослідження КЗ, як більш простих операторів чим зв'язаних СІР та РТЗ, дозволяє більш повно та детально вивчити властивості їх розв'язків (а також і розв'язків зв'язаних з ними СІР та РТЗ) і на основі цього запропонувати нові методи наближеного розв'язку КЗ та зв'язаних з ними СІР та РТЗ. Крім цього, із відомої теореми С.Г.Міхліна про збурення лінійного оборотнього оператора компактним або малим по нормі оператором випливає, що для обгрунтування методів розв'язку повних лінійних СІР достатньо їх обгрунтувати для відповідної КЗ.

Обгрунтуванню методів наближенного розв'язку задачі Рімана (ЗР) та зв'язаних з нею СІР з ядром Коші та РТЗ присвячено значне число робіт.[x)] В цих роботах при різних припущеннях відносно коефіцієнтів ЗР і контурів були обгрунтовані різноманітні чисельно-аналітичні, прямі та ітераційні методи розв'язку ЗР та зв'язаних з нею СІР з ядром Коші та РТЗ. Так у циклі робіт В.В.Іванова були обгрунтовані різні проекційні та квадратурні методи наближеного розв'язку нормального випадку ЗР та СІР з ядром Коші на одиничному колі у просторах L_p, $1<p<\infty$, та у просторах функцій, які узгоджують умову Гельдера. В цих же просторах на одиничному колі З.Пресдорфом були обгрунтовані методи наближеного розв'язку виключного випадку ЗР та СІР з ядром Коші. Проекційно-ітеративні методи наближеного розв'язку нормального випадку ЗР на СІР з ядром Коші на одиничному колі знайшли своє обгрунтування в роботах А.Ю.Лучки. В циклі робіт Б.Г.Габдулхаєва були обгрунтовані різні проекційні та квадратурні методи розв'язку СІР з ядром Гільберта при самих широких припущеннях відносно його коефіцієнтів та правої частини.[xx)] Обгрунтуванню методів наближеного розв'язку ЗР та СІР з ядром Коші на відрізку [- 1; 1] присвячено багато робіт, серед яких зазначимо цикл робіт І.К.Ліфанова, в яких дано обгрунтування запропонованого раніш С.М.Білоцерковським методу дискретних вихорів, який має просту обчислювальну схему і який добре зарекомендував себе при розв'язку прикладних задач, в особливості, задач аеромеханіки. В шкалі про-

---

[x)] Достатньо повну бібліографію по цим питанням можливо знайти в слідуючих монографіях:

1. Белоцерковский С.М., Лифанов И.К. Численные методы в сингулярных интегральных уравнениях. - М.: Наука, 1985. - 256 с.

2. Габдулхаев Б.Г. Оптимальные аппроксимации решений линейных задач. - Казань: Изд-во Казанск. ун-та, 1980. - 232 с.

3. Золотаревский В.А. Конечномерные методы решения сингулярных интегральных уравнений на замкнутых контурах интегрирования. - Кишинев: Штиинца, 1991. - 134 с.

4. Иванов В.В. Теория приближенных методов и ее применение к численному решению сингулярных интегральных уравнений. - Киев: Наукова думка, 1968. - 287 с.

5. Лучка А.Ю. Проекционно-итеративные методы решения дифференциальных и интегральных уравнений. - Киев: Наукова думка, 1980. - 262 с.

6. Пресдорф З. Некоторые классы сингулярных уравнений. - М.: Мир, 1979. - 496 с.

[xx)] Як відомо, задане на відрізку $[-\pi;\pi]$ СІР з ядром Гільберта тісно зв'язано з заданим на одиничному колі СІР з ядром Коші.

сторів Гельдера та у просторах L_p , $1<p<\infty$, проекційні методи наближеного розв'язку нормального випадку ЗР та СІР з ядром Коші на гладкому простому замкненому контурі були обгрунтовані в роботах В.О.Золотаревского та його учнів. Роботи Б.Зільбермана та В.Д.Діденко присвячені встановленню необхідних та достатніх умов застосування проекційних методів до розв'язку ЗР та СІР з ядром Коші на різних контурах при достатньо загальних припущеннях відносно їх коефіцієнтів та їх правих частин.

Як відомо, розв'язки ЗР та зв'язаних з нею СІР з ядром Коші в точках розриву їх коефіцієнтів або на кінцях розімкненого контуру мають інтегрируемі особливості. В роботах М.І.Мусхелішвілі, Ф.Д.Гахова, Е.І.Зверовича, Л.І.Чібрікової на основі локальних зображень асимптотики інтегралу типу Коші (ІТК) в точках розриву його щільності або на кінцях контуру інтегрування були побудовані локальні зображення асимптотики розв'язків ЗР, дійсних лише в окрузі даної особливої точки (точка розриву коефіцієнтів ЗР або кінець розімкненого контуру) і які утримують лише головні члени особливостей розв'язків ЗР. Проте одержані в цих роботах зображення асимптотики розв'язків ЗР в силу їх локальності виявились мало придатними при обгрунтуванні методів її наближеного розв'язку. З другої сторони, в ряді робіт проводиться обгрунтування методів наближеного розв'язку ЗР та СІР з ядром Коші на одиничному колі з розривними коефіцієнтами або на розімкненому контурі. При цьому, як правило, наближені розв'язки відшукуються у вигляді деякого многочлена степіню n , а потім установлюваеться збіжність наближених розв'язків при $n\to\infty$ до точного розв'язку або в вагових просторах, або в просторах L_p , $1<p<\infty$. Проте, як звичайно, при розв'язку конкретних прикладних задач n береться скінченим. В результаті побудований наближений розв'язок прикладної задачі являеться неперервною функцією, в той час як її точний розв'язок являеться функцією розривною. В зв'язку з цією обставиною зазнается втрата цінної інформації про властивості розв'язків розглядуемої прикладної задачі. Тому викликае особливий інтерес побудова загальних зображень асимптотики розв'язків ЗР в точках розриву її коефіцієнтів або на кінцях розімкненого контуру, дійсних у всіх особливих точках одночасно, а потім їх застосування при побудові наближених розв'язків ЗР таких, щоб вони мали ту ж асимптотику, що і її точні розв'язки, що дозволяе провести оцінку похибки її наближених розв'язків у просторах неперервних функцій, в той час як її розв'язки являються розривними функціями.

Якщо ж коефіцієнти ЗР достатньо гладкі, то обгрунтування проекційних методів наближеного розв'язку її нормального та виключного випадку на одиничному колі в узагальнених просторах Гельдера викликає великий інтерес при їх застосуванню до розв'язку нескінчених систем алгебраїчних рівнянь або змішаних граничних задач для нескінчених систем диференціально-різнецевих рівнянь з сталими коефіцієнтами.

