КИЇВСЬКИЙ УНІВЕРСИТЕТ ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

На правах рукопису

КУДІН Володимир Іванович

УДК 519.852:519.876

РОЗРОБКА І ЗАСТОСУВАННЯ ПРОЦЕДУР АНАЛІЗУ МОДЕЛЕЙ ЛІНІЙНОГО ПРОГРАМУВАННЯ ВЕЛИКОЇ РОЗМІРНОСТІ

05.13.16. -застосування обчислювальної техники, математичного моделювання і математичних методів у наукових дослідженнях

А В Т О Р Е Ф Е Р А Т

на здобуття вченого ступеня кандидата технічних наук

КИЇВ 1993

Робота виконана в лабораторії 342 відділення Систем керування Інституту кібернентики ім. В.М. Глушкова АН України та на кафедрі теорії автоматизованих систем факультету кібернетики Київського університету ім. ТАРАСА ШЕВЧЕНКА

Науковий керівник	-доктор технічних наук, професор Волошин Олексій Федорович
Офіційні опоненти	-доктор технічних наук, професор Зайченко Юрій Петрович
	-кандидат фізико-математичних наук Мащенко Сергій Олегович
Ведуча організація	-Дніпропетровський університет

Захист відбудеться   1994 року о   годині на засіданні спеціалізованої ради К 068.18.10 в Київському університеті ім. Тараса Шевченка за адресою: 252127, Київ 127, проспект Академіка Глушкова, 6, факультет кібернетики, ауд. 42.

Із дисертацією можна ознайомитись у науковій бібліотеці Київського університету ім. Тараса Шевченка(вул. Володимирська, 58)

Автореферат розіслано "__ " _________ 1994 року

Вчений секретар
спеціалізованої ради,
доктор технічних наук   I.В.Бейко

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. Потреби дослідження моделей лінійного програмування великої розмірності поставили ряд проблем, які, нерідко, застосуванням стандартних методів за прийнятний час не розв'язуються без врахування специфіки їх структури. Розрідженість, розташованість ненульових елементів матриці особливим чином, наявність великої кількості пасивних і неактивних обмежень(стовпців), які не формують область допустимих і оптимальних розв'язків, є характерними властивостями більшості практично досліджуваних великорозмірних задач. Специфіка структури матриці умов використовується при розробці адаптованих схем їх дослідження, які можна поділити на прямі і послідовного аналізу варіантів. Прямі схеми грунтуються на врахуванні її специфіки при представленні оберненої матриці в методах знаходження оптимального чи наближеного розв'язку(Л. Марковіц, М.Форрест та ін.). Схеми послідовного аналізу варіантів(В.С. Михалевич і Н.З. Шор) базуються на скороченні розмірності моделі: відсівом пасивних обмежень та стовпців(С.Н. Черніков, В.Л. Волкович і О.Ф. Волошин та ін.); релаксуванням(А.М. Джоффріон), агрегуванням(В.Л. Вен, В.Г. Медніцький) і декомпозуванням(В.І. Цурков, Ю.П. Зайченко та ін.). Аналіз великорозмірних моделей лінійного програмування суттєво ускладнюється необхідністю розв'язання ряду інших задач: усунення несумісності(І.І. Еръомін та ін.); системної оптимізації(В.М. Глушков та В.Л. Волкович); постоптимізаційного дослідження властивостей моделей при лінійних варіаціях окремих елементів(І.В. Сергієнко, В.К. Леонт'єв та ін.).

Оптимізаційні пакети, такі, як GAMS, MINOS та ін. включають процедури перетворення початкової інформації моделі(формат MPS), настройки моделі, знаходження оптимального розв'язку, дослідження задачі лінійного програмування при лінійних варіаціях окремих елементів моделі на основі прямих схем. Необхідність поєднання можливостей послідовного аналізу варіантів при побудові процедур дооптимізаційного, оптимізаційного і постоптимізаційного дослідження моделей великої розмірності і прямих схем зумовлює необхідність подальшого вдосконалення методів і алгоритмів лінійного програмування і розробки відповідного програмного забезпечення.