Викликає також великий інтерес обгрунтування методів наближеного розв'язку ЗР та зв'язаних з нею СІР і РТЗ на дійсній осі. Зазначимо, що в роботах В.В.Іванова, Е.О. Карагодсвої, В.І.Касьянова дано обгрунтування у просторах L_2, L_{2p}, $p(x) = (1+x^2)^{-1}$ або $p(x) = e^{-\frac{x^2}{2}}$, методів Бубнова-Галеркіна, коллокацій, та найменьших квадратів наближеного розв'язку нормального випадку ЗР та зв'язаних з нею СІР і РТЗ по спеціально побудованим системам ортогональних функцій, проте оцінка похибки наближених розв'язків ЗР, яка зроблена в їх роботах у просторах L_{2p}, не дозволяє застосувати ефективно ці методи до наближеного розв'язку РТЗ. Цим недоліком не володіє метод наближеної факторізації (МНФ), який запропонував В.Т. Койтер. Надалі цей метод був розвинений в роботах Г.Я.Попова, Ю.Й.Черського, П.В.Керекеші та успішно застосований до розв'язку де-яких задач математичної фізики, теорії пружності та РТЗ. Проте в їх роботах не була встановлена збіжність цього методу. І лише в роботах Ю.Й.Черського були виконані оцінки похибки у просторах L_2 наближених розв'язків нормального випадку ЗР при нульовому її індексі. Таким чином до цього часу МНФ не знайшов свого обгрунтування.

Наближеному розв'язку КЗ із зсувом на одиничному колі та зв'язаних з ними СІР із зсувом присвячений не широкий круг робіт. Так в роботах Хубеджашвілі Ш.С. обгрунтовано метод послідовних наближень розв'язку задачі Карлемана, а в роботах В.О.Золотаревського, В.І.Няги, В.Д.Діденко обгрунтовані методи колокацій та редукції розв'язку узагальненої задачі Карлемана та узагальненої задачі типу Карлемана і зв'язаних з ними СІР із спеціальними зсувами шляхом їх приведення до матричної ЗР, що приводить до значного збільшення порядків відповідних систем алгебраїчних рівнянь. Що стосується до обгрунтування методів наближеного розв'язку КЗ із зсувом на дійсній осі та зв'язаних з ними РТЗ, то в цьому напрямку зроблені лише перші кроки.

Мета роботи - розробка та обгрунтування чисельно-аналітичних та прямих методів наближеного розв'язку КЗ теорії аналітичних функцій та зв'язаних з ними СІР, РТЗ в різних функціональних просторах на одиничному колі, відрізку [- I; I] та дійсній осі. При цьому, наслідуючи Л.В.Канторовичу, під обгрунтуванням цих методів будемо розуміти:

а) установлення здійсненості та збіжності алгоритму;

б) дослідження швидкості збіжності;

в) встановлення ефективної оцінки похибки.

Методика досліджень. При виведенні та обгрунтуванні одержаних в дисертації результатів використовуються сучасні ефективні методи із різних розділів теорії апроксимації функцій та теорії аналітичних функцій, функціонального аналізу, КЗ аналітичних функцій, СІР та РТЗ.

Наукова новизна полягає в слідуючому:

- розроблено методи побудови асимптотики розв'язків ЗР в точках розриву її коефіцієнтів на простому гладкому замкненому контурі або на кінцях простого гладкого розімкненого контуру, які дозволяють одержати загальні зображення асимптотики її розв'язків, дійсних у всіх особливих точках (точки розриву коефіцієнтів ЗР, кінці контуру) одночасно і які утримують не тільки головні члени особливостей розв'язків ЗР, але і більш гладкі їх складові частини, і на цій основі розроблено та обгрунтовано чисельно-аналітичні методи розв'язку нормального випадку ЗР в випадках розриву її коефіцієнтів або на відрізку [- I; I] при любому її індексі, які дозволяють провести оцінку похибки наближених розв'язків ЗР у просторах неперервних функцій, в той час як самі розв'язки (і точний, і наближений) являються розривними функціями;

- побудовано та обгрунтовано чисельно-аналітичні методи наближеного розв'язку нормального випадку двоелементних КЗ із зсувом (задачі: Газемана, Карлемана, типу Газемана та типу Карлемана) на одиничному колі в випадку любого індекса у просторах функцій, які узгоджують умову Гельдера;

- обгрунтовано методи найменьших квадратів, колокацій та редукції наближеного розв'язку нормального випадку двосторонніх багатоелементних КЗ із зсувом на одиничному колі і на цій основі обгрунтовано метод редукції наближеного розв'язку нескінчених алгебраічних систем Вінера-Хопфа з різницевими та сумарними індексами;

- обгрунтовано методи редукції та колокацій наближеного розв'язку нормального та виключного випадку скалярної та матричної ЗР на одиничному колі в узагальнених просторах Гельдера і на цій основі запропоновано метод наближеного розв'язку змішаних граничних задач для нескінчених систем диференціально-різнецевих рівнянь з сталими коефіцієнтами;

- обгрунтовано МНФ наближеного розв'язку нормального та виключного випадку скалярної ЗР на дійсній осі при любому ії індексі в різних функціональних просторах (C , L_2 , $L_{2\rho}$ $\rho(x)=(1+x^2)^{-1}$, простори функцій обмеженого порядку зростання на нескінченості) і на цій основі запропоновано метод наближеного розв'язку РТЗ першого та другого роду (рівняння Вінера-Хопфа, рівняння з двома ядрами, парне рівняння) при любому їх індексі у просторі L_2 та у просторах узагальнених функцій скінченого порядку;

- обгрунтовано методи найменьших квадратів та метод Бубнова-Гальоркіна наближеного розв'язку узагальненої задачі Карлемана (із зсувом на дійсній осі та із зсувом в середину області аналітичності) у просторі L_2 і на цій основі запропоновано метод наближеного розв'язку нормального випадку РТЗ (рівняння Вінера-Хопфа з різницевим та сумарним ядром і рівняння плавного переходу) у просторах L_2 .

<u>Теоретична та практична цінність.</u> Одержані результати по розробці та обгрунтуванню методів наближеного розв'язку КЗ, СІР та РТЗ носять в основному теоретичний характер і можуть бути застосовані при розв'язку досить широкого кругу прикладних задач науки і техніки, які зводяться до знаходження рішень КЗ, СІР та РТЗ.

Одержані результати можуть використовуватись при читанні спеціальних курсів та при виконанні курсових та дипломних робіт на старших курсах математичних спеціальностей Одеського, Харківського, Львівського, Казаньського, Молдавского, Білоруського університетів. Зокрема, по матеріалам робіт автора читаються спеціальні курси та ведуться спецсемінари на четвертих та п'ятих курсах Одеського університету Крім того, де-які із результатів автора ввійшли в підручники та учбові посібники для вузів, видані в Одесі (Тихоненко М.Я., 1989), Казані (Кагдушин В.П., 1988), Кишиневі (Золотаревський В.О.). Результати автора були використані (в ряді випадків досить істотно) при виконанні досить великого числа дисертаційних робіт по математичним наукам в Одеському, Харківському, Молдавскому, Казаньському, Білоруському університетах, а також в других наукових установах.

Апробація роботи. Основні результати, які одержані в дисертації, доповідались та обговорювались на слідуючих конференціях та наукових семінарах: II та III Республіканських конференціях "Вычислительная математика в современном научно-техническом прогрессе" (Канів - 1974, Київ - 1982), I та II Всесоюзних школах "Теория операторов в функциональных пространствах" (Минск - 1978, 1982), II, III та IУ Республіканських симпозіумах по диференціальним та інтегральним рівнянням та їх застосуванням (Одеса - 1978, 1982, 1987), Всесоюзній конференції "Краевые задачи фильтрации" (Ровно - 1979), Всесоюзній конференції "Краевые задачи теории упругости" (Єреван - 1979), Всесоюзній конференції "Современные проблемы теории функций" (Баку - 1980), У Республіканській конференції математиків Білорусії (Гродно - 1980), I, II, III Республіканських конференціях "Интегральные уравнения в прикладном моделировании" (Київ - 1983, 1986; Одеса - 1989), II, III, IУ та У Всесоюзних симпозіумах "Метод дискретных особенностей в задачах математической физики" (Харків - 1985, 1987, 1989; Одеса - 1991), Республіканській конференції "Методы решения интегральных, дифференциальных и операторных уравнений" (Тарту - 1987), Всесоюзній школі по теорії функцій комплексної змінної та інтегральним рівнянням (Сухумі - 1987), IУ Всесоюзній конференції "Смешанные задачи механики деформируемого тела" (Одеса - 1989), Республіканській науково-технічній конференції по задачам теорії пружності (Харків - 1989), Всесоюзній конференції "Математическое моделирование в энергетике" (Київ - 1990), Міжнародній конференції "Лобачевский и современная геометрия" (Казань - 1992), Республіканській конференції, присвяченої 200-річчю з дня народження М.І.Лобачевського (Одеса - 1992), на щорічних міських наукових конференціях "Гаховские чтения" (Одеса - 1984-1991), на Одеському міському науковому семінарі "Сингулярные интегральные уравнения и краевые задачи" (1986-1992, керівник - проф. Літвинчук Г.С.), Одеському міському науковому семінарі "Уравнения типа свертки и экстремальные задачи" (1988-1992, керівник - проф. Черський Ю.Й.), міському науковому семінарі "Теория аппроксимаций и приложения" при Казанському університеті (1987-1992, керівник - проф. Габдулхаев Б.Г.), міському науковому семінарі "Вычислительная математика" по проблемі "Кібернетика" АН України при Одеському університеті (1985-1992, керівник - проф. Попов Г.Я.), науковому семінарі "Сингулярные интегральные уравнения" при Молдавському університеті (1989- керівник - проф. Крупник Н.Я.).

Публікації. Основні результати дисертації спубліковані в роботах [1-28] ; частина з них (§§ 1.1 - 1.4, 2.5, 2.6, 3.2, 4.1) одержана в спільних роботах. Постановка задач та основні ідеї в спільних роботах належать авторові дисертації, а решта результатів - всім авторам в рівній мірі.

Структура дисертації. Дисертація складається із вступу, чотирьох розділів, розподілених на 21 параграф зі своєю нумерацією в кожному розділі, списку літератури, в якому міститься 216 найменувань, і займає 327 сторінок машинописного тексту.

Зміст дисертації. У вступі дано короткий зміст дисертації і літературний огляд по темі дисертації.

Перший розділ складається з чотирьох параграфів: §§ 1.1 - 1.4. В § 1.1 описано метод побудови асимптотики розв'язків ЗР на простому гладкому замкненому контурі Γ в випадку розриву її коефіцієнтів. В роботах М.І.Мусхелішвілі, Ф.Д.Гахова, Е.І.Звіровича, Л.І.Чібрікової та других авторів асимптотика розв'язків ЗР[x)]

$$\Phi^{+}(t) = G(t)\,\Phi^{-}(t) + g(t), \quad t \in \Gamma, \qquad (1)$$

в точках розриву її коефіцієнтів побудована на основі поводження ІТК в точках розриву його щільності, що дозволило побудувати лише локальні зображення асимптотики розв'язків ЗР, які дійсні лише в окрузі кожної окремо взятої точки розриву коефіцієнтів і які утримують лише головні частини особливостей розв'язків ЗР. Як відомо, побудова розв'язків ЗР проводиться на основі послідовного розв'язку двох задач "про стрибок" з різними правими частинами. В дисертації запропоновано метод побудови асимптотики розв'язків ЗР, який грунтується на розв'язкові задачі "про стрибок"

$$\Phi^{+}(t) - \Phi^{-}(t) = g(t), \quad t \in \Gamma, \qquad (2)$$

що дозволило побудувати загальні зображення асимптотики розв'язків ЗР, яка дійсна у всіх точках розриву коефіцієнтів ЗР одночасово. Справедлива

ТЕОРЕМА. Якщо функція $g(t)$ в точках $\tau_s \in \Gamma$, $s=\overline{1,m}$, має роз-

---

[x)] Тут і далі нижче $\Phi^{+}(t)$ ($\Phi^{-}(t)$) - крайове значення аналітичної функції $\Phi^{+}(z)$ ($\Phi^{-}(z)$) з середини (з зовні) контуру Γ, якщо Γ замкнений, $\Phi^{+}(t)$ ($\Phi^{-}(t)$) - крайове значення аналітичної функції $\Phi(z)$ зліва (зправу) контуру Γ, якщо Γ розімкнутий; $\Phi^{+}(x)$ ($\Phi^{-}(x)$) - крайове значення аналітичної функції $\Phi^{+}(z)$ ($\Phi^{-}(z)$) в верхній (нижній) півплощині, якщо Γ - дійсна вісь.