Мета роботи.

1. Обгрунтування та реалізація базових методів і алгоритмів побудови процедур аналізу моделей.

2. Розробка процедур аналізу моделей лінійного програмування великої розмірності на стадіях дооптимізації, оптимізації і постоптимізації.

3. Застосування процедур аналізу моделей лінійного програмування для дослідження практичних задач.

Наукова новизна.

1. Обгрунтовано і реалізовано базові методи дослідження великорозмірних моделей: построковий симплекс метод і двоїстий построковий симплекс метод, які поєднані з процедурами ідентифікації пасивних і неактивних компонент безпосередньо на ітераціях методів, адаптовані для вивчення властивостей моделі на різних стадіях дослідження. Встановлено ознаки оптимальності, несумісності, необмеженості цільової функції, пасивності і неактивності обмежень, зв'язку елементів схеми в сусідніх базисах. Досліджені умови виродженості задачі.

2. Розроблено процедури скорочення розмірності моделей лінійного програмування застосуванням схем агрегування, релаксування, ідентифікації пасивних і неактивних обмежень(стовпців), локалізації області оптимума, знаходження наближених розв'язків на стадіях дооптимізації і оптимізації .

3. Умови ідентифікації пасивних і неактивних обмежень, стовпців застосовувані для ряду симплекс методів, які грунтуються на ідеї опорного базису.

4. Для стадії постоптимізаційного дослідження моделі запропоновано процедури аналізу стійкості розв'язку при лінійній варіації, таких елементів моделі, як векторів обмеження, стовпців, цільової функції, правих частин обмежень. Отримано оцінки "меж несумісності і пасивності" обмежень. Досліджено оптимальний розв'язок при лінійній варіації параметру у векторах цільової функції і правої частини обмежень в заданому інтервалі.

Практична цінність дисертаційної роботи. Робота виконувалась, як розділи тем СГ.340.01 "Научно-методические основы создания, функционирования и развития РАСУ УССР " і СГ.330.01 "Создание и внедрение в эксплуатацию II-го этапа II-ой очереди РАСУ УССР" Державного Комітету по Науці і Техніці Інститутом кібернетики ім. В.М. Глушкова АН України в 1985-1990рр. Процедури скорочення розмірності були застосовані при розв'язанні задачі "Разработка модели программного обеспечения задачи вариантного планирования производства сельськохозяйственной продукции и рекомендаций по организации агропромышленних АСУ ТП для агрокомбината "Кубань" на стадії доооптимізації в ході виконання угоди N 175 від 25 грудня 1989 року між Всесоюзним науково-дослідним і проектно-технологічним інститутом, м. Москва та Інститутом кібернетики, м. Київ.

Апробація роботи. Результати роботи доповідались і обговорювались на II-республіканській конференції по проблемам обчислювальної техніки і автоматизації досліджень, (м. Алмати, 26 жовтня 1988р), республіканській науково-практичній конференції "Моделювання планових розрахунків і діалогова оптимізація", (м. Севастополь, серпень 1990р), III-й і IV-й конференції молодих учених і спеціалістів Інституту кібернетики АН УКраїни (вересень 1986р і травень 1988р), семінарах Інституту кібернетики АН України та кафедрі теорії автоматизованих систем факультету кібернетики Київського університету.

Публікації. Основні результати дисертації опубліковані в роботах [1-9].

Структура та об'єм роботи. Дисертація складається з вступу, чотирьох розділів, закінчення, списку літератури і додатку.

ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі наводиться огляд основних робіт з досліджуваної теми, обгрунтовується актуальність та структура роботи, дається скорочений зміст дисертації.