риви першого роду, а на дугах $\tau_s\tau_{s+1}$, $s=\overline{1,m}$, $(\tau_{m+1}=\tau_1)$ належить просторові $H_\omega^{(r)}$, $r\geq 0$, причому

$$g^{(\nu)}(\tau_s-0)\neq g^{(\nu)}(\tau_s+0),\ \nu=\overline{0,r},\ s=\overline{1,m}, \tag{3}$$

тоді розв'язки задачі "про стрибок" (2) мають вигляд

$$\Phi^\pm(t)=\Psi_1^\pm(t)+\omega^\pm(t), \tag{4}$$

де $\Psi_1^+(t)-\Psi_1^-(t)=\Psi_1(t)\in H_\omega^{(r)}$, $r\geq 0$,

а

$$\omega^+(t)=\sum_{s=1}^{m}\sum_{\nu=0}^{r}\frac{A_{\nu s}}{2\pi i}\Big[\Big(\frac{t-\tau_s}{t-z_0}\Big)^\nu \ln(t-\tau_s)-\sum_{\alpha=0}^{\nu}\frac{R_\alpha^{(\nu s)}}{(t-z_0)^\alpha}\Big],$$

$$\omega^-(t)=\sum_{s=1}^{m}\sum_{\nu=0}^{r}\frac{A_{\nu s}}{2\pi i}\Big[\Big(\frac{t-\tau_s}{t-z_0}\Big)^\nu \ln\frac{t-\tau_s}{t-z_0}-\sum_{\alpha=0}^{\nu}\frac{R_\alpha^{(\nu s)}}{(t-z_0)^\alpha}\Big],$$

$$A_{0s}=g(\tau_s+0)-g(\tau_s-0),\quad A_{1s}=(\tau_s-z_0)\big[g'(\tau_s+0)-g'(\tau_s-0)\big],$$

$$A_{\nu s}=\frac{(\tau_s-z_0)^\nu}{\nu!}\big[g^{(\nu)}(\tau_s+0)-g^{(\nu)}(\tau_s-0)\big]-\frac{1}{\nu}\sum_{\ell=1}^{\nu-1}(-1)^{\nu-\ell}\,\ell\, C_\nu^\ell A_{\ell s},\ \nu\geq 2;$$

$$R_0^{(\nu s)}=0,$$

$$R_\alpha^{(\nu s)}=\frac{\nu!}{\alpha!(\nu-\alpha)!}(z_0-\tau_s)^\nu\Big[\ln(z_0-\tau_s)-\sum_{i=1}^{\nu-1}\frac{1}{\nu+i+1}\Big],\ \alpha\geq 1,\ s=\overline{1,m},$$

де z_0 – довільна зафіксована точка, яка лежить в середині Γ, а C_m^n – біноміальні коефіцієнти.

Якщо функція $g(t)$ має вигляд

$$g(t)=g_1(t)\prod_{s=1}^{m}(t-\tau_s)^{\mu_s}\ln^{p_s}(t-\tau_s), \tag{5}$$

де $-1<\operatorname{Re}\mu_s\leq 0$, а p_s – невід'ємні числа, а $g_1(t)\in H_\omega^{(r)}$, $r\geq 0$, то розв'язок задачі "про стрибок" має вигляд

$$\Phi^+(t)=\Psi_2^+(t)+\sum_{\ell=1}^{m}f_\ell(t)\prod_{s=\ell}^{m}(t-\tau_s)^{\mu_s}\ln^{p_s}(t-\tau_s),\ \Phi^-(t)=\Psi_2^-(t), \tag{6}$$

де $\Psi_2^+(t)-\Psi_2^-(t)=\Psi_2(t)\in H_\omega^{(r)}$, $r\geq 0$,

а

$$f_e(t)=\sum_{\nu=0}^{r}\mathcal{D}_{\nu e}(t-\tau_e)^\nu,\quad \mathcal{D}_{\nu e}=\frac{1}{\nu!}g_e^{(\nu)}(\tau_e),\ e=\overline{1,m},$$

$$g_e(t)=[g_{e-1}(t)-f_{e-1}(t)](t-\tau_{e-1})^{\mu_e-1}\ln^{p_e-1}(t-\tau_e),\ e=\overline{2,m}.$$

На основі зображень (4) та (6) будуються зображення розв'язків задачі "про стрибок", якщо функція $g_e(t)$ із (5) задовольняє умовам виду (3).

Якщо функція $G(t)\neq 0$ та в точках $t_j\in\Gamma$, $j=\overline{1,k}$, має розриви першого роду, а на дугах t_jt_{j+1}, $j=\overline{1,k}$, $(t_{k+1}=t_1)$ належить просторові $H_\omega^{(r)}$, $r\geq 0$, причому

$$G^{(\nu)}(t_j-0)\neq G^{(\nu)}(t_j+0),\ \nu=\overline{0,r},\ j=\overline{1,k},\tag{7}$$

або якщо функція $G(t)$ має вид

$$G(t)=G_1(t)\prod_{j=1}^{k}(t-t_j)^{\delta_j},\quad -1<\operatorname{Re}\delta_j\leq 0,\tag{8}$$

то на основі розв'язків відповідних задач "про стрибок" будуються зображення асимптотики розв'язків ЗР, якщо її коефіцієнти мають різноманітні комбінації особливостей виду (3),(5),(7),(8).

В § 1.2 викладено два методи побудови асимптотики розв'язків ЗР на простому гладкому розімкненому контурі Γ. Перший з них полягає в тому, що розв'язок ЗР с неперервними коефіцієнтами на розімкненому контурі приводиться до розв'язку ЗР на простому гладкому замкненому контурі з розривними коефіцієнтами. Проте цей метод важко використати при побудові наближених розв'язків ЗР, тому що в цьому випадку розв'язок ЗР - функція, аналітична у всій комплексній площині, за винятком точок контуру Γ, - має два різних зображення співпадаючих на кривій, яка доповнює контур Γ до замкненого контуру. Другий спосіб грунтується на властивостях ІТК. Якщо $g(t)\in H_\omega^{(r)}$, $r\geq 0$, на Γ, то ІТК

$$\Phi(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{g(\tau)}{\tau-z}d\tau,\ z\overline{\in}\Gamma\tag{9}$$

можливо зобразити у вигляді

$$\Phi(z)=\Phi_1(z)+\frac{1}{2\pi i}T(z)\ln\frac{z-b}{z-a}-\sum_{e=1}^{2r+1}a_eA_e(z),\ z\overline{\in}\Gamma,\tag{10}$$

де $T(z)$ - інтерполяційний многочлен Ерміта по вузлам a і b (a, b - кінці контуру Γ) кратностей $t+1$, a_e - його коефіцієнти, а

$$A_e(z)=\frac{1}{2\pi i}\sum_{j=0}^{e}\frac{1}{e+1}\left[b^{e+1}-a^{e+1}\right]z^j,\ z\in\Gamma,$$

$$\Phi_1(z)=\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{g_1(\tau)}{\tau-z}d\tau,\ z\in\Gamma,$$

де $g_1(t)=g(t)-T(t)$, $g_1^{(\nu)}(a)=g_1^{(\nu)}(b)=0$, $\nu=\overline{0,t}$.
Побудована також асимптотика ІТК, якщо його щільність має вигляд

$$g(t)=(t-a)^{\gamma_1}(t-b)^{\gamma_2}g_0(t), \tag{11}$$

де $-1<\mathrm{Re}\,\gamma_j\leq 0$, $j=1,2$, а $g_0(t)\in H_\omega^{(t)}$, $t\geq 0$.
Оскільки подубова розв'язків ЗР на розімкненому контурі зводиться до послідовного обчислення двох ІТК з різними щільностями, то побудова асимптотики розв'язків ЗР в цьому випадку грунтується на зображенні (10), та зображенні ІТК з щільністю (11).