В першому розділі приведені основні структурні особливості моделей лінійного програмування. Розглянуті основні процедури аналізу властивостей моделей. Формально досліджувану модель можна представити трійкою M=<D, Z, A>, де

D - включає однокритеріальну цільову функцію, систему обмежень вигляду

$$\text{opt } Bu^T, \tag{1.1}$$

$$A^T u^T O C^T, \tag{1.2}$$

$$u_H \le u \le u_B, \tag{1.3}$$

де opt =(min, max), O= (=, ≥, ≤), $A=(a_{ji})_{j=\overline{1,n},\ i=\overline{1,m}} = (a_j)_{j=\overline{1,n}} = (a_{j1}, a_{j2}, \dots ,a_{jm})_{j=\overline{1,n}}$ є матриця обмежень, m, n - розмірність моделі по стовпцям і стрічкам(для визначеності n>>m), $B = (b_1, b_2, \dots ,b_m)$- вектор цільової функції, $C =(c_1, c_2, \dots ,c_n)$- вектор обмежень, u, u_H, u_B є m - вимірні вектори шуканих змінних, нижніх і верхніх меж на змінні. Ранг системи обмежень дорівнює m. T- знак транспонування. Елементи моделі належать множині дійсних чисел.

Z -множина процедур аналізу моделі:

-відсіву пасивних і неактивних обмежень(стовпців);

-локалізації області оптимуму;

-знаходження оптимального або наближеного допустимого розв'язків;

-скорочення розмірності моделі;

-дослідження статусу елементів моделі, таких, як стовпці і обмеження: оптимально активні, що формують оптимальний розв'язок; активні, які утворюють множину допустимих розв'язків; пасивні(надлишкові чи несуттєві), що не формують множину розв'язків; невласні, які утворюють несумісність моделі;

-визначення "меж несумісності, неактивності чи пасивності" елементів моделі; стійкості оптимального розв'язку при лінійній варіації елементів моделі; моделей заданої розмірності з властивістю оптимальності розв'язку при лінійній варіації векторів обмежень, стовпців, правих частин чи окремих елементів; динаміки зміни оптимального розв'язку при послідовній лінійній варіації параметру цільової функції чи правих частин в заданому інтервалі.

A -множина базових алгоритмів дослідження. Наряду із стандартними процедурами аналізу, такими, як модифікований симплекс метод, будуть застосовуватись при дослідженнях построковий симплекс метод і двоїстий построковий симплекс метод. Елементи a∈A мають структуру, що встановлює відношення між величинами предметної області і способом розв'язання задач:

$a=\langle F_a, C_a, P_a, Q_a\rangle$, де множини

F_a -процедур, що утворюють алгоритм;

C_a -варіантів схеми аналізу;

P_a -програмних модулів, які реалізують функції F_a;

Q_a -критеріїв застосування алгоритму.

Реалізація дослідження моделі досягається підключенням процедур алгоритму, що утворюють множину F_a. В залежності від структурних особливостей множини D, варіантів схеми аналізу C_a і критеріїв застосування Q_a підключається та чи інша процедура із множини F_a, а програмно це означає активізацію відповідних програмних модулів множини P_a.

В другому розділі розглянуті базові методи і алгоритмічні схеми дослідження моделей лінійного програмування вигляду (1.1)- (1.3), які основані на твердженнях, що приводяться нижче.

Введемо необхідні позначення. Нехай β_{ij}, $i,j = \overline{1,m}$ - елементи базисної матриці B_1, e_{ri}- елементи матриці B_1^{-1}, оберненої до B_1; $u_o= (u_{o1}, u_{o2}, \dots ,u_{om})^-_T$ базисний розв'язок, що визначається із системи рівнянь. $B_1u_o^T =c^o$; $\alpha_r=(\alpha_{r1}, \alpha_{r2}, \dots , \alpha_{rm})$- вектор розкладу коефіцієнтів a_r за векторами базису B_1, тобто $a_r =\alpha_rB_1$; $\alpha_o =(\alpha_{o1}, \alpha_{o2}, \dots ,\alpha_{om})^-_T$ вектор розвинення цільової функції B, тобто $B=\alpha_oB_1$; $\Delta_r= a_ru_o^T -c_r$- нев'язка r-го обмеження (1.2) у базисі u_o; $J_б$, J_H- множини, відповідно базисних і небазисних обмежень.