§ 1.3 присвячено обгрунтуванню чисельно-аналітичного методу розв'язку ЗР (1) на одиничному колі, якщо функції $G(t)$ і $g(t)$ (коефіцієнти ЗР) задовольняють відповідно умовам (7) і (3). На основі зображень асимптотики розв'язків ЗР, одержаних в § 1.1, одержана слідуюча оцінка похибки наближених розв'язків $\tilde{\Phi}^{\pm}(t)$ ЗР (1)

$$|\Phi^{\pm}(t)-\tilde{\Phi}^{\pm}(t)|\leq n^{-t+1}\omega^{(t)}\left(\frac{1}{n}\right)\ln n\left[d_1\prod_{j=1}^{k}|t-t_j|^{1+\gamma_j}+\right.$$

$$\left.+d_2\prod_{e=1}^{N}|t-t_e|\prod_{j=1}^{k}|t-t_j|^{\gamma_j}\sum_{s=1}^{m}|\ln(t-\tau_s)|\right],$$

де тут і далі нижче d_i - визначені сталі, які не залежать від n; $-1<\mathrm{Re}\,\gamma_j\leq 0$, $\omega^{(t)}(\frac{1}{n})$ - відомий модуль неперервності, а множина точок $\{t_e\}_1^N$ являється об'єднанням множин точок $\{t_j\}_1^k$ і $\{\tau_s\}_1^m$.

Оскільки побудова розв'язків ЗР на контурі $\Gamma=[-1;1]$ зводиться до послідовного обчислення двох ІТК з різними щільностями, то в § 1.4 запропоновано чисельно-аналітичний метод наближеного розв'язку ЗР на основі наближеного обчислення відповідних ІТК, який дозволяє провести оцінку похибки ІІ наближених розв'язків $\widetilde{\varphi}^{\pm}(t)$ у просторах неперервних функцій. При цьому має місце слідуюча оцінка похибки наближених розв'язків $\widetilde{\varphi}^{\pm}(t)$ ЗР

$$|\varphi^{\pm}(t)-\widetilde{\varphi}^{\pm}(t)|\le d_3(1-t^2)^{1-\lambda}n^{-\tau+1}\omega^{(\alpha)}(\tfrac{1}{n})\ln n,$$

де $0\le\lambda<1$, $\omega^{(\alpha)}(\frac{1}{n})$ - відомий модуль неперервності.

Другий розділ складається з семи параграфів: §§ 2.I - 2.7 і присвячений обгрунтуванню методів наближеного розв'язку КЗ та їх застосувань на одиничному колі. Відомо, що розв'язки задач Газемана, Карлемана, типу Газемана, типу Карлемана, крайові умови яких мають відповідний вигляд

$$\varphi^{+}[\alpha(t)]=G(t)\varphi^{-}(t)+g(t),\ t\in\Gamma, \tag{I2}$$

$$\varphi^{+}[\alpha(t)]=G(t)\varphi^{+}(t)+g(t),\ t\in\Gamma, \tag{I3}$$

$$\varphi^{+}[\alpha(t)]=G(t)\overline{\varphi^{-}(t)}+g(t),\ t\in\Gamma, \tag{I4}$$

$$\varphi^{+}[\alpha(t)]=G(t)\overline{\varphi^{+}(t)}+g(t),\ t\in\Gamma, \tag{I5}$$

де $\alpha(t)$ - зсув; $\alpha'(t)\neq0$, $G(t)\neq0$; $\alpha'(t), G(t), g(t)\in H_\alpha^{(r)}$, $r\geq0$, $0<\alpha\le1$, будуються по відомим формулам на основі послідовного двохкратного розв'язку інтегрального рівняння

$$\varphi(t)+\frac{1}{2\pi i}\int_\Gamma\frac{K(t,\tau)}{|\tau-t|^{\nu}}\varphi(\tau)\,d\tau=\omega(t),\ t\in\Gamma,\ \nu=1-\alpha, \tag{I6}$$

з різними правими частинами. При цьому вигляд ядра $K(t,\tau)$ та правих частин рівняння (I6) визначаються кожною із задач (I2)-I(I5) однозначно. В § 2.1 обгрунтовано методи колокацій, редукції та механічних квадратур наближеного розв'язку рівняння (I6), а потім на основі побудованих розв'язків рівняння (I6) будуються наближені розв' - язки задач (I2)-(I5) при любому їх індексі. В § 2.2 наближені розв' - язки задач (I2),(I4) при любому їх індексі будуються по відомим формулам на основі послідовного наближеного розв'язку методом редукції або методом колокацій двох відповідних задач "про стрибок", до знаходження розв'яз-ків котрих приводиться розв'язок кожної із задач (I2),(I4). § 2.3 присвячено обгрунтуванню метода найменьших квадратів розв'язку КЗ загального виду

$$a_1(t)\varphi^{+}(t)+b_1(t)\varphi^{+}[\alpha(t)]+c_1(t)\varphi^{-}(t)+d_1(t)\varphi^{-}[\alpha(t)]=f(t),\ t\in\Gamma, \tag{I7}$$

$$a_1(t)\overline{\varphi^{+}(t)}+b_1(t)\varphi^{+}[\alpha(t)]+c_1(t)\overline{\varphi^{-}(t)}+d_1(t)\varphi^{-}[\alpha(t)]=f(t),\ t\in\Gamma, \tag{I8}$$

та методів редукції і коллокацій їх часткових випадків

$$\Phi^+[\alpha(t)] + G_1(t)\Phi^-(t) + G_2(t)\overline{\Phi^-(t)} = g(t),\ t\in\Gamma, \tag{19}$$

$$\Phi^+[\alpha(t)] + G_1(t)\Phi^-(t) + G_2(t)\Phi^+(t) = g(t),\ t\in\Gamma, \tag{20}$$

$$\Phi^+[\alpha(t)] + G_1(t)\Phi^-(t) + G_2(t)\overline{\Phi^+(t)} = g(t),\ t\in\Gamma, \tag{21}$$

найбільш часто зустрічаючихся в застосуваннях. В § 2.4 на основі метода редукції наближеного розв'язку задач (20),(21), обгрунтованого в § 2.3, виконується обгрунтування метода редукції наближеного розв'язку відповідно слідуючих нескінчених систем алгебраїчних рівнянь

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_{n-k}\, l_k + \sum_{k=0}^{\infty} b_{n+k}\, l_k = f_n,\ n=0,1,2,\ldots,$$

$$\sum_{k=0}^{\infty} a_{n-k}\, l_k + \sum_{k=0}^{\infty} b_{n+k}\, \overline{l_k} = f_n,\ n=0,1,2,\ldots .$$

§ 2.5 присвячений обгрунтуванню методів редукції та колокацій наближеного розв'язку нормального випадку скалярної та матричної ЗР (1), а також узагальненої ЗР

$$a(t)\Phi^+(t) + b(t)\overline{\Phi^+(t)} - c(t)\Phi^-(t) - d(t)\overline{\Phi^-(t)} = f(t),\ t\in\Gamma$$

в узагальнених просторах Гельдера. В цих же просторах в § 2.6 обгрунтовуються методи редукції та колокацій наближеного розв'язку виключного випадку скалярної та матричної ЗР. § 2.7 присвячено опису метода зведення змішаних граничних задач для нескінчених систем диференціально-різнецевих рівнянь виду

$$\sum_{j=0}^{n} \sum_{\nu=-p_j}^{m_j} C_\nu^{(n-j)}\, U_{k+\nu}^{(n-j)}(x) = 0,\ x\in[0,1],\ k=0,\pm1,\pm2,\ldots \tag{22}$$

до скалярної або матричної ЗР на одиничному колі. Зокрема, задача про знаходження рішень системи рівнянь

$$\frac{d^2}{dx^2}u_k(x) + u_{k+1}(x) - 2u_k(x) + u_{k-1}(x) = 0,\ x\in[0,1],\ k=0,\pm1,\pm2,\ldots,$$

задовольняючих слідуючим граничним умовам

$$u_k(0) = 0,\ k=0,1,2,\ldots;\ \frac{d}{dx}u_k(0) = f_k,\ k=-1,-2,\ldots;\ u_k(1) = 0,\ k=0,\pm1,\pm2,\ldots,$$

зводиться до знаходження розв'язків слідуючої ЗР

$$\Phi^+(t) = -\frac{t-1}{\sqrt{t}}\,ctg\,\frac{t-1}{\sqrt{t}}\,\Phi^-(t) + F^-(t),\ t\in\Gamma,$$

де $F^-(t)$ - відома функція. Потім на основі методів редукції та колокації наближеного розв'язку ЗР, обгрунтованих в §§ 2.5 і 2.6, запропоновано метод наближеного розв'язку змішаних граничних задач для нескінчених систем диференціально-різницевих рівнянь виду (22). Проведено чисельний експеримент.

Третій розділ складається з семи параграфів: §§ 3.1 - 3.7 і присвячений обгрунтуванню МНФ наближеного розв'язку скалярної ЗР

$$\Phi^+(x) = G(x)\,\Phi^-(x) + g(x),\ x\in \mathbb{R}, \tag{23}$$

та РТЗ на дійсній осі $\mathbb{R}$. Ідея МНФ лежить в тому, що коефіцієнт $G(x)$ ЗР (23) наближається функціями $\tilde{G}(x)$, точна факторізація которих виконується елементарно (такими властивостями, зокрема, володіють раціональні функції), а потім знаходиться точний розв'язок ЗР з коефіцієнтом $\tilde{G}(x)$. І точний розв'язок ЗР з коефіцієнтом $\tilde{G}(x)$ береться як наближений розв'язок ЗР (23(. § 3.1 носить допоміжний характер. В ньому приводяться відомі, а також приводяться де-які нові твердження із теорії наближення функцій на дійсній осі раціональними функціями по заданим системам полюсів. Зокрема, досить детально досліджуються апроксимативні властивості операторів Фейєра та Валле-Пуссена. Шляхом точного розв'язку ЗР

$$\tilde{\Phi}^+(x) = \tilde{G}(x)\,\tilde{\Phi}^-(x) + \tilde{g}(x),\ x\in\mathbb{R}, \tag{24}$$

де $\tilde{G}(x)$, $\tilde{g}(x)$ - оператори Фейєра або Валле-Пуссена відповідно функцій $G(x)$ та $g(x)$, в § 3.2 будуються МНФ наближені розв'язки нормального випадку ЗР (23) при любому її індексі, установлюється їх збіжність до її точних розв'язків у просторах C, $L_{2\rho}$, $\rho(x) = (1+x^2)^{-1}$, L_2. Зокрема, якщо функції $\tilde{G}(x)$, $\tilde{g}(x)$ - оператори Валле-Пуссена відповідно функцій $G(x)$ та $g(x)$ по системі точок $z_k = i$, $k=\overline{1,2n}$, тобто функції $\tilde{G}(x)$, $\tilde{g}(x)$ мають вигляд

$$\tilde{G}(x) = \frac{P_{4n-2}(G,x)}{(1+x^2)^{2n-1}},\quad \tilde{g}(x) = \frac{P_{4n-2}(g,x)}{(1+x^2)^{2n-1}},$$

де $P_{4n-2}(G,x)$, $P_{4n-2}(g,x)$ - многочлени, які однозначно визначаються функціями $G(x)$, $g(x)$, то має місце

ТЕОРЕМА. Якщо функції $G(x)$, $g(x)\in C$, $G(x)\neq 0$, і такі

що функції $G(tg\frac{u}{2}),\ g(tg\frac{u}{2}) \in H_\alpha^{(r)}[-\pi;\pi],\ r\geq 0,\ 0<\alpha\leq 1,$
то наближений розв'язок ЗР (23) будується шляхом точного розв'язку ЗР (24), при цьому справедлива слідуюча оцінка швидкості збіжності наближених розв'язків $\tilde{\varphi}^{\pm}(x)$ ЗР (23) до її точних розв'язків $\varphi^{\pm}(x)$

$$\|\varphi^{\pm}(x)-\tilde{\varphi}^{\pm}(x)\|_C = O(n^{-r-\alpha}).$$

В § 3.3 проводиться обгрунтування у просторах C, $L_{2\rho}$, $\rho(x)=(1+x^2)^{-1}$, L_2 МНФ наближеного розв'язку виключного випадку ЗР (23) при любому її індексі, коли коефіцієнт ЗР (23) на нескінченності обертається в нуль або нескінченність цілого порядку, тобто у випадку, коли коефіцієнт ЗР (23) має вигляд $(x+i)^{-\mu}G(x)$ або $(x+i)^{\mu}G(x)$, де μ - ціле позитивне число. § 3.4 присвячено обгрунтуванню МНФ наближеного розв'язку нормального та указаних вище виключних випадків ЗР при любому її індексі у просторі $L_2[m,0]$, тобто у просторах функцій, які мають обмежений порядок зростання на нескінченості. При цьому оцінка похибки наближених розв'язків ЗР (23) проводиться у просторі L_2.