В §2.1 викладений построковий симплекс метод, який є базовим при побудові процедур аналізу моделі(задач Z) на оптимальність, скорочення розмірності її в ході ітераційного процесу. Основні характеристики методу: базис построковий; на ітераціях вводяться і виводяться із нього стрічки обмеження задачі; безпосередньо на ітераціях відсіваються пасивні і неактивні обмеження моделі; збіжність до оптимального розв'язку проводиться по допустимим базисним вершинам, при цьому значення цільової функції зростає. Приведені нижче твердження охоплюють всі можливі варіанти для організації построкового симплекс методу.

Визначення 2.1. Підматрицю B_1 матриці A, утворену m лінійно незалежними стрічками (1.2),(1.3) будемо називати базисною.

Твердження 2.1. Між елементами базисного розв'язку в двох сусідніх базисах мають місце такі співвідношення :

$$\bar{\alpha}_{rk}=\frac{\alpha_{rk}}{\alpha_{lk}}, \quad \bar{\alpha}_{ri}=\alpha_{ri}-\frac{\alpha_{rk}}{\alpha_{lk}}\alpha_{li}, \; r=\overline{0,m};\; l=\overline{1,m};\; l\neq k,$$

$$\bar{e}_{rk}=\frac{e_{rk}}{\alpha_{lk}}, \quad \bar{e}_{ri}=e_{ri}-\frac{e_{rk}}{\alpha_{lk}}\alpha_{li}, \; r=\overline{1,m};\; l=\overline{1,m};\; l\neq k,$$

$$\bar{u}_{oj}=u_{oj}-\frac{e_{jk}}{\alpha_{lk}}\Delta_1, \; j=\overline{1,m},$$

$$\bar{\Delta}_k=-\frac{\Delta_1}{\alpha_{lk}}, \quad \bar{\Delta}_r=\Delta_r-\frac{e_{rk}}{\alpha_{lk}}\Delta_1, \; r=\overline{1,m};\; r\neq k,$$

$$B\bar{u}_o^T=Bu_o^T-\frac{\alpha_{ok}}{\alpha_{lk}}\Delta_1 .$$

Нехай u_o- допустимий базисний розв'язок задачі, тобто існує базисна матриця B_1 така, що $B_1u_o^T=c^o$ і $\Delta_r\leq 0$, $r=\overline{1,n}$.

Твердження 2.2. Для того, щоб $B\bar{u}_o^T>Bu_o^T$ і розв'язок $\bar{u}_o$ залишався допустимим базисним розв'язком задачі (1.1)- (1.3), необхідно і достатньо, щоб існували такі номери r і l, для яких $\alpha_{ok}<0$, $\alpha_{lk}<0$ і $\frac{\Delta_r}{\Delta_1}\geqslant\frac{\alpha_{rk}}{\alpha_{lk}}$, $r=\overline{1,n}$.

Визначення 2.2. Допустимий базисний розв'язок u_o оптимальний , якщо $Bu_o^T\geqslant Bu^T$ для всіх u, що задовольняють (1.2).

Твердження 2.3. Якщо $\alpha_{ok}\geqslant 0$ для всіх k, то u_o -оптимальний базисний розв'язок задачі (1.1)-(1.3).

Твердження 2.4. Якщо існує індекс k такий, що $\alpha_{ok}<0$, $\alpha_{rk}\geq 0$ для всіх небазисних r, то цільова функція задачі необмежена на множині допустимих роз'язків.

Твердження 2.5. Якщо $\alpha_{ok}<0$ і $\frac{\Delta_1}{\alpha_{lk}}=\min\limits_{\substack{r\\ \alpha_{rk}<0}}\frac{\Delta_r}{\alpha_{rk}}$, то $B\bar{u}_o^T\geqslant Bu_o^T$, $\bar{u}_o$-допустимий базисний розв'язок.