Як відомо, при допомозі перетворення Фур'є розв'язок РТЗ приводиться до розв'язку ЗР на дійсній осі. В зв'язку з цією обставиною в § 3.5 обгрунтовується МНФ наближеного розв'язку нормального випадку слідуючих РТЗ другого роду

$$\varphi(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty K(x-t)\varphi(t)dt = h(x),\ x>0, \tag{25}$$

- рівняння Вінера-Хопфа,

$$\varphi(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^\infty K_1(x-t)\varphi(t)dt+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^0 K_2(x-t)\varphi(t)dt = h(x),\ x\in\mathbb{R}, \tag{26}$$

- рівняння з двома ядрами,

$$\begin{cases} \varphi(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^\infty K_1(x-t)\varphi(t)dt = h(x),\ x>0; \\ \varphi(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^\infty K_2(x-t)\varphi(t)dt = h(x),\ x<0, \end{cases} \tag{27}$$

- парне рівняння, у просторі L_2, та у просторах $L_2[0,m]$, тобто у просторах узагальнених функцій скінченого порядку. При цьому у випадку просторів $L_2[0,m]$ оцінка похибки наближених розв'язків рівнянь (25)-(27) виконується у просторі L_2. У цих же просторах в § 3.6 обґрунтовується МНФ наближеного розв'язку рівнянь (25) - (27) першого роду. § 3.7 присвячено застосуванню МНФ до розв'язку конкретних змішаних граничних задач для рівняння Гельмгольца для півплощини та для бігармонічного рівняння в полосі. Проведено чисельний експеримент.

Четвертий розділ складається з трьох параграфів: § 4.1 - 4.3. В § 4.1 вивчаються деякі апроксимативні властивості системи функцій

$$\varphi_0^{\pm}(x)=1,\quad \varphi_k^{\pm}(x)=(x\pm ik)^{-1},\quad x\in\mathbb{R},\ k=1,2,\dots, \tag{28}$$

та обґрунтовуються методи найменших квадратів та Бубнова-Гальоркіна по системі функцій (28) наближеного розв'язку нормального випадку узагальненої задачі Карлемана із зсувом на дійсній осі

$$\Phi^{+}(x)+a(x)\Phi^{+}(-x)+b(x)\Phi^{-}(x)=H(x),\quad x\in\mathbb{R} \tag{29}$$

та задачі Маркушевича

$$\Phi^{+}(x)+a(x)\Phi^{-}(x)+b(x)\overline{\Phi^{+}(x)}=H(x),\quad x\in\mathbb{R}.$$

§ 4.2 присвячено обґрунтуванню методів найменших квадратів та Бубнова-Гальоркіна по системі функцій (28) наближеного розв'язку нормального випадку узагальненої задачі Карлемана для полоси $-1<\operatorname{Im} z<1$ із зсувом в середину області аналітичності, тобто задачі

$$A(x)\Phi(x+i)+B(x)\Phi(x-i)+C(x)\Phi(x)=H(x),\quad x\in\mathbb{R}. \tag{30}$$

На основі зв'язку між задачами (29),(30) і відповідно рівняннями РТЗ

$$\varphi(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_0^{\infty}[k(x-t)+k(x+t)]\varphi(t)\,dt=h(x),\quad x>0, \tag{31}$$

- рівняння Вінера-Хопфа з різницевим та сумарним ядром,

$$f(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}k_1(x-t)f(t)\,dt-g(x)+e^{-x}\Big\{f(x)+\frac{1}{\sqrt{2\pi}}\int_{-\infty}^{\infty}k_2(x-t)f(t)\,dt-g(x)\Big\}=0, \tag{32}$$

- рівняння плавного переходу, в § 4.3 обґрунтовується метод наближеного розв'язку нормального випадку рівнянь (31),(32), який ґрунтується на наближеному розв'язку відповідно задач (29),(30).

ЗАКЛЮЧЕННЯ

Сформулюємо основні результати, які виносяться на захист:

1. Методи побудови асимптотики розв'язків ЗР в точках розриву її коефіцієнтів на гладкому простому замкненому контурі та на кінцях гладкого простого розімкненого контуру, які дозволяють одержати загальні зображення асимптотики розв'язків ЗР, дійсної у всіх особливих точках (точки розриву коефіцієнтів, кінці контуру) і яка утримує не тільки головні члени особливостей розв'язків ЗР, але і більш гладкі її складові частини.

2. Теоретичне обгрунтування чисельно-аналітичних методів наближеного розв'язку нормального випадку ЗР на одиничному колі з розривними коефіцієнтами або ЗР на відрізку [- 1; 1] при любому індексі, які дозволяють провести оцінку похибки її наближених розв'язків у просторах неперервних функцій, в той час як самі розв'язки (і точний, і наближений) являються функціями розривними.

3. Теоретичне обгрунтування чисельно-аналітичних методів розв'язку нормального випадку двоелементних КЗ із зсувом (задачі: Газемана, Карлемана, типу Газемана, типу Карлемана) на одиничному колі в випадку любого їх індексу у просторах функцій, які узгоджують умову Гельдера.

4. Теоретичне обгрунтування методів найменьших квадратів, колокації, редукції наближеного розв'язку нормального випадку багатоелементних двосторонніх КЗ із зсувом на одиничному колі та методу редукції наближеного розв'язку нормального випадку нескінченних алгебраїчних рівнянь Вінера-Хопфа з різницевими та сумарними індексами, в тому числі з комплексно сполученими значеннями невідомих.

5. Теоретичне обгрунтування методів колокації, редукції наближеного розв'язку нормального та виключного випадку скалярної, матричної ЗР на одиничному колі в узагальнених просторах Гельдера та методу наближеного розв'язку змішаних граничних задач для нескінчених систем диференціально-різницевих рівнянь з сталими коефіцієнтами.

6. Теоретичне обгрунтування МНФ наближеного розв'язку нормального та виключного випадку скалярної ЗР на дійсній осі при любому індексі у просторах C , $L_{2\rho}$, $\rho(x)=(1+x^2)^{-1}$, L_2 та у просторах функцій, які мають обмежений порядок росту на нескінченості, а також теоретичне обгрунтування МНФ наближеного розв'язку нормального та виключного випадку РТЗ першого та другого роду (рівняння Вінера-Хопфа, рівняння з двома ядрами, парне рівняння) у просторі L_2 та у просторах узагальнених функцій обмеженого порядку.

7. Теоретичне обгрунтування методів найменьших квадратів та

Бубнова-ГальоркIна наближеного розв'язку нормального випадку узагальнених задач Карлемана на дIйснIй осI Iз зсувом по дIйснIй осI та Iз зсувом всередину областI аналIтичностI.

ОсновнI результати дисертацII опублIкованI в слIдуючих роботах:

I. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению краевых задач со сдвигом: Тез. докл. II Республ. научн. конф. "Вычислительная матем. и научно-техн. прогресс", 5-9 сентября 1974 г. - Канев. 1974. - вып.2. - С. 226-231.

2. Тихоненко Н.Я. Приближенное решение задачи Газемана // УМЖ. - 1974. - Т.26, № 6. - С.842-845.

3. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению некоторых задач со сдвигом // Изв. вузов. Матем. - 1976. - №I. - С.72-75.

4. Тихоненко Н.Я. Приближенные методы в теории краевых задач со сдвигом // Теория функций, функц. анализ и их приложения. - 1980. - вып. 33. - С.124-132.

5. Тихоненко Н.Я. Методы решения задач теории аналитических функций. - Киев: УМК ВО, 1988. - 87 с.

6. Тихоненко Н.Я. О приближенном решении сингулярных интегральных уравнений и краевых задач со сдвигом // ДАН СССР. - 1976. - Т.230, № 2. - С. I38-I4I.

7. Тихоненко Н.Я. Приближенное решение двухэлементных краевых задач со сдвигом // УМЖ. - 1977. - Т.29, № I. - С.77-88.

8. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению сингулярных интегральных уравнений и некоторых краевых задач со сдвигом // Вычислит. и прикл. матем. - 1978. - вып. 34. - С.16-27.

9. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению двусторонних краевых задач теории аналитических функций //УМЖ. - 1982. - Т.34, №2. - С.I56-I60.

I0. Тихоненко Н.Я. Приближенные методы решения краевых задач ТФКП Тез. докл. Республ. науч. конф. "Дифференц. и интегр. уравн. и их прилож.", I5-I9 сентября 1987 г. - Одесса, 1987. - С.I32-I33.

II. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению исключительного случая задачи Римана теории аналитических функций //Теория функций, функц. анализ и их приложения. - 1970. - вып.I0. - С.27-35.

I2. Тихоненко Н.Я. До наближеного розв'язку Iнтегральних та Iнтегро-диференцIальних рIвнянь з рIзницевими ядрами в узагальнених функцIях // ДАН УРСР. - 1972. - № 6. - С.671-674.

I3. Тихоненко Н.Я. О методе приближенной факторизации // Изв.вузов. Матем. - 1976. № 4. - С.74-86.

14. Тихоненко Н.Я. Метод приближенной факторизации решения задачи Римана и интегральных уравнений: Тез. докл. У Всесоюзн. симпоз. "Метод дискр. особен. в задачах матем. физики", 15-19 сентября 1991 г. - Одесса, 1991. - Ч.I. - С.5-6.
15. Тихоненко Н.Я. Приближенное решение трех элементных краевых задач со сдвигом и их прил жений. Тез. докл. Международн. конф. "Лобачевский и современная геометрия", 18-22 августа 1992 г. - Казань, 1992. - Ч. II. - С.99.
16. Тихоненко Н.Я. К приближенному решениею смешанных краевых задач для бесконечных систем обыкновенных дифференциальных уравнений: Тез. докл. Респ. научн. конф., посвящ. 200-летию со дня рожд. Н.И. Лобачевского, 3-8 сентября 1992 г. - Одесса, 1992. - Ч.II. - С.98-99.
17. Тихоненко Н.Я. Методы решения краевых задач Теории аналитических функций: Тез. докл. IУ Всесоюзн. симпоз. "Метод дискр. особен. в задачах матем. физики", 23-26 мая 1989 г. - Харьков, 1989. -Ч.II. - С.87-88.
18. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению некоторых сингулярных интегральных уравнений со сдвигом // Дифференц. уравн. - 1978. - Т.14, № 3. - С. 522-526.
19. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению многоэлементных краевых задач теории аналитических функций// Матем. физика. - 1983. - вып.33. - С.95-98.
20. Тихоненко Н.Я. К приближенному решению внутренних краевых задач со сдвигом // Дифференц. уравн. - 1984. - Т.20, №5. - С.889-892.
21. Тихоненко Н.Я., Грибняк Л.Н. К приближенному решению трехэлементной задачи Карлемана для полосы с аналитическим сдвигом во внутрь области // Изв. вузов. Матем. - 1985. - №6. - С.24-32.
22. Тихоненко Н.Я., Грибняк Л.Н. К приближенному решению одной трехэлементной краевой задачи со сдвигом и ее приложений // УМЖ. -1986. - Т.38, № 6. - С. 742-747.
23. Тихоненко Н.Я., Диденко В.Д. О приближенном решении матричной задачи Римана // Диффервнц. уравн. - 1981. - Т.17, №1. - С.2086-2089.
24. Тихоненко Н.Я., Керекеша П.В. Одна смешанная задача теории упругости// Дифференц. уравн. - 1969. - Т.5, № 7. - С.1313-1320.
25. Тихоненко Н.Я., Светной А.П. К выделению особенностей решений задачи Римана// Изв. вузов. Матем. - 1981. - №6.- С.78-82.
26. Тихоненко Н.Я., Светной А.П. К приближенному решению задачи Римана с разрывными коэффициентом и правой частью//ЖВМ и МФ. - 1982.

- Т.II, № 2. - С.358-366.
27. Тихоненко Н.Я., Чадаев А.М. О методе редукции приближенного решения сингулярных интегральных уравнений в исключительном случае //Изв. вузов. Матем. - 1987. - №5. - С.82-87.
28. Tickouenko N. J. Quelques questions en theorie generale de methodes d'approximations: Resume de communications de colloque nationalle de France, 3-6 juin 1975. - Le Grande-Motte, 1975. - p. 43-44.

Н.Тихоненко

Подп.к печати 3.I2.93г. Формат 60х84 I/I6.
Об"ем 0,8уч.изд.л. I,25п.л. Заказ № 2036. Тираж I00экз.
Гортипография Одесского управления по печати,цех№3.
Ленина 49.