Нехай $U=\{u/\ a_iu^T\leq c_i,\ i\in J\}$, $U_r=\{u/\ a_iu^T\leq c_i,\ i\in J,\ i\neq r\}$.

Визначення 2.3. Обмеження $a_ru^T\leq c_r$ є пасивним(надлишковим), якщо $U=U_r$.

Нехай $U^o=\{u_o/\ Bu_o^T=\max Bu^T,\ u\in U\}$- множина оптимальних розв'язків задачі (1.1)- (1.3) і $U_r^o=\{u_o / Bu_o^T=\max Bu^T,\ u\in U_r\}$.

Визначення 2.4. Обмеження $a_r u^T \le c_r$ є неактивним, якщо $U^o=U_r^o$.

Твердження 2.6. Для того, щоб обмеження $a_r u^T \le c_r$ було пасивним, необхідно і достатньо існування базисної матриці B_1, відносно якої $\alpha_{rk} \ge 0$ для всіх k.

Через B_k^o позначимо матрицю, яка отримується із базисної матриці B_1, що відповідає базисному розв'язку u_o задачі (1:1)-(1.3), заміною стрічки, що займає к-у позицію вектором цільової функції, взятим із протилежним знаком.

Визначення 2.5. Матрицю B_k^o будемо називати оптимально базисною, якщо існує обернена до неї і $B_k^o u_o^T=d_o$, де $d_o = (c_1^o,\ \dots,\ c_{k-1}^o,\ -Bu_o^T,\ c_{k+1}^o,\ \dots,\ c_m^o)$

Твердження 2.7. Для того, щоб обмеження $a_r u^T \le c_r$ було неактивним, необхідно і достатньо, щоб існувала оптимально базисна матриця B_k^o, $k=\overline{1,m}$, відносно якої $\alpha_{ri} \ge 0$ для всіх і.

Досліджено питання виродженості. Побудовано алгоритмічні схеми процедур аналізу на основі методу.

В <u>§2.2</u> викладений двоїстий построковий симплекс метод, який є основним при побудові процедур аналізу властивостей моделі із множини Z. В цьому методі: базис построковий; на кожній ітерації псевдобазисні розв'язки u_o не задовольняють обмеженням (1.2); збіжність до максимуму цільової функції (1.1) проводиться зверху. На ітераціях методу ідентифікуються пасивні обмеження, підключаються процедури агрегування, релаксування, послідовного аналізу варіантів.

Визначення 2.7. Допустимий псевдобазисний розв'язок u_o є оптимальним, якщо $Bu_o^T \geq Bu^T$ для всіх u, що задовольняють (1.2).

Твердження 2.8. Якщо $\alpha_{ok} \geq 0$, $k=\overline{1,m}$, то псевдобазисний розв'язок u_o є оптимальним, якщо $\Delta_r \le 0$, $r\in J$.

Твердження 2.9. Для того, щоб обмеження $a_r u^T \le c_r$ було пасивним, необхідно і достатньо існуванння B_1, в якому $\alpha_{ok} \geq 0$, $k=\overline{1,m}$, і $a_r u_o^T \le c_r$, де u_o -псевдовершина, що відповідає псевдобазису B_1.

Твердження 2.10. Якщо $\Delta_l > 0$, існує $\alpha_{li} > 0$ і індекс k такий, що $\frac{\alpha_{ok}}{\alpha_{lk}} = \min\limits_{\substack{i, \\ \alpha_{li}>0}} \frac{\alpha_{oi}}{\alpha_{li}}$, то для вибраних k і l нова матриця $\bar{Б}_1$ буде псевдобазисною.

Твердження 2.11. Для несумісності (1.2) необхідно і достатньо, щоб у даному псевдобазисі B_1 $\Delta_l>0$, $\alpha_{li}\le0$, $i=\overline{1,m}$.

Досліджено питання виродженості. Побудовано процедури аналізу на основі двоїстого пострoкового симплекс методу, які в ході ітераційного процесу ідентифікують несуттєві обмеження і знаходять точний або наближений розв'язок, локалізують область оптимума.

В §2.3 побудовано процедури аналізу моделей лінійного програмування спеціальної структури. Приведено варіанти застосування агрегування, декомпозиції, релаксування для дослідження блочних моделей зі зв'язуючими обмеженнями і стовпцями на стадії дооптимізації.

В §2.4 розглянуто схеми скорочення розмірності моделі застосуванням процедур апроксимації на стадії дооптимізації і релаксування на стадіях дооптимізації і оптимізації для обмежених задач.

Визначення 2.8. Множина S_U апроксимуюча для U, якщо $U\subseteq S_U$.

В параграфі будуть розглядатися апроксимуючі множини двох видів: S_U, S_{U_o}, де S_U- апроксимуюча множина для багатогранника U, S_{U_o}-апроксимуюча множина для оптимальних розв'язків на U за цільовою функцією (1.1).

Процедура $V_{ЛП}^{C}$ уточнення меж апроксимуючої множини, які отримані процедурою $V_{ЛП}$ послідовного аналізу варіантів:

$$U= \{u/\ A^T u^T \le C^T,\ Bu^T \le K_{max}^{(P)},\ -Bu^T \le -K_{min}^{(P)}\},\ де$$

$$K_{max}^{(P)} = \min\{ Bu_{max}^{(P-1)} = \max_{u\in\Pi^{(P-1)}} Bu^T,\ P=Bu_o^T\ \},$$

$$K_{min}^{(P)} = \max\{ Bu_{min}^{(P-1)} = \min_{u\in\Pi^{(p-1)}} Bu^T,\ Bu_d^{(i)T},\ i=\overline{1,p-1},\ Bu_d^T\ \}-$$

верхня і нижні оцінки оптимального розв'язку задачі за цільовою функцією, $u_{min}^{(p-1)}$, $u_{max}^{(p-1)}$ - вершини, в яких досягається мінімальне і максимальне значення цільової функції на паралелепіпеді змінних (p-1) -го кроку

$$П^{(p-1)} = \{u / \ d_{i(н)}^{(p-1)} \le u_i \le d_{i(в)}^{(p-1)},\ i \in I^{(p-1)} \subseteq I\}.$$

Нехай $R^{(p-1)}$ -відстань від $u_{(op)}^{(p-1)} = (u_{1,(op)}^{(p-1)}, u_{2,(op)}^{(p-1)}, \ldots, u_{m,(op)}^{(p-1)})$, де $u_{i\ (op)}^{(p-1)} = (d_{i(н)}^{(p-1)} + d_{i(в)}^{(p-1)})/2$, до вершини $П^{(p-1)}$, а $R_l^{(p-1)}$ - найкоротша відстань від точки $u_{(op)}^{(p-1)}$ до l-го обмеження.

Твердження 2.12. Якщо $R_l^{(p-1)} > R^{(p-1)}$, то l-е обмеження неактивне.

Твердження 2.13. Якщо $u_o^{(p)} \in U$, то для неактивності обмеження $a_r u^T \le c_r$ необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти розкладу обмеження $a_r u^T \le c_r$ в базисі, що відповідає даній вершині, були додатніми.

Твердження 2.14. Якщо $u_o^{(p)} \notin U$, то для неактивності обмеження $a_r u^T \le c_r$ необхідно і достатньо, щоб коефіцієнти розкладу обмеження $a_r u^T \le c_r$ в базисі, що відповідає даній вершині були додатніми, а нев'язка від'ємною.

Якщо в ході ітерацій двоїстого пострoкового симплекс методу при дослідженні моделі на стадії оптимізації отримали два недопустимі розв'язки u_o^1, u_o^2(псевдобазиси A_σ^1, A_σ^2), що є верхніми оцінками оптимального розв'язку (1.1), (1.2) і допустимий розв'язок u_d, що є нижньою допустимою оцінкою оптимального розв'язку($Bu_o^{1T} = P_o^1$, $Bu_o^{2T} = P_o^2$, $Bu_d^T = K_o$, $P_o^1 > P_o^2 > K_o$), **то тоді** симплекс $S^{(1)} = \{ u / \ A_\sigma^1 u^T \le C_\sigma^1,\ -Bu^T \le -K_o\}$, і симплекс

$$S^{(2)} = \{ u / \ A_\sigma^1 u^T \le C_\sigma^1,\ A_\sigma^2 u^T \le C_\sigma^2,\ B^T u^T \le P_o^2,\ -B^T u^T \le -K_o\}$$

будуть апроксимуючими множинами для допустимих розв'язків в інтервалі значень цільової функції $[K_o, P_o^1]$ і $[K_o^*, P_o^2]$.

Приведені процедури уточнення нижньої допустимої межі оптимального розв'язку за цільовою функцією, аналізу моделей лінійного програмування на оптимальність застосуванням релаксування, тобто тимчасового відкидання певної частини обмежень в ході обчислень і побудови початкового базису.

<u>В третьому розділі</u> розглянуто алгоритми процедур аналізу моделей лінійного програмування на стадії постоптимізації.

В <u>§3.1</u> приведено задачі постоптимізаційного дослідження моделі: стійкістні, звуження, розширення, параметричні та інші.

В <u>§3.2</u> досліджені умови стійкості оптимального розв'язку при лінійній варіації базисних і небазисних обмежень вигляду $(a_j + a_j')u^T \le c_j' + c_j$. Умовою стійкості оптимального розв'язку u_o при "збуренні" коефіцієнтів правої частини (1.2) вигляду $j \in J$, $j \notin J_\sigma$, є справедливість нерівності $\Delta_j' = \Delta_j' - c_j < 0$. При "збуренні" коефіцієнтів обмеження $j \in J$, $j \notin J_\sigma$, у вигляді $(a_j + a_j')u^T \le c_j$ умовою стійкості оптимального розв'язку u_o є справедливість нерівності $\Delta_j' = \Delta_j' + a_j u_o^T < 0$. Умовою стійкості оптимального розв'язку u_o при "збуренні" всіх коефіцієнтів обмеження (1.2) $j \in J$, $j \notin J_\sigma$ є справедливість нерівності $\Delta_j' = \Delta_j' + a_j u_o^T - c_j' < 0$. За умови "збурення" базисних обмежень $j \in J_\sigma$ оптимальність u_o зберігається при виконанні

$$-\frac{a_j'(A_\sigma^{-1})_i}{1 + a_j'(A_\sigma^{-1})_k} \ge -\frac{\alpha_{oi}}{\alpha_{ok}},\ 1 + a_j'(A_\sigma^{-1})_k \ge 0,\ (a_j + a_j')u_o^T - c_j - c_j' = 0.$$

Задача відшукання меж допустимих "збурень" обмежень, які зберігають оптимальність, може послідовно розглядатись для кожного обмеження.

В <u>§3.3</u> досліджено задачі стійкості оптимального розв'язку при лінійних варіаціях векторів обмеження, стовпців і цільової функції. Описано в класі моделей заданої розмірності лінійні цільові функції, що мають оптимальним даний розв'язок.

Для опорної вершини u_o в базисі A_σ^{-1} розв'язок системи нерівностей $bA_\sigma^{-1} \ge 0$ описує цільові функції з властивістю оптимальності в u_o. Варіації цільової функції b у вигляді $b + b'$, що зберігають стійкість оптимального розв'язку u_o, визначаються як розв'язок системи нерівностей $-\alpha_{oi} \le b'(A_\sigma^{-1})_i$, $i = \overline{1,m}$.

Розглянуто параметричну задачу лінійного програмування у припущенні її невиродженості і обмеженості.

<u>В четвертому розділі</u> описано програмний комплекс, який синтезує із набору базових модулів конкретну схему аналізу мо-

делей лінійного програмування і поєднаний з рядом стандартних пакетів програм(MPS-формат). Приведено результати машинного експерименту по використанню процедур аналізу оптимізаційних моделей на стадії дооптимізаційного дослідження. Розглянуто застосування процедур скорочення розмірності практичної задачі на стадії дооптимізації.

У закінченні сформульовано основні результати та напрямки подальшого вдосконалення методології дослідження великорозмірних оптимізаційних моделей.

У додатку представлено матеріали використання результатів дисертації.

ОСНОВНІ РЕЗУЛЬТАТИ РОБОТИ

1. Розроблено процедури аналізу моделей лінійного програмування великої розмірності на різних стадіях дослідження:
   - -скорочення розмірності моделей, локалізації області оптимума, знаходження точних і наближених розв'язків на стадіях дооптимізації і оптимізації;
   - -стійкості оптимального розв'язку при лінійній варіації таких елементів моделі, як вектори обмеження, стовпці, цільова функція і окремі елементи;
   - -опису в класі моделей заданої розмірності лінійних варіацій базисних і небазисних обмежень, які зберігають оптимальність даного розв'язку;
   - -зміни оптимального розв'язку при лінійній варіації параметру в заданих межах.

2. Обгрунтовано і програмно реалізовані построковий симплекс метод і двоїстий построковий симплекс метод, для яких встановлено умови оптимальності, несуттєвості, неактивності і несумісності обмежень моделі, необмеженості цільової функції.

3. Установлені умови пасивності і неактивності обмежень (стовпців) можна поширити на ряд "класичних" симплекс методів.

4. На базі алгоритмічного забезпечення і процедур аналізу моделей лінійного програмування великої розмірності розроблений програмний комплекс, який використовувався при дослідженні практичних задач.

ПУБЛІКАЦІЇ ПО ТЕМІ ДИСЕРТАЦІЇ

1. Волкович В.Л., Войналович В.М., Кудин В.И. Релаксационная схема строчного симплекс метода // Автоматика.- 1987. -N4.- С. 79-86.
2. Кудин В.И. Алгоритм решения задачи линейного программирования на основе релаксации ограничений // Сб. трутрудов II республиканской конференции по проблемам вычислительной математики и автоматизации исследований, (г.Алмати, 26 октября, 1988г).
3. Волкович В.Л., Войналович В.М., Кудин В.И. Релаксационная схема двойственного строчного симплекс метода // Автоматика.- 1988.- N1.- С. 39-46.
4. Кудин В.И. Релаксационная схема решения задачи линейного программирования с использованием метода последовательного анализа // Автоматика.- 1989.- №3.- С. 42-47.
5. Войналович В.М., Кудин В.И. Последовательный анализ в методе улучшения плана // Сб. "Моделирование процедур решений в автоматизируемых системах". -1989.- С. 35-39.
6. Кудин В.И. Релаксационная схема решения задачи линейного программирования с использованием метода последовательного анализа // Сб. "Моделирование и оптимизация сложных систем", КГУ, вып. 9, 1990г
7. Кудин В.И., Шишова Е.А. Решение задачи линейного программирования на основе схем агрегирования и релаксации// Сб. трудов конф. "Моделирование плановых расчетов и диалоговая оптимизация"(г. Севастополь, 1990).-С.28.
8. Волошин О.Ф., Кудін В.І. Дооптимізаційне дослідження лінійної моделі великої розмірності методами агрегування і послідовного аналізу// Вісник Київського університету, фізико-математичні науки (у друці).
9. Волошин А.Ф., Войналович В.М., Кудин В.И. Предоптимизационные и оптимизационные схемы сокращения размерности задачи линейного программировния // Автоматика. -1993.- N4.- С. 60-64.

Куд

Підп. до друку 13.01.97. Формат $60 \times 84^{1}/_{16}$.
Папір друк. № . Спосіб друку офсетний. Умовн. друк. арк. 0,7 .
Умовн. фарбо-відб. 0,93 . Обл.-вид. арк. 1,0 .
Тираж 100 . Зам. № 7-151 .

Фірма «ВІПОЛ»
252151, Київ, вул. Волинська, 60